ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

14 de Febrero de 2018

Alumno:______________________________ **D.N.I.:**______________ **Grupo:**_______

Ejercicio 1. *Sea x un número natural positivo que al escribirlo en base 9 tiene tres cifras, y al escribirlo en base 7 tiene las mismas tres cifras pero en orden inverso. ¿Cuál es el número x?*

Ejercicio 2. *¿Cuántos números naturales hay menores que 10000 que al multiplicarlos por 10 y dividirlos por 81 dan resto 11, y al multiplicarlos por 25 y dividirlos por 84 dan resto 50? ¿Cuál es el menor de ellos?*

Ejercicio 3. *Sean $p(x) = x^8 + 2x^7 + 2x^6 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 1$ y $q(x) = x^7 + 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 + x + 1$ dos polinomios con coeficientes en $\mathbb{Z}_3$.*

1. *Calcula $mcd(p(x), q(x))$.*
2. *Factoriza $p(x)$ como producto de polinomios irreducibles.*

Ejercicio 4. *Sea $n = 62233920$.*

1. *¿Cuántos divisores positivos tiene n?*
2. *¿Cuántos de ellos son múltiplos de 12 ó 21?*
3. *¿Cuántos números podemos formar reordenando las cifras del número n? ¿Cuántos de ellos tienen 8 cifras?*

Ejercicio 5. *Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_3)$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(\mathbb{Z}_3)$.*
Encuentra, si es posible, una matriz regular $P \in M_3(\mathbb{Z}_3)$ tal que $P \cdot A = B$.

Ejercicio 6. *Sean $B_1 = \{(1,3),\ (3,4)\}$ una base de $(\mathbb{Z}_7)^2$ y B_2 otra base. Sabemos que la matriz del cambio de base de B_1 a B_2 vale $M_{B_1 \to B_2} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$. ¿Cuál es la base B_2?*

Ejercicio 7. *Sean U_1 y U_2 dos subespacios de $(\mathbb{Z}_5)^4$. U_1 está generado por los vectores $(2,1,3,1),\ (4,1,2,2),\ (3,3,3,4)$ y U_2 viene dado por las ecuaciones:*

$$U_2 \equiv \left\{ \begin{array}{ccccccccc} & & y & + & z & + & t & = & 0 \\ x & + & 2y & + & 3z & & & = & 0 \\ x & + & 4y & & & + & 2t & = & 0 \end{array} \right.$$

Calcula unas ecuaciones cartesianas del subespacio $U_1 + U_2$.

Ejercicio 8. *Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal cuya matriz en la base canónica es A (es decir, $M_{B_c}(f) = A$).*

1. *Calcula una base de vectores propios de A (llama B a esta base).*
2. *Calcula $M_B(f)$.*
3. *Calcula las ecuaciones cartesianas del subespacio $Im(f)$.*
4. *¿Es f inyectiva y/o sobreyectiva? Razona la respuesta.*