

# **Tema1-Urbano.pdf**



**Anónimo**



**Lógica y Métodos Discretos**



**1º Grado en Ingeniería Informática**



**Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de  
Telecomunicación  
Universidad de Granada**



### SORTEO 1



2 Camisetas  
2 Bufandas  
1 Balón RBB

### SORTEO 3



2 Camisetas  
2 Bufandas  
Autógrafos jugadores

### SORTEO 2



2 Camisetas  
2 Bufandas  
1 Balón RBB

### SORTEO 4



2 Camisetas COOSUR RBB  
2 Packs 'SOY BÉTICO'  
Autógrafos jugadores

# (MD) Tema 1.

Algebra de Boole  $\Rightarrow$  Conjunto  $A$  tiene estructura de  $A, B$  si:

en  $A$  hay dos operaciones binarias,  $A \times A \rightarrow A$  = opp. binaria

$\rightarrow$  Por lo que hay definida una operación monaria sobre  $A$

$$A \rightarrow A$$

$\rightarrow$  Hay dos elementos  $0, 1 \in A$

$\rightarrow$  Operación  $\circ, \wedge, \vee$  (supremo o suma booleana)

$$A \times A \rightarrow A$$

$$(a_1, a_2) \rightarrow a_1 \vee a_2$$

$\rightarrow$  opp.  $\circ, \wedge, \vee$  (infimo o producto booleano)

$$A \times A \rightarrow A$$

$$(a_1, a_2) \rightarrow a_1 \wedge a_2$$

$\rightarrow$  Complementarios

$$A \rightarrow A$$

$$a \rightarrow \bar{a}$$

Para que  $A$  forme de cumplir esta estructura se tienen que cumplir las siguientes axiomas:

1.- Comutativa

$$- a \vee a_2 = a_2 \vee a \quad - a_1 \wedge a_2 = a_2 \wedge a_1$$

2.- Asociativa

$$\forall x, y, z \in A$$

$$- x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z \quad - x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$$

3.- Distributiva

$$a \neq x, y, z \in A$$

$$- x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

$$- x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

#### 4.- Elementos neutros

$$\neg \underline{a \vee 0 = a}$$

Neutral para  
suma booleana

$$\neg (\underline{a \wedge 1 = a})$$

Neutral para  
producto booleano

#### 5.- Complementario

$$- a \vee \bar{a} = 1 \quad - a \wedge \bar{a} = 0$$

→ Para una estructura de A,B se cumple el principio de dualidad que resulta de intercambiar la suma, b, por el producto booleano y 0 → 1.

→ Consecuencias de una estructura de A,B

#### 6.- Idempotencia

$$- a \vee a = a \quad - a \wedge a = a$$

¿Porque?  $\neg a \vee a = a \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a \vee a = \cancel{\text{Resaltado de la tesis}} \quad \stackrel{S.}{\Leftrightarrow} a \vee a =$$

$$\Leftrightarrow a \vee a = (a \vee a) \wedge 1 \stackrel{S.}{\Leftrightarrow} a \vee a = (a \vee a) \wedge (a \vee \bar{a}) \Leftrightarrow$$

$$\stackrel{3.}{\Leftrightarrow} a \vee \cancel{(a \wedge \bar{a})} \stackrel{S.}{\Leftrightarrow} a \vee \cancel{a} \stackrel{4.}{\Leftrightarrow} \boxed{a = a \vee a}$$

#### 7.- Absorción

$$- a \vee (a \wedge b) = a$$

→ Demostración lógica

$$- a \wedge \cancel{(a \vee b)} = a$$

#### 8.- Características complementarias

$$\begin{aligned} - a \vee b &= 1 \\ - a \wedge b &= 0 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{a} = b \\ \bar{b} = a \end{array} \right.$$

#### 9.- Identidad (dominancia)

$$- a \wedge 0 = 0$$

$$- a \vee 1 = 1$$

- 12º - Doble complementario:  $\neg(\neg a) = a$
- 13º - Complemento:  $\neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y$

$$x \vee y = x \vee z \quad \left\{ \begin{array}{l} y = z \\ \neg x \wedge y = \neg x \wedge z \end{array} \right.$$

$$14º - x \vee (\neg x \wedge y) = x \vee y \Rightarrow (\neg x \vee \neg x) \wedge (x \vee y) = \neg x \wedge (x \vee y) = x \vee y$$

1.3. - De Morgan

$$\neg(x \vee y) = \neg x \wedge \neg y \quad \neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y$$

~~ANNAANNA~~

### Ejemplos

1: Sea  $B = \{0, 1\}$ . Este conjunto tiene estructura de Bool. Tablas de  $\vee$  y  $\wedge$

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\neg$	0	1
0	1	0
1	0	1

$$\bar{0} = 1$$

$$\bar{1} = 0$$

2 - Teniendo el conjunto

Tiene estructura de álgebra de Boole. Suma y producto booleanos

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \vee (y_1, y_2, \dots, y_n) = (x_1 \vee y_1), (x_2 \vee y_2), \dots$$

$$0 = (0, 0, \dots, 0)$$

$$1 = (1, 1, \dots, 1)$$

$$(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) = \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$$

Comprobemos ahora sus axiomas, no podemos justificar que tenga se cumple el principio de dualidad, no sabemos si es estructura.

Ej:

$$\text{IB}^3 \Rightarrow (0,1,0) \vee (1,1,0) = (1,1,0)$$

$$(1,1,0) \wedge (1,0,1) = (1,0,0)$$

3. Sea  $\mathbb{X}$  un conjunto  $\mathbb{I} = \mathbb{X} \setminus \emptyset$ .  
 $P(\mathbb{X})$ , dados  $A, B \in P(\mathbb{X})$ , podemos definir

$$A \vee B = A \cup B$$

$$A \wedge B = A \cap B$$

$$\bar{A} = \begin{cases} \mathbb{X} \setminus A \\ \emptyset \end{cases}$$

Para ser estructura de  $A, B$

$$\emptyset = \emptyset$$

$$1 = \mathbb{X}$$

Si tienen que cumplir las acciones para la de Union e intersección  
 $\rightarrow$  Orden implícito en un álgebra de Boole

Si tenemos un  $A, B$ :

$$a \vee b = b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

$$a \vee b = b \Leftrightarrow a \vee b = b \vee (b \wedge a) = a \vee b = b$$

$$a \wedge b = a \wedge (a \vee b) = a$$

# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



Relaciones binarias

$$a R b \Leftrightarrow a \vee b = b$$

Se cumple que:

- Reflexiva: si  $a \in A \Rightarrow a R a$  aviva  
+ de potencia

- Antisimétrica: si  $a R b$  y  $b R c \Rightarrow a = b$

$$a R b \Leftrightarrow a \vee b = b \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow a = b \\ \Rightarrow a \vee b = a \end{array} \right. \Rightarrow \text{propiedad comutativa}$$

$$b R c \Leftrightarrow b \vee c = c \quad \left\{ \begin{array}{l} a R c \Leftrightarrow a \vee c = c \\ \text{comutativa} \end{array} \right.$$

- Transitiva: si  $a R b$  y  $b R c \Rightarrow a R c$

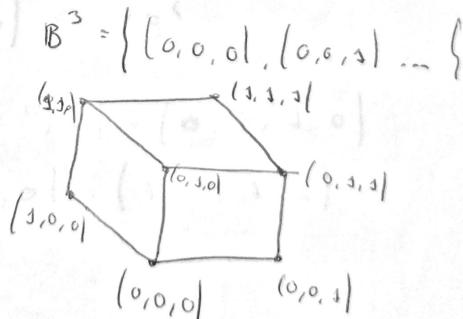
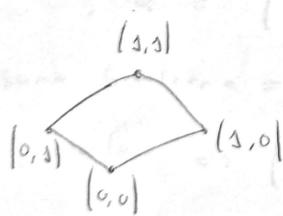
$$\Rightarrow a R b \Leftrightarrow a \vee b = b$$

$$b R c \Leftrightarrow b \vee c = c \quad \left\{ \begin{array}{l} a R c \Leftrightarrow a \vee c = c \\ \text{comutativa} \end{array} \right.$$

$$a \vee c = a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c = b \vee c = c$$

Diagrama de Hasse

$$B^2 \rightarrow B^3 = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$$



WUOLAH

→ Dos álgebras de Boole son isomórficas (mismo formal) si  
+ existe  $A_1 \rightarrow A_2$  app. biyectiva que:

$$\left. \begin{array}{l} - f(a \vee b) = f(a) \vee f(b) \\ - f(a \wedge b) = f(a) \wedge f(b) \\ - f(\bar{a}) = \overline{f(a)} \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 \cong A_2$$

Son isomórficas si sus diagramas de Hasse coinciden.

3

Cuando  $\in$  isomorfismo  $\Rightarrow f(0) = 0$  y  $f(1) = 1$

entonces

$$a \wedge \bar{a} = 0 \Rightarrow f(a \wedge \bar{a}) = f(0) \Leftrightarrow f(a) \wedge f(\bar{a}) = 0 = f(a) \wedge \overline{f(a)}$$

$\Rightarrow$  se tiene que cumplir que:

$$\begin{array}{c} f((1,0) \vee (0,1)) = f((1,0) \vee f(0,1)) \\ \parallel \\ f(1,1) = f(1) \vee f(0) \end{array}$$
$$\begin{array}{c} f(0,0) \\ \parallel \\ f(0,0) \end{array}$$

Se cumple el principio de dualidad

→ Representación de Elementos en D.B.  $XNOR = \bar{A} \wedge \bar{B} \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$

Sea  $(\Delta, \vee, \wedge, \neg)$  álgebra de Boole, docímos que

- $a \in \Delta$ , es un ó-tono si  $a \neq 0$  y  $a \neq 1$   $\forall b \in \Delta$

Ó-tonos en  $\{B\}^3 \Rightarrow$  Respuesta del

- coótano

en  $\{B\}^3$  es  $\{0, 1, 1\}$  y  $\in \{B\}^3$

Complementarios del ó-tono

$$P(\Delta) = \{a\} \Rightarrow \text{ó-tono}$$

$$\Delta \setminus \{a\} = \text{coótano}$$

→ Teorema de Representación

• Todo ~~coótano~~ elemento  $\Delta \neq 0, 1$  se representa como suma booleana

• todo elemento de  $\Delta \neq 1$ , se representa como producto booleano

$$\{B\}^4 \quad \alpha = (1, 0, 1, 0) \in \{B\}^4$$

$$\begin{aligned} \text{suma booleana} &= (1, 0, 0, 0) \vee (0, 0, 1, 0) \\ \text{producto} &= (1, 1, 1, 0) \wedge (1, 0, 1, 0) \end{aligned}$$

$$P(X) = \{a, b, c, d\}$$

$$A = \{b, c\} \in P(X)$$

$$\Rightarrow \text{suma} \Rightarrow A = \{b\} \cup \{c\} \Rightarrow 4b \cup \{c\}$$

$$\Rightarrow \text{producto} \stackrel{\text{intersección}}{=} \Delta = \{a, b, c\} \cap \{b, c, d\} \Rightarrow \{a, b, c\} \cap \{b, c, d\}$$

$$\Delta \cong P(\{a_1, \dots, a_n\})$$

$$\Rightarrow \mu^* \text{ de } \text{áctimo} \Leftrightarrow z \quad \# \Delta = |\Delta|$$

$$\Delta_1 \cong \Delta_2 \Leftrightarrow n_1 = n_2$$

→ Funciones Booleanas

Una función es una APP:  $f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Prioridad  $\Rightarrow$  producto

Para  $\{0, 1\}^n$  utilizar  $(\wedge, \vee, \neg, -)$ , para  $\{0, 1\}$  utilizar suma, producto

$$f \cdot (f \vee g)(a_1 \dots a_n) = f(a_1 \dots a_n) + g(a_1 \dots a_n)$$

$$f \cdot 0 = 0$$

$$f \cdot 1 = 1$$

Sabemos que  $f \leq g \Leftrightarrow f \vee g = g$   
¿Se cumple?  $\forall a \Rightarrow f(a, 0) \leq g(a, 0)$

$$f \leq g \Rightarrow f(a, 0) \leq g(a, 0)$$

Los cífonos aparecen en  $\{0, 1\}$  son aquellas funciones en la que solo

cífonos.

$$|\{F_n\}| = k^{2^n}$$

$$f \vee g = s \text{ coincide}$$

# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



## → Expresiones Booleanas

Se define mediante una app de un n° finito de las reglas siguientes:

1)  $x$  y  $a$  son expresiones booleanas

2)  $x_i$  es una  $x$ ,

3)  $f_1 + f_2 \rightarrow f_3 + f_4$  también

→ Un literal es una variable

→ Minterminos  $\Rightarrow$  complementarios son 0, de normal son 1.

( $n=3$ )  $x_1, x_2, x_3 \Rightarrow x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 = (1, 0, 0)$

El resto son ceros

→ Maxterminos; de normal vale 0, complementario vale 1

( $n=3$ )

$$x_1 + \bar{x}_2 + x_3 \Rightarrow (0, 1, 0)$$

→ Podemos aplicar el Teorema de Representación

(1) Todo función se puede representar como suma de minterminos (FND)

(2) Todo función se puede representar como producto de maxterminos (FNC)

Descúbrelas todas  
en soybético.com  
#SoyBético



RealBetisBalompié

WUOLAH

Ej:	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
	0	0	0	0
	0	0	1	Δ
	0	1	0	0
	0	1	1	0
	1	0	0	Δ
	1	0	1	0
	1	1	0	Δ
	1	1	1	0

bínterminos

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) \\ + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) \\ (\text{FND})$$

Ej: ~~X~~ 27

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot x_2 + \bar{x}_3$$

② Si: obtenemos ( $\leftarrow$  FND  $\Rightarrow$   $\overline{x_1 \cdot x_2} \Rightarrow f(x_1, x_2)$ )

con bintérminos  
normal = 0

$$\bar{x}_3 \Rightarrow f(x_1, x_2, \bar{x}_3)$$

$$x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot x_2 \cdot 1 = x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + \bar{x}_3) = \\ = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3)$$

$$\bar{x}_3 = 1 \cdot 1 \cdot \bar{x}_3 = (x_1 + \bar{x}_1) \cdot (x_2 + \bar{x}_2) \cdot \bar{x}_3 \quad \text{Dopos } 1 \cdot 1 \cdot 2$$

$$= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3)$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) \\ + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3)$$

Obtenemos la FNC de la anterior  $f(x_1, x_2, x_3)$

$$= x_1 \cdot x_2 + x_3 \quad \times \text{Distributiva}$$

$$\Rightarrow \bar{x}_3 + x_3 \cdot x_2 = (\bar{x}_3 + x_3) \cdot (\bar{x}_3 + x_2) \quad \begin{matrix} x_3 \vee x_2 \\ (x_3 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_2) \end{matrix}$$

$$\bar{x}_3 + x_3 = \bar{x}_3 + x_3 + (x_2 \cdot \bar{x}_2) = (\bar{x}_3 + x_3 + x_2) \cdot (\bar{x}_3 + x_3 + \bar{x}_2)$$

$$x_3 + x_2 = \bar{x}_3 + x_2 + 0 = \bar{x}_3 + x_2 + (x_3 \cdot \bar{x}_3) =$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_3 + x_2 + x_3) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_3) \quad \text{ordenar los } x$$

De la forma normal Disjuntiva podemos sacar la FNC

$$(FND) \Rightarrow \left( \begin{array}{l} (1, 1, 1)_2 \\ (1, 1, 0)_2 \\ (1, 0, 0)_2 \\ (0, 1, 0)_2 \\ (0, 0, 0)_2 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \{ 0 \text{ personas o decimal cedas} \\ \text{número} \} \\ 7 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \{ \text{los ministras los romana} \\ \text{con un minusculo} \} \\ f(x_1, x_2, x_3) = M_1 \sim m_0 \\ + m_4 + m_2 \\ + m_0 \end{array}$$

$$= \sum m(0, 2, 4, 6, 7)$$

FND abreviada

$$f(x_1, x_2, x_3) = \prod M(1, 3, 5)$$

FNC abreviada

→ Minimización de funciones Booleanas

• Encuentren una expresión booleana lo más sencilla posible con literales

• Utilizan Karnaugh ( $n \leq 5$ )

Cada casilla representa un número en binario decimal

$n = 2$

00 01 10 11

$x_1$	$x_2$	0	1
0	0	0	0
1	0	1	1

$$f(x_1, x_2) = \sum m(2, 3)$$

$x_1$	$x_2$	0	1
0	0	0	0
1	0	1	1

$n = 3$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	00	01	11	10
0	0	0	0	1	3	2
1	0	0	4	5	7	6

Pon los 1 en binarios  
y pon los 0

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(4, 5, 3, 2)$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	00	01	11	10
0	0	0	0	1	3	2
1	0	0	4	5	7	6

$n = 4$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	00	01	11	10
00	0	0	0	0	1	3	2
01	0	1	0	4	5	7	6

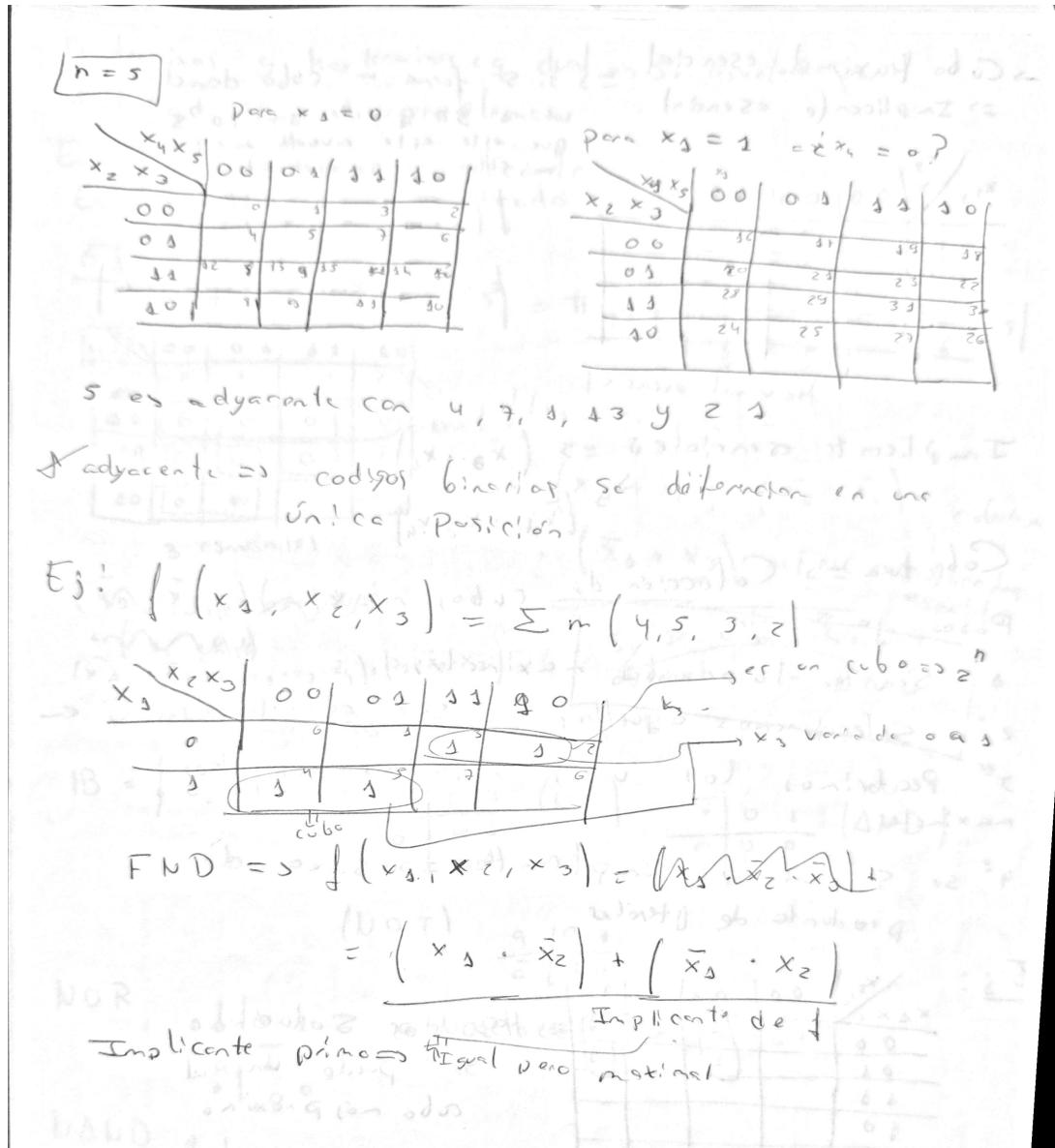
# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



Estud

Compra Wu



→ Cubo maximal esencial

⇒ Implicante esencial

$x_3 \cdot x_4$	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

Maximal esencial

⇒ si se forma un cubo donde un & se queda suelto si que este esté envuelto en otro un cubo ⇒ es esencial

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$

$$= (\bar{x}_3 \cdot x_4) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_4)$$

Implícante esenciales  $\Rightarrow (\bar{x}_3 \cdot x_4)$

$$\Rightarrow (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_4)$$

Cobertura  $\Rightarrow$  Colección de cubos máximales  
Pasos a seguir

1º Señalar los cubos máximales.

2º Seleccionar los que sean esenciales

3º Recubrirlos los vaor restantes con otros máximales.

4º se suman los implicantes  $\Rightarrow$  suma de producto de literales

Ej:

$x_3 \cdot x_4$	00	01	11	10
$x_1 \cdot x_2$	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

⇒ Hay dos soluciones  
Se puede unir al cubo más proximo

Minterminos y maxterminos es dual  $\Rightarrow$  se resuelven por dualidad los dos problemas

En minterminos  $\Rightarrow$  implícito

En maxterminos  $\Rightarrow$  implícito

Ej:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \prod M(4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 15)$$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	0

3 esenciales

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \\ &= (x_1 + \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_4) \cdot (\bar{x}_3 + x_3) \end{aligned}$$

Sí se complementan obtenidas la FND

trinomial ( $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ )

$$(\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3)$$

$\rightarrow$  Puertas Lógicas

$$IB = \{0, 1\}$$

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \text{ (OR)}$$

$$\begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \text{ (AND)}$$

(NOT)

$$\begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline \bar{a} & 1 \end{array}$$

NOR

$$\begin{array}{c|cc} \vee & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\approx \text{NOR } b = \overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

NAND

$$\begin{array}{c|cc} \wedge & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\approx \text{NAND } b = \overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$$

XOR

$$\begin{array}{c|cc} \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Cuando  $a \neq b \Rightarrow 1$   
 $a = b \Rightarrow 0$

suma en

Z<sub>2</sub>

$x \oplus x = 0$

$$x \cdot x = x$$

$$x \oplus y = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$$

plantilla  
el producto

$$XNOR \Leftrightarrow XNOR 6 = a \oplus b = a \Leftrightarrow b$$

$\leftrightarrow$	0	1
0	1	0
1	0	1

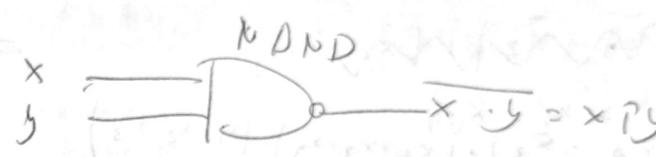
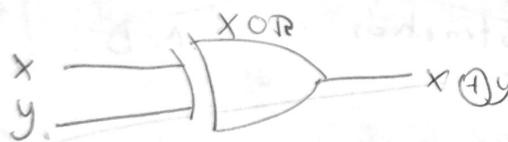
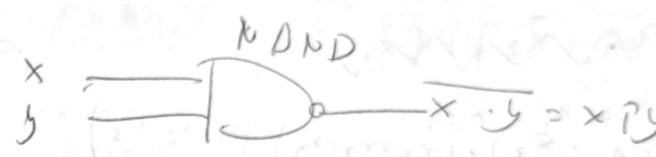
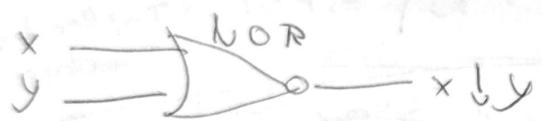
$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si } a = b \\ 0 \text{ si } a \neq b \end{array} \right.$$

Implicación:

$$a \rightarrow b = \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ si } a = 1, b = 0 \\ 1 \text{ en otro caso} \end{array} \right.$$

$\rightarrow$	0	1
0	1	1
1	0	0

OR



→ Conjunto funcionalmente completo de operadores Booleanos,

⇒ Si se puede expresar cualquier función booleana utilizando estas variables

Ejemplo:  $\{+, \cdot, \bar{\cdot}\} \Rightarrow$  Conjunto funcionalmente completo

$$\exists f(x) = 0 \Rightarrow f_0(x) = x \cdot \bar{x}$$

S:  $f \neq f_0 \Rightarrow$  Minterminos

$\Rightarrow \{\cdot, \bar{\cdot}\} \Rightarrow$  Función completa

el es igual que  $\{+, \bar{\cdot}\}$

XNAND es funcionalmente completo  $\{\bar{\cdot}\}$

# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



→ Polinomio de Galois

$$\{ \begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array} \} \quad \text{tautología}$$

$$x \oplus y \Leftrightarrow (\bar{x} \odot y)$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

Para hacer transformaciones en este polinomio tenemos los siguientes procedimientos:

$$\rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 1 \oplus x \\ x + y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y) \end{cases}$$

Ejemplo:

$$f(x, y, z) = \overbrace{x \cdot \bar{y} \cdot z}^{\times} + (\bar{x} + \bar{z})$$

④ Al realizar algunas transformaciones se suele reduplicar.

$$\Leftrightarrow (x \bar{y} z \oplus (\bar{x} + \bar{z})) \oplus (x \bar{y} z \cdot (\bar{x} + \bar{z})) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \bar{y} z \oplus (\bar{x} \oplus \bar{z} \oplus x \cdot y \bar{z})) \oplus ((x \bar{y} z \cdot (\bar{x} + \bar{z} + \bar{x} \cdot y \bar{z})))$$

$$\Leftrightarrow ((x \cdot z) \cdot (1 \oplus y)) \oplus ((1 \oplus x) \oplus (1 \oplus z) \oplus (1 \oplus x) \oplus ((1 \oplus z) \oplus (x \cdot z) \cdot (\bar{x} + \bar{z} + \bar{x} \cdot y \bar{z})))$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot z) \oplus (x \bar{y} z) \oplus (1 \oplus x) \oplus (1 \oplus z) \oplus (1 \oplus z) \oplus (x \bar{y} z \cdot (1 \oplus x))$$

$$\Leftrightarrow x \bar{y} z \oplus 1$$

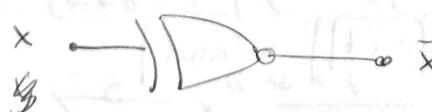
x	y	$x \oplus y$	$x \cdot y$	$(x \oplus y) \oplus (x \cdot y)$
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0

$$\bar{x} = 1 \oplus x$$

x	1	$1 \oplus x$
0	1	0
1	0	1

x	1	$1 \oplus x$
0	1	0
1	0	1

Gráfico:



$$x \cdot (1 \oplus y) \cdot z = x \bar{y} z$$

$$\begin{aligned} & (1 \oplus x) \cdot (1 \oplus z) = \\ & = 1 \oplus z \end{aligned}$$

Ejemplo: Sea  $f: (\mathbb{B}_z)^3 \rightarrow \mathbb{B}_z$ ,  $f(x, y, z) = (x \wedge z) \vee (y \oplus z)$

Para a Gödel Kise

Vamos dada  $\varphi$ ,  $\{\wedge, \oplus, \cdot\}$

$$\bar{x} = \varphi \oplus x \quad x + y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y)$$

$$f(x, y, z) = \overbrace{(x \cdot z)}^x + \overbrace{(y \oplus z)}^z$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot z \oplus (y \oplus z)) \oplus ((x \cdot z) \cdot (y \oplus z)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\underbrace{x \cdot (\wedge \oplus z)}_{\wedge} \oplus (\wedge \oplus (y \oplus z))) \oplus ((x \cdot (\wedge \oplus z)) \cdot (\wedge \oplus (y \oplus z)))$$

•  $(\wedge \oplus (y \oplus z))$  ¿Se puede simplificar?

Fin de la

### Ejercicios

① Demuestra las siguientes identidades:

$$a) (\bar{a} \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})) \wedge \bar{b} = \bar{b}$$

$$\Leftrightarrow (\bar{a} \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})) \wedge \bar{b} \Leftrightarrow ((\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge \bar{c}) \wedge \bar{b}$$

$$\Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee ((\bar{b} \wedge \bar{c}) \wedge \bar{b}) \Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee ((\bar{b} \wedge \bar{c}) \wedge \bar{b})$$

$$\Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee \bar{b} \Leftrightarrow \boxed{\bar{b}} = \text{ver Brunn}$$

$$b) a \vee b \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) = a \vee b \quad c = (a \vee b)$$

$$\Leftrightarrow (a \vee b) \vee (c \wedge (a \vee b)) \Leftrightarrow \boxed{c \wedge (a \vee b)} \vee (a \vee b)$$

en el cuadro se explica el desarrollo

•  $\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c}$

$$6) \overline{a+b} \vee (\overline{a} \wedge c) \vee (\overline{b} \wedge c) = \overline{a \vee b}$$

$$(x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z) + (y \cdot z) = \overline{x \cdot y + \bar{x} \cdot z + y \cdot z}$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z) + (\bar{z} \cdot y \cdot z)$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z) + ((x + \bar{x}) \cdot y \cdot z) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z) + (x \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot y \cdot z)$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) + (x \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot z) + (\bar{x} \cdot y \cdot z)$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot z \cdot z) + (\bar{x} \cdot y \cdot z)$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) \cdot \overline{(z+z)} + (\bar{x} \cdot z) \cdot \overline{(z+y)}$$

$$\Leftrightarrow [(x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z)]$$

$$6) (\overline{a \vee b}) \vee ((\overline{a} \wedge c) \vee (\overline{b} \wedge c)) = \overline{a \vee b}$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a+b}) + (\overline{a} \cdot c) + (\overline{b} \cdot c) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a+b}) + (\overline{a} \cdot c) + (\overline{b} \cdot c) \Leftrightarrow (\overline{a+b}) + (\overline{a} \cdot c) + ((\overline{a+b}) \cdot \overline{b} \cdot c)$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a+b}) + (\overline{a} \cdot c) + (\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c) + (\overline{b} \cdot \overline{b} \cdot c)$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a+b}) + (\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c) + (\overline{a} \cdot c) + (\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a \vee b}) \vee (\overline{a \vee b}) \wedge c \Leftrightarrow (\overline{a+b}) + ((\overline{a} \cdot c) + (\overline{b} \cdot c))$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a+b}) + ((\overline{a} \cdot c) + c) \wedge ((\overline{a} \cdot c) + \overline{b}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c \cdot (\overline{b} \wedge \overline{a} + (\overline{a} \cdot c)) \Leftrightarrow c \cdot \overline{b} + c(\overline{a} \cdot c) = c \overline{b} + c =$$

$$= c(\overline{a+b}) = \overline{c} + \overline{a+b} = \text{doble cosa}$$

- ⑥ b)  $a \vee b \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) = a \vee b$
- $$\Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (\neg(a \vee b) \Rightarrow s(a \vee b \vee c) \wedge (\neg(a \vee b) \wedge c))$$
- $$\Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee \text{Minimal}) \Leftrightarrow \neg \wedge (a \vee b \vee \neg a \neg c)$$
- ~~$\Leftrightarrow \neg \wedge (a \vee b \vee \neg a \neg c)$~~
- $$\Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee \neg c)$$
- $$\Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (c \vee \neg c \vee \neg \neg c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge \underline{\frac{c \vee \neg c}{1}}$$
- $$\Leftrightarrow \boxed{a \vee b}$$
- c)  $a \vee b = a \vee (\neg a \wedge b)$
- $$\Leftrightarrow x \vee (\neg x \wedge y) \Leftrightarrow (x \vee \neg x) \wedge (x \vee y)$$
- $$\Leftrightarrow 1 \wedge (a \vee b) \Leftrightarrow \boxed{a \vee b}$$
- d)  $a \wedge b = a \wedge (\neg a \vee b)$
- $$\Leftrightarrow (a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b) \Leftrightarrow 0 \vee (a \wedge b) \Leftrightarrow \boxed{a \wedge b}$$
- e)  $(a \vee b) \wedge (a \vee \neg b) = a$
- $$\Leftrightarrow a \vee (b \wedge \neg b) \Leftrightarrow a \vee 0 \Leftrightarrow a$$
- f)  $\overline{a \vee (b \wedge c)} = (\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge \neg c)$
- $$\Leftrightarrow \neg a \wedge (\neg b \vee \neg c) \Leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge \neg c)$$

# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



⑥  $\neg b \wedge (\bar{a} \wedge b \wedge c) = (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c)$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})) \wedge (\bar{a} \vee b)$

9)  $(a \wedge (b \vee c)) \vee (\bar{a} \wedge b) = \bar{b} \wedge (\bar{a} \vee \bar{c})$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})) \wedge (\bar{a} \vee b) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee b)$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee b) \Leftrightarrow \boxed{\bar{b} \wedge (\bar{a} \vee \bar{c})}$

h)  $(a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge c) \vee (\bar{b} \wedge c) = (a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge c)$

$\Leftrightarrow (a \wedge b) \vee \cancel{(\bar{a} \wedge c)}$

$\Leftrightarrow \cancel{(a \wedge b)} + \cancel{(\bar{a} \wedge c)} + (\bar{a} \wedge c)$

$\Leftrightarrow \cancel{a} \wedge \cancel{b} + \cancel{a} \wedge c + \bar{a} \wedge c$

$\Leftrightarrow \cancel{a} \wedge \cancel{b} + \cancel{a} \wedge c + \bar{a} \wedge c$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c)$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c})$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c)$

$\Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c) \Leftrightarrow \boxed{(\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c)}$



$$i) (a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) = 1$$

$$\Leftrightarrow a \vee \bar{a} \Leftrightarrow 1$$

7)  $a \vee b = b \Rightarrow$  lo suponemos y sustituimos

$$\Leftrightarrow a \wedge b = a \wedge (a \vee b) = [a]$$

$$(ii) a \wedge b = a \Rightarrow$$
 lo suponemos

$$\Leftrightarrow a \vee b = \text{any (or all)} (a \wedge b) \vee b = [b]$$

$$3) \bar{a} \vee b = 1$$

$$\Rightarrow \text{Suponemos que } \bar{a} \vee b = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{a} \wedge b = 0 \\ b = a \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \bar{a} \vee b \Leftrightarrow \bar{a} \vee a = 1 \quad \text{por la propiedad dual}$$

$$4) a \wedge \bar{b} = 0$$

por la propiedad dual

$$\Rightarrow \text{Suponemos } \left\{ \begin{array}{l} a \wedge \bar{b} = 0 \\ a \vee \bar{b} = 1 \end{array} \right. \quad \text{entonces } a = b$$

$$\Rightarrow b \wedge \bar{b} = 0$$

④ c) Comprobar que en  $(\Delta_0, \vee, \wedge, \neg)$  ...  $(\Delta_1, \vee, \wedge, \neg)$   
 $\circ \otimes \circ$  sea  $(0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$

Sabemos que  $a \wedge \bar{a} = 0$

$$\Rightarrow f(a \wedge \bar{a}) = f(0) \Leftrightarrow f(a) \wedge f(\bar{a})$$

$$\Leftrightarrow 0 = \underline{f(a) \wedge f(\bar{a})}$$

Sabemos que  $a \vee \bar{a} = 1$

$$\Rightarrow f(a \vee \bar{a}) = f(1) \Leftrightarrow f(a) \vee f(\bar{a})$$

$$\Leftrightarrow 1 = \underline{f(a) \vee f(\bar{a})}$$

6) Orden Implicado

Sac  $(\Delta_0, \vee, \wedge, \neg)$  ...  $(\Delta_1, \vee, \wedge, \neg)$  álgebra de Boole

de Boole

$$A_0 = (\Delta_0 \vee B_1, \dots, \Delta_n \vee B_n)$$

$$(\Delta_0 \wedge \neg B_1, \dots, \Delta_n \wedge \neg B_n)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_0 \vee b_1 = b_1 \\ \Delta_0 \vee B_n = B_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_0 \leq B_1 \\ \Delta_0 \leq B_n \end{cases}$$

c) átomos y coátomos

$$|B|^3 \Rightarrow (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1) = \text{átomos}$$

$$\cdot \Rightarrow (1,1,1), (1,0,1), (0,1,1) = \text{coátomos}$$

(20)

Tiene  $z^n$  isomorfismo siendo  $n$  el n.º de átomo

(21)

Funciones Booleanas

$$f: (|B_2|)^n \xrightarrow{\text{c.p.}} B_2 \rightarrow \text{Aquí } (|B_2|, +, \cdot, -)$$

Dado se utiliza  $(|B_2|, \wedge, \vee, \neg)$   $\Rightarrow$  También se puede usar  $(+, \cdot, -)$

$$|F_n| = z^n$$

$f \leq g$  No se cumple  $\Rightarrow f(1,0) \neq g(1,0)$

Hay  $z^n$  átomos y  $z^n$  coátomos

$$f(1,0) \neq g(1,0)$$

$$(1 \wedge 0, \dots, 1 \wedge 0) \neq g(1,0)$$

$$(1 \wedge 1, \dots, 1 \wedge 1) \neq g(1,0)$$

$$\begin{aligned} d &\geq c \wedge d \\ d &= c \vee d \\ d &\geq d \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} d &= c \vee d \\ d &\geq d \end{aligned} \Leftrightarrow$$

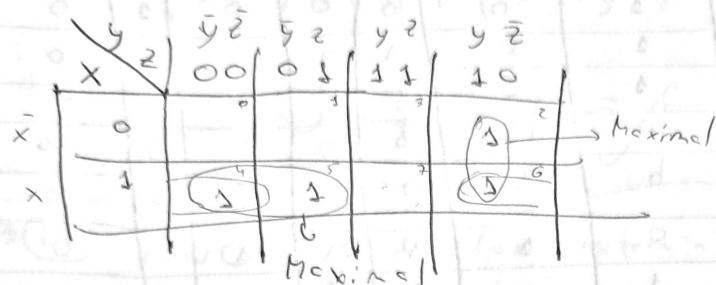
# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



(22) FND  $\Rightarrow$  Minimizar

$$f(x, y, z) = \sum m(2, 4, 5, 6)$$



$$f(x, y, z) = (y \cdot \bar{x} \bar{z}) + (x \cdot \bar{y}) \Rightarrow FND$$

$$f(x, y, z) = (\bar{x} + y \cdot \bar{z}) \cdot (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y})$$

Este es un resultado

$$\begin{aligned} & \Rightarrow (\bar{x} + y \cdot \bar{z}) \cdot x \cdot (\bar{y} + \bar{z}) = (\bar{x} \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot \bar{z}) \\ & \Rightarrow (\bar{x} \cdot \bar{y} + \bar{z}) \cdot (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \end{aligned}$$

$$= x \cdot \bar{y} + \bar{z} \cdot x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \quad //$$

$$= (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z) \quad //$$

$$= x \cdot \bar{y} \cdot (z + \bar{z}) + x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot (z + \bar{z})$$

$$= (x \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z)$$

$$\Rightarrow (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \Rightarrow \boxed{(x \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z})}$$

Descúbrelas todas  
en soybético.com  
#SoyBético

También se puede hacer por tabla.

$x$	$y$	$z$	$\bar{x}$	$y \cdot z$	$\bar{x} + y \cdot z$	$(\bar{x} + y \cdot z)$	$\bar{z}$	$x \cdot y$	$x \cdot y \cdot z$	$\bar{y}$	$x \cdot \bar{y}$
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0

$$(x \cdot y \cdot z) + (x \cdot \bar{y})$$

0	0
0	0
0	0
1	1
1	1
1	1
0	0

$$\left\{ \begin{array}{l} (x \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot z) \\ + (x \cdot y \cdot z) \end{array} \right.$$

$$f(x, y, z) = (x + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (x + y + \bar{z})$$

Esto es FNC

$x$	$y$	$z$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$x \cdot y \cdot z$	$x \cdot \bar{y} \cdot z$	$x \cdot y \cdot \bar{z}$	$\bar{x} \cdot y \cdot z$	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$	$\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \prod_{i=1}^3 (z_i, 3, 4) \\ f(x, y, z) &= \sum_{i=1}^3 (0, 1, 5, 6, 7) \\ \Rightarrow & (x \cdot \bar{y}) + (\bar{y} \cdot z) \\ & + (x \cdot y) \Rightarrow \text{FND} \end{aligned}$$

$$\text{1) } f(x, y, z) = (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + y + z)(x + \bar{y} + \bar{z})$$

$$\Rightarrow (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot z)$$

$$\Rightarrow (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (\bar{z} \cdot \bar{x})$$

23) FNC  $\Rightarrow$  C de los máximos  $\Rightarrow$  la normal

$$f(x, y, z) = \prod M(x, y, z)$$

	$x$	$y$	$z$
0	00	01	11
0	10	00	10
1	01	10	00

$$\Rightarrow f(x, y, z) =$$

$$= (\bar{x} + y + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot$$

$$\cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})$$

$$6) f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y + z) \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y})$$

$$\Rightarrow (x \cdot y + \bar{z} \cdot x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y}) =$$

$$= (\underbrace{x \cdot y \cdot \bar{z}}_{(y \cdot y)} + \underbrace{(x \cdot \bar{y})}_{(z \cdot \bar{z})}) +$$

$$= \underbrace{\overbrace{(x+0+0)}^{(y \cdot y)} \cdot \overbrace{(y+0+0)}^{(z \cdot \bar{z})} \cdot \overbrace{(0+0+\bar{z})}^{(x \cdot \bar{z})}}$$

$$= (\overbrace{x+0+0}^{(x+0+0)} + \overbrace{0+\bar{y}+0}^{(0+\bar{y}+0)}) =$$

$$= (\bar{x} + y + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + \bar{y} + z)$$

$$= (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y}) \rightarrow \text{FNO} \rightarrow$$

$$(x \cdot y \cdot z) + (x \cdot \bar{y}) =$$

	x\bar{y}z	00	01	11	10
x	0	0	0	0	0
y	1	1	0	0	1
z	1	0	1	1	0

$$\Rightarrow FNC = f(x, y, z) = (x) \cdot (\bar{y} + \bar{z})$$

c)  $f(x, y, z) = (x \bar{y}) + (y \cdot z) + (\bar{x} z) \Rightarrow FND$

$$\Rightarrow$$

	x\bar{y}z	00	01	11	10
x	0	0	0	0	0
y	1	0	1	1	0
z	1	1	1	0	0

$$\Rightarrow (\bar{x} \cdot z) + (y \cdot z) + (x \cdot \bar{y})$$

$\Rightarrow$  Pesoeros  $\subset FNC$

$$f(x, y, z) = (\bar{y} + z) \cdot (x + z)$$

d)  $f(x, y, z) = \sum m (4, 2, 6) \Leftrightarrow \text{PII } M(0, 3, 4, 5, 7)$

$$\begin{array}{c} x\bar{y}z \\ \diagdown \\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} \Rightarrow f(x, y, z) =$$

$$0 + 1 \oplus 0 = 100$$

$$\begin{array}{r} 000 \\ 100 + 100 \\ \hline 000 \\ 000 + 111 = 111 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ (\bar{y} + z) \cdot (x + z) \\ \diagdown \\ (\bar{y} + \bar{z}) \end{array}$$

$$\text{PII } M(0, 3, 4, 5, 7) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 0^0 & 0^1 & 1^3 & 1^4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (x + y + z) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z}) \\ \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) \\ \cdot (\bar{x} + y + \bar{z}) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 0^0 \\ 0^1 \\ \hline 1^3 \\ 1^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \Rightarrow (x + y + z) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z}) = (y + z) \\ (x + y + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z}) = (\bar{x} + \bar{z}) \end{array}$$

# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



$\rightarrow (y+z) \cdot (\bar{y}+\bar{z}) \cdot (\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})$

→ Estos dos se pueden ir  
Mujer hace  
Kennough sale  
Así se puede ir mejor  
quando una variable  
Hay dos soluciones posibles

24 FND  $\rightarrow$  FNC

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) =$$

$$= \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + x_4)} \cdot (x_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_5) + x_5$$

FND

$$\Rightarrow \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4 \cdot (x_2) + (\bar{x}_3 \cdot x_5) + (x_1)$$

$$\stackrel{①}{=} \left( \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4 \right) + \left( \stackrel{②}{\bar{x}_3 \cdot x_5} \right) + \left( \stackrel{③}{x_1} \right)$$

Faltan  $x_3, x_4$

$$\stackrel{④}{=} (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4) = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4 \cdot (x_3 + \bar{x}_3) \cdot \bar{x}_5 \cdot (x_5 + \bar{x}_5)$$

$$= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)$$

$$+ (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) +$$

$$\stackrel{⑤}{=} (\bar{x}_3 \cdot x_5) = \underbrace{(\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5)}_{(x_1 + \bar{x}_1)(x_2 + \bar{x}_2)(x_4 + \bar{x}_4)} + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot \bar{x}_5)$$

$$+ \underbrace{(\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5)}_{x_5} + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5)$$

$$+ \underbrace{(\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)}_{x_5} + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5)$$

$$+ \underbrace{(\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)}_{x_5} + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5)$$

$$\stackrel{⑥}{=} (x_3) = (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5)$$

$$+ (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \bar{x}_5)$$

Y la FNC se consigue  
al negar todo



$$\text{FNC} \Rightarrow \frac{(x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_2 + x_3 + x_5) + x_5}{(x_2 + x_3) \cdot (x_2 + x_5) + x_5}$$

(25)  $f: \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B} \quad f(a_3, a_2, a_1, a_0) = s$

$\Leftrightarrow (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$  es múltiplo de 3 o de 5

$\Rightarrow \text{FND}$  Podemos buscar múltiplos de 3 o de 5

1 1 1 1 1 15 hasta 15.

1 1 0 0 0 32

1 0 1 0 0 40

1 0 1 0 1 5

0 1 1 0 0 6

$$f(a_3, a_2, a_1, a_0) =$$

$$= (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3) + (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3)$$

$$+ (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3) + (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3)$$

$$+ (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3) + (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3)$$

$$+ (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3) \Rightarrow \text{FND}$$

(26)  $f(x, y, z) = x \rightarrow (\bar{y} \cdot z) \oplus (x \cdot z) \Rightarrow \text{FNC}$

$\oplus \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z$

$$\Rightarrow x \rightarrow y = \bar{x} + y$$

$$x \rightarrow y = (x \rightarrow y) \cdot (y \rightarrow x) =$$

$$x \oplus y = (\bar{x} + y) \cdot (\bar{y} + x)$$

$$(\bar{x} \cdot y) + (\bar{x} \cdot y)$$

$$\begin{cases} \bar{x} \cdot \bar{y} + x \cdot y \\ x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y} \end{cases}$$

$$\cancel{x \oplus y}$$

$$z + (x \cdot \bar{x}) \quad \bar{z} \cdot (\underline{\bar{x} \cdot x})$$

(26)

$$m = \bar{y} \cdot z'$$

$$f(x, y, z) = (\bar{x} + m) \oplus (x + z)$$

$$\begin{aligned} x \cdot (\bar{y} \cdot z) \oplus (x + z) &= x \cdot (\bar{y} + \bar{z}) \oplus (x + z) \\ (x \cdot y) + (x \cdot \bar{z}) \oplus (x + z) &= \\ &= (x \cdot y) + ((x \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z})) + ((\bar{x} + z) \cdot (x + z)) \\ &= (x \cdot y) + \bar{z} \cdot (x \cdot \bar{x}) + z + (x \cdot \bar{x}) \\ &= (x \cdot y) + (z) \Rightarrow \text{FND} \end{aligned}$$

x	y	z	00	01	11	10
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1

$$\begin{aligned} f(y, z) &= \\ &= (x + y + z) \cdot (\bar{x}) \cdot (y + z) \\ &\quad \cdot (x + y + z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z})$$

(27)

x	y	z	$\bar{y}$	$\bar{y} \cdot z$	$x \rightarrow (\bar{y} \cdot z)$	$\bar{x} + z$	$\bar{S}_1 \oplus S_2$
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1

$$\text{FNC} \Rightarrow (x + y + z)$$

$$\begin{aligned} &\cdot (x + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \\ &\cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z}) \end{aligned}$$

$$(x + y + z) \cdot (x + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z}) \Rightarrow 6$$

Y el algoritmo es l- FND

(24) Con-table

$$\{x_0, x_2, x_3, x_4, x_5\} = \overbrace{(x_0 + \bar{x}_2 + x_4)}^{\text{+ } x_0} \cup \overbrace{(x_0 + x_3 + x_5)}^{\text{+ } x_0}$$

$$(2) \quad \underline{\int (x,y,z)} = \underline{x} \rightarrow (\underline{y} + z) \oplus (x+z)$$

$$\Leftrightarrow \overline{x} + \overline{(\bar{y} + z)} \oplus (x + z) \Leftrightarrow x \cdot (\bar{y} + \bar{z}) \oplus (x + z)$$

$$\Leftrightarrow \left( |x+y| + |x+z| \right) \oplus |x+z| \Leftarrow s$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) + (x \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot z) \cdot (x \cdot z)$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y) + \overline{z} \cdot (\overline{x} \cdot \bar{x}) + z + \overline{(x \cdot \bar{x})} \quad ?$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot y \cdot (z + \bar{z})) + (z \cdot \underline{x} \cdot \underline{y}) = (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (y \cdot \bar{y}) \cdot (x + \bar{x})$$

# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



(27) FNC de  $f(x, y, z, t) = [(x+t) \text{ NOR } (\bar{y}+z)] + [z \cdot \bar{t} \oplus (\bar{y} \text{ NOR } x)]$

$$x \cdot y = \overline{x \cdot y}$$

$$\bar{x} \cdot y = \overline{x+y}$$

$$\bar{x} = x \cdot \bar{x}, \quad x+y = (x \cdot x) \cdot (y \cdot y)$$

$$x \cdot y = (x \cdot y) \cdot (x \cdot y)$$

$x$	$y$	$z$	$t$	$\bar{x}+t$	$\bar{y}$	$\bar{y}+z$	$S_1 \oplus S_2$	$\bar{z} \cdot \bar{t}$	$\bar{y} \cdot x$	$S_3 \oplus S_4$	$f$
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0

$$f(x, y, z, t) \Rightarrow (\bar{x} \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + [z \cdot \bar{t} \oplus (\bar{y} \cdot \bar{x})]$$

$$= (\bar{x} \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + [(z \cdot \bar{t}) \cdot (y+x)] + ((\bar{z}+t) \cdot (\bar{y} \cdot \bar{x})]$$

$$= (\bar{x} \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + [y \cdot z \cdot \bar{t}] + (x \cdot z \cdot \bar{t})$$

$$+ (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot t) \Rightarrow \text{FND}$$

$\bar{z} \cdot \bar{t}$	00	01	11	10
$\bar{x} \cdot y$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	0	1

Bien

Descúbrelas todas  
en soybético.com  
#SoyBético

(28)  $x \oplus R \Rightarrow$  ¿asociativa?  $\Rightarrow$  Lo es

$$\begin{aligned} & \rightarrow x \oplus (y \oplus z) = x \oplus (y \cdot z) + (y \cdot z) = \\ & = x \cdot y (y \cdot z) + \bar{x} \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) + (x \cdot z) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) \\ & \rightarrow (x \oplus y) \oplus z = z \oplus (x \oplus y) = \\ & = z \oplus (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y) = z \cdot (\bar{x} + y) + \bar{z} \cdot (x \cdot y) \\ & = (z \cdot \bar{x}) + (y \cdot z) + (\bar{z} \cdot x \cdot y) \\ & \boxed{x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z} \end{aligned}$$

y la distribución  
respecto al producto  
se cumple también

(29)  $x \rightarrow y = \bar{x} + y$

Comprobar si  $\{\rightarrow\}$  es funcionalmente completo

$$x \rightarrow y = \bar{x} + y \Rightarrow x \cdot \bar{y} = \bar{x} \cdot y$$

$$a \cdot b = \overline{a \cdot b}$$

$$x \cdot x = \overline{x \cdot x} = \bar{x}$$

$$x + y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$$

$$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y} = (x \cdot x) \mid (y \cdot y) = (a \cdot b) \mid (a \cdot b)$$

$$\begin{array}{l} a \cdot a = a \\ a \cdot a = 0 \\ \text{verdadero} \end{array}$$

(30)  $\rightarrow$  NAND no se verifica la propiedad asocitiva.

$$\begin{aligned} -x \cdot \overline{(y \cdot z)} &= x \cdot \overline{\overline{y \cdot z}} = \overline{x \cdot y \cdot z} \\ &= \overline{x} + \overline{y \cdot z} = \overline{x} + y \cdot z \end{aligned}$$

$$-(x \cdot y) \cdot z = \bar{z} + x \cdot y = x \cdot y + \bar{z}$$

→ Possessive pronouns of NOR

$\rightarrow$  ~~Perce~~  $\rightarrow$  , no se cumple ( $\neg (p \wedge q)$ )  $\vdash x \frac{0}{x} x \frac{1}{x}$

$$\therefore x \rightarrow (y \rightarrow z) = x \rightarrow (\bar{y} + z) = \bar{x} + \bar{y} + z$$

$$(x \rightarrow y) \rightarrow z = x + y \rightarrow z = \overline{x+y} + z = x \cdot \bar{y} + z$$

3.  $\{+, \cdot\} \Rightarrow$  No se pueden mostrar las negaciones  
 $\Rightarrow$  no podemos llegar a mostrar el 0 o el 1. Y cada vez que se escribe el  
 $a + b = a \cdot b$  esto son preferencias prescindibles, el uno del otro  $\Rightarrow$  Duales.

$$\text{curl}(x, y, z) = \vec{i} \cdot \vec{y} + \vec{z} + x \cdot \vec{z}$$

At scale → of

$$\Rightarrow x + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} \Leftrightarrow x + \bar{z} \cdot (x + \bar{y}) \Leftrightarrow x + \bar{z} \cdot (y \rightarrow x)$$

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \rightarrow \\ \end{array} \right\} = s * \frac{(f(s(0))) \rightarrow x}{x = x \rightarrow 0} \leftarrow (f(s(0))) \rightarrow x$$

$$x \cdot y = ((x \oplus 1) \ominus 1) \parallel ((y \oplus 1) \ominus 1)$$

$$x \cdot y = ((x \rightarrow (y \rightarrow 0)) \rightarrow 0) \oplus ((s \oplus t) \cdot x) \oplus ((s \oplus t) \cdot y)$$

(32)

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z) &= \overline{\bar{x} \cdot y + z} + x \cdot \bar{z} & x \rightarrow y = \bar{x} \cdot y \\
 a) \{ \rightarrow, 0 \} & x = (\bar{x} \rightarrow 0) \rightarrow 0 & \bar{x} \rightarrow y = x \rightarrow y \\
 & \Rightarrow x + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} = x + (\bar{y} \rightarrow 0) \cdot (\bar{z} \rightarrow 0) + \\
 & + x \cdot (\bar{z} \rightarrow 0) = \\
 & = x + (((\bar{y} \rightarrow 0) \rightarrow (\bar{z} \rightarrow 0)) \rightarrow 0) + \\
 & + (((x \rightarrow (\bar{z} \rightarrow 0)) \rightarrow 0) = \\
 & = (((((x \rightarrow 0) \rightarrow (((\bar{y} \rightarrow 0) \rightarrow (\bar{z} \rightarrow 0)) \rightarrow 0)) \\
 & \rightarrow 0) \rightarrow (((x \rightarrow (\bar{z} \rightarrow 0)) \rightarrow 0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \text{ Gegek } \{ \wedge, \oplus, \cdot \} & \quad \bar{x} = z \oplus x \\
 f(x, y, z) &= \overline{\bar{x} \cdot y + z} + x \cdot \bar{z} & x + y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y) \\
 & \Rightarrow x + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} \Leftrightarrow x + (\bar{y} \oplus y) \cdot (\bar{z} \oplus z) + \\
 & + x \cdot (\bar{z} \oplus z) = ((x \oplus (\bar{y} \oplus y)) \oplus (x \cdot (\bar{z} \oplus z))) \cdot \\
 & \cdot ((x \oplus (\bar{z} \oplus z)) \oplus (x \cdot (\bar{z} \oplus z))) + x \cdot (\bar{z} \oplus z) \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow ((x \oplus (\bar{y} \oplus y)) \oplus (x \cdot (\bar{y} \oplus y))) \cdot (x \oplus (\bar{z} \oplus z)) \oplus (x \cdot (\bar{z} \oplus z)) \\
 & \oplus (x \cdot (\bar{z} \oplus z)) \oplus (((x \oplus (\bar{y} \oplus y)) \oplus (x \cdot (\bar{y} \oplus y))) \cdot (x \oplus (\bar{z} \oplus z)) \oplus (x \cdot (\bar{z} \oplus z))) \\
 & \cdot (x \cdot (\bar{z} \oplus z)) \Leftrightarrow 1 \oplus 0 \\
 & \Leftrightarrow ((x \oplus (\bar{y} \oplus y)) \oplus (x \cdot (\bar{y} \oplus y))) \cdot (x \oplus (\bar{z} \oplus z)) \oplus ((x \oplus (\bar{y} \oplus y)) \oplus (x \cdot (\bar{y} \oplus y))) \cdot (x \cdot (\bar{z} \oplus z)) \\
 & \oplus ((x \cdot (\bar{z} \oplus z)) \oplus (x \cdot (\bar{y} \oplus y)))
 \end{aligned}$$

# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



$$a \rightarrow b = \bar{a} + b$$

$$a \rightarrow 0 = \bar{a}$$

$$0 \rightarrow x = \bar{0} + x = 1 + x = 1$$

$$\{ +, - \}$$

$$a + b = \bar{\bar{a}} + b = \bar{a} \rightarrow b = (a \rightarrow 0) \rightarrow b$$

$$a \cdot b = \overline{\overline{a} \cdot b} = \overline{\bar{a} + \bar{b}} = (\bar{a} + \bar{b}) \rightarrow 0$$

$$f(x, y, z) = (\bar{x}y + z) \rightarrow x\bar{z}$$

$$x\bar{z} = \overline{\bar{x} + z} = \overline{x \rightarrow z} = (x \rightarrow z) \rightarrow 0$$

$$f = \begin{cases} a & \text{if } x=0 \\ b & \text{if } x=1 \end{cases}$$

$$f = a \cdot \bar{x} + b \cdot x$$



x	z	$(\bar{x} \oplus z)$	$x \cdot (\bar{z} \oplus z)$	x	y	z	$\bar{x} \cdot \bar{z}$	$\bar{x} \cdot y$	$(\bar{x} \cdot y) \oplus z$	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0

x	y	z	$\bar{x} \cdot \bar{z}$	$\bar{x} \cdot y$	$(\bar{x} \cdot y) \oplus z$	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0

(33)  $f(x, y, z, t) = \begin{cases} ① y \cdot t \oplus z & \text{si } x = 0 \\ ② (y \text{ NOR } z) + t & \text{si } x = 1 \end{cases}$

$$y \text{ NOR } z = \overline{y+z} = \bar{y} \cdot \bar{z}$$

$$\begin{aligned} ② (\bar{y} \cdot z) + t &= ((\bar{y} \cdot z) \oplus t) \oplus ((\bar{y} \cdot z) \cdot t) \\ &= ((\bar{y} \oplus y) \cdot z) \oplus ((y \oplus 1) \cdot z) \cdot t \end{aligned}$$

(34)

$$\frac{x}{x \cdot x} = x \cdot \bar{x} = x \cdot \bar{x} \cdot x = x \cdot x = x$$

$$\frac{x}{x \cdot y} = \frac{x}{x \cdot y} = \frac{x}{x \cdot y} = \frac{x}{x \cdot y} = \frac{x}{x \cdot y} = (x \cdot x) \cdot (y \cdot y) = (x \cdot x) \cdot (y \cdot y)$$

$$x \cdot y = (x \cdot x) \cdot (y \cdot y)$$

$$x \cdot y = (x \cdot x) \cdot (y \cdot y)$$

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

(35) Expresión minimal como suma de productos

$$a) \prod(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$$

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$\bar{x}_3 x_2$	0	1	1	0
00	0	1	1	1
01	1	0	1	0
11	1	1	0	1
10	0	1	0	0

$$\begin{aligned} \prod(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \\ &= (\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3) + (x_2 x_4) + \\ &+ (\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_3) + (x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_4) \end{aligned}$$

$$b) \prod(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(0, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 15)$$

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$\bar{x}_3 x_2$	0	1	1	0
00	1	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	1	0	0	0

$$\begin{aligned} \prod(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \\ &= (\bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_4) + (\bar{x}_2 x_2 x_4) + \\ &+ (x_3 x_2 x_3) + (x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_4) \end{aligned}$$

$$c) \prod(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \sum m(0, 2, 4, 7, 10, 12, 13, 18, 23, 26, 28, 29)$$

$x_4 x_5$	00	01	11	10
$\bar{x}_2 x_3$	0	1	1	0
00	1	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	1	0	0	0

$$S: x_5 = 0$$

$x_2 x_5$	00	01	11	10
$\bar{x}_3$	0	1	1	0
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	1	0	1	1
10	0	1	0	0

$$S: x_4 = 1$$

$$\begin{aligned} \prod(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= (\bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5) + (x_2 x_3 \bar{x}_4) + \\ &+ (\bar{x}_2 x_3 x_4 x_5) + (\bar{x}_2 x_3 x_5) \end{aligned}$$

36

$$f(x, y, z, t) = \prod M(0, 1, 2, 3, 5, 9, 14)$$

$\bar{x}t$	00	01	11	10
$\bar{xy}$	0	0	0	0
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$$f(x, y, z, t) = (x + y) \cdot (y + z + t) \\ \cdot (\bar{y} + \bar{z} + t)$$

37

$$f(x, y, z, t) = \sum m(k, 3, 6, 8, 9, 10, 14)$$

$$Not = 0'3\text{€}$$

$$OR (\text{dos int}) = 0'5\text{€}$$

$$AND (" " ") = 0'6\text{€}$$

¿Más económica?

$\bar{x}t$	00	01	11	10
$\bar{xy}$	0	0	0	0
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$$f(x, y, z, t) = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{y} \cdot z) + (\bar{x} \cdot z \cdot \bar{t})$$

$$Not = 0'3 \cdot 4 = 1'2\text{€}$$

$$OR = 0'5 \cdot 2 = 1\text{€}$$

$$AND = 0'6 \cdot 4 = 2'4\text{€}$$

$$\boxed{1'6\text{€}}$$

$$f(x, y, z, t) = (\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{y} + \bar{t}) \cdot (x + z)$$

$$Not = 0'3 \cdot 4 = 1'2\text{€}$$

$$OR = 0'5 \cdot 3 = 1'5\text{€}$$

$$AND = 0'6 \cdot 2 = 1'2\text{€}$$

$$\boxed{3'9\text{€}}$$

=> más barato

# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



(38)  $f: \{0,1\}^5 \rightarrow \{0,1\}$   $f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) = z$   
 $\Leftrightarrow z = 1$  en binario es primo

Podemos formar  $n^{\circ}$  hasta  $8(31)_{10}$

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\} = \text{Numeros primos}$$

$$f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$$

$a_3 a_2$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	8	13	17	19
10	11	15	25	27

$$\boxed{S: a_4 = 0}$$

$a_3 a_2$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	8	13	17	19
10	11	15	25	27

$$\boxed{S: a_4 = 1}$$

$$f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) = (a_3 \cdot a_1 \cdot a_0) + (\bar{a}_4 \cdot a_2 \cdot \bar{a}_3 \cdot a_0) + (\bar{a}_4 \cdot \bar{a}_2 \cdot a_3 \cdot a_0) + (a_4 \cdot a_3 \cdot \bar{a}_2 \cdot a_0) + (a_4 \cdot \bar{a}_3 \cdot \bar{a}_2 \cdot a_0)$$

(39) Autoduales

Son aquellos los que la negación es un operador lógico de su autodualidad.

$a \in \{0,1\}^n \Rightarrow 2^n$  serán el  $n^{\circ}$  de funciones booleanas En autoduales

Descúbrelas todas  
en soybético.com  
#SoyBético

40)  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$

 $x \oplus y = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y) \quad \text{FND}$ 
 $x_1 \oplus x_2 = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)$ 
 $\Rightarrow ((x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)) \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$ 
 $\Leftrightarrow ((x_1 \cdot \bar{x}_2) \oplus \bar{x}_3) + ((\bar{x}_1 + x_2) \cdot x_3) + ((\bar{x}_1 \cdot x_2) \cdot \bar{x}_3) + ((x_1 + \bar{x}_2) \cdot x_3)$ 
 $\oplus x_4 \oplus x_5$ 
 $\Leftrightarrow (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_3) + (x_2 \cdot x_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) +$ 
 $(x_1 \cdot x_3) + (\bar{x}_2 \cdot x_3) \oplus x_4 \oplus x_5$ 

A) realizar la transformación  $x_1 \oplus x_2$  obtenemos 2 minterminos distintos. Conforme aumentan el numero de minterminos aumente de manera  $2^m \Rightarrow ((x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)) \oplus x_3 =$

$2^2 = 4$  minterminos  
productos de los factores

 $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \Rightarrow$  Período de 2 que se repiten
 $2^2 = 4$  minterminos
 $2^3 = 8$  minterminos
 $2^4 = 16$  minterminos
 $2^5 = 32$  minterminos
 $2^6 = 64$  minterminos
 $2^7 = 128$  minterminos
 $2^8 = 256$  minterminos
 $2^9 = 512$  minterminos
 $2^{10} = 1024$  minterminos
 $2^{11} = 2048$  minterminos
 $2^{12} = 4096$  minterminos
 $2^{13} = 8192$  minterminos
 $2^{14} = 16384$  minterminos
 $2^{15} = 32768$  minterminos
 $2^{16} = 65536$  minterminos
 $2^{17} = 131072$  minterminos
 $2^{18} = 262144$  minterminos
 $2^{19} = 524288$  minterminos
 $2^{20} = 1048576$  minterminos
 $2^{21} = 2097152$  minterminos
 $2^{22} = 4194304$  minterminos
 $2^{23} = 8388608$  minterminos
 $2^{24} = 16777216$  minterminos
 $2^{25} = 33554432$  minterminos
 $2^{26} = 67108864$  minterminos
 $2^{27} = 134217728$  minterminos
 $2^{28} = 268435456$  minterminos
 $2^{29} = 536870912$  minterminos
 $2^{30} = 1073741824$  minterminos
 $2^{31} = 2147483648$  minterminos
 $2^{32} = 4294967296$  minterminos
 $2^{33} = 8589934592$  minterminos
 $2^{34} = 17179869184$  minterminos
 $2^{35} = 34359738368$  minterminos
 $2^{36} = 68719476736$  minterminos
 $2^{37} = 137438953472$  minterminos
 $2^{38} = 274877906944$  minterminos
 $2^{39} = 549755813888$  minterminos
 $2^{40} = 1099511627776$  minterminos
 $2^{41} = 2199023255552$  minterminos
 $2^{42} = 4398046511104$  minterminos
 $2^{43} = 8796093022208$  minterminos
 $2^{44} = 17592186044416$  minterminos
 $2^{45} = 35184372088832$  minterminos
 $2^{46} = 70368744177664$  minterminos
 $2^{47} = 140737488355328$  minterminos
 $2^{48} = 281474976710656$  minterminos
 $2^{49} = 562949953421312$  minterminos
 $2^{50} = 1125899906842624$  minterminos
 $2^{51} = 2251799813685248$  minterminos
 $2^{52} = 4503599627370496$  minterminos
 $2^{53} = 9007199254740992$  minterminos
 $2^{54} = 18014398509481984$  minterminos
 $2^{55} = 36028797018963968$  minterminos
 $2^{56} = 72057594037927936$  minterminos
 $2^{57} = 144115188075855872$  minterminos
 $2^{58} = 288230376151711744$  minterminos
 $2^{59} = 576460752303423488$  minterminos
 $2^{60} = 1152921504606846976$  minterminos
 $2^{61} = 2305843009213693952$  minterminos
 $2^{62} = 4611686018427387904$  minterminos
 $2^{63} = 9223372036854775808$  minterminos
 $2^{64} = 18446744073709551616$  minterminos
 $2^{65} = 36893488147419103232$  minterminos
 $2^{66} = 73786976294838206464$  minterminos
 $2^{67} = 147573952589676412928$  minterminos
 $2^{68} = 295147905179352825856$  minterminos
 $2^{69} = 590295810358705651712$  minterminos
 $2^{70} = 1180591620717411303424$  minterminos
 $2^{71} = 2361183241434822606848$  minterminos
 $2^{72} = 4722366482869645213696$  minterminos
 $2^{73} = 9444732965739290427392$  minterminos
 $2^{74} = 18889465931478580854784$  minterminos
 $2^{75} = 37778931862957161709568$  minterminos
 $2^{76} = 75557863725914323419136$  minterminos
 $2^{77} = 151115727458228646838272$  minterminos
 $2^{78} = 302231454916457293676544$  minterminos
 $2^{79} = 604462909832914587353088$  minterminos
 $2^{80} = 1208925819665829174706176$  minterminos
 $2^{81} = 241785163933165834941232$  minterminos
 $2^{82} = 483570327866331669882464$  minterminos
 $2^{83} = 967140655732663339764928$  minterminos
 $2^{84} = 1934281311465326679529856$  minterminos
 $2^{85} = 3868562622930653359059712$  minterminos
 $2^{86} = 7737125245861306718119424$  minterminos
 $2^{87} = 15474250491722613436238848$  minterminos
 $2^{88} = 30948500983445226872477696$  minterminos
 $2^{89} = 61897001966890453744955392$  minterminos
 $2^{90} = 123794003933780907489910784$  minterminos
 $2^{91} = 247588007867561814979821568$  minterminos
 $2^{92} = 495176015735123629959643136$  minterminos
 $2^{93} = 990352031470247259919286272$  minterminos
 $2^{94} = 1980704062940494519838572544$  minterminos
 $2^{95} = 3961408125880989039677145088$  minterminos
 $2^{96} = 7922816251761978079354290176$  minterminos
 $2^{97} = 15845632533523956158708580352$  minterminos
 $2^{98} = 31691265067047912317417160704$  minterminos
 $2^{99} = 63382530134095824634834321408$  minterminos
 $2^{100} = 126765060268191649269668642816$  minterminos
 $2^{101} = 253530120536383298539337285632$  minterminos
 $2^{102} = 507060241072766597078674571264$  minterminos
 $2^{103} = 1014120482145533194157349142528$  minterminos
 $2^{104} = 2028240964291066388314698285056$  minterminos
 $2^{105} = 4056481928582132776629396570112$  minterminos
 $2^{106} = 8112963857164265553258793140224$  minterminos
 $2^{107} = 16225927714328531106517586280448$  minterminos
 $2^{108} = 32451855428657062213035172560896$  minterminos
 $2^{109} = 64903710857314124426070345121792$  minterminos
 $2^{110} = 129807421714628248852140690243584$  minterminos
 $2^{111} = 259614843429256497704281380487168$  minterminos
 $2^{112} = 519229686858512995408562760974336$  minterminos
 $2^{113} = 1038459373717025985817125521948672$  minterminos
 $2^{114} = 2076918747434051971634251043897344$  minterminos
 $2^{115} = 4153837494868103943268502087794688$  minterminos
 $2^{116} = 8307674989736207886537004175589376$  minterminos
 $2^{117} = 16615349779472415773074008351178752$  minterminos
 $2^{118} = 3323069955894483154614801670235744$  minterminos
 $2^{119} = 6646139911788966309229603340471488$  minterminos
 $2^{120} = 13292279823577932618459206680942976$  minterminos
 $2^{121} = 26584559647155865236918413361885952$  minterminos
 $2^{122} = 5316911929431173047383682672377184$  minterminos
 $2^{123} = 10633823858862346094767365344754368$  minterminos
 $2^{124} = 21267647717724692189534730689508736$  minterminos
 $2^{125} = 42535295435449384379069461379017472$  minterminos
 $2^{126} = 85070590870898768758138922758034944$  minterminos
 $2^{127} = 17014118174179753751627784551606988$  minterminos
 $2^{128} = 34028236348359507503255569103213976$  minterminos
 $2^{129} = 68056472696719015006511138206427952$  minterminos
 $2^{130} = 13611294539343803001302266641285904$  minterminos
 $2^{131} = 27222589078687606002604533282578808$  minterminos
 $2^{132} = 54445178157375212005208566565157616$  minterminos
 $2^{133} = 108890356314750424010417133130353232$  minterminos
 $2^{134} = 217780712629500848020834266260706464$  minterminos
 $2^{135} = 435561425258501696041668532521412928$  minterminos
 $2^{136} = 871122850517003392083337065042825856$  minterminos
 $2^{137} = 1742245701034006784166674130085651712$  minterminos
 $2^{138} = 3484491402068013568333348260161303424$  minterminos
 $2^{139} = 6968982804136027136666696520322606848$  minterminos
 $2^{140} = 13937965608272054273333393040645213696$  minterminos
 $2^{141} = 27875931216544108546666786081290231392$  minterminos
 $2^{142} = 55751862433088217093333572162580462784$  minterminos
 $2^{143} = 11150372486617643418666744432516092568$  minterminos
 $2^{144} = 22300744973235286837333488865032185136$  minterminos
 $2^{145} = 44601489946470573674666977730064370272$  minterminos
 $2^{146} = 89202979892941147349333955460128740544$  minterminos
 $2^{147} = 178405959785882294698667910920257481088$  minterminos
 $2^{148} = 356811919571764589397335821840514962176$  minterminos
 $2^{149} = 713623839143529178794671643681029924352$  minterminos
 $2^{150} = 142724767828705835758934328736205984864$  minterminos
 $2^{151} = 285449535657411671517868657472411969728$  minterminos
 $2^{152} = 570899071314823343035737314944823939456$  minterminos
 $2^{153} = 1141798142629646686071474629889647878912$  minterminos
 $2^{154} = 2283596285259293372142949259779295757824$  minterminos
 $2^{155} = 4567192570518586744285898519558591515648$  minterminos
 $2^{156} = 9134385141037173488571797039117183031296$  minterminos
 $2^{157} = 18268770282074346977143594078234366062592$  minterminos
 $2^{158} = 36537540564148693954287188156468732125184$  minterminos
 $2^{159} = 73075081128297387908574376312937464250368$  minterminos
 $2^{160} = 146150162256594775817148752625874928507336$  minterminos
 $2^{161} = 292300324513189551634297505251749857014672$  minterminos
 $2^{162} = 584600649026379103268595010503497714029344$  minterminos
 $2^{163} = 1169201290052758206537190021006995428058688$  minterminos
 $2^{164} = 2338402580105516413074380042013985856117376$  minterminos
 $2^{165} = 4676805160210532826148760084027971712234752$  minterminos
 $2^{166} = 9353610320421065652295520168055943424469008$  minterminos
 $2^{167} = 18707220640842131304591040336111886848938016$  minterminos
 $2^{168} = 37414441281684262608582080672223773697876032$  minterminos
 $2^{169} = 74828882563368525216164161344447547395752064$  minterminos
 $2^{170} = 14965776512673705043232832268889509479150128$  minterminos
 $2^{171} = 29931553025347410086465664537779018983000256$  minterminos
 $2^{172} = 59863106050694820172931329075558037966000512$  minterminos
 $2^{173} = 119726212101389640345826558151116075932001024$  minterminos
 $2^{174} = 239452424202779280681653116302232151864002048$  minterminos
 $2^{175} = 478904848405558561363306232604464303728004096$  minterminos
 $2^{176} = 957809696811117122726612465208928607456008192$  minterminos
 $2^{177} = 1915619393622234245453224930417857214912016384$  minterminos
 $2^{178} = 3831238787244468490906449860835744428824032768$  minterminos
 $2^{179} = 7662477574488936981812899721671488857648065536$  minterminos
 $2^{180} = 15324955148977873963625799443342977715296131072$  minterminos
 $2^{181} = 30649910297955747927251598886685955430592261544$  minterminos
 $2^{182} = 61299820595911495854503197773371910861185229088$  minterminos
 $2^{183} = 12259964119182299170900639554674382172237048176$  minterminos
 $2^{184} = 24519928238364598341801269109348764344474096352$  minterminos
 $2^{185} = 49039856476729196683602538218697328688948192704$  minterminos
 $2^{186} = 98079712953458393367205076437394657377896385408$  minterminos
 $2^{187} = 196159425906916786734410152874789314755792770816$  minterminos
 $2^{188} = 392318851813833573468820305749578629511585541632$  minterminos
 $2^{189} = 784637703627667146937640611498557259023171083264$  minterminos
 $2^{190} = 1569275407255334293875281222997114518046342166528$  minterminos
 $2^{191} = 3138550814510668587750562445994229036092684331056$  minterminos
 $2^{192} = 6277101629021337175501124891988458072185368662112$  minterminos
 $2^{193} = 12554203258042674351002249783976916144370737324224$  minterminos
 $2^{194} = 25108406516085348702004499567953832288741474648448$  minterminos
 $2^{195} = 50216813032170697404008999135907664577482949296896$  minterminos
 $2^{196} = 10043362606434139480801799827181532915485889859392$  minterminos
 $2^{197} = 20086725212868278961603599654363065830971779718784$  minterminos
 $2^{198} = 40173450425736557923207199308726131661943559437568$  minterminos
 $2^{199} = 80346900851473115846414398617452263323887118875136$  minterminos
 $2^{200} = 16069380170294623169282879723490452664777423770272$  minterminos
 $2^{201} = 32138760340589246338565759446980905329554847540544$  minterminos
 $2^{202} = 64277520681178492677131518893961810659109695081088$  minterminos
 $2^{203} = 128555041362356985354263037787923621318219390162176$  minterminos
 $2^{204} = 257110082724713970708526075575847242636438780324352$  minterminos
 $2^{205} = 514220165449427941417052151151694485272877560648704$  minterminos
 $2^{206} = 102844032989885588283410430230338897054575120129544$  minterminos
 $2^{207} = 205688065979771176566820860460677794109150240258888$  minterminos
 $2^{208} = 411376131959542353133641720921355588218300480517776$  minterminos
 $2^{209} = 822752263919084706267283441842711176436600961035552$  minterminos
 $2^{210} = 164550452783816941253456688368542235287320192207104$  minterminos
 $2^{211} = 329100905567633882506913376737084470564640384414208$  minterminos
 $2^{212} = 658201811135267765013826753474168941129280768828416$  minterminos
 $2^{213} = 1316403622270535530027655066948337882258561537656832$  minterminos
 $2^{214} = 2632807244541071060055310133896675764517123075313664$  minterminos
 $2^{215} = 5265614489082142120010620267793351529034246150627328$  minterminos
 $2^{216} = 10531228978164284240021240535586703058068493001254656$  minterminos
 $2^{217} = 21062457956328568480042481071173406116136986002509312$  minterminos
 $2^{218} = 4212491591265713696008496214234681223227397200501864$  minterminos
 $2^{219} = 8424983182531427392016992428469362446454794401003728$  minterminos
 $2^{220} = 16849966365062854784033984856938724892909588802007456$  minterminos
 $2^{221} = 33699932730125709568067969713877449785819177604014912$  minterminos
 $2^{222} = 67399865460251419136135939427754899571638355208029824$  minterminos
 $2^{223} = 13479973092050283827227187885550979914327670416055968$  minterminos
 $2^{224} = 26959946184100567654454375771101959828655340832111936$  minterminos
 $2^{225} = 53919892368201135308908751542203919657310681664223872$  minterminos
 $2^{226} = 10783978473640226761781750308440783931462136328444752$  minterminos
 $2^{227} = 21567956947280453523563500616881567862924272656889504$  minterminos
 $2^{228} = 43135913894560907047127001233763135725848545313779008$  minterminos
 $2^{229} = 86271827789121814094254002467526271451697090627558016$  minterminos
 $2^{230} = 172543655578243628188508004935052542903385813255116032$  minterminos
 $2^{231} = 345087311156487256377016009870105085806771626510232064$  minterminos
 $2^{232} = 690174622312954512754032019740210171613543253020464128$  minterminos
 $2^{233} = 138034924462590902550806403948042034322708656604112256$  minterminos
 $2^{234} = 276069848925181805101612807896084068645417313208224512$  minterminos
 $2^{235} = 552139697850363610203225615792168137290834626416449024$  minterminos
 $2^{236} = 1104279395700727220406451235984336274581669252832998048$  minterminos
 $2^{23$

41

$$\downarrow |x, y, z, t| = \sum m \{ 0, 3, 5, 8, 9, 12, 13, 14 \}$$

$x \setminus y$	$t$	00	01	10	11
00	$\downarrow$	0	0	1	1
01		1	1	0	0
10	$\downarrow$	1	1	0	0
11		0	0	1	1

c)  $f \Rightarrow$  tr. s implicantes primos  
cada uno es esencial

$$x \rightarrow y = \bar{x} + y$$

$$x \uparrow y = \bar{x} + \bar{y}$$

$$x \leftrightarrow = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y)$$

42

$$\downarrow |x, y, z| = (\bar{x} \cdot y) \text{ NAND } (x \rightarrow (z \text{ NOR } y))$$

a) Comprobemos el polinomio de Gesalvino:  $\{ 3, 4, 11 \}$

$$\Rightarrow (\bar{x} \cdot y) \uparrow (\bar{x} \rightarrow (z \downarrow y)) \Leftrightarrow ((\bar{x} \oplus x) \cdot y) \uparrow (\bar{x} + (\bar{z} \cdot y))$$

$$\Leftrightarrow ((\bar{x} \oplus x) \cdot y) \uparrow (\bar{x} + (\bar{z} \cdot y))$$

$$\Leftrightarrow ((\bar{x} \oplus x) \cdot y) + (\bar{x} + (\bar{z} \cdot y)) = (x + y) + (x \cdot (z + y))$$

$$\Leftrightarrow (x + y) + ((x \cdot z) + (x \cdot \bar{y}))$$

$$\Leftrightarrow (x + y) \oplus ((x \cdot z) + (x \cdot \bar{y}))$$

$$\Leftrightarrow ((x \oplus y) \oplus (x \cdot z)) \oplus ((x \oplus y) \oplus (x \cdot \bar{y}))$$

$$\oplus ((x \oplus y) \oplus (x \cdot z)) \oplus ((x \oplus y) \oplus (x \cdot \bar{y}))$$

$$\oplus ((x \oplus y) \oplus (x \cdot z)) \oplus ((x \oplus y) \oplus (x \cdot \bar{y}))$$

$$= (x \oplus y) \oplus (x \cdot z) \oplus ((x \oplus y) \cdot (x \cdot \bar{y}) \cdot (x \cdot z) \cdot (x \cdot \bar{y}))$$

$$\oplus ((x \oplus y) \cdot (x \cdot z) \cdot (x \cdot \bar{y})) \oplus ((x \oplus y) \cdot (x \cdot z) \cdot (x \cdot \bar{y}))$$

$$= (x \cdot z) \oplus (x \cdot (y \oplus z)) \oplus ((x \cdot (y \oplus z)) \cdot z)$$

a) No se cumple!

$$\Rightarrow [y \oplus z \oplus x \cdot y]$$

b) Expresión minimal como suma de productos, no salta z.

$$f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y) \text{ NAND } (x \rightarrow (\bar{z} \cdot \bar{y}))$$

$$\Rightarrow (\bar{x} \cdot y) \uparrow (x \rightarrow (\bar{z} \cdot \bar{y})) \Leftrightarrow (\bar{x} \cdot y) \uparrow (\bar{x} + (\bar{z} \cdot \bar{y}))$$

$$\Leftrightarrow (\bar{x} \cdot y) + (\bar{x} + (\bar{z} \cdot \bar{y})) \Leftrightarrow (\bar{x} + y) + (x \cdot (\bar{z} \cdot \bar{y}))$$

$$\Leftrightarrow ((x \cdot z \cdot \bar{z}) + (z \cdot y \cdot \bar{z})) + ((x \cdot z) + (x \cdot \bar{y}))$$

$\bar{x}$	$y$	$z$	00	01	11	10
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1

$$\Rightarrow f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y) + (x)$$

Correcto.  
no aparece  
z.

$$c) f(x, y, z) = (x + y + z) \cdot (x + y + \bar{z})$$

$$\Rightarrow (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot z)$$

$\bar{x}$	$y$	$z$	00	01	11	10
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1

$$\Rightarrow f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y)$$

d) FND hay 3 sumandos

$$\Rightarrow f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z})$$

# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



(4)

(40) Cuántos minitérminos aparecen en su FFD.

$$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \quad \oplus x_n$$

Podemos realizar un Inducción

Usamos inducción sobre  $n$ .

Cuando  $n = 2 \Rightarrow x_1 \oplus x_2$ , su tabla de verdad tiene el valor 1  $\Leftrightarrow$  una  $x_1$  ó  $x_2$  toma como valor 1, en otro caso toma valor 0.

(41)

Para  $x_n = 3 \Rightarrow x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ , obtenemos que tiene valores 1

x	y	z	$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0
2	0	0	1	1
2	0	1	1	0
2	1	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	0	0

Cuando solo una de las variables tiene valor 1

o cuando las tres tienen valor 1

Aquí podemos formular

nuestra hipótesis de inducción

¶ Para  $k < n$  la  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  tiene valores 1 cuando hay número impar de variables entre  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que tienen el valor 1 y 0 en otro caso

$$\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n = (x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n-1}) \oplus x_n \}$$

$x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n-1}$	$x_n$	$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$	$\oplus x_n$
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0

Utilizando  
sus propiedades  
asociativas

1: Caso. Hay un nº par de variables que toman valor 1.

$$y x_n = 0 \Rightarrow 0$$

2: Igual al que antes hay un nº par de variables en  $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n-1}$

Pero ahora  $x_n = 1 \Rightarrow$  Hay un nº impar de variables

$$\Rightarrow f(x_1, \dots, x_n) = 1$$

3: Hay un nº impar de variables con valor 1 y  $x_n = 0$

$$\Rightarrow \text{nº de variables} \Rightarrow \text{es impar} \Rightarrow f(x_1, \dots, x_n) = 1$$

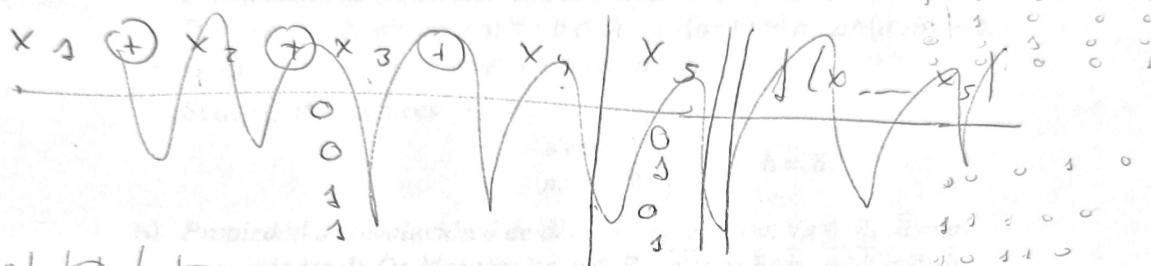
4: Un nº impar de variables = 0  $\Rightarrow x_n = 0 \Rightarrow$  nº par de variables = 0



(40)  $x_1 \oplus x_2 \dots x_n$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{o si hay } n \text{ de las variables que} \\ \text{toman el valor 1} \\ \text{y si hay } n^2 \text{ impares que tienen el} \\ \text{valor 1.} \end{array} \right.$

C Cuántos minterminos?  $\Rightarrow$  Cuando los 5.

$$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 = 2^5 = 32$$



~~El modo de totales de~~

Busco los cuantos en binario hay que en los que en sus casillas haya un número de 1.

Tengo 5 casillas.

$$\binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5} = 32 \text{ minterminos}$$

Y en  $f(x_1, \dots, x_6)$

Tengo 6 casillas

$$\binom{6}{4} + \binom{6}{3} + \binom{6}{5} = 32 \text{ minterminos}$$

## LMD

### RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 1

1. Recordemos de teoría que un álgebra de Boole es un conjunto  $\mathcal{A}$  en el que hay dos elementos distinguidos  $\mathbf{0}$  y  $\mathbf{1}$ , y sobre el cual se han definido dos operaciones binarias denotadas por  $\vee$  y  $\wedge$  y una operación monaria denotada por  $-$  de modo que se verifica el siguiente conjunto de axiomas:

1. *Leyes conmutativas:*  $\forall a, b \in \mathcal{A}, a \vee b = b \vee a, a \wedge b = b \wedge a.$
2. *Leyes asociativas:*  $\forall a, b, c \in \mathcal{A}, a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c, a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c.$
3. *Leyes distributivas:*  $\forall a, b, c \in \mathcal{A}, a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c), a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c).$
4. *Leyes de los elementos identidad:*  $\forall a \in \mathcal{A}, a \vee \mathbf{0} = a, a \wedge \mathbf{1} = a.$
5. *Leyes de complementos:*  $\forall a \in \mathcal{A}, a \vee \bar{a} = \mathbf{1}, a \wedge \bar{a} = \mathbf{0}.$

Demuestre que las propiedades siguientes son consecuencia de los axiomas anteriores:

6. *Propiedades de idempotencia:*  $\forall a \in \mathcal{A}, a \vee a = a, a \wedge a = a.$
7. *Propiedades de los elementos identidad:*  $\forall a \in \mathcal{A}, a \vee \mathbf{1} = \mathbf{1}, a \wedge \mathbf{0} = \mathbf{0}.$
8. *Propiedades de absorción:*  $\forall a, b \in \mathcal{A}, a \vee (a \wedge b) = a, a \wedge (a \vee b) = a.$
9. *Caracterización del elemento complementario:*

Si  $a, b \in \mathcal{A}$ , entonces

$$\left. \begin{array}{l} a \vee b = \mathbf{1} \\ a \wedge b = \mathbf{0} \end{array} \right\} \iff b = \bar{a}.$$

10. *Propiedad de involución ó de doble complemento:*  $\forall a \in \mathcal{A}, \bar{\bar{a}} = a.$
11. *Propiedades de De Morgan:*  $\forall a, b \in \mathcal{A}, a \vee b = \bar{a} \wedge \bar{b}, a \wedge b = \bar{a} \vee \bar{b}.$
6. Basándose en los axiomas de álgebra de Boole y en sus consecuencias inmediatas, demuestre las siguientes identidades:
  - a)  $(a \vee (b \wedge c)) \wedge \bar{b} = \bar{b}.$
  - b)  $a \vee b \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) = a \vee b.$
  - c)  $a \vee b = a \vee (\bar{a} \wedge b).$
  - d)  $a \wedge b = a \wedge (\bar{a} \vee b).$
  - e)  $(a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) = a.$
  - f)  $a \vee (b \wedge c) = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{c}).$
  - g)  $(a \wedge (b \vee c)) \vee (\bar{a} \wedge b) = \bar{b} \wedge (\bar{a} \vee \bar{c}).$
  - h)  $(a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge c) \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge c).$
  - i)  $(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) = \mathbf{1}.$

7. Justifique que en cualquier álgebra de Boole, las afirmaciones siguientes son equivalentes:

$$(1) a \vee b = b \quad (2) a \wedge b = a \quad (3) \bar{a} \vee b = \mathbf{1} \quad (4) a \wedge \bar{b} = \mathbf{0}$$

8. Sea  $\mathcal{A}$  un álgebra de Boole. Demuestre las siguientes propiedades para la relación de orden implícito en  $\mathcal{A}$ :
  - a)  $\forall a \in \mathcal{A}, \mathbf{0} \leq a \leq \mathbf{1}.$
  - b)  $\forall a, b \in \mathcal{A}, a \leq b \Leftrightarrow \bar{b} \leq \bar{a}.$
  - c) Si  $a \leq b$ , entonces  $a \vee x \leq b \vee x$  y  $a \wedge x \leq b \wedge x$  para todo  $x \in \mathcal{A}.$
  - d)  $\forall a, b, c \in \mathcal{A}, a \leq b \Rightarrow a \vee (c \wedge b) = (a \vee c) \wedge b.$
  - e)  $\forall a, b, c \in \mathcal{A}, (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c) \wedge (b \vee c).$

9. Sean  $(\mathcal{A}_1, \vee, \wedge, -), \dots, (\mathcal{A}_n, \vee, \wedge, -)$  álgebras de Boole. Sobre el conjunto  $\mathcal{A}_1 \times \dots \times \mathcal{A}_n$  definimos las siguientes operaciones:

$$(x_1, \dots, x_n) \vee (y_1, \dots, y_n) = (x_1 \vee y_1, \dots, x_n \vee y_n),$$

$$(x_1, \dots, x_n) \wedge (y_1, \dots, y_n) = (x_1 \wedge y_1, \dots, x_n \wedge y_n),$$

$$\overline{(x_1, \dots, x_n)} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n).$$

- a) Compruebe que  $\mathcal{A}_1 \times \dots \times \mathcal{A}_n$ , respecto de las operaciones anteriores, es un álgebra de Boole cuyos elementos cero y uno son, respectivamente,  $(\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})$  y  $(\mathbf{1}, \dots, \mathbf{1})$ . El álgebra de Boole  $\mathcal{A}_1 \times \dots \times \mathcal{A}_n$  se denomina el producto de las álgebras de Boole  $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_n$ .

- b) Describa la relación de orden implícito en el álgebra de Boole  $\mathcal{A}_1 \times \dots \times \mathcal{A}_n$ .  
 c) Describa los átomos y los coátomos del álgebra de Boole  $\mathcal{A}_1 \times \dots \times \mathcal{A}_n$ .

**10.** Si  $k$  es un número entero positivo, denotamos por  $D(k)$  el conjunto de los divisores positivos de  $k$ , es decir,  $D(k) = \{d \in \mathbb{N} : d|k\}$ . Sean  $n$  un entero positivo,  $p_1, \dots, p_n$  números primos distintos y  $m = p_1 \cdots p_n$ . Definimos sobre el conjunto  $D(m)$  las siguientes operaciones:

$$a \vee b = \text{mcm}(a, b), \text{ es decir, el mínimo común múltiplo de } a \text{ y } b,$$

$$a \wedge b = \text{mcd}(a, b), \text{ es decir, el máximo común divisor de } a \text{ y } b,$$

$$\bar{a} = \frac{m}{a}.$$

Justifique que  $D(m)$  con las operaciones anteriores es un álgebra de Boole. Determine el orden implícito, los átomos y los coátomos.

**11.** Compruebe que el conjunto de divisores  $D(210)$  es un álgebra de Boole y a continuación evalúe las siguientes expresiones:

$$30 \vee (15 \wedge 10), \quad \overline{14} \wedge 21, \quad \overline{(6 \vee 35)} \vee 10, \quad \overline{\overline{(3 \vee 10)}} \vee 2.$$

Exprese cada uno de los elementos 21 y 35 como supremo de átomos y como ínfimo de coátomos.

**12.** Determine un número natural  $n$  sabiendo que el conjunto  $D(n)$  de los divisores positivos de  $n$  es un álgebra de Boole con las operaciones usuales (véase el Ejercicio 10), y que 105 y 42 son dos coátomos. Además obtenga todos los  $x \in D(n)$  tales que  $\overline{105} \vee x = 42$ .

**13.** En el álgebra de Boole  $D(67830)$ , ¿cuál de las opciones siguientes es correcta?

- a) El número de coátomos es cinco.
- b)  $1615 \wedge 2261 = 969$ .
- c)  $1615 \vee 2261 = 11305$ .
- d)  $\overline{399} = 340$ .

**14.** En el álgebra de Boole  $\mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\})$ , escriba el elemento  $\{1, 3, 4\}$  como supremo de átomos y como ínfimo de coátomos.

**15.** ¿Para cuántos números naturales  $n$  tales que  $1 \leq n \leq 10^{1000}$  existe algún álgebra de Boole de  $n$  elementos?

**16.** Sea  $\mathcal{A}$  un álgebra de Boole cuyos átomos son  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  y sea el elemento

$$\alpha = \overline{(\bar{a}_1 \wedge (a_2 \vee a_5))} \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4).$$

Se pide expresar:

- a)  $\alpha$  como supremo de átomos.
- b)  $\alpha$  como ínfimo de coátomos.
- c)  $\bar{\alpha}$  como supremo de átomos.
- d)  $\bar{\alpha}$  como ínfimo de coátomos.

**17.** Si  $a$  y  $b$  son dos átomos distintos pertenecientes a un álgebra de Boole  $\mathcal{A}$  de cinco átomos, ¿cuántos elementos  $x$  pertenecientes a  $\mathcal{A}$  existen tales que  $a \vee x = b \vee x$ ?

**18.** Si  $\mathbb{B}$  es el álgebra de Boole binaria, defina un isomorfismo del álgebra de Boole  $\mathbb{B}^3$  en el álgebra de Boole  $D(30)$ .

**19.** Encuentre un isomorfismo del álgebra de Boole  $\mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\})$  en el álgebra de Boole  $D(4389)$ .

20. Sean  $\mathcal{A}_1$  y  $\mathcal{A}_2$  álgebras de Boole de  $n$  átomos. ¿Cuántos isomorfismos distintos se pueden definir de  $\mathcal{A}_1$  en  $\mathcal{A}_2$ ?

21. Denotamos por  $\mathcal{F}_n$  el conjunto de las funciones booleanas  $f : \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$ . Compruebe que  $\mathcal{F}_n$  es un álgebra de Boole con las operaciones dadas por  $f \vee g$ ,  $f \wedge g$  y  $\bar{f}$ , donde

$$(f \vee g)(a_1, \dots, a_n) = f(a_1, \dots, a_n) + g(a_1, \dots, a_n),$$

$$(f \wedge g)(a_1, \dots, a_n) = f(a_1, \dots, a_n) \cdot g(a_1, \dots, a_n),$$

# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



Rey

3

$$\bar{f}(a_1, \dots, a_n) = \overline{f(a_1, \dots, a_n)}$$

para todo  $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{B}^n$ .

22. Escriba la forma normal disyuntiva en términos de variables para cada una de las funciones booleanas siguientes:

- $f(x, y, z) = \sum m(2, 4, 5, 6)$ .
- $f(x, y, z) = (\bar{x} + y\bar{z}) \cdot (x\bar{y} + x\bar{z})$ .
- $f(x, y, z) = (x + \bar{y} + z)(\bar{x} + y + z)(x + \bar{y} + \bar{z})$ .
- $f(x, y, z) = \prod M(0, 1, 4, 5)$ .

23. Escriba la forma normal conjuntiva en términos de variables para cada una de las funciones booleanas siguientes:

- $f(x, y, z) = \prod M(1, 4, 7)$ .
- $f(x, y, z) = (\bar{x}\bar{y} + z) + x\bar{y}\bar{z}$ .
- $f(x, y, z) = x\bar{y} + yz + \bar{x}z$ .
- $f(x, y, z) = \sum m(1, 2, 6)$ .

$\Rightarrow$  FUNC  $\Rightarrow$  con todas las literales  
FUND

24. Calcule la forma normal disyuntiva y la forma normal conjuntiva para la función booleana  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + x_4)} \cdot (x_2 + \bar{x}_3 \cdot x_5) + x_1$ .

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + x_4)} \cdot (x_2 + \bar{x}_3 \cdot x_5) + x_1.$$

25. Sea  $f : \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$  la función booleana tal que  $f(a_3, a_2, a_1, a_0) = 1$  si, y sólo si, el número natural escrito en binario como  $(a_3a_2a_1a_0)_2$ , es múltiplo de 3 ó de 5. Encuentre la forma normal disyuntiva  $f$ .

26. Consideraremos la función booleana  $f(x, y, z) = \overline{x \rightarrow (\bar{y} \cdot z)} \oplus (x + z)$ . Entonces la forma normal conjuntiva de  $f$  es:

- $\bar{x}yz + \bar{x} \cdot \bar{y}z + x\bar{y}z$ .
- $(x + y + z) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z})$ .
- $xyz + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y} \cdot \bar{z} + xy\bar{z}$ .
- $(\bar{x} + y + \bar{z}) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (x + y + \bar{z})$ .

27. Obtenga la forma normal conjuntiva de la función booleana

$$f(x, y, z, t) = [(x + t) \text{ NAND } (\bar{y} + z)] + [z\bar{t} \oplus (y \text{ NOR } x)].$$

28. ¿Verifica la suma exclusiva la propiedad asociativa? ¿Se verifica la propiedad distributiva del producto booleano respecto de la suma exclusiva?

29. Demuestre que toda función booleana se puede expresar usando (tantas veces como sea necesario) la constante 0 y/o el operador booleano  $\rightarrow$  dado por la tabla siguiente:

a	b	$a \rightarrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A continuación, represente el operador booleano NAND en términos sólo de operadores  $\rightarrow$  y/o constantes 0.

30. ¿Verifica el operador NAND la propiedad asociativa? ¿Y el operador NOR? ¿Y el operador  $\rightarrow$ ?

31. Justifique que el conjunto  $\{+, \cdot\}$  de operadores booleanos no es funcionalmente completo.

32. Sea la función booleana  $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} + \bar{z} + x\bar{z}$ .

- Expresa  $f$  usando sólo operadores del conjunto  $\{\rightarrow, 0\}$ .
- Obtenga el polinomio de Geaglkine de  $f$ .

Descúbrelas todas  
en soybético.com  
#SoyBético

✓ 33. Obtenga el polinomio de Gégalkine para la función booleana

$$f(x, y, z, t) = \begin{cases} yt \oplus z & \text{si } x = 0 \\ (y \text{ NOR } \bar{z}) + t & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

✓ 34. Exprese el operador NAND en función del operador NOR, y viceversa.

✓ 35. Aplique el método de los mapas de Karnaugh para obtener una expresión minimal como suma de productos de literales para cada una de las funciones booleanas siguientes:

- a)  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$ .
- b)  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(0, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 15)$ .
- c)  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \sum m(0, 2, 4, 7, 10, 12, 13, 18, 23, 26, 28, 29)$ .

✓ 36. Use el método de los mapas de Karnaugh para obtener una expresión minimal como producto de sumas de literales para la función booleana

$$f(x, y, z, t) = \prod M(0, 1, 2, 3, 6, 9, 14).$$

✓ 37. Consideramos la función booleana  $f(x, y, z, t) = \sum m(2, 3, 6, 8, 9, 10, 11)$ . Se sabe que el precio de una puerta lógica NOT es de 0.3 euros, el de un puerta OR (de dos entradas) es de 0.5 euros, y el de una puerta AND (de dos entradas) es de 0.6 euros. A partir de estos datos, decida si es preferible implementar  $f$  como una suma de productos de literales, ó bien, como un producto de sumas de literales.

✓ 38. Construya un circuito digital combinacional lo más simple posible que implemente la función booleana  $f : \mathbb{B}^5 \rightarrow \mathbb{B}$  tal que  $f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) = 1$  si, y sólo si, el número natural escrito en binario como  $(a_4 a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ , es primo.

✓ 39. Una función booleana  $f(x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{F}_n$  se dice autodual, si  $f(\bar{a}) = \bar{f}(a)$  para todo  $a \in \mathbb{B}^n$ . ¿Cuántas funciones booleanas pertenecientes a  $\mathcal{F}_n$  son autoduales?

✓ 40. Para la función booleana  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$ , ¿cuántos mintérminos aparecen en su forma normal disyuntiva? ¿Y para la función booleana  $g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_6$ ?

✓ 41. Sea la función booleana  $f(x, y, z, t) = \sum m(0, 1, 5, 8, 9, 12, 13, 14)$ . Entonces:

- a)  $f$  tiene exactamente cuatro implicantes primos, de los cuales sólo dos son esenciales.
- b)  $f$  tiene exactamente dos expresiones minimales como suma de productos de literales.
- c)  $f$  tiene exactamente tres implicantes primos, cada uno de los cuales es esencial.
- d) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

✓ 42. Sea la función booleana  $f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y) \text{ NAND } (x \rightarrow (z \text{ NOR } \bar{y}))$ . Entonces:

- a) En el polinomio de Gégalkine de  $f$  no aparece la constante 1.
- b)  $f$  tiene una expresión minimal como suma de productos de literales, en la cual no aparece la variable  $z$ .
- c)  $f(x, y, z) = \overline{(x + \bar{y} + z) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z})}$ .
- d) En la forma normal disyuntiva de  $f$  hay exactamente tres sumandos.

## Resaso

### Tema 3

- Commutativa . Asociativa . Distributiva . Elementos neutros
- Complementario . Idempotencia . Absorción
- Identidad.

(14)

$$a | 30 \vee \begin{array}{l} (15 \wedge 30) \\ \text{m.c.d}(15, 30) \end{array}$$

$$30 \vee 5 = \boxed{30}$$

$$D(220) \quad |$$

$$220 = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$$

2 <sup>50</sup>	2
105	5
21	7
3	3
	1

(14)

$P(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\})$ .  $\{1, 3, 4\}$  como sup集 de  
átomos. y como inf集 de coátomos

$$A_x = \left\{ \{1, 2, 4, 5, 6\}, \{1, 3, 4, 5, 6\}, \{1, 2, 3, 5, 6\}, \right. \\ \left. \{1, 2, 3, 5, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 5\} \right\}$$

\* Como es coátomos tiene que  
coger todo  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  para en cerc.  
Por tanto elimina un número.

$$\Rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\Rightarrow \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{1, 2, 3, 4, 6\} \setminus \{1, 2, 3, 5\}$$

infino

(36)

a)  $\alpha$  como supuesto de áticos

Supuesto es M. que  
aparece en ambos  
terminos.

$$\alpha = (\bar{a}_2 \wedge (a_2 \vee a_3)) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5)$$

$$\equiv (a_3 \vee (\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_5)) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \equiv$$

$$\equiv ((a_3 \vee \bar{a}_2) \wedge (a_3 \vee \bar{a}_5)) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \equiv$$

$$\equiv (a_3 \vee \bar{a}_2 \vee a_3 \vee a_4) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_3 \vee a_5) \equiv$$

$$\in P_{\text{AT}} \in \{G\}$$

$$\bar{a}_2 = (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \quad \bar{a}_5 = (a_3 \vee a_4 \vee a_5)$$

$$\alpha(\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_5) = (a_3 \vee a_4 \vee a_5)$$

$$\Rightarrow (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \equiv [a_3 \vee a_4]$$

Supuesto ob  
áticos

b)  $\alpha$  como infino de coctenos

$$(a_3 \vee a_4) = \bar{a}_2 \wedge \bar{a}_3 \wedge \bar{a}_5$$

$$\alpha = (a_3 \vee (\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_5)) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \equiv$$

$$\equiv (a_3 \vee \bar{a}_2) \wedge (a_3 \vee \bar{a}_5) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \equiv$$

$$\bar{a}_2 = (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \quad \bar{a}_5 = a_3 \vee a_4 \vee a_5$$

$$\equiv (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \equiv$$

$$= [(a_3 \wedge a_4)] \Rightarrow \text{Supuesto de coctenos}$$

Infinito de coctenos

$$\Rightarrow (\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_3 \wedge \bar{a}_5)$$

# Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.



(22)

$$\begin{aligned} b) f(x, y, z) &= \overline{(x + y \cdot z)} \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \cdot \bar{y} + \bar{z}) \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \cdot \bar{y}) + (\bar{z}) \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \cdot \bar{y}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \Leftrightarrow (x \cdot \bar{y} \cdot z) + \\ &+ (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \end{aligned}$$

(26)

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \overline{x \rightarrow (y \cdot z)} \oplus (x + z) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \cancel{x \rightarrow (y \cdot z)} \oplus (x + z) \Leftrightarrow x \cdot (y + \bar{z}) \oplus (x + z) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \cdot y) + (x \cdot \bar{z})) \oplus (x + z) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((\overline{x \rightarrow (y \cdot z)}) \cdot (x + z)) + (\overline{x \rightarrow (y \cdot z)} \cdot (x + z)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \cdot (y + \bar{z})) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z})) + ((\bar{x} + (y \cdot z)) \cdot (x + z)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \cdot y) + (x \cdot \bar{z})) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z}) + ((\bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{z}) \cdot (x + z)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (x + y + z) \cdot (x + \bar{y} \cdot \bar{z}) \end{aligned}$$



GET IT ON  
Google Play

Download on the  
App Store

WUOLAH

$$27) f(x, y, z, t) = [(x+t) \text{NAND} (y+z)] + [z \cdot \bar{t} \oplus (y \text{NOR} x)]$$

$$\Leftrightarrow \overline{(x+t) \cdot (y+z)} + (z \cdot \bar{t} \oplus \overline{y+x}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\bar{x} \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + ((z \cdot \bar{t}) \cdot (y+x)) + (\bar{z} \cdot t) \cdot (\bar{y} \cdot \bar{x}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + (z \cdot \bar{t} \cdot y) + (z \cdot \bar{t} \cdot x) + (\bar{y} \cdot \bar{x} \cdot t) + (\bar{y} \cdot \bar{x} \cdot \bar{z})$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t})}_{1100} + \underbrace{(x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{t})}_{1010} + \underbrace{(x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t)}_{1100} + \underbrace{(x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot t)}_{1010}$$

$$+ \underbrace{(\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t)}_{0100} + \underbrace{(\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{t})}_{0110} + \underbrace{(x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t)}_{1100} + \underbrace{(\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t)}_{0110},$$

$$+ \underbrace{(\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot t)}_{0010} + \underbrace{(\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot t)}_{0001} + \underbrace{(\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t})}_{0000} \Rightarrow F.N.D$$

F.N.D

$$\Rightarrow \Sigma_n (0, 4, 3, 6, 5, 13, 8, 12, 10, 14)$$

$$F.U.C \Rightarrow \Pi M (2, 7, 9, 11, 15, 17)$$

$\Rightarrow$  otra forma

$\bar{x} \bar{y}$	$\bar{z} \bar{t}$	00	01	11	10
00	00	1	1	1	0
01	11	1	1	0	1
11	10	1	0	1	1
10	01	0	0	1	1

(32)  $f(x, y, z) = \overline{\bar{x} \cdot y + z} + x \cdot \bar{z}$

$\alpha \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ \Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{z}) + (\overline{x \rightarrow z}) \Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{z}) \rightarrow (\overline{x \rightarrow z}) \end{array} \right.$

$\Leftrightarrow (\bar{x} \cdot y + z) \rightarrow (\overline{x \rightarrow z}) \Leftrightarrow (\overline{\bar{x} \rightarrow \bar{y}} + z) \rightarrow (\overline{x \rightarrow z}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \rightarrow z) \rightarrow (\overline{x \rightarrow z}) \Leftrightarrow \boxed{((x \rightarrow 0) \rightarrow (y \rightarrow 0)) \rightarrow z} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{((x \rightarrow z) \rightarrow 0)}$

6 |  $\Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{z}) + x \cdot \bar{z} \Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{z}) \oplus (x \cdot \bar{z}) \oplus$

$\oplus ((\bar{x} + \bar{y} \cdot \bar{z}) \cdot (x \cdot \bar{z})) \Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{x} + \bar{z}) \oplus (x \cdot \bar{z}) \oplus$

$\oplus (((\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{x} + \bar{z})) \cdot (x \cdot \bar{z})) \Leftrightarrow (\bar{x} \oplus \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y}) \cdot (\bar{x} \oplus \bar{z} \oplus x \cdot \bar{z})$

$\oplus (\bar{x} \cdot \bar{z}) \oplus \left( (\bar{x} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \right) \Leftrightarrow \left( (\bar{x} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\bar{x} \oplus \bar{x} \cdot \bar{z} \oplus x \cdot \bar{z}) \oplus (\bar{x} \cdot \bar{y} \oplus \bar{y} \cdot \bar{z} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \oplus$

$\oplus (\bar{x} \cdot \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \oplus (\bar{x} \cdot \bar{z}) \oplus ((\bar{x} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z})) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \bar{x} \oplus \bar{y} \cdot \bar{z} \oplus \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \oplus x \cdot \bar{z} \oplus (\bar{x} \cdot \bar{z}) \oplus (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \oplus (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z})$

$\Leftrightarrow \boxed{\bar{x} \oplus \bar{y} \cdot \bar{z} \oplus \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}} \Leftrightarrow \bar{x} \oplus ((\bar{z} \oplus \bar{y}) \cdot (\bar{z} \oplus \bar{y})) \oplus$

$\oplus (\bar{x} \cdot (\bar{z} \oplus \bar{y}) \cdot (\bar{z} \oplus \bar{y})) \Leftrightarrow \bar{x} \oplus \cancel{\bar{z} \oplus \bar{y}} \oplus \bar{y} \oplus \bar{z} \cdot \bar{y} \oplus$

$\oplus (\bar{x} \oplus \bar{y} \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{z} \oplus \bar{y}) \Leftrightarrow \bar{x} \oplus \bar{z} \oplus \bar{y} \oplus \bar{y} \cdot \bar{z} \oplus$

$\oplus \cancel{\bar{x} \oplus \bar{y} \cdot \bar{z}} \oplus \cancel{\bar{y} \cdot \bar{z}} \Leftrightarrow \boxed{(\bar{z} \oplus \bar{y}) \cdot (\bar{y} \oplus \bar{z}) \oplus \bar{x}}$

$\oplus \boxed{\bar{x} \cdot \bar{y} \oplus \bar{x} \cdot \bar{z}}$

$$\begin{aligned}
 & \text{(2) } f(x, y, z, t) = \begin{cases} y \cdot t \oplus z & \text{si } x = 0 \\ (y \text{ NOR } z) + t & \text{si } x = 1 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow (y \text{ NOR } z) + t \Leftrightarrow (\overline{y + z}) + t \Leftrightarrow (\bar{y} \cdot \bar{z}) + t, \\
 & \Leftrightarrow (\bar{y} \cdot \bar{z}) \oplus t \oplus (\bar{y} \cdot z \cdot t) \Leftrightarrow \{z \oplus y \cdot z\} \oplus t \oplus y \cdot z \oplus y \cdot z \cdot t \\
 & \Leftrightarrow \boxed{z \oplus t \oplus y \cdot z \cdot t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z, t) &= ((y \cdot t \oplus z) \cdot \bar{x}) + ((z \oplus t \oplus y \cdot z \cdot t) \cdot x) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow (\bar{x} \cdot y \cdot t \oplus \bar{x} \cdot z) + (x \cdot z \oplus x \cdot t \oplus x \cdot y \cdot z \cdot t) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \boxed{\bar{x} \cdot y \cdot t \oplus \bar{x} \cdot z \oplus x \cdot z \oplus x \cdot t \oplus x \cdot y \cdot z \cdot t} \quad \text{del}
 \end{aligned}$$

$$\text{(4)} \quad f(x, y, z, t) = \sum m(0, 1, 5, 8, 9, 12, 13, 14)$$

$\bar{x}$	$y$	$\bar{z}$	$t$	00	01	11	10
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0

# FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€  
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,  
VENTAJAS Y DESCUENTOS



(42)  $f(x, y, z) = (\bar{x} \cdot y) \text{NAND} (x \rightarrow (\bar{z} \text{ NOR } \bar{y}))$

a)  $\{ \cdot, +, \text{NAND}, \rightarrow \} \Rightarrow (\bar{x} \cdot y) \cdot (\bar{x} + (\bar{z} + \bar{y})) \Leftrightarrow s$   
 $\Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y}) + (x \cdot (\bar{z} + \bar{y})) \Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y}) \oplus (x \cdot z \oplus x \cdot \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot z) \oplus$   
 $\oplus ((\bar{x} + \bar{y}) \cdot (x \cdot z \oplus x \cdot \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot z)) \Leftrightarrow \{ x \oplus \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \oplus x \cdot z \oplus$   
 $\oplus x \cdot \bar{y} \cdot z \oplus x \cdot \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot z \Leftrightarrow x \oplus \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \oplus x \cdot z \oplus$   
 $\oplus x \cdot \bar{y} \cdot z \oplus x \cdot \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \cdot z \Leftrightarrow s$   
 $\Leftrightarrow x \oplus \bar{y} \oplus x \cdot \bar{y} \Leftrightarrow \cancel{\text{minimizar}} \times \oplus \bar{s} \oplus y \oplus x \oplus \bar{x} \cdot y$   
 $\Rightarrow \text{Si aparece el } s.$

b)  $\Leftrightarrow s \quad (\bar{x} + \bar{y}) + (x \cdot (\bar{z} + \bar{y})) \Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y}) + (\bar{x} \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y})$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow \text{Si aparece,}$

c)  $\bar{f}(\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) \Rightarrow \text{No} \quad (\text{lo es})$

d)  $\text{F.N.D} \Rightarrow (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) +$   
 $+ (x \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z})$

Descúbrelas todas  
en soybético.com  
#SoyBético