
APELLIDOS:
NOMBRE: D.N.I.:

Álgebra Lineal y Estructuras Matemáticas

13 de enero de 2017

Ejercicio 1. Sea $A = \mathbb{Z}_5[x]_{x^4+2x^3+3x^2+3x+4}$.

1. ¿Cuántos elementos tiene A ?
2. Estudia si A es un cuerpo.
3. Realiza en A los siguientes cálculos:
 - $(3x^2 + 2x + 1)^{-1}$.
 - $(3x^3 + 2x^2 + 4) \cdot (2x^3 + x) - (x^2 + 1) \cdot (x^2 + 2)$.
4. ¿Cuántos elementos de A tienen inverso?

Ejercicio 2. Sea X el conjunto de los números menores que 10000 tal y como los vemos en las matrículas de los coches españoles.

1. ¿Cuántos elementos de X tienen todas sus cifras distintas?
2. ¿Cuántos elementos de X tienen a lo sumo dos cifras distintas?
3. ¿Cuántos elementos de X hay cuyas cifras sumen 12? ¿Y 24?

Ejercicio 3. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & a & 4 \\ 1 & a+2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_{3 \times 4}(\mathbb{Z}_5)$.

1. Calcula $\text{rg}(A)$ en función del parámetro A .
2. Para $a = 2$ calcula la forma normal de Hermite de A . Sea esta H_A . Calcula una matriz P regular tal que $P \cdot A = H_A$. ¿Hay alguna otra matriz P cumpliendo la condición anterior?
3. Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ x + 2y + z = 4 \\ x + 3y + z = 2 \end{cases}$$