

# ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

24 de Enero de 2018

Alumno: \_\_\_\_\_ D.N.I.: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Ejercicio 1.** A cada uno de los 37 niños de una clase queremos llevarle un pequeño regalo. Vamos a una tienda de juguetes para comprarlos y encontramos dos tipos de juegos que vemos adecuados para regalar y con un precio acorde a nuestro presupuesto. Uno de ellos es ligeramente más caro, concretamente 95 céntimos más. La compra total nos sale por 205,9 euros. ¿Podrías determinar el precio de cada uno de los juegos y cuántos compramos de cada tipo?

**Ejercicio 2.** Sea  $b$  un número natural mayor que 1, sea  $x$  el número cuya representación en base  $b$  es 48 e  $y$  el número cuya representación en base  $b$  es 72. Si la representación de  $x \cdot y$  en base  $b$  es 2010, ¿cuánto vale  $b$ ,  $x$  e  $y$ ?

**Ejercicio 3.** Da un cuerpo con 32 elementos, y calcula en él el inverso de  $x^2$ .

**Ejercicio 4.** Sea  $X$  el conjunto de números naturales menores que 100000.

1. ¿Cuántos elementos de  $X$  hay que no tengan dos cifras iguales?
2. ¿Cuántos elementos de  $X$  hay cuyas cifras sumen 13?

**Ejercicio 5.** Dado el sistema de ecuaciones con coeficientes en  $\mathbb{Z}_3$ :

$$\begin{cases} x & & + & az & = & 2a \\ x & + & y & + & (a+2)z & = & a+2 \\ & & 2y & + & az & = & 2a \\ 2x & + & y & + & (a+1)z & = & 1 \end{cases}$$

Estudia para que valores del parámetro  $a$  es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

**Ejercicio 6.** Demuestra que si  $A$  es una matriz cuadrada tal que  $A^2 = 0$ , entonces  $Id - A$  es regular.

**Ejercicio 7.** Sean  $B_1 = \{(2, 3, 4), (3, 3, 0), (2, 4, 0)\}$  y  $B_2 = \{(1, 1, 1), (0, 2, 1), (3, 1, 4)\}$  dos bases de  $(\mathbb{Z}_5)^3$ .

Calcula la matriz del cambio de base de  $B_1$  a  $B_2$ .

**Ejercicio 8.** Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la aplicación lineal dada por  $f(x, y, z) = (y - z, -x + y, x + y - 2z)$ .

1. Calcula una base de  $N(f)$ .
2. Calcula las ecuaciones cartesianas de  $Im(f)$ .
3. Calcula una base de  $N(f) \cap Im(f)$ .
4. Sea  $B = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$ . Calcula  $M_B(f)$ .

**Ejercicio 9.** Sea  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{47})$ .

1. Estudia si  $A$  es diagonalizable, y en caso afirmativo, encuentra  $P \in M_2(\mathbb{Z}_{47})$ , regular, tal que  $P^{-1}AP$  sea una matriz diagonal.
2. Calcula  $A^{48}$ .