

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

5 de Noviembre de 2019

Alumno: _____ D.N.I.: _____ Grupo F

Ejercicio 1. Sean $x = 3210_4$, $y = 135_8$. Calcula la expresión en hexadecimal de $x + 2y$, xy y $x - y$ (no se puede realizar ningún cálculo en base 10).

Ejercicio 2. De un número natural x sabemos que:

- Si le restamos 3 es múltiplo de 8 y de 14.
- Su triple da resto 12 al dividirlo por 13.
- Si le sumamos 1, la suma de sus cifras vale 4.
- Es menor que 8000.

¿Cuál es el número x ?

Ejercicio 3. Dada la ecuación diofántica $37x - 29y = 11$, se pide:

1. ¿Cuántas soluciones tiene en las que x está comprendido entre 0 y 10000?
2. ¿En cuántas de ellas, además, y está también entre 0 y 10000?
3. Y, ¿en cuántas de ellas x es múltiplo de 5?

Ejercicio 4. Sea $A = \mathbb{Z}_3[x]_{x^3+2x^2+x+2}$.

1. ¿Cuántos elementos tiene A ?
2. ¿Es A un cuerpo?
3. Calcula en A , si es posible, $(x^2 + x + 1)(2x^2 + x + 2)$ y $(2x^2 + x + 1)^{-1}$.
4. Encuentra, si es posible, un elemento $\alpha \in A$ tal que

$$(\alpha + x^2)(2x + 2) = \alpha(x + 2)^2.$$

Ejercicio 5. Sea $m(x) = x^7 + x^6 + x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$ y $q(x) = x^5 + 2x^4 + 2x^3 + x + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$.

1. Calcula $\text{mcd}(m(x), q(x))$.
2. Factoriza $m(x)$ como producto de irreducibles.