

## FUNDAMENTOS FÍSICOS Y TECNOLÓGICOS

2020/2021

Temas: 1 y 2

Problemas propuestos para trabajar de cara a la semana 3

## PARA ALUMNOS CON LIBRO DE TEXTO O ACCESO A ÉL

Los problemas para trabajar de cara a la semana 3 con los contenidos de teoría vistos en las semanas anteriores son:

■ Volumen: Parte I.

• Problemas: 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 22, 23, 24, 25.

Estos problemas son de nivel básico e intermedio. Para profundizar más se pueden explorar los siguientes problemas:

■ Volumen: Parte I.

• Problemas: 9, 11, 17.

## PARA ALUMNOS SIN ACCESO AL LIBRO DE TEXTO

Los problemas cuyos enunciados se recogen a continuación se corresponden con los del nivel básico e intermedio del libro.

1. Sea  $\vec{F}(x,y,z)$  un campo vectorial constante, y sea  $\vec{r}$  el vector de posición de un punto de coordenadas (x,y,z). Se pide calcular  $\nabla(\vec{F}\cdot\vec{r})$ .

**NIVEL:** BÁSICO

2. Sea el campo vectorial  $\vec{F}(x,y,z) = yz\,\hat{x} + xz\,\hat{y} + xy\,\hat{z}$ . Calcule su circulación entre los puntos de coordenadas (0,0,0) y (2,2,8) a lo largo de la curva que resulta de la intersección del plano de ecuación  $x^2 + y^2 = z$ , y el plano de ecuación x = y.

**NIVEL:** INTERMEDIO

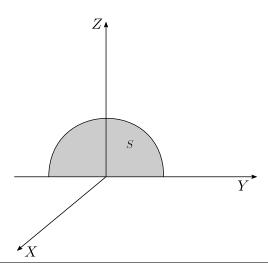
3. Sea el campo vectorial  $\vec{v}(x,y,z)=(x^2-2yz)\,\hat{x}+(y+xz)\,\hat{y}+(1-2xyz^2)\,\hat{z}$ . Calcule su circulación entre los puntos de coordenadas (0,0,0) y (1,1,1) a lo largo de la curva:  $x=t,y=t^2$ ,  $z=t^3$ .

**NIVEL: BÁSICO** 

4. Sea el campo vectorial  $\vec{v}$  del problema 3. Calcule su circulación entre los puntos de coordenadas (0,0,0) y (1,1,1) a lo largo del segmento que los une.

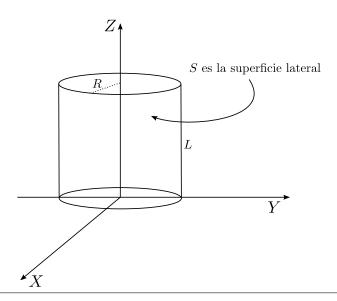
**NIVEL:** INTERMEDIO

5. Considérese el campo vectorial  $\vec{F}(x,y,z)=-\hat{x}+2z\,\hat{y}$ . Se pide calcular el flujo de  $\vec{F}$  a través del semicírculo de superficie S de radio 2. Suponga que el vector superficie del semicírculo tiene el sentido hacia las x positivas.



**NIVEL: BÁSICO** 

6. Calcule el flujo del vector posición a través de la superficie lateral de un cilindro de radio R, longitud L, y cuyo eje coincide con el eje z empleando coordenadas cilíndricas.



**NIVEL: BÁSICO** 

7. Sea el campo escalar  $U(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ , calcule su integral de volumen sobre una esfera de radio R centrada en el origen de coordenadas.

**NIVEL:** INTERMEDIO

8. Sea el campo vectorial  $\vec{F}(x,y,z) = (x+y)\,\hat{x} + xy\,\hat{y}$ , calcule su circulación entre los puntos A(0,1,0) y B(1,2,0) a lo largo de la recta dada por la intersección del plano y=x+1 y el plano z=0.

**NIVEL: BÁSICO** 

9. Considere el campo vectorial dado por  $\vec{A}(x,y,z)=2yz\,\hat{x}-(x+3y-2)\,\hat{y}+(x^2+z)\,\hat{z}$ . Calcule el flujo del campo  $\vec{A}$  a través de la superficie S consistente en un cubo formado por la intersección de los planos x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1.

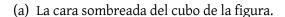
**NIVEL:** INTERMEDIO

10. El vector de posición de un punto de coordenadas (x, y, z) puede entenderse como un campo vectorial que a cada punto le hace corresponder el vector de posición que apunta a él

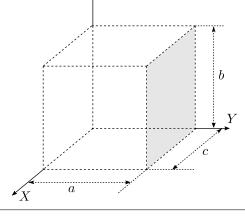
$$\vec{r}(x, y, z) = x\,\hat{x} + y\,\hat{y} + z\,\hat{z}.$$

Así pues, considerando a  $\vec{r}(x,y,z)$  como un campo vectorial, calcule su flujo a través de las siguientes

superficies:



(b) Toda la superficie del cubo.



**NIVEL:** INTERMEDIO

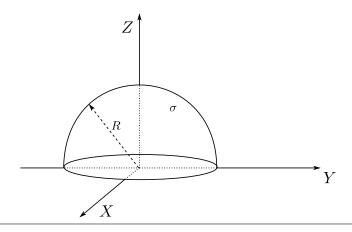
11. Sea el campo vectorial  $\vec{a}(x,y,z)=x^2\,\hat{x}$ . Calcule el flujo de dicho campo a través de las superficies siguientes:

(a) El cuadrado  $S_1$  de vértices (0,0,0), (1,0,0), (1,1,0), (0,1,0).

(b) El cuadrado  $S_2$  de vértices (1,0,0), (1,1,0), (1,1,1), (1,0,1).

**NIVEL:** BÁSICO

12. Sobre una capa semiesférica de radio R tenemos una distribución superficial de carga uniforme  $\sigma=1$  Cm $^{-2}$ . Calcule la carga total contenida en la capa semiesférica.



**NIVEL:** BÁSICO

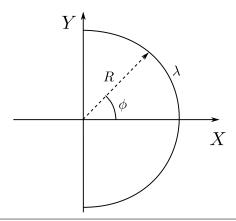
13. Suponiendo una nube de electrones confinada en una región entre dos esferas de radios  $R_1=2~{\rm cm}$  y  $R_2=5~{\rm cm}$  con una densidad volumétrica de carga expresada en coordenadas esféricas como

$$\rho = \frac{-3 \cdot 10^{-8}}{r^4} \cos^2 \phi,$$

se pide calcular la carga total contenida en dicha región.

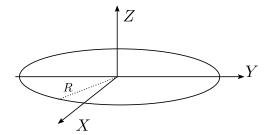
**NIVEL:** INTERMEDIO

14. Sobre la semicircunferencia de radio R indicada en la figura se distribuye una densidad lineal de carga dada por  $\lambda = \lambda_0 \cos \phi$ . Calcule la carga total contenida en ella.



**NIVEL:** BÁSICO

15. Sobre un disco de plástico de radio R=10 cm como el que se muestra en la figura se ha distribuido una carga eléctrica con una densidad superficial  $\sigma$  proporcional a la distancia al centro, con constante de proporcionalidad  $c=2~\mu\text{C/m}^3$ . Determine la carga total del disco.



NIVEL: BÁSICO