

FUNDAMENTOS FÍSICOS Y TECNOLÓGICOS

2020/2021

Tema 1. TEORÍA DE CAMPOS

Problemas propuestos para trabajar de cara a la semana 2

PARA ALUMNOS CON LIBRO DE TEXTO O ACCESO A ÉL

Los problemas para trabajar de cara a la semana 2 con los contenidos de teoría vistos en la semana 1 son:

■ Volumen: Parte I.

• Problemas: 1, 2, 4, 19, 20.

Estos problemas son de nivel básico e intermedio. Para profundizar más se pueden explorar los siguientes problemas:

■ Volumen: Parte I.

■ Problemas: **3, 21**.

PARA ALUMNOS SIN ACCESO AL LIBRO DE TEXTO

Los problemas cuyos enunciados se recogen a continuación se corresponden con los del nivel básico e intermedio del libro.

- 1. Sea el campo escalar U(x,y,z) dado por $U(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$. Determine:
 - (a) Su gradiente en el punto (0, 1, 1).
 - (b) Su derivada direccional según el vector $\frac{\hat{y}+\hat{z}}{\sqrt{2}}$ también en el punto (0,1,1).
 - (c) ¿Cómo son el módulo del gradiente del apartado (a) y la derivada direccional del apartado (b)?, ¿por qué?

NIVEL: INTERMEDIO

- 2. Sea un cierto campo escalar U(x,y,z) del cual conocemos:
 - Tiene la forma U(x, y, z) = y(x + y) + f(z), con f(z) una cierta función de z.
 - Su derivada direccional en la dirección del vector $\vec{a} = 4\hat{x} + 3\hat{z}$ vale $3z^4 + \frac{4}{5}y + 6$.
 - El punto (1, -1, 0) pertenece a la superficie de nivel de valor 2.

Se pide determinar completamente la expresión de U(x, y, z).

NIVEL: INTERMEDIO

3. Sea el campo escalar $U(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$, calcule su integral de volumen sobre un cubo de lado L centrado en el origen de coordenadas.

NIVEL: INTERMEDIO

4. Sea el campo escalar dado por

$$U(x,y) = \begin{cases} \arctan \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Calcule la derivada direccional de U(x,y) en el punto de coordenadas (1,0) según la dirección que forma un ángulo de 60° con la parte positiva del eje X.

NIVEL: INTERMEDIO

5. Sea el campo escalar dado por

$$w(x,y) = 2(x^2 + y^2)\frac{x}{y}.$$

Se pide determinar:

- (a) Las direcciones de máximo crecimiento y máximo decrecimiento del campo desde el punto de coordenadas (1,1).
- (b) La derivada direccional de w(x,y) en el punto (2,1) según la dirección de máximo crecimiento en dicho punto.

NIVEL: BÁSICO