

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

22 de Noviembre de 2018

Alumno: _____ D.N.I.: _____ Grupo F

Ejercicio 1. *Responde a las siguientes cuestiones:*

1. ¿Qué números hay con dos cifras que al pasarlos a base 7 se escriben con las mismas cifras, pero en orden inverso? (no se admite una búsqueda por fuerza bruta).
2. ¿Existe el inverso de 901 en \mathbb{Z}_{1649} ? ¿Y el de 127 en \mathbb{Z}_{1127} ? En los casos en que exista, calcúlalo.
3. Realiza en \mathbb{Z}_{77} los siguientes cálculos: $37 \cdot 21$, 54^{362} , $15 \cdot 32 - 22^4 \cdot 11$, $21 \cdot 22$.
4. Calcula, en cada caso, todas las soluciones de las siguientes ecuaciones en \mathbb{Z}_{35} .
 - $23(x + 4) + 3^{-1} = 4x + 5$.
 - $8(x + 5) + 3x = 4(8x - 3) + 1$.
 - $4(5x + 2) + 5x - 3 = 4x - 2$.

Ejercicio 2. *Elegir una de las dos opciones siguientes:*

1. En cada uno de los siguientes apartados se pide una solución de la ecuación diofántica $36x + 28y + 63z = 5$ que cumpla la condición que se dice. Si no es posible dar esa solución, hay que justificarlo:
 - x debe ser mayor que 20.
 - z debe ser menor que -10 .
 - Tanto x como y deben ser mayores que 3.
 - z debe ser múltiplo de 4.
2. Tenemos que ir a una oficina de correos a enviar un total de 17 paquetes. Estos paquetes están divididos en dos tipos, que denominaremos **Tipo A** y **Tipo B**. Mandar un paquete **Tipo B** nos cuesta 35 céntimos más que enviar un paquete tipo A.
El envío total nos cuesta 54'5 euros. ¿Cuántos paquetes enviamos de cada tipo, y cuál es el precio de cada uno de ellos?

Ejercicio 3. Sea $m(x) = x^7 + x^6 + x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$ y $q(x) = x^5 + 2x^4 + 2x^3 + x + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$.

1. Calcula $\text{mcd}(m(x), q(x))$.
2. Factoriza $m(x)$ como producto de irreducibles.
3. En $\mathbb{Z}_3[x]_{m(x)}$ calcula, si es posible, $(x^4 + 1) \cdot (2x^3 + x^2 + x + 1)^{-1}$.