WUOLAH

Tema1-Urbano.pdf

Anónimo

Lógica y Métodos Discretos

1º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Real
Betis
Balompié
SEN
TI
MI
EN
TO
SORTEO 1
2 Camisetas
2 Bufandas
1 Balón RBB
SORTEO 2
2 Camisetas
2 Bufandas
1 Balón RBB
SORTEO 3
2 Camisetas
2 Bufandas
Autógrafos jugadores
SORTEO 4
2 Camisetas COOSUR RBB
2 Packs 'SOY BÉTICO'
Autógrafos jugadores
betway
COOSUR

CMD. Tema 1.

Álgebra de Boole => Conjunto A tiene estructura de A.B si en A hay dos operaciones binarias, tq.: $A \times A \rightarrow A$ = app. binaria

-> ~~Ru~~ Hay definida una operación monaria sobre A

$A \rightarrow A$

-> Hay dos elementos $0, 1 \in A$

-> operación o, $\vee$ (supremo o suma booleana)

$A \times A \rightarrow A$

$(a_1, a_2) \rightarrow a_1 \vee a_2$

-> op. y, $\wedge$ (ínfimo o producto booleano)

$A \times A \rightarrow A$

$(a_1, a_2) \rightarrow a_1 \wedge a_2$

-> Complementarios

$A \rightarrow A$

$a \rightarrow \bar{a}$

Para que se termine de cumplir esta estructura se tiene que cumplir los siguientes axiomas:

1.- Conmutativa

- $a_1 \vee a_2 = a_2 \vee a_1$ - $a_1 \wedge a_2 = a_2 \wedge a_1$

2.- Asociativa

$\forall x, y, z \in A$

- $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$ - $x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$

3.- Distributiva

$\forall x, y, z \in A$

- $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ - $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

4.- Elementos neutros

- $a \vee 0 = a$ — Neutro para suma booleana
- $a \wedge 1 = a$ — Neutro para producto booleano

5.- Complementario

- $a \vee \bar{a} = 1$
- $a \wedge \bar{a} = 0$

-> Para una estructura de A.B se cumple el principio de dualidad que resulta de intercambiar la suma b. por el producto booleano y $0 \longleftrightarrow 1$

-> Consecuencias de una estructura de A.B

6.- Idempotencia

- $a \vee a = a$
- $a \wedge a = a$

$a = a \vee 0$

$a = a \wedge 1$

¿Porque? ¿$a \vee a = a$? $\Longleftrightarrow$

$\overset{4.}{\Longleftrightarrow}$ ~~$a \vee a = (a \vee a)(a \vee a) \wedge 1 \overset{5.}{\Longleftrightarrow} a \vee a$~~ $=$

$\overset{4.-}{\Longleftrightarrow} a \vee a = (a \vee a) \wedge 1 \overset{5.-}{\Longleftrightarrow} a \vee a = (a \vee a) \wedge (a \vee \bar{a}) \Longleftrightarrow$

$\overset{3.-}{\Longleftrightarrow} a \vee (a \wedge \bar{a}) \overset{5.-}{\Longleftrightarrow} a \vee 0 \overset{4.-}{\Longleftrightarrow} \boxed{a = a \vee a}$

7.- Absorción

- $a \vee (a \wedge b) = a$
- $a \wedge (a \vee b) = a$

-> Demostración libreta

8.- Característica complementaria

$$\left.\begin{array}{l} a \vee b = 1 \\ a \wedge b = 0 \end{array}\right\} \bar{a} = b$$

9.- Identidad (dominación)

- $a \wedge 0 = 0$
- $a \vee 1 = 1$

WUOLAH
Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

10.- Doble complementario

- $\bar{\bar{a}} = a$

11.- Cancelativa

$$\left.\begin{array}{l} x \vee y = x \vee z \\ x \wedge y = x \wedge z \end{array}\right\} y = z$$

12.- $x \vee (\bar{x} \wedge y) = x \vee y \Rightarrow \underbrace{(x \vee \bar{x})}_{1} \wedge (x \vee y) = 1 \wedge (x \vee y) = x \vee y$

13.- De Morgan

- $\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$ - $\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$

Ejemplos

1.- Sea $B = \{0, 1\}$. Este conjunto tiene estructura de Bool.

Tablas de $\vee$ y $\wedge$

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$-$	
0	1
1	0

$\bar{0} = 1$

$\bar{1} = 0$

2.- Teniendo el conjunto $\mathbb{B}^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \in \mathbb{B}\}$.

Tiene estructura de Álgebra de Boole. Suma y producto bool

$(x_1, x_2 \dots x_n) \vee (y_1, y_2, \dots y_n) = (x_1 \vee y_1), (x_2 \vee y_2)$

$\left.\begin{array}{l} 0 = (0, 0 \dots 0) \\ 1 = (1, 1 \dots, 1) \end{array}\right\}$ n veces

$\left(\overline{x_1, x_2 \dots x_n}\right) = \bar{x}_1, \dots$

Comprobemos ahora sus axiomas, no podemos justificar que ~~tenga~~ se cumple el principio de dualidad, no sabemos si es estructura.

Ej:

$\mathbb{B}^3 \Rightarrow (0,1,0) \vee (1,1,0) = (1,1,0)$

$(1,1,0) \wedge (1,0,1) = (1,0,0)$

3.- Sea X un conjunto $\neq \emptyset$

$P(X)$, dados $A, B \in \mathbb{P}(X)$ podemos definir

$A \vee B = A \cup B$

$A \wedge B = A \cap B$

$\bar{A} = X \setminus A$

Para ser estructura de A.B

$0 = \emptyset$

$1 = X$

Se tienen que cambiar los axiomas por la de unión e intersección

→ Orden implícito en un álgebra de Boole

Si tenemos un A.B:

$a \vee b = b \Leftrightarrow a \wedge b = a$

$a \vee b = b \Leftrightarrow a \vee b = b \vee (b \wedge a) = a \vee b = b$

$a \wedge b = a \wedge (a \vee b) = a$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

Estudiar sin publi es posible.
Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

Relaciones binarias

$aRb \iff a \vee b = b$ $a \wedge b = a$

Se cumple que:

- Reflexiva: si $a \in A \Rightarrow aRa \iff \underline{a \vee a = a}$ idempotencia

- Antisimétrica: si aRb y $bRa \Rightarrow a = b$

$$\left.\begin{array}{l} aRb \iff a \vee b = b \\ bRa \iff b \vee a = a \end{array}\right\} \Rightarrow a = b \Rightarrow \text{propiedad conmutativa}$$

- Transitiva: si aRb y $bRc \Rightarrow aRc$

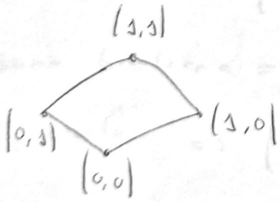
$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} aRb \iff a \vee b = b \\ bRc \iff b \vee c = c \end{array}\right\} aRc \iff a \vee c = c$$

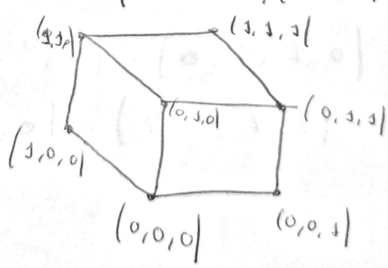
$$a \vee c = a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c = b \vee c = c$$

Diagrama de Hasse

$\mathbb{B}^n \to \mathbb{B}^2 = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$

$\mathbb{B}^3 = \{(0,0,0), (0,0,1) \ldots\}$





Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

GET IT ON Google Play
Download on the App Store
WUOLAH

$\hookrightarrow$ Dos álgebras de Boole son isomorfas (misma forma) si existe $A_1 \to A_2$ app. biyectiva que:

$$\left.\begin{array}{l} - f(a \vee b) = f(a) \vee f(b) \\ - f(a \wedge b) = f(a) \wedge f(b) \\ - f(\bar{a}) = \overline{f(a)} \end{array}\right\} \Rightarrow A_1 \cong A_2$$

Son isomorfas si sus diagramas de Hasse coinciden

Cuando $\exists$ isomorfismo $\Rightarrow f(0) = 0$ y $f(1) = 1$

$a \wedge \bar{a} = 0 \Rightarrow f(a \wedge \bar{a}) = f(0) \Leftrightarrow f(a) \wedge f(\bar{a}) \Leftrightarrow 0 = f(a) \wedge \overline{f(a)}$

$\Rightarrow$ Se tiene que cumplir que:

$$f((1,0) \vee (0,1)) = f(1,0) \vee f(0,1)$$

$$\begin{array}{ccc} \parallel & & \\ f(1,1) & & \parallel \\ \parallel & & \{a\} \cup \{b\} \\ \{a,b\} & & \end{array}$$

Se cumple el principio de dualidad

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack ‘Soy Bético’ con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

→ Representación de Elementos en A.B.   XNOR = ~~Aw~~($A \wedge B$) $\vee$ ($\bar{A} \wedge \bar{B}$)

Sea $(A, \vee, \wedge, ^{-})$ álgebra de Boole, decimos que

- $a \in A$, es un átomo si: $a \neq 0$ y ~~no $\in$~~ $\not\exists$ $b \in A$ tq $0 < b < a$

Átomos en $\mathbb{B}^3$ ⇒ Después del 0 $(1,0,0)$, $(0,1,0)$...

- coátomo $a \neq 1$ y $\not\exists$ $a < b < 1$

$\boxed{\text{en } \mathbb{B}^3 \text{ es}}$ $(0,1,1)$, $(1,0,1)$, $(1,1,0)$

→ Complementarios del ~~so~~ átomo

$P(X) = \{a\}$ ⇒ átomo

$X \setminus \{a\}$ ⇒ coátomo

→ Teorema de Representación

- Todo ~~conjunt~~ elemento $A \neq 0$ se representa como suma booleana

- Todo elemento de $A \neq 1$, se " como producto booleano

$\mathbb{B}^4$, $\alpha = (1,0,1,0) \in \mathbb{B}^4$

Suma booleana ⇒ $(1,0,0,0) \vee (0,0,1,0)$

producto ⇒ $(1,1,1,0) \wedge (1,0,1,1)$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

$P(\mathbb{X}) = \{a, b, c, d\}$

$A = \{b, c\} \in P(\mathbb{X})$

$\Rightarrow$ suma $\Rightarrow A = \{b\} \vee \{c\} \Rightarrow \{b\} \cup \{c\}$

$\Rightarrow$ producto $\overset{\text{Intersección}}{\Rightarrow}$ $\Delta = \{a, b, c\} \wedge \{b, c, d\} \Rightarrow \{a, b, c\} \cap \{b, c, d\}$

$\Delta \cong P(\{a_1, \dots, a_n\})$

$\Rightarrow$ nº de átomos es $\Rightarrow 2^n$ $\quad \# \Delta = |\Delta|$

$\boxed{\Delta_1 \cong \Delta_2 \iff n_1 = n_2}$

→ Funciones Booleanas

Una función es una app. $f: \mathbb{B}^n \longrightarrow \mathbb{B}$

+	0	1
0	0	1
1	1	1

·	0	1
0	0	0
1	0	1

Prioridad $\Rightarrow$ producto

Para $\mathbb{B}^n$ utilizar $(\Delta, \wedge, \vee, ^-)$, para $\mathbb{B}$ utilizar suma y producto

$B(\cdot\ (f \vee g)(a_1 \dots a_n) = f(a_1 \dots a_n) + g(a_1 \dots a_n)$

$f_0 f = 0$
$f_1 = 1$
} Sabemos que $f \leq g \iff f \vee g = g$

¿Se cumple? $f_0\, a \Rightarrow f(1,0) \leq g(1,0)$

$g \leq f \vee g \Rightarrow$ Si se cumple

Los átomos son aquellas funciones en la que solo aparecen en 1.

Coátomos, solo aparecen 0. $f \vee g \Rightarrow$ coatomos f_1 D

$|F_n| = 2^{2^n}$ Hay 2^n átomos y coátomos

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

FORMA PARTE DEL CAMPO
MÁS GRANDE DEL MUNDO
HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,
VENTAJAS Y DESCUENTOS

→ Expresiones Booleanas

Se define mediante una app de un nº finito de las reglas siguientes

1| 0 y 1 son expresiones booleanas

2| x_i es una e. "

3| $l_1 \cdot l_2$ y $l_1 + l_2$ también

→ Un literal es una variable

→ Minterminos ⇒ complementarios son 0, de normal son 1
↳ es multiplicación

$\boxed{n=3}$ $x_1, x_2, x_3 \Rightarrow x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 = (1, 0, 0)$ átomo

El resto son ceros

→ Maxterminos ; de normal vale 0, complementario vale 1

$\boxed{n=3}$ $x_1 + \bar{x}_2 + x_3 \Rightarrow (0, 1, 0)$

→ Podemos aplicar el Teorema de Representación

(1| Toda función se puede Representar como suma de minterminos (FND)

(2| Toda funcion se puede representar como producto de maxterminos (FNC)

Descúbrelas todas en soybetico.com #SoyBético
RealBetisBalompié
Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH

Ej:

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Minterminos

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$$

(FND)

Ej: ~~1º~~

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot x_2 + \bar{x}_3$$

① Si obtenemos la FND (forma normal = 1, minterminos) => $x_1 \cdot x_2$ => falta x_3

$\bar{x}_3$ => falta x_1 y x_2

$$x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot x_2 \cdot 1 = x_1 \cdot x_2 \cdot (x_3 + \bar{x}_3) =$$

$$= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3)$$

$$\bar{x}_3 = 1 \cdot 1 \cdot \bar{x}_3 = (x_1 + \bar{x}_1) \cdot (x_2 + \bar{x}_2) \cdot \bar{x}_3 =$$

$$= (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3)$$

Repes 1 vez

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3)$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Ahora obtenemos la FNC de la anterior $f(x_1, x_2, x_3)$

$= x_1 \cdot x_2 + \bar{x}_3$ $\times$ Aquí + es nuestra prioridad

Distributiva

$\Rightarrow \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 = \underbrace{(\bar{x}_3 + x_1)}_{\text{Falta } x_2} \cdot \underbrace{(\bar{x}_3 + x_2)}_{\text{Falta } x_1}$ $x_1 \vee (x_2 \wedge x_2)$ $(x_1 \vee x_3) \wedge (x_3 \vee x_2)$

$\bar{x}_3 + x_1 = \bar{x}_3 + x_1 + (x_2 \cdot \bar{x}_2) = (\bar{x}_3 + x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_3 + x_1 + \bar{x}_2)$

$\bar{x}_3 + x_2 = \bar{x}_3 + x_2 + 0 = \bar{x}_3 + x_2 + (x_1 \cdot \bar{x}_1) =$

$= (\bar{x}_3 + x_2 + x_1) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1)$

Ordenarlos

$f(x_1, x_2, x_3) = \underbrace{(\bar{x}_3 + x_2 + x_1)}_{\max(0,0,1)} \cdot \underbrace{(\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_1)}_{(0,1,1)} \cdot \underbrace{(\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1)}_{(1,0,1)}$ FNC

→ De la forma normal Disyuntiva podemos sacar una relación con el sistema numérico en binario

$(FND) \Rightarrow (1,1,1)_2$
$(1,1,0)_2$
$(1,0,0)_2$
$(0,1,0)_2$
$(0,0,0)_2$

Lo pasamos a decimal cada número

7
6
4
2
0

Los minterminos los ponemos con m minúscula

$f(x_1, x_2, x_3) = m_7 + m_6 + m_4 + m_2 + m_0$

$= \Sigma m(0, 2, 4, 6, 7)$

FND abreviada

$f(x_1, x_2, x_3) = \Pi M(1, 3, 5)$

FNC abreviada

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

→ Minimización de funciones Booleanas

- Encontrar una expresión booleana lo más sencilla posible con literales
- Utilizamos Karnaugh ($n \leq 5$)

Cada casilla representa un número en binario decimal

$\boxed{n = 2}$

00 01 · 10 11

$x_1 \backslash x_2$	0	1
0	(0)	(1)
1	(2)	(3)

$$f(x_1, x_2) = \Sigma\, m(2, 3)$$

$x_1 \backslash x_2$	0	1
0	0	0
1	1	1

$\boxed{n = 3}$

101

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	(0)	(1)	(3)	(2)
1	(4)	(5)	(7)	(6)

Poner los 1 en mintérminos y poner los 0 en ma...

$$f(x_1, x_2, x_3) = \Sigma\, m(4, 5, 3, 2)$$

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	~~0~~		1	1
1	1	1		

$\boxed{n = 4}$

$x_1 x_2 \backslash x_3 x_4$	00	01	11	10
00	(0)	(1)	(3)	1 (2)
01	1 (4)	1 (5)	(7)	(6)
11	(12)	(13)	1 (15)	(14)
10	(8)	(9)	(11)	(10)

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack ‘Soy Bético’ con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Estudiar sin publi es posible.
Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

Estud
Compra Wu

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

$\boxed{n = 5}$

Para $x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12 8	13 9	15	14
10	8	9	11	10

Para $x_1 = 1$ ¿$x_4 = 0$?

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

5 es adyacente con 4, 7, 1, 13 y 21

* adyacente ⟹ codigos binarios se diferencian en una única posición

Ej: $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(4, 5, 3, 2)$

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	0	1	1 (3)	1 (2)
1	1 (4)	1 (5)	7	6

→ es un cubo ⟹ 2^n

→ x_3 varía de 0 a 1

cubo

FND ⟹ $f(x_1, x_2, x_3) = \cancel{(x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3)} +$

$= \underbrace{(x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)}_{\text{Implicante de } f}$

Implicante primo ⟹ Igual pero mínimal

→ Cubo Maximal esencial

⇒ Implicante esencial ⇒ si se forma un cubo donde un 1 se queda suelto sin que este esté envuelto en otro cubo ⇒ es esencial

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	
11		1		
10		1		

Maximal esencial

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$
$$= (\bar{x}_3 \cdot x_4) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_4)$$

Implicante esenciales ⇒ $(\bar{x}_3 \cdot x_4)$

⇒ $(\bar{x}_1 \cdot x_2\, x_4)$

Cobertura ⇒ Colección de cubos maximales

Pasos a seguir

1º Señalar los cubos maximales

2º Seleccionamos aquellos que sean esenciales

3º Recubrimos los valor restantes con otros maximales

4º se suman los Implicantes ⇒ suma de producto de literales

Ej:

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00		1	1	1
01		1		1
11				
10				

⇒ Hay dos soluciones se puede unir al cubo más proximo

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Minterminos y maxterminos es dual => se resuelven por dualidad los dos problemas

En minterminos => Implicante
En maxterminos => Implicado

Ej:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \prod M(4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 15)$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1

-> esencial

3 esenciales

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = $$

$$= (x_1 + \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_4) \cdot \text{(cobertura)}$$

$$\cdot (\bar{x}_1 + x_3) \Rightarrow \text{FNC} \Rightarrow \text{Implicados esenciales}$$

$\cancel{(\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2) + (x_2 \cdot x_4) + (x_1 \cdot x_3)}$

$(\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2) + (x_1 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3)$

$\boxed{\text{Si se complementa obtenemos la FND}}$

-> Puertas Lógicas

$\mathbb{B} = \{0, 1\}$

(OR)

+	0	1
0	0	1
1	1	1

(AND)

·	0	1
0	0	0
1	0	1

(NOT)

a	0	1
$\bar{a}$	1	0

NOR

↓	0	1
0	1	0
1	0	0

$a \text{ NOR } b = \overline{a + b} = a \downarrow b$

NAND

↑	0	1
0	1	1
1	1	0

$a \text{ NAND } b = \overline{a \cdot b} = a \uparrow b$

XOR

⊕	0	1
0	0	1
1	1	0

Cuando $a \neq b \Rightarrow 1$
$a = b \Rightarrow 0$ Suma en $\mathbb{Z}_2$

$x \oplus x = 0$
$x \cdot x = x$

$x \oplus y = (\bar{x} \cdot y) + (x \cdot \bar{y})$ Prioridad el producto

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

XNOR : ~~a ↔ b~~ = a XNOR b = $\overline{a \oplus b} = a \leftrightarrow b$

$\leftrightarrow$	0	1
0	1	0
1	0	1

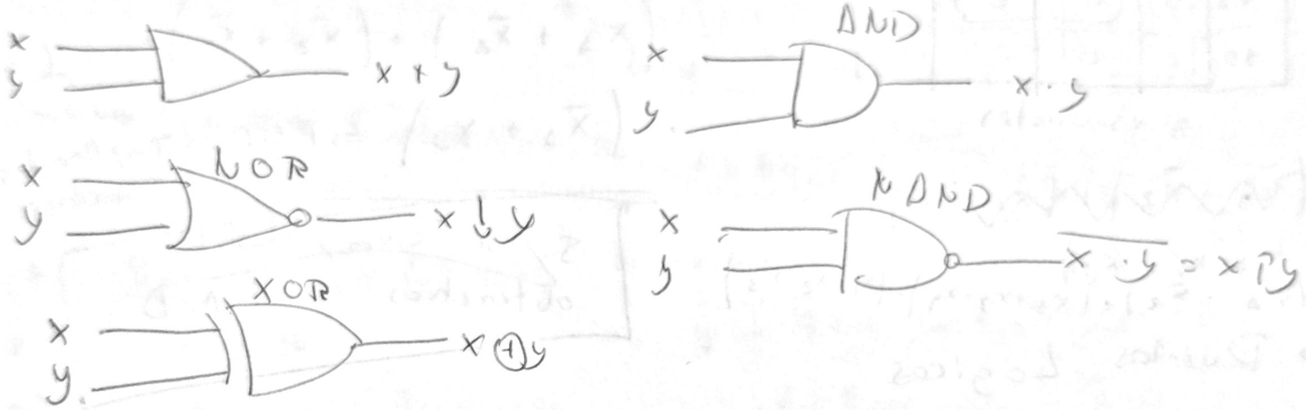
$\begin{cases} 1 & \text{si } a = b \\ 0 & \text{si } a \neq b \end{cases}$

Implicación:

$a \to b = \begin{cases} 0 & \text{si } a = 1, b = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$

$\to$ (a \ b)	0	1
0	1	1
1	0	1

OR



→ C. tos funcionalmente completos de Operadores Booleanos:

⇒ Si se puede expresar cualquier función booleana utilizando ciertas variables

Ejemplo: $\{+, \cdot, \bar{\ }\}$ ⇒ Conj. Func. completo

$\nexists\ f_0(x) = 0 \Rightarrow f_0(x) = x \cdot \bar{x}$

Si $f \neq f_0$ ⇒ Minterminos

⇒ $\{\cdot, \bar{\ }\}$ ⇒ Func. completo

al igual que $\{+, \bar{\ }\}$

NAND es funcionalmente completo {NAND}

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

FORMA PARTE DEL CAMPO
MÁS GRANDE DEL MUNDO
HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,
VENTAJAS Y DESCUENTOS
Descúbrelas todas en soybetico.com
#SoyBético
RealBetisBalompié

→ Polinomio de Gegalkine

⊕	0	1
0	1	0
1	0	0

$\{\oplus, \cdot, 1\}$ $\cancel{\bar{x} = 1 \oplus x}$

$\cancel{x \oplus y \oplus x \cdot y} \iff (x \oplus y)$.

Para hacer transformaciones en este polinomio tenemos las siguientes propiedades

$$\rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 1 \oplus x \\ x + y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y) \end{cases}$$

Ejemplo:

$$f(x,y,z) = x \cdot \bar{y} \cdot z + (\bar{x} + \bar{z})$$

(1) Al realizar alguna transformación no se puede reducir

$$\iff (x\bar{y}z \oplus (\bar{x} + \bar{z})) \oplus (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot (\bar{x} + \bar{z})) \iff$$

$$\iff (x\bar{y}z \oplus (\bar{x} \oplus \bar{z} \oplus \bar{x} \cdot \bar{z})) \oplus \cancel{(x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot (\bar{x} \oplus \bar{z} \oplus \bar{x}\bar{z}))}$$

$$(x\bar{y}z)(\bar{x}) + (x\bar{y}z)(\bar{z}) = 0$$

$$\iff$$

$$\iff \{(x \cdot z) \cdot (1 \oplus y) \oplus \{(1 \oplus x) \oplus (1 \oplus z) \oplus (1 \oplus x) \cdot (1 \oplus z)\}\}$$

$$\iff (x \cdot z) \oplus (xyz) \oplus (1 \oplus x) \oplus (1 \oplus z) \oplus (x(1 \oplus z)) \oplus (x) \oplus (xz)$$

$$\iff \boxed{xyz \oplus 1}$$

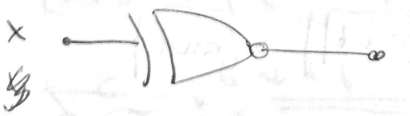
x	y	x⊕y	x·y	(x⊕y)⊕(x·y)
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1

$\bar{x} = 1 \oplus x$

x	1	1⊕x
0	1	1
1	1	0

$\bar{x}$

Gráficamente



$$x \cdot (1 \oplus y) \cdot z = zx \oplus xyz \qquad \cancel{(1 \oplus x) \cdot (1 \oplus z)} = 1 \oplus z$$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH

Ejemplo: Sea $f:(\mathbb{B}_2)^3 \to \mathbb{B}_2$, $f(x,y,z) = (x \wedge \bar{z}) \vee \overline{(y \oplus z)}$

Paso a Gegalkine viene dado por $\{1, \oplus, \cdot\}$

$\bar{x} = 1 \oplus x \qquad x + y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y)$

$f(x,y,z) = \overset{x}{(x \cdot \bar{z})} + \overset{y}{\overline{(y \oplus z)}}$

$\iff (x \cdot \bar{z} \oplus \overline{(y \oplus z)}) \oplus ((x \cdot \bar{z}) \cdot \overline{(y \oplus z)}) \iff$

$\iff (x \cdot (1 \oplus z) \oplus (1 \oplus (y \oplus z))) \oplus ((x \cdot (1 \oplus z)) \cdot$

$\cdot (1 \oplus (y \oplus z)))$ ¿Se puede simplificar?

Fin de Zna

Ejercicios

1) Demostrar las siguientes identidades:

a) $(\bar{a} \vee \overline{(b \wedge c)}) \wedge \bar{b} = \bar{b}$

$\iff \cancel{(a \vee (\bar{b} \vee \bar{c})) \wedge \bar{b} \iff ((a \vee \bar{b}) \vee \bar{c}) \wedge \bar{b}}$

$\iff (a \wedge \bar{b}) \vee ((\overline{b \wedge c}) \wedge \bar{b}) \iff (a \wedge \bar{b}) \vee ((\bar{b} \vee \bar{c}) \wedge \bar{b})$

$\iff (a \wedge \bar{b}) \vee \bar{b} \iff \boxed{\bar{b}}$ $\Rightarrow$ Brrrr

b) $a \vee b \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) = a \vee b \qquad c = (a \vee b)$

$\iff (a \vee b) \vee (c \wedge (a \vee b)) \iff \overline{\bar{c} \wedge \overline{(a \vee b)}} \vee (a \vee b)$

$\cancel{\iff (c \wedge (a) \vee (c) \iff c \wedge a \vee a \iff \overline{c \wedge a \vee a} \iff \bar{c} \vee \bar{a} \wedge \bar{c}}$

$\cancel{\iff \bar{c} \vee \bar{a} \iff c \wedge a \iff}$

WUOLAH

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

$\cancel{b)\ a\vee b\vee(a\wedge c)\vee(b\wedge c) = a\vee b}$

$(x\cdot y)+(\bar{x}\cdot z)+(y\cdot z) = \boxed{x\cdot y+\bar{x}\cdot z}$

$\iff (x\cdot y)+(\bar{x}\cdot z)+(1\cdot y\cdot z)$

$\iff (x\cdot y)+(\bar{x}\cdot z)+((x+\bar{x})\cdot y\cdot z) \iff$

$\iff (x\cdot y)+(\bar{x}\cdot z)+(x\cdot y\cdot z)+(\bar{x}\cdot y\cdot z)$

$\iff (x\cdot y)+(x\cdot y\cdot z)+(\bar{x}\cdot z)+(\bar{x}\cdot y\cdot z)$

$\iff (x\cdot y\cdot 1)+(x\cdot y\cdot z)+(\bar{x}\cdot 1\cdot z)+(\bar{x}\cdot y\cdot z)$

$\iff (x\cdot y)\cdot\underbrace{(1+z)}_{1}+(\bar{x}\cdot z)\cdot\underbrace{(1+y)}_{1}$

$\iff \boxed{(x\cdot y)+(\bar{x}\cdot z)}$

b) $(a\vee b)\vee((a\wedge c)\vee(b\wedge c)) = \underset{a+b}{a\vee b}$

$\iff (a+b)+(a\cdot c)+(b\cdot c) \iff$

$\iff (a+b)+(a\cdot c)+(1\cdot b\cdot c) \iff (a+b)+(a\cdot c)+((a+\bar{a})\cdot b\cdot c)$

$\iff (a+b)+(a\cdot c)+(a\cdot b\cdot c)+(\bar{a}\cdot b\cdot c)$

$\iff (a+b)+(a\cdot b\cdot c)+(a\cdot c)+(\bar{a}\cdot b\cdot c)$

$\iff \cancel{(a\wedge b)\vee(a\vee b)\wedge c} \iff (a+b)+((a\cdot c)+(b\cdot c))$

$\iff (a+b)+((a\cdot c)+c)\cdot((a\cdot c)+b) \iff$

$\iff c\cdot(b\cdot a+(a\cdot c)) \iff c\cdot b+c(a\cdot c) = cb+c =$

$= c(1+b) = c+(a+b) =$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

6

$(c\cdot(b)+(c\wedge a))$

$(a+3)\cdot(a+3)$

$a+3$

b) $a \vee b \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) = a \vee b$

$\Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b) \Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee 0)$

$\Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee a \wedge \bar{a}) \Leftrightarrow \text{—} \wedge (a \vee b \vee c \wedge \bar{c})$

$\Leftrightarrow (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee \bar{c})$

$\Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (c \vee c \vee \bar{c}) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge \underbrace{(c \vee \bar{c})}_{1}$

$\Leftrightarrow \boxed{a \vee b}$

c) $a \vee b = a \vee (\bar{a} \wedge b)$

$\Leftrightarrow x \vee (\bar{x} \wedge y) \Leftrightarrow (x \vee \bar{x}) \wedge (x \vee y)$

$\Leftrightarrow 1 \wedge (a \vee b) \Leftrightarrow \boxed{a \vee b}$

d) $a \wedge b = a \wedge (\bar{a} \vee b)$

$\Leftrightarrow (a \wedge \bar{a}) \vee (a \wedge b) \Leftrightarrow 0 \vee (a \wedge b) \Leftrightarrow \boxed{a \wedge b}$

e) $(a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) = a$

$\Leftrightarrow a \vee (b \wedge \bar{b}) \Leftrightarrow a \vee 0 \Leftrightarrow a$

f) $\overline{a \vee (b \wedge c)} = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{c})$

$\Leftrightarrow \bar{a} \wedge (\bar{b} \vee \bar{c}) \Leftrightarrow (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{c})$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Estudiar sin publi es posible.
Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

(6)

$\cancel{9)\ (a\wedge(b\vee c)) = (\bar a \wedge b)\vee(\bar a\wedge \bar c)}$

$\cancel{\Leftrightarrow (\bar a \vee (\bar b \wedge \bar c)) \Leftrightarrow (a}$

9) $\overline{(a\wedge(b\vee c))\vee(\bar a\wedge b)} = \bar b \wedge (\bar a \vee \bar c)$

$\Leftrightarrow (\bar a \vee (\bar b \wedge \bar c)) \wedge (a \vee \bar b) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\bar a \vee \bar b) \wedge (\bar a \vee \bar c) \wedge (a \vee \bar b)$

$\Leftrightarrow (\bar a \vee \bar b) \wedge (a \vee \bar b) \wedge (\bar a \vee \bar c)$

$\Leftrightarrow (\bar b \vee 0) \wedge (\bar a \vee \bar c) \Leftrightarrow \boxed{\bar b \wedge (\bar a \vee \bar c)}$

h) $(a\wedge b)\vee(\bar a\wedge c)\vee(b\wedge c) = (a\wedge b)\vee(\bar a \wedge c)$

$\cancel{\Leftrightarrow (a\wedge b)\vee c\wedge(\bar a \wedge b)}$

$\cancel{\Leftrightarrow (a\wedge b\wedge 1)\vee(\bar a\wedge 1\wedge c)\vee(1\wedge b\wedge c)}$

$\cancel{\Leftrightarrow (a\wedge b\wedge 1)\vee(1\wedge b\wedge c)\vee(\bar a\wedge 1\wedge c)}$

$\cancel{\Leftrightarrow b\wedge(a\wedge 1\wedge c)\vee(\bar a\wedge 1\wedge c)}$

$\Leftrightarrow (a\wedge b)\vee(\bar a\wedge c)\vee(\overset{a\vee\bar a}{1}\wedge b\wedge c)$

$\Leftrightarrow (a\wedge b)\vee(\bar a\wedge c)\vee(a\wedge b\wedge c)\vee(\bar a\wedge b\wedge c)$

$\Leftrightarrow (a\wedge b)\vee(a\wedge b\wedge c)\vee(\bar a\wedge c)\vee(\bar a\wedge b\wedge c)$

$\Leftrightarrow (a\wedge b\wedge 1)\vee(a\wedge b\wedge c)\vee(\bar a\wedge c\wedge 1)\vee(\bar a\wedge b\wedge c)$

$\Leftrightarrow (a\wedge b)\wedge(\underbrace{1\vee c}_{1})\vee(\bar a\wedge c)\wedge(\underbrace{1\vee b}_{1}) \Leftrightarrow \boxed{(a\wedge b)\vee(\bar a\wedge c)}$

WUOLAH
GET IT ON Google Play
Download on the App Store

i) $(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) = 1$

$\Leftrightarrow a \vee \bar{a} \Leftrightarrow 1$

7

si esto se cumple es

2) $a \vee b = b \Rightarrow$ lo suponemos y sustituimos

$\Leftrightarrow a \wedge b = a \wedge (a \vee b) = \boxed{a}$

1) $a \wedge b = a \Rightarrow$ lo supongo

$\Leftrightarrow a \vee b = \cancel{a \vee (a \wedge b)}\ (a \wedge b) \vee b = \boxed{b}$

3) $\bar{a} \vee b = 1$

$\Leftrightarrow$ Suponemos que $\left.\begin{array}{l} \bar{a} \vee b = 1 \\ \bar{a} \wedge b = 0 \end{array}\right\} b = a$

$\Rightarrow \bar{a} \vee b \Leftrightarrow \bar{a} \vee a = 1$ por ~~propied~~ propiedad dual

4) $a \wedge \bar{b} = 0$

$\Leftrightarrow$ Suponemos por la propiedad dual $\left.\begin{array}{l} a \wedge \bar{b} = 0 \\ a \vee \bar{b} = 1 \end{array}\right| a = b$

$\Rightarrow b \wedge \bar{b} = 0$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH
Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

5

c) Comprobar que en $(A_1, \vee, \wedge, {}^-) \ldots (A_n, \vee, \wedge, {}^-)$

0 y 1 sean $(0 \ldots 0)$ y $(1 \ldots 1)$

Sabemos que $a \wedge \bar{a} = 0$

$\Rightarrow f(a \wedge \bar{a}) = f(0) \Leftrightarrow f(a) \wedge f(\bar{a})$

$\Leftrightarrow 0 = f(a) \wedge f(\bar{a})$

Sabemos que $a \vee \bar{a} = 1$

$\Rightarrow f(a \vee \bar{a}) = f(1) \Leftrightarrow f(a) \vee f(\bar{a})$

$\Leftrightarrow 1 = f(a) \vee f(\bar{a})$

b) Orden Implícito

Sea $(A_1, \vee, \wedge, {}^-) \ldots (A_n, \vee, \wedge, {}^-)$ álgebra de Boole

$A_1 \; (A_1 \vee B_1, \ldots, A_n \vee B_n)$

$(A_1 \wedge B_1, \ldots, A_n \wedge B_n)$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 \vee B_1 = B_1 \\ A_1 \vee B_n = B_n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 \leq B_1 \\ \vdots \\ A_n \leq B_n \end{cases}$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

c) átomos y coátomos

$\mathbb{B}^3 \Rightarrow (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1) \Rightarrow$ átomos

$\Rightarrow (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0) \Rightarrow$ coátomos

(20)

Tiene 2^n isomorfismo siendo n el nº de átomos

(21)

Funciones Booleanas

$f: (\mathbb{B}_2)^n \longrightarrow \mathbb{B}_2 \longrightarrow$ Aquí $(\mathbb{B}_2, +, \cdot, -)$

Aquí se utiliza $((\mathbb{B}_2)^n, \wedge, \vee, -) \Rightarrow$ También se pueden usar los $(+, \cdot, -)$

$|F_n| = 2^{2^n}$

$f \leq g$ No se cumple $\Rightarrow f(1,0) \nleq g(1,0)$

Hay 2^n átomos y 2^n coátomos

$f(1,0) + g(1,0)$

$\neq g(1,0)$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

FORMA PARTE DEL CAMPO
MÁS GRANDE DEL MUNDO
HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,
VENTAJAS Y DESCUENTOS

22) FND => Minterminos

a) $f(x, y, z) = \sum m(2, 4, 5, 6)$

$x \backslash yz$	$\bar y \bar z$ 00	$\bar y z$ 01	$y z$ 11	$y \bar z$ 10
$\bar x$ 0				1
x 1	1	1		1

Maximal

Maximal

$f(x, y, z) = (y \cdot \bar z) + (x \cdot \bar y) \Rightarrow$ FND

b) $f(x, y, z) = (\overline{\bar x + y \cdot z}) \cdot (x y \bar z + x \bar y)$

~~Estamente~~

$\Rightarrow \cancel{(\overline{\bar x + y \cdot z}) = (x \cdot \bar y + \bar z) = (x \cdot \bar y) + (x \cdot \bar z)}$

$\Rightarrow (x \cdot \bar y + \bar z) \cdot (x \cdot y \cdot \bar z + x \cdot \bar y)$

$= x \cdot \bar y + \bar z \cdot x \cdot y \cdot \bar z + x \cdot \bar y =$

$= (x \cdot \bar y \cdot 1) + (x \cdot y \bar z) + (x \cdot \bar y \cdot 1) =$

$= x \cdot \bar y \cdot (z + \bar z) + x \cdot y \cdot \bar z + x \cdot \bar y \cdot (z + \bar z)$

$= (x \cdot \bar y \cdot z) + (x \cdot \bar y \cdot \bar z) + (x \cdot y \cdot \bar z) + (x \cdot \bar y \cdot z)$

$+ (x \cdot \bar y \cdot \bar z) \Rightarrow \boxed{(x \cdot \bar y \cdot z) + (x \cdot \bar y \cdot \bar z) + (x \cdot y \cdot \bar z)}$

Descúbrelas todas en soybetico.com #SoyBético
Real Betis Balompié
WUOLAH
Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

También se puede hacer por tabla.

x	y	z	$\bar{x}$	$y \cdot z$	$\bar{x} + (y \cdot z)$	$\overline{(\bar{x} + y \cdot z)}$	$\bar{z}$	$x \cdot y$	$x \cdot y \cdot \bar{z}$	$\bar{y}$	$x \cdot \bar{y}$
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0

$(x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y})$	f
0	0
0	0
0	0
0	0
1	1
1	1
1	1
0	0

$$\Rightarrow (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot y \cdot \bar{z})$$

e) $f(x,y,z) = (x + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + z)(x + \bar{y} + \bar{z})$

Esta en FNC ~~ya~~

$f(x,y,z) = \prod M(2, 3, 4)$ hasta 7

$f(x,y,z) = \sum m(0, 1, 5, 6, 7)$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
$\bar{x}$ 0	1 (0)	1 (1)	0 (3)	0 (2)
x 1	0 (4)	1 (5)	1 (7)	1 (6)

$$\Rightarrow \boxed{(\bar{x} \cdot \bar{y}) + (\bar{y} \cdot z) + (x \cdot y) \Rightarrow \text{FND}}$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

c) $f(x,y,z) = \overline{(x+\bar{y}+z)(\bar{x}+y+z)(x+\bar{y}+\bar{z})}$

$\Rightarrow (\bar{x}\cdot y\cdot \bar{z}) + (x\cdot \bar{y}\cdot \bar{z}) + (\bar{x}\cdot y\cdot z)$

$\Rightarrow \cancel{(\bar{x}\cdot y\cdot 1) + (\bar{z})}$

23) FNC $\Rightarrow$ la de los maxtérminos $\Rightarrow$ la normal

a) $f(x,y,z) = \prod M(1,4,7)$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0		0		
1	0		0	

$\Rightarrow f(x,y,z) =$

$= (\bar{x}+y+z)\cdot(x+y+\bar{z})\cdot(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})$

b) $f(x,y,z) = \overline{(\overline{x\cdot y}+z)}\cdot(x\cdot y\cdot\bar{z} + x\cdot\bar{y})$

$\Rightarrow (x\cdot y\cdot\bar{z}\cdot x\cdot y\cdot\bar{z}) + (x\cdot\bar{y}) =$

$= (x\cdot y\cdot\bar{z}) + (x\cdot\bar{y}) =$ $x+(y\cdot\bar{y})$

$(y\cdot\bar{y})$ $(z\cdot\bar{z})$ $(x\cdot\bar{z})$ $(z\cdot\bar{z})$

$= \cancel{(x+0+0)\cdot(0+y+0)\cdot(0+0+\bar{z})}$

$+ \cancel{(x+0+0)\cdot(0+\bar{y}+0)} =$

$= \cancel{(x+y+z)\cdot(x+y+\bar{z})\cdot(x+\bar{y}+z)}$

$\cancel{\cdot(x+\bar{y}+\bar{z})\cdot(x+y+z)}$

$= (x\cdot y\cdot\bar{z}) + (x\cdot\bar{y}) \rightarrow$ FND $\rightarrow$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

$(x\cdot y\cdot \bar z) + (x\cdot \bar y) \Rightarrow$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	0	1

$\Rightarrow$ FNC $= f(x,y,z) = \boxed{(x)\cdot(\bar y + \bar z)}$

c) $f(x,y,z) = (x\bar y) + (y\cdot z) + (\bar x z) \Rightarrow$ FND

$\Rightarrow$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$\Rightarrow \boxed{(\bar x\cdot z) + (y\cdot z) + (x\cdot \bar y)}$

$\Rightarrow$ Pasamos a FNC

$f(x,y,z) = \boxed{(\bar y + z)\cdot(x+z)}$ = FNC

d) $f(x,y,z) = \sum m(1,2,6) \Leftrightarrow \prod M(0,3,4,5,7)$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	0	0	1

$\Rightarrow f(x,y,z) = \boxed{(y+z)\cdot(\bar x + y)\cdot(\bar y + \bar z)}$

$0 + 100 = 100$

$100 + 101 = 101$

$011 + 111 = 111$

$\prod M(0,3,4,5,7) \Rightarrow (0,0,0)\ (011)\ (100)\ (101)\ (111)$

$\boxed{(x+y+z)\cdot(x+\bar y+\bar z)\cdot(\bar x+y+z)\cdot(\bar x+y+\bar z)\cdot(\bar x+\bar y+\bar z)}$

$\Rightarrow (x+y+z)\cdot(\bar x+y+z) = (y+z)$

$(x+\bar y+\bar z)\cdot(\bar x+\bar y+\bar z) = (\bar y+\bar z)$

5

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack ‘Soy Bético’ con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Estudiar sin publi es posible.
Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

→ $(y+z)\cdot(\bar{y}+\bar{z})\cdot(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})$ estas dos se pueden ir

Mejor hacer Karnaugh sale mejor

Aquí se puede ir anulando una variable

hay dos soluciones posibles

(24) FND y FNC

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) =$

$= \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + x_4)} \cdot (x_2 + \bar{x}_3 \cdot x_5) + x_1$

FND

$\Rightarrow \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4 \cdot ((x_2) + (\bar{x}_3 \cdot x_5)) + (x_1)$

$\Leftrightarrow$ ① $\underbrace{(\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4)}_{\text{Falta } x_3,\, x_5}$ + ② $\underbrace{(\bar{x}_3 \cdot x_5)}_{\text{Falta } x_1, x_2, x_4}$ + ③ $\underbrace{(x_1)}_{2,5}$

$\Leftrightarrow$

① $(\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_4) = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot 1(x_3 + \bar{x}_3) \cdot \bar{x}_4 \cdot (x_5 + \bar{x}_5)$

$= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)$

$+ (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) +$

$(x_1 + \bar{x}_1)(x_2 + \bar{x}_2)(x_4 + \bar{x}_4)$

x_1, x_2, x_4

② $(\bar{x}_3 \cdot x_5) = (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5)$

$+ (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5)$

$+ (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)$

$+ (x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5)$

③ $(x_1) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5)$

16

$+ (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5) + (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \bar{x}_5)$

y la FNC se consigue al negar todo

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

FNC

$\Rightarrow (\bar{x}_1 \cdot x_2 + \bar{x}_1) \cdot (x_2 + \bar{x}_3 \cdot x_5) + x_1$

$(x_2 + \bar{x}_3) \cdot (x_2 + x_5) + x_1$

(25) $f: \mathbb{B}^4 \to \mathbb{B}$ $f(a_3, a_2, a_1, a_0) = 1$

$\Leftrightarrow (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$, es múltiplo de 3 o de 5

$\Rightarrow$ FND

Podemos buscar múltiplos de 3 o de 5 hasta 15.

1	1	1	1	15
1	1	0	0	12
1	0	1	0	10
1	0	0	1	9
0	1	1	0	6
0	1	0	1	5
0	0	1	1	

$f(a_3, a_2, a_1, a_0) =$

$= (a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3) + (\bar{a}_0 \cdot \bar{a}_1 \cdot a_2 \cdot a_3) + (\bar{a}_0 \cdot a_1 \cdot \bar{a}_2 \cdot a_3) + (a_0 \cdot \bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2 \cdot a_3) + (\bar{a}_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \bar{a}_3) + (a_0 \cdot \bar{a}_2 \cdot a_3 \cdot \bar{a}_3) + (a_0 \cdot a_1 \cdot \bar{a}_2 \cdot \bar{a}_3) \Rightarrow$ FND

(26) $f(x, y, z) = x \to (\bar{y} \cdot z) \oplus (x + z) \Rightarrow$ FNC

a) ~~$\bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z$~~

$\Rightarrow x \to y = \bar{x} + y$

$x \leftrightarrow y = (x \to y) \cdot (y \to x) \Rightarrow$ ~~$(\bar{x} \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$~~ ~~$x + y \cdot \bar{x} + \bar{y}$~~ $x \cdot y + \bar{x} + \bar{y}$

$x \oplus y = (x + y) \cdot (\bar{x} + \bar{y})$

$(x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$

~~$x \bar{x} y$~~

$z + (x \cdot \bar{x})$

$\bar{z} \cdot (x \cdot \bar{x})$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

(26) $m = \bar{y} \cdot z'$

$f(x,y,z) = \overline{(\bar{x} + m)} \oplus (x+z)$

$= x \cdot \overline{(\bar{y} \cdot z)} \oplus (x+z) = x \cdot (y + \bar{z}) \oplus (x+z)$

$= (x \cdot y) + (x \cdot \bar{z}) \oplus \overline{(x+z)} =$

$= (x \cdot y) + ((x \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z})) + ((\bar{x} + z) \cdot (x + z))$

$= (x \cdot y) + \bar{z} \cdot \overline{(x \cdot \bar{x})} + z + \overline{(x \cdot \bar{x})}$

$= (x \cdot y) + z \Rightarrow$ FND

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	1

$(x+z)\ (y+z)$

$f(x,y,z) =$

$= (x + y + z) \cdot (\bar{x} + y + z)$

$\cdot (x + \bar{y} + z)$

$\Rightarrow (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot z)$

FND

(27)

x	y	z	$\bar{y}$	$\bar{y} \cdot z$	$x \to (\bar{y} \cdot z)$ (S_1)	$x + z$ (S_2)	$\bar{S}_1$	$\oplus S_2$
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	0

FNC $\Rightarrow (x + y + z) \cdot (x + \bar{y} + z) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})$

$(x + y + z) \cdot (x + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) \Rightarrow b$

$\boxed{\text{Ya la es la FND}}$

WUOLAH

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

(24) Con tabla

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + x_4)} \cdot (x_2 + \bar{x}_3 \cdot x_5) + x_1$$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$x_1 + \bar{x}_2$	$x_1+\bar{x}_2+x_4$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

(26) $f(x, y, z) = \overline{x \to (\bar{y} \cdot z)} \oplus (x + z)$

$\Leftrightarrow \overline{\bar{x} + (\bar{y} \cdot z)} \oplus (x + z) \Leftrightarrow x \cdot (y + \bar{z}) \oplus (x + z)$

$\Leftrightarrow ((x \cdot y) + (x \cdot \bar{z})) \oplus (x + z) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x \cdot y) + (x \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z}) + (\bar{x} + z) \cdot (x + z)$

$\Leftrightarrow (x \cdot y) + \bar{z} \cdot (x \cdot \bar{x}) + z + (x \cdot \bar{x})$??

$\Leftrightarrow (x \cdot y \cdot (z + \bar{z})) + (z \cdot 1 \cdot 1) \Leftrightarrow (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) +$

$(y + \bar{y}) \cdot (x + \bar{x})$

5 2

3 2

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

FORMA PARTE DEL CAMPO
MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,
VENTAJAS Y DESCUENTOS

(27) FNC de $f(x,y,z,t) = [(x+t) \text{ NAND } (\bar{y}+z)] + [z\cdot\bar{t} \oplus (y \text{ NOR } x)]$

$x \uparrow y = \overline{x\cdot y}$

$x \downarrow y = \overline{x+y}$

$\bar{x} = x \uparrow x \qquad x+y = (x\uparrow x)\uparrow(y\uparrow y)$

$x\cdot y = (x\uparrow y)\uparrow(x\uparrow y)$

x	y	z	t	s_0: $x+t$	$\bar{y}$	s_2: $\bar{y}+z$	$s_0\uparrow s_2$	s_3: $z\cdot\bar{t}$	s_4: $y\downarrow x$	$s_3\oplus s_4$	f
0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0 1
0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1 0

Bien

Mal => 0

~~$x+\bar{y}+z+t$~~

$\cdot$

$x+\bar{y}+\bar{z}+\bar{t}$

$\bar{x}+y+\bar{z}+t$

$\bar{x}+y+z+\bar{t}$

$\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}+\bar{t}$

||

FNC

$f(x,y,z,t) \Rightarrow (\bar{x}\cdot\bar{t}) + (y\cdot\bar{z}) + [z\cdot\bar{t} \oplus (\bar{y}\cdot\bar{x})] =$

$= (\bar{x}\cdot\bar{t}) + (y\cdot\bar{z}) + [(z\cdot\bar{t})\cdot(y+x)] + ((\bar{z}+t)\cdot(\bar{y}\cdot\bar{x}))$

$= (\bar{x}\cdot\bar{t}) + (y\cdot\bar{z}) + [\cancel{x}\cdot y\cdot z\cdot\bar{t}] + (x\cdot z\cdot\bar{t})$

$+ (\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}) + (\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot t) \Rightarrow$ FND

xy \ zt	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	0 1	1
11	1	1	0 1	1
10	0	0	0	1

Bien

Descúbrelas todas en soybetico.com #SoyBético

RealBetisBalompié

WUOLAH

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

(28) XOR ⇒ ¿asociativa? ⇒ Lo es

$\to x \oplus (y \oplus z) = x \oplus (y \cdot \bar{z}) + (\bar{y} \cdot z) =$

$= x \cdot \overline{(\bar{y} \cdot z)} + \bar{x} \cdot (y \cdot \bar{z}) = (x \cdot \bar{y}) + (x \cdot z) + (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z})$

$\to (x \oplus y) \oplus z = z \oplus (x \oplus y) =$

$= z \oplus (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y) = z \cdot (\bar{x} + y) + \bar{z} \cdot (x \cdot \bar{y}) =$

$= (z \cdot \bar{x}) + (y \cdot z) + (\bar{z} \cdot x \cdot \bar{y})$

$$\boxed{x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z}$$

y la distributiva respecto al producto se cumple también

(29) $x \to y = \bar{x} + y$

Comprobar si $\{0, \to\}$ es funcionalmente completo

$x \to y \Rightarrow \bar{x} + y \Rightarrow x \cdot \bar{y} = \overline{x \to y}$

$a \cdot 0 = 0$
$a \cdot \bar{a} = 0$

$a \uparrow b = \overline{a \cdot b}$

$a \cdot b = \overline{a \uparrow b} = (a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b)$

$x \uparrow x = \overline{x \cdot x} = \bar{x}$

$x + y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}} = \bar{x} \uparrow \bar{y} = (x \uparrow x) \uparrow (y \uparrow y)$ esto dual para el NOR

$\overline{x + y} = x \downarrow y$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

(30) → NAND no verifica la propiedad asociativa

$- \; x \uparrow (y \uparrow z) = x \uparrow \overline{y \cdot z} = \overline{x \cdot \overline{y \cdot z}} =$

$= \bar{x} + \overline{\overline{y \cdot z}} = \bar{x} + y \cdot z$

$- \; (x \uparrow y) \uparrow z \} = \bar{z} + x \cdot y = x \cdot y + \bar{z}$

→ Pasa igual con el NoR

→ Para →, no se cumple

$- \; x \to (y \to z) = x \to (\bar{y} + z) = \bar{x} + \bar{y} + z$

$- \; (x \to y) \to z = \bar{x} + y \to z = \overline{\bar{x} + y} + z = x \cdot \bar{y} + z$

(31) $\{+, \cdot\}$ ⇒ No se pueden mostrar las negaciones ⇒ no podemos llegar a mostrar el 0 o el 1. Y cada vez que se escribe el $\{+, \cdot\}$ esto son ~~presecas~~ prescindibles el uno del otro ⇒ Dudler

~~(32) $f(x, y, z) = \overline{\bar{x} \cdot y + z} + x \cdot \bar{z}$~~

~~a) f sólo $\{\to, 0\}$~~

$\Rightarrow \cancel{x + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} \Leftrightarrow x + \bar{z} \cdot (x + \bar{y}) \Leftrightarrow x + \bar{z} \cdot (y \to x)}$

$\bar{y} + x$

(29) $\{0, \to\} \Rightarrow \bar{x} = x \to 0 \Leftrightarrow 0 \to x$

$x \to (y \to 0) = x \uparrow y$

$x \cdot y = ((x \to (y \to 0)) \to 0)$

$\bar{x} = x + (x \Leftrightarrow x)$

$x \Leftrightarrow x$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

(32) $f(x,y,z) = \overline{\bar{x} \cdot y + z} + x\bar{z}$ $\quad x \to y = \bar{x} + y$

a) $\{\to, 0\}$ $\quad x = (x \to 0) \to 0$ $\quad \bar{x} \text{ ó } y = x \to 0$

$x + y = ((x \to 0) \to y)$

$$\Rightarrow x + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} = x + (y \to 0) \cdot (z \to 0) + x \cdot (z \to 0) =$$

$$= x + (((y \to 0) \to (z \to 0)) \to 0) + (((x \to (z \to 0)) \to 0) =$$

$$= ((((x \to 0) \to (((y \to 0) \to (z \to 0)) \to 0)) \to 0) \to ((x \to (z \to 0)) \to 0)$$

$$(((x \to 0) \to ((y \to 0) \to (z \to 0) \to 0) \to 0) \to ((x \to z) \to 0)$$

b) Gegalkine $\{1, \oplus, \cdot\}$ $\quad \bar{x} = 1 \oplus x$

$x + y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y)$

$f(x,y,z) = \overline{\bar{x} \cdot y + z} + x \cdot \bar{z}$

$$\Rightarrow x + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} \Leftrightarrow x + (1 \oplus y) \cdot (1 \oplus z) + x \cdot (1 \oplus z) = ((x \oplus (1 \oplus y)) \oplus (x \cdot (1 \oplus y)) \cdot (x \oplus (1 \oplus z)) \oplus (x \cdot (1 \oplus z))) + x \cdot (1 \oplus z) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ((x \oplus (1 \oplus y)) \oplus (x \cdot (1 \oplus y)) \cdot (x \oplus (1 \oplus z)) \oplus \cancel{(x \cdot (1 \oplus z))} \oplus (x \cdot (1 \oplus z)) \oplus ((x \oplus (1 \oplus y)) \oplus (x \cdot (1 \oplus y)) \cdot (x \oplus (1 \oplus z)) \oplus (x \cdot (1 \oplus z)) \cdot (x \cdot (1 \oplus z)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow [((x \oplus (1 \oplus y)) \oplus (x \cdot (1 \oplus y)) \cdot (x \oplus (1 \oplus z)) \oplus ((x \oplus (1 \oplus y)) \oplus (x \cdot (1 \oplus y)) \cdot (x \oplus (1 \oplus z)) \oplus (x \cdot (1 \oplus z))] \Leftrightarrow \cancel{(x \cdot (1 \oplus z))}$$

?

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Estudiar sin publi es posible.
Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

$$\boxed{a \to b = \bar{a} + b}$$

$$a \to 0 = \bar{a}$$

$$0 \to x = \bar{0} + x = 1 + x = 1$$

$$\{+, \bar{\ }\}$$

$$a + b = \bar{\bar{a}} + b = \bar{a} \to b = (a \to 0) \to b$$

$$a \cdot b = \overline{\overline{a \cdot b}} = \overline{\bar{a} + \bar{b}} = (\bar{a} + \bar{b}) \to 0$$

$$f(x,y,z) = (\bar{x}y + z) \to x\bar{z}$$

$$x\bar{z} = \overline{\bar{x} + z} = \overline{x \to z} = (x \to z) \to 0$$

$$f = \begin{cases} a & \text{si } x = 0 \\ b & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

$$f = a \cdot \bar{x} + b \cdot x$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

x	z	$(1 \oplus z)$	$x \cdot (1 \oplus z)$
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

x	y	z	$1 \oplus z$	$x \cdot$ —
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

x	y	z	$x \cdot \bar{z}$	$\bar{x} \cdot y$	$\bar{x} \cdot y + z$	— $+ x \cdot \bar{z}$
0	0	0 1	0	0	0 1	1
0	0	1 0	0	0	1 0	0
0	1	0 1	0	1	1 0	0
0	1	1 0	0	1	1 0	0
1	0	0 1	1	0	0 1	1
1	0	1 0	0	0	1 0	1
1	1	0 1	1	0	0 1	1
1	1	1 0	0	0	1 0	1

(33) $f(x, y, z, t) = \begin{cases} ① \; y \cdot t \oplus z & \text{si } x = 0 \\ ② \; (y \text{ NOR } z) + t & \text{si } x = 1 \end{cases}$

$y \text{ NOR } z = \overline{y + z} = \bar{y} \cdot \bar{z}$

② $(\bar{y} \cdot z) + t = ((\bar{y} \cdot z) \oplus t) \oplus ((\bar{y} \cdot z) \cdot t) =$

$= (((1 \oplus y) \cdot z) \oplus t) \oplus (((y \oplus 1) \cdot z) \cdot t)$

(34)

$\bar{x} = \overline{x \cdot x} = x \uparrow x$; $x + y = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}} = (x \uparrow x) \uparrow (y \uparrow y)$

$\overline{x \cdot y} = x \downarrow y$ $\quad \overline{x + y} = x \uparrow y$

$x \cdot y = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y)$

$x \cdot y = (x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y)$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

(35) Expresión minimal como suma de productos

a) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1	1	
11		1	1	
10	1			1

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

$= (\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3) + (x_2 x_4) +$

$+ (\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3) + (x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4)$

b) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(0, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 15)$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1			
01	1	1	1	
11			1	1
10	1			1

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

$= (\bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4) + (\bar{x}_1 x_2 x_4)$

$+ (x_1 x_2 x_3) + (x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4)$

c) $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \sum m(0, 2, 4, 7, 10, 12, 13, 18, 23, 26, 28, 29)$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1			1
01	1		1	
11	1	1		
10				1

$\boxed{\text{Si: } x_1 = 0}$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00				1
01			1	
11	1	1		
10				1

$\boxed{\text{Si: } x_1 = 1}$

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5) + (\cancel{x} x_2 x_3 \bar{x}_4) +$

$+ (\bar{x}_2 x_3 x_4 x_5) + (\bar{x}_3 x_4 x_5)$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

(36)

$$f(x,y,z,t) = \prod M(0,1,2,3,6,9,14)$$

$xy \backslash zt$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01				0
11				0
10		0		

$$f(x,y,z,t) = (x+y)\cdot(y+z+\bar{t})\cdot(\bar{y}+\bar{z}+t)$$

(37)

$$f(x,y,z,t) = \sum m\,(\cancel{2,3,6,8,9,14})$$

$$(2,3,6,8,9,10,11)$$

NOT = 0'3€

OR (dos entradas) = 0'5€

AND (" ") = 0'6€

¿Más económico?

$xy \backslash zt$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$f(x,y,z,t) = (x\cdot\bar{y}) + (\bar{y}\cdot z) + (\bar{x}\cdot z\cdot\bar{t}) \Rightarrow \text{Suma de Producto}$$

Not = 0'3 · 4 = 1'2€

OR = 0'5 · 2 = 1€

AND = 0'6 · 4 = 2'4€

$\boxed{4'6€}$

$$f(x,y,z,t) = (\bar{x}+\bar{y})\cdot(y+\bar{t})\cdot(x+z)$$

Not = 0'3 · 4 = 1'2€

OR = 0'5 · 3 = 1'5€

AND = 0'6 · 2 = 1'2€

$\boxed{3'9€}$ ⇒ Más barato

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

(38) $f : \mathbb{B}^5 \to \mathbb{B}$ $\quad f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) = 1$

$\Leftrightarrow$ Nº en binario es primo

Podemos formar nº hasta $(31)_{10}$

$(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31) \Rightarrow$ ~~f(x,y,z,t~~

$f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$

$a_3a_2 \backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00			1	1
01		1	1	
11		1		
10			1	

$\boxed{\text{Si: } a_4 = 0}$

$a_3a_2 \backslash a_1a_0$	00	01	11	10
00		1	1	
01			1	
11		1	1	
10				

$\boxed{\text{Si: } a_4 = 1}$

$$f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) = (\overline{a_3} \cdot a_1 \cdot a_0) + \cancel{(\overline{a_3} \cdot \overline{a_2} \ldots)}$$
$$+ (\overline{a}_4 \cdot a_2 \cdot \overline{a}_1 \cdot a_0) + (\overline{a}_4 \cdot \overline{a}_2 \cdot a_1 \cdot a_0) + (\overline{a}_4 \cdot \overline{a}_3 \cdot \overline{a}_2 \cdot a_1)$$
$$+ (a_4 \cdot a_3 \cdot a_2 \cdot a_0) + (a_4 \cdot \overline{a}_3 \cdot \overline{a}_2 \cdot a_0)$$

(39) Autoduales

~~Será autodual~~ La negación es un operador lógico de autodualidad.

$a \in \mathbb{B}^n \Rightarrow 2^n$ será el nº de funciones booleanas en autoduales

FORMA PARTE DEL CAMPO MÁS GRANDE DEL MUNDO
HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS, VENTAJAS Y DESCUENTOS
Descúbrelas todas en soybetico.com
#SoyBético
RealBetisBalompié
Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH

(40) $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$

$x \oplus y = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$ $\boxed{FND}$ $x_1 \oplus x_2 = (x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)$

$\Rightarrow ((x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)) \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$

$\Leftrightarrow ((x_1 \cdot \bar{x}_2) \cdot \bar{x}_3) + ((\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot x_3) + ((\bar{x}_1 \cdot x_2) \cdot \bar{x}_3) + ((x_1 + \bar{x}_2) \cdot x_3)$

$\oplus x_4 \oplus x_5$

$\Leftrightarrow (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_3) + (x_2 \cdot x_3) + (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) +$

$+ (x_1 \cdot x_3) + (\bar{x}_2 \cdot x_3) \oplus x_4 \oplus x_5$

Al realizar la transformación $x_1 \oplus x_2$ obtenemos 2 minterminos distintos. Conforme avanzamos el numero de mintermominos aumenta de manera $2 \cdot m \Rightarrow ((x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2)) \oplus x_3$

1 0 1 1 0
1 0 1 0 0

$2 \cdot 2 = 4$ ~~minterminos~~ productos del, lados

$\frac{1}{2^3}$ - - $\Rightarrow$ Porque hay 2^3 que se repiten
$2^3 = 8$ minterminos

- 0 1 - -
$2^3 = 8$ m.

$2^2 \cdot 2 + 2^3 + 2^4$
4 + 8 + 16 = 3

$\underline{(x_1 \oplus x_2)} \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$

$\underline{(2) \oplus x_3}$

$\underline{2 \cdot 2 = 4 \oplus x_4}$

$\underline{4 \cdot 2 = 8 \oplus x_5}$

$\underline{8 \cdot 2 = \boxed{16} \oplus x_6}$

$16 \cdot 2 = \boxed{32} \rightarrow g(x_1 \ldots x_6)$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

41) $f(x,y,z,t) = \sum m(0,1,5,8,9,12,13,14)$

$xy \backslash zt$	00	01	11	10
00	1	1		
01		1		
11	1	1		1
10	1	1		

c) f => tres implicantes primos, cada uno es esencial

$x \to y = \bar{x} + y$

$x \uparrow y = \bar{x} + \bar{y}$

$x+y = (x \oplus y) \oplus (x \cdot y)$

42) $f(x,y,z) = (\bar{x} \cdot y)\ NAND\ (x \to (z\ NOR\ \bar{y}))$

a) Comprobamos el polinomio de Gegalkin $\{1, \oplus, \cdot\}$

$\Rightarrow (\bar{x} \cdot y) \uparrow (x \to (z \downarrow \bar{y})) \Leftrightarrow ((1 \oplus x) \cdot y) \uparrow (x \to (\bar{z} \cdot y))$

$\Leftrightarrow ((1 \oplus x) \cdot y) \uparrow (\bar{x} + (\bar{z} \cdot y)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{((1 \oplus x) \cdot y)} + \overline{(\bar{x} + (\bar{z} \cdot y))} = (x + \bar{y}) + (x \cdot (z + \bar{y}))$

$\Leftrightarrow (x + \bar{y}) + ((x \cdot z) + (x \cdot \bar{y})) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x + \bar{y}) \oplus ((x \cdot z) + (x \cdot \bar{y})) \oplus ((x + \bar{y}) \cdot ((x \cdot z) + (x \cdot \bar{y})))$

$\Leftrightarrow ((x \oplus \bar{y}) \oplus (x \cdot \bar{y})) \oplus (x \cdot z) \oplus (x \cdot \bar{y}) \oplus (x \cdot z) \cdot (x \cdot \bar{y}) \oplus$

$\oplus (x \oplus \bar{y}) \oplus (x \cdot \bar{y}) \cdot (x \cdot z) \oplus (x \cdot \bar{y}) \oplus (x \cdot z) \cdot (x \cdot \bar{y}) =$

$= (x \oplus \bar{y}) \oplus (x \cdot z) \oplus \cancel{(x \cdot \bar{y})} \cdot (x \cdot \bar{y} \cdot z) \oplus (x \oplus \bar{y}) \oplus$

$\oplus (x \cdot \bar{y} \cdot z) \oplus (x \cdot \bar{y}) \oplus (x \cdot \bar{y} \cdot z) =$

$= (x \cdot z) \oplus (x \cdot (1 \oplus y)) \oplus (x \cdot (1 \oplus y) \cdot z))$

a) No se cumple?

$\Rightarrow \boxed{y \oplus 1 \oplus x \cdot y}$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

b) Expresión mínima como suma de productos, no sale z.

$$f(x,y,z) = (\bar{x}\cdot y)\ NAND\ (x \to (z \downarrow \bar{y}))$$

$$\Rightarrow (\bar{x}\cdot y) \uparrow (x \to (\bar{z}\cdot y)) \Leftrightarrow (\bar{x}\cdot y) \uparrow (\bar{x} + (\bar{z}\cdot y))$$

$$\Leftrightarrow \overline{(\bar{x}\cdot y)} + \overline{(\bar{x} + (\bar{z}\cdot y))} \Leftrightarrow \boxed{(x+y) + (x\cdot(z+\bar{y}))}$$

$$\Leftrightarrow (x+y) + ((x\cdot z) + (x\cdot\bar{y})) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ((x\cdot 1\cdot 1)\cdot 1 + (1\cdot y\cdot 1)) + ((x\cdot z) + (x\cdot\bar{y}))$$

x \ yz	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$\Rightarrow \boxed{f(x,y,z) = (\bar{x}\cdot y) + (x)}$$

Correcto no aparece z.

c) $f(x,y,z) = \overline{(x+\bar{y}+z)} \cdot \overline{(x+\bar{y}+\bar{z})}$

$$\Rightarrow (\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}) + (\bar{x}\cdot y\cdot z)$$

x \ yz	00	01	11	10
0				
1			1	1

$$\Rightarrow f(x,y,z) = (\bar{x}\cdot y)$$

d) FND hay 3 sumandos,

$$\Rightarrow f(x,y,z) \Rightarrow (\bar{x}\cdot y\cdot z) + (\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}) + (x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z})$$
$$+ (x\cdot\bar{y}\cdot z) + (x\cdot y\cdot z) + (x\cdot y\cdot\bar{z})$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH
El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

Estudiar sin publi es posible.
Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

(41) (40) Cuántos minterminos aparecen en su FND

$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \dots \oplus x_n$

~~Podemos realizar en la comp~~

Usamos inducción sobre n.

Cuando $n = 2 \Rightarrow x_1 \oplus x_2$, su tabla de verdad toma el valor $1 \iff$ una x_1 ó x_2 toma como valor 1, en otro caso toma valor 0.

Para $n = 3 \Rightarrow x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$, obtenemos que toma valor 1 cuando solo una de las variables toma valor 1 o cuando las tres toman valor 1. Aquí podemos formular nuestra hipótesis de inducción.

x	y	z	$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

Para $k < n$ la $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ toma valor 1 cuando hay número impar de variables entre $x_1, x_2 \dots x_n$ que tiene el valor 1 y 0 en otro caso.

$f(x_1, x_2, \dots x_n) = x_1 \oplus x_2 \dots \oplus x_n = (x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n-1}) \oplus x_n$

!! Utilizando su propiedad asociativa

	$x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n-1}$	x_n	$f(x_1, x_2 \dots x_n)$
1:	0	0	0
2:	0	1	1
3:	1	0	1
4:	1	1	0

1.- Caso. Hay un nº par de variables que toman valor 1. y $x_n = 0 \Rightarrow 0$

2.- Igual a que antes hay nº par de variables en $x_1 \oplus \dots \oplus x_{n-1}$ pero ahora $x_n = 1. \Rightarrow$ Hay nº impar de variables $\Rightarrow f(x_1 \dots x_n) = 1$

3.- Hay nº impar de variables con valor 1. y $x_n = 0$ →
$\Rightarrow$ Nº de variables $= 1$ es impar $\Rightarrow f(x \dots) = 1$

4.- Nº impar de variables $= 1 \Rightarrow$ y $x_n = 1 \Rightarrow$ nº par de variables $\Rightarrow 0$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

(40) →

$x_1 \oplus x_2 \ldots x_n$ { 0 si hay nº par de variables que tenen el valor 1
1 si hay nº impar que tenen el valor 1

¿Cuántos minterminos? ⇒ Cuando es 1,

$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$ $2^5 = 32$

$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$ x_5 $f(x \ldots x_5)$

~~El nº de total de~~

Busco ~~te~~ cuantos nº en binario hay que en los que en sus casillas haya un nº impar de 1.

Tengo 5 casillas.

$$\binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5} = \boxed{16 \text{ minterminos}}$$

5   10   1

Y en $f(x_1, \ldots x_6)$

Tengo 6 casillas

$$\binom{6}{1} + \binom{6}{3} + \binom{6}{5} = \boxed{32 \text{ minterminos}}$$

6   20   6

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

LMD

Relación de ejercicios del Tema 1

1. Recordemos de teoría que un álgebra de Boole es un conjunto $\mathcal{A}$ en el que hay dos elementos distinguidos $\mathbf{0}$ y $\mathbf{1}$, y sobre el cual se han definido dos operaciones binarias denotadas por $\vee$ y $\wedge$ y una operación monaria denotada por $-$ de modo que se verifica el siguiente conjunto de axiomas:
   1. *Leyes conmutativas*: $\forall a,b \in \mathcal{A},\ a\vee b = b\vee a,\ a\wedge b = b\wedge a.$
   2. *Leyes asociativas*: $\forall a,b,c \in \mathcal{A},\ a\vee(b\vee c) = (a\vee b)\vee c,\ a\wedge(b\wedge c) = (a\wedge b)\wedge c.$
   3. *Leyes distributivas*: $\forall a,b,c \in \mathcal{A},\ a\wedge(b\vee c) = (a\wedge b)\vee(a\wedge c),\ a\vee(b\wedge c) = (a\vee b)\wedge(a\vee c).$
   4. *Leyes de los elementos identidad*: $\forall a \in \mathcal{A},\ a\vee \mathbf{0} = a,\ a\wedge \mathbf{1} = a.$
   5. *Leyes de complementos*: $\forall a \in \mathcal{A},\ a\vee\overline{a} = \mathbf{1},\ a\wedge\overline{a} = \mathbf{0}.$

   Demuestre que las propiedades siguientes son consecuencia de los axiomas anteriores:

   6. *Propiedades de idempotencia*: $\forall a \in \mathcal{A},\ a\vee a = a,\ a\wedge a = a.$
   7. *Propiedades de los elementos identidad*: $\forall a \in \mathcal{A},\ a\vee\mathbf{1} = \mathbf{1},\ a\wedge\mathbf{0} = \mathbf{0}.$
   8. *Propiedades de absorción*: $\forall a,b \in \mathcal{A},\ a\vee(a\wedge b) = a,\ a\wedge(a\vee b) = a.$
   9. *Caracterización del elemento complementario*:

      Si $a,b \in \mathcal{A}$, entonces
      $$\left.\begin{array}{r} a\vee b = \mathbf{1} \\ a\wedge b = \mathbf{0} \end{array}\right\} \iff b = \overline{a}.$$
   10. *Propiedad de involución ó de doble complemento*: $\forall a \in \mathcal{A},\ \overline{\overline{a}} = a.$
   11. *Propiedades de De Morgan*: $\forall a,b \in \mathcal{A},\ \overline{a\vee b} = \overline{a}\wedge\overline{b},\ \overline{a\wedge b} = \overline{a}\vee\overline{b}.$

6. Basándose en los axiomas de álgebra de Boole y en sus consecuencias inmediatas, demuestre las siguientes identidades:
   - *a)* $(a \vee \overline{(b \wedge c)}) \wedge \overline{b} = \overline{b}.$
   - *b)* $a \vee b \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) = a \vee b.$
   - *c)* $a \vee b = a \vee (\overline{a} \wedge b).$
   - *d)* $a \wedge b = a \wedge (\overline{a} \vee b).$
   - *e)* $(a \vee b) \wedge (a \vee \overline{b}) = a.$
   - *f)* $\overline{a \vee (b \wedge c)} = (\overline{a} \wedge \overline{b}) \vee (\overline{a} \wedge \overline{c}).$
   - *g)* $\overline{(a \wedge (b \vee c)) \vee (\overline{a} \wedge b)} = \overline{b} \wedge (\overline{a} \vee \overline{c}).$
   - *h)* $(a \wedge b) \vee (\overline{a} \wedge c) \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \vee (\overline{a} \wedge c).$
   - *i)* $(a \wedge b) \vee (a \wedge \overline{b}) \vee (\overline{a} \wedge b) \vee (\overline{a} \wedge \overline{b}) = \mathbf{1}.$

7. Justifique que en cualquier álgebra de Boole, las afirmaciones siguientes son equivalentes:
   $$(1)\ a \vee b = b \qquad (2)\ a \wedge b = a \qquad (3)\ \overline{a} \vee b = \mathbf{1} \qquad (4)\ a \wedge \overline{b} = \mathbf{0}$$

8. Sea $\mathcal{A}$ un álgebra de Boole. Demuestre las siguientes propiedades para la relación de orden implícito en $\mathcal{A}$:
   - *a)* $\forall a \in \mathcal{A},\ \mathbf{0} \leq a \leq \mathbf{1}.$
   - *b)* $\forall a,b \in \mathcal{A},\ a \leq b \Leftrightarrow \overline{b} \leq \overline{a}.$
   - *c)* Si $a \leq b$, entonces $a \vee x \leq b \vee x$ y $a \wedge x \leq b \wedge x$ para todo $x \in \mathcal{A}$.
   - *d)* $\forall a,b,c \in \mathcal{A},\ a \leq b \Rightarrow a \vee (c \wedge b) = (a \vee c) \wedge b.$
   - *e)* $\forall a,b,c \in \mathcal{A},\ (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c) \wedge (b \vee c).$

9. Sean $(\mathcal{A}_1, \vee, \wedge, -), \ldots, (\mathcal{A}_n, \vee, \wedge, -)$ álgebras de Boole. Sobre el conjunto $\mathcal{A}_1 \times \cdots \times \mathcal{A}_n$ definimos las siguientes operaciones:
   $$(x_1,\ldots,x_n) \vee (y_1,\ldots,y_n) = (x_1 \vee y_1,\ldots,x_n \vee y_n),$$
   $$(x_1,\ldots,x_n) \wedge (y_1,\ldots,y_n) = (x_1 \wedge y_1,\ldots,x_n \wedge y_n),$$
   $$\overline{(x_1,\ldots,x_n)} = (\overline{x_1},\ldots,\overline{x_n}).$$
   - *a)* Compruebe que $\mathcal{A}_1 \times \cdots \times \mathcal{A}_n$, respecto de las operaciones anteriores, es un álgebra de Boole cuyos elementos cero y uno son, respectivamente, $(\mathbf{0},\ldots,\mathbf{0})$ y $(\mathbf{1},\ldots,\mathbf{1})$. El álgebra de Boole $\mathcal{A}_1 \times \cdots \times \mathcal{A}_n$ se denomina el producto de las álgebras de Boole $\mathcal{A}_1,\ldots,\mathcal{A}_n$.

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack ‘Soy Bético’ con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

b) Describa la relación de orden implícito en el álgebra de Boole $\mathcal{A}_1 \times \cdots \times \mathcal{A}_n$.

c) Describa los átomos y los coátomos del álgebra de Boole $\mathcal{A}_1 \times \cdots \times \mathcal{A}_n$.

10. Si k es un número entero positivo, denotamos por $D(k)$ el conjunto de los divisores positivos de k, es decir, $D(k) = \{d \in \mathbb{N} : d|k\}$. Sean n un entero positivo, $p_1, \ldots, p_n$ números primos distintos y $m = p_1 \cdots p_n$. Definimos sobre el conjunto $D(m)$ las siguientes operaciones:

$$a \vee b = \mathrm{mcm}(a,b), \quad \text{es decir, el mínimo común múltiplo de } a \text{ y } b,$$

$$a \wedge b = \mathrm{mcd}(a,b), \quad \text{es decir, el máximo común divisor de } a \text{ y } b,$$

$$\overline{a} = \frac{m}{a}.$$

Justifique que $D(m)$ con las operaciones anteriores es un álgebra de Boole. Determine el orden implícito, los átomos y los coátomos.

11. Compruebe que el conjunto de divisores $D(210)$ es un álgebra de Boole y a continuación evalúe las siguientes expresiones:

$$30 \vee (15 \wedge 10), \quad \overline{14} \wedge 21, \quad \overline{(\overline{6} \vee 35)} \vee 10, \quad \overline{(3 \vee 10)} \vee 2.$$

Exprese cada uno de los elementos 21 y 35 como supremo de átomos y como ínfimo de coátomos.

12. Determine un número natural n sabiendo que el conjunto $D(n)$ de los divisores positivos de n es un álgebra de Boole con las operaciones usuales (véase el Ejercicio 10), y que 105 y 42 son dos coátomos. Además obtenga todos los $x \in D(n)$ tales que $\overline{105} \vee x = 42$.

13. En el álgebra de Boole $D(67830)$, ¿cuál de las opciones siguientes es correcta?

a) El número de coátomos es cinco.

b) $1615 \wedge 2261 = 969$.

c) $1615 \vee 2261 = 11305$.

d) $\overline{399} = 340$.

14. En el álgebra de Boole $\mathcal{P}(\{1,2,3,4,5,6\})$, escriba el elemento $\{1,3,4\}$ como supremo de átomos y como ínfimo de coátomos.

15. ¿Para cuántos números naturales n tales que $1 \leq n \leq 10^{1000}$ existe algún álgebra de Boole de n elementos?

16. Sea $\mathcal{A}$ un álgebra de Boole cuyos átomos son a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 y sea el elemento

$$\alpha = \overline{(\overline{a}_1 \wedge (a_2 \vee a_5))} \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4).$$

Se pide expresar:

a) α como supremo de átomos.

b) α como ínfimo de coátomos.

c) $\overline{\alpha}$ como supremo de átomos.

d) $\overline{\alpha}$ como ínfimo de coátomos.

17. Si a y b son dos átomos distintos pertenecientes a un álgebra de Boole $\mathcal{A}$ de cinco átomos, ¿cuántos elementos x pertenecientes a $\mathcal{A}$ existen tales que $a \vee x = b \vee x$?

18. Si $\mathbb{B}$ es el álgebra de Boole binaria, defina un isomorfismo del álgebra de Boole $\mathbb{B}^3$ en el álgebra de Boole $D(30)$.

19. Encuentre un isomorfismo del álgebra de Boole $\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$ en el álgebra de Boole $D(4389)$.

20. Sean $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$ álgebras de Boole de n átomos. ¿Cuántos isomorfismos distintos se pueden definir de $\mathcal{A}_1$ en $\mathcal{A}_2$?

21. Denotamos por $\mathcal{F}_n$ el conjunto de las funciones booleanas $f : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$. Compruebe que $\mathcal{F}_n$ es un álgebra de Boole con las operaciones dadas por $f \vee g$, $f \wedge g$ y $\overline{f}$, donde

$$(f \vee g)(a_1, \ldots, a_n) = f(a_1, \ldots, a_n) + g(a_1, \ldots, a_n),$$

$$(f \wedge g)(a_1, \ldots, a_n) = f(a_1, \ldots, a_n) \cdot g(a_1, \ldots, a_n),$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

FORMA PARTE DEL CAMPO
MÁS GRANDE DEL MUNDO

HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,
VENTAJAS Y DESCUENTOS

Rc y

$$\overline{f}(a_1,\ldots,a_n) = \overline{f(a_1,\ldots,a_n)}$$

para todo $(a_1,\ldots,a_n) \in \mathbb{B}^n$.

22. Escriba la forma normal disyuntiva en términos de variables para cada una de las funciones booleanas siguientes:
   a) $f(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$.
   b) $f(x,y,z) = (\overline{\bar{x}+yz}) \cdot (xy\bar{z}+x\bar{y})$.
   c) $f(x,y,z) = (x+\bar{y}+z)(\bar{x}+y+z)(x+\bar{y}+\bar{z})$.
   d) $f(x,y,z) = \prod M(0,1,4,5)$.

23. Escriba la forma normal conjuntiva en términos de variables para cada una de las funciones booleanas siguientes:
   a) $f(x,y,z) = \prod M(1,4,7)$.
   b) $f(x,y,z) = (\overline{\overline{x\bar{y}}+z}) + x\overline{yz}$.
   c) $f(x,y,z) = x\bar{y}+yz+\bar{x}z$.
   d) $f(x,y,z) = \sum m(1,2,6)$.

⇒ FNC es con todas los literales
FND

24. Calcule la forma normal disyuntiva y la forma normal conjuntiva para la función booleana Mal

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) = \overline{(x_1+\bar{x}_2+x_4)} \cdot (x_2+\bar{x}_3\cdot x_5) + x_1.$$

25. Sea $f : \mathbb{B}^4 \to \mathbb{B}$ la función booleana tal que $f(a_3,a_2,a_1,a_0) = \mathbf{1}$ si, y sólo si, el número natural escrito en binario como $(a_3a_2a_1a_0)_2$, es múltiplo de 3 ó de 5. Encuentre la forma normal disyuntiva f.

26. Consideramos la función booleana $f(x,y,z) = \overline{x \to (\bar{y}\cdot z)} \oplus (x+z)$. Entonces la forma normal conjuntiva de f es:
   a) $\bar{x}yz+\bar{x}\cdot\bar{y}z+x\bar{y}z$.
   b) $(x+y+z)\cdot(\bar{x}+y+z)\cdot(\bar{x}+\bar{y}+z)\cdot(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})\cdot(x+\bar{y}+\bar{z})$.
   c) $xyz+\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}+\bar{x}y\bar{z}+x\bar{y}\cdot\bar{z}+xy\bar{z}$.
   d) $(\bar{x}+y+\bar{z})\cdot(x+\bar{y}+\bar{z})\cdot(x+y+\bar{z})$.

27. Obtenga la forma normal conjuntiva de la función booleana

$$f(x,y,z,t) = \big[(x+t) \text{ NAND } (\bar{y}+z)\big] + \big[z\bar{t} \oplus (y \text{ NOR } x)\big].$$

28. ¿Verifica la suma exclusiva la propiedad asociativa? ¿Se verifica la propiedad distributiva del producto booleano respecto de la suma exclusiva?

29. Demuestre que toda función booleana se puede expresar usando (tantas veces como sea necesario) la constante $\mathbf{0}$ y/o el operador booleano $\to$ dado por la tabla siguiente:

a	b	$a \to b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A continuación, represente el operador booleano NAND en términos sólo de operadores $\to$ y/o constantes $\mathbf{0}$.

Desde aquí

30. ¿Verifica el operador NAND la propiedad asociativa? ¿Y el operador NOR? ¿Y el operador $\to$?

31. Justifique que el conjunto $\{+,\ \cdot\}$ de operadores booleanos no es funcionalmente completo.

32. Sea la función booleana $f(x,y,z) = \overline{\bar{x}y+z}+x\bar{z}$.
   a) Exprese f usando sólo operadores del conjunto $\{\to,\mathbf{0}\}$.
   b) Obtenga el polinomio de Gegalkine de f.

Descúbrelas todas en soybetico.com #SoyBético

RealBetisBalompié

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

33. Obtenga el polinomio de Gegalkine para la función booleana

$$f(x,y,z,t) = \begin{cases} yt \oplus z & \text{si } x=0 \\ (y \text{ NOR } \overline{z}) + t & \text{si } x=1 \end{cases}$$

34. Exprese el operador NAND en función del operador NOR, y viceversa.

35. Aplique el método de los mapas de Karnaugh para obtener una expresión minimal como suma de productos de literales para cada una de las funciones booleanas siguientes:
a) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \sum m(2,3,4,5,7,8,10,13,15)$.
b) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \sum m(0,4,5,7,8,10,14,15)$.
c) $f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) = \sum m(0,2,4,7,10,12,13,18,23,26,28,29)$.

36. Use el método de los mapas de Karnaugh para obtener una expresión minimal como producto de sumas de literales para la función booleana

$$f(x,y,z,t) = \prod M(0,1,2,3,6,9,14).$$

37. Consideramos la función booleana $f(x,y,z,t) = \sum m(2,3,6,8,9,10,11)$. Se sabe que el precio de una puerta lógica NOT es de 0.3 euros, el de un puerta OR (de dos entradas) es de 0.5 euros, y el de una puerta AND (de dos entradas) es de 0.6 euros. A partir de estos datos, decida si es preferible implementar f como una suma de productos de literales, ó bien, como un producto de sumas de literales.

38. Construya un circuito digital combinacional lo más simple posible que implemente la función booleana $f : \mathbb{B}^5 \to \mathbb{B}$ tal que $f(a_4,a_3,a_2,a_1,a_0) = \mathbf{1}$ si, y sólo si, el número natural escrito en binario como $(a_4a_3a_2a_1a_0)_2$, es primo.

39. Una función booleana $f(x_1,\ldots,x_n) \in \mathcal{F}_n$ se dice autodual, si $f(\overline{a}) = \overline{f}(a)$ para todo $a \in \mathbb{B}^n$. ¿Cuántas funciones booleanas pertenecientes a $\mathcal{F}_n$ son autoduales?

40. Para la función booleana $f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5$, ¿cuántos mintérminos aparecen en su forma normal disyuntiva? ¿Y para la función booleana $g(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_6$?

41. Sea la función booleana $f(x,y,z,t) = \Sigma\, m\Big(0,1,5,8,9,12,13,14\Big)$. Entonces:
a) f tiene exactamente cuatro implicantes primos, de los cuales sólo dos son esenciales.
b) f tiene exactamente dos expresiones minimales como suma de productos de literales.
c) f tiene exactamente tres implicantes primos, cada uno de los cuales es esencial.
d) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

42. Sea la función booleana $f(x,y,z) = (\overline{x} \cdot y)$ NAND $\big(x \to (z \text{ NOR } \overline{y})\big)$. Entonces:
a) En el polinomio de Gegalkine de f no aparece la constante $\mathbf{1}$.
b) f tiene una expresión minimal como suma de productos de literales, en la cual no aparece la variable z.
c) $f(x,y,z) = \overline{(x+\overline{y}+z)\cdot(x+\overline{y}+\overline{z})}$.
d) En la forma normal disyuntiva de f hay exactamente tres sumandos.

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Repaso

Tema 1

· Conmutativa · Asociativa · Distributiva · Elementos neutros

· Complementario · Idempotencia · Absorción

· Identidad.

(11) $D(210)$

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 5 \\ 21 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{210 = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2}$

a) $30 \vee \underbrace{(15 \wedge 10)}_{m.c.d(15,10)}$

$30 \vee 5 = \boxed{30}$

(14) $P(\{1,2,3,4,5,6\})$. $\{1,3,4\}$ como supremo de átomos, y como ínfimo de coátomos

$$\overline{A_x}^{*} = \{\{2,3,4,5,6\},\{1,3,4,5,6\},\{1,2,4,5,6\},$$
$$\{1,2,3,5,6\},\{1,2,3,4,6\},\{1,2,3,4,5\}\}$$

∗ Como es coátomos tengo que coger todo {1,1...} y pero uno cero, por tanto elimino un número

$\Rightarrow \cancel{\{1,3,4\}}$

es $\{1,3,4\} = \{1,3,4,5,6\} \wedge \{1,2,3,4,6\} \wedge \{1,2,3,4,5\}$

ínfimo →

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

16

Supremo es mi guardo lo que aparece 1 en ambos términos

a) α como supremo de átomos

$$\alpha = \overline{(\bar{a}_1 \wedge (a_2 \vee a_5))} \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4) =$$

$$= (a_1 \vee (\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_5)) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4) =$$

$$= \cancel{((a_1 \vee \bar{a}_2) \wedge (a_1 \vee \bar{a}_5) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4)} =$$

$$= \cancel{(a_1 \vee a_3 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4)} =$$

$$\bar{a}_2 = (a_1 \vee a_3 \vee a_4 \vee a_5) \quad \bar{a}_5 = (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4)$$

$$(\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_5) = (a_1 \vee a_3 \vee a_4)$$

$$\Rightarrow (a_1 \vee a_3 \vee a_4) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4) = \boxed{(a_1 \vee a_4)}$$

supremo de átomos

b) α como ínfimo de coátomos

$$\overline{(a_1 \vee a_4)} = \bar{a}_2 \wedge \bar{a}_3 \wedge \bar{a}_5$$

$$\alpha = (a_1 \vee (\bar{a}_3 \wedge \bar{a}_5)) \wedge (a_1 \vee a_3 \vee a_4) =$$

$$= (a_1 \vee \bar{a}_3) \wedge (a_1 \vee \bar{a}_5) \wedge (a_1 \vee a_3 \vee a_4) =$$

$$\bar{a}_3 = (a_1 \vee a_2 \vee a_4 \vee a_5) \quad \bar{a}_5 = a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4$$

$$= (a_1 \vee a_2 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) \wedge (a_1 \vee a_3 \vee a_4) =$$

$$= \boxed{(a_1 \vee a_4)} \Rightarrow \text{Supremo de coátomos}$$

Ínfimo de coátomos

$$\Rightarrow \boxed{(\bar{a}_2 \wedge \bar{a}_3 \wedge \bar{a}_5)}$$

2

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

Estudiar sin publi es posible.

Compra Wuolah Coins y que nada te distraiga durante el estudio.

22

$$b)\ f(x,y,z) = \overline{(\bar{x} + y \cdot z)} \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot \bar{y} + \bar{z}) \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot \bar{y}) + (\bar{z}) \cdot (x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \cdot \bar{y}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}) \Leftrightarrow (x \cdot \bar{y} \cdot z) +$$

$$+ (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z})$$

26

$$f(x,y,z) = \overline{x \rightarrow (\bar{y} \cdot z)} \oplus (x+z) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{\bar{x} + (\bar{y} \cdot z)} \oplus (x+z) \Leftrightarrow x \cdot (y + \bar{z}) \oplus (x+z) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ((x \cdot y) + (x \cdot \bar{z})) \oplus (x+z) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\overline{(x \rightarrow (y \cdot z))} \cdot \overline{(x+z)} \right) + \left(x \rightarrow (\bar{y} \cdot z) \cdot (x+z) \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left((x \cdot (y + \bar{z})) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z}) \right) + \left((\bar{x} + (\bar{y} \cdot z)) \cdot (x+z) \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(((x \cdot y) + (x \cdot \bar{z})) \cdot (\bar{x} \cdot \bar{z}) \right) + \left((\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{x} + z) \cdot (x+z) \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (x + y + z) \cdot (x + \bar{y} \cdot z)$$

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

(16) F.N.C

(27) $f(x, y, z, t) = [(x+t) \text{ NAND } (y+z)] + [z \cdot \bar{t} \oplus (y \text{ NOR } x)]$

$\Longleftrightarrow \left(\overline{(x+t) \cdot (\bar{y}+z)} \right) + \left(z \cdot \bar{t} \oplus \left(\overline{y+x} \right) \right) \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow (\bar{x} \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + \left((z \cdot \bar{t}) \cdot (y+x) + (\bar{z}+t) \cdot (\bar{y} \cdot \bar{x}) \right) \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow (x \cdot \bar{t}) + (y \cdot \bar{z}) + (z \cdot \bar{t} \cdot y) + (z \cdot \bar{t} \cdot x) + (\bar{y} \cdot \bar{x} \cdot t) + (\bar{y} \cdot \bar{x} \cdot \bar{z})$

$\Longleftrightarrow (\underbrace{x \cdot y \cdot z \cdot \bar{t}}_{1\,1\,1\,0}) + (\underbrace{x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{t}}_{1\,0\,1\,0}) + (\underbrace{x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t}}_{1\,1\,0\,0}) + (\underbrace{x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{t}}_{1\,0\,0\,0})$

$+ (\underbrace{\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t}_{0\,1\,0\,1}) + (\underbrace{\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t}}_{0\,1\,0\,0}) + (\underbrace{x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t}_{1\,1\,0\,1}) + (\underbrace{\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{t}}_{0\,1\,1\,0}) +$

$+ (\underbrace{\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot t}_{0\,0\,1\,1}) + (\underbrace{\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot t}_{0\,0\,0\,1}) + (\underbrace{\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{t}}_{0\,0\,0\,0}) \Rightarrow$ F.N.D

F.N.D

$\Rightarrow \sum m (0, 1, 3, 4, 6, 5, 13, 8, 12, 10, 14)$

F.N.C $\Rightarrow \prod M (2, 7, 9, 11, 15, [illegible])$

$\Rightarrow$ Otra forma

xy \ zt	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (1)	1 (3)	0 (2)
01	1 (4)	1 (5)	0 (7)	1 (6)
11	1 (12)	1 (13)	0 (15)	1 (14)
10	1 (8)	0 (9)	0 (11)	1 (10)

4

Reservados todos los derechos. No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

32) $f(x,y,z) = \overline{\bar{x}\cdot y + z} + x\cdot\bar{z}$

a) $\{\to, 0\}$

$\Leftrightarrow \overline{(x+\bar{y}\cdot\bar{z})} + \overline{(x \to z)} \Leftrightarrow \overline{(x+\bar{y}\cdot\bar{z})} \to \overline{(\cancel{x} \to z)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{(\bar{x}\cdot y + z)} \to \overline{(x \to z)} \Leftrightarrow \overline{(\bar{x} \to \bar{y} + z)} \to \overline{(x \to z)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((\bar{x} \to \bar{y}) \to z) \to \overline{(x \to z)} \Leftrightarrow \boxed{(((x \to 0) \to (y \to 0)) \to z) \to ((x \to z) \to 0)}$

b) $\Leftrightarrow (x+\bar{y}\cdot\bar{z}) + x\cdot\bar{z} \Leftrightarrow (x+\bar{y}\cdot\bar{z}) \oplus (x\cdot\bar{z}) \oplus$

$\oplus ((x+\bar{y}\cdot\bar{z})\cdot(x\cdot\bar{z})) \Leftrightarrow (x+\bar{y})\cdot(x+\bar{z}) \oplus (x\cdot\bar{z}) \oplus$

$\oplus (((x+\bar{y})\cdot(x+\bar{z}))\cdot(x\cdot\bar{z})) \Leftrightarrow (x \oplus \bar{y} \oplus x\cdot\bar{y})\cdot(x \oplus \bar{z} \oplus x\cdot\bar{z})$

$\oplus (x\cdot\bar{z}) \oplus (((x\cdot\bar{z}) + (x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}))\cdot((x\cdot\bar{z}) + \cancel{(x\cdot\bar{z})})) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x \oplus \cancel{x\cdot\bar{z}} \oplus x\cdot\bar{z}) \oplus (x\cdot\bar{y} \oplus \bar{y}\cdot\bar{z} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}) \oplus$

$\oplus (x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}) \oplus (x\cdot\bar{z}) \oplus ((x\cdot\bar{z}) + (x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z})) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \oplus \bar{y}\cdot\bar{z} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z} \oplus x\cdot\bar{z} \oplus (x\cdot\bar{z}) \oplus (x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}) \oplus (x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z})$

$\Leftrightarrow \boxed{x \oplus \bar{y}\cdot\bar{z} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}} \Leftrightarrow x \oplus ((1 \oplus y)\cdot(1 \oplus z)) \oplus$

$\oplus (x\cdot(1\oplus y)\cdot(1\oplus z)) \Leftrightarrow x \oplus 1 \oplus z \oplus y \oplus z\cdot y \oplus$

$\oplus (x \oplus x\cdot y)\cdot(1 \oplus z) \Leftrightarrow \cancel{x} \oplus 1 \oplus z \oplus y \oplus y\cdot z \oplus$

$\oplus x \oplus x\cdot z \oplus x\cdot y \oplus x\cdot y\cdot z \Leftrightarrow \boxed{1 \oplus z \oplus y \oplus y\cdot z \oplus x\cdot z \oplus x\cdot y \oplus x\cdot y\cdot z}$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.

WUOLAH

El más PRO del lugar puedes ser Tú. Hazte PRO.

33) $f(x,y,z,t) = \begin{cases} y \cdot t \oplus z & \text{si } x = 0 \\ (y \text{ NOR } \bar{z}) + t & \text{si } x = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow (y \text{ NOR } \bar{z}) + t \Leftrightarrow \left(\overline{y + \bar{z}}\right) + t \Leftrightarrow (\bar{y} \cdot z) + t \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\bar{y} \cdot z) \oplus t \oplus (\bar{y} \cdot z \cdot t) \Leftrightarrow (z \oplus y \cdot z) \oplus t \oplus y \cdot z \oplus y \cdot z \cdot t$

$\Leftrightarrow \boxed{z \oplus t \oplus y \cdot z \cdot t}$

$f(x,y,z,t) = ((y \cdot t \oplus z) \cdot \bar{x}) + ((z \oplus t \oplus y \cdot z \cdot t) \cdot x) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\bar{x} \cdot y \cdot t \oplus \bar{x} \cdot z) + (x \cdot z \oplus x \cdot t \oplus x \cdot y \cdot z \cdot t) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{\bar{x} \cdot y \cdot t \oplus \bar{x} \cdot z \oplus x \cdot z \oplus x \cdot t \oplus x \cdot y \cdot z \cdot t}$

41) $f(x,y,z,t) = \sum m(0, 1, 5, 8, 9, 12, 13, 14)$

xy \ zt	00	01	11	10
00	1	1		
01		1		
11	1	1		1
10	1	1		

c)

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.
WUOLAH
Compra el pack 'Soy Bético' con el código MUCHOWUOLAH y gana premios exclusivos.

FORMA PARTE DEL CAMPO
MÁS GRANDE DEL MUNDO
HAZTE CON EL CARNET SOYBÉTICO POR 30€
Y CONSIGUE GRANDES EXPERIENCIAS,
VENTAJAS Y DESCUENTOS
Descúbrelas todas
en soybetico.com
#SoyBético
RealBetisBalompié

(42) $f(x,y,z) = (\bar{x}\cdot y)\ \text{NAND}\ (x \to (z\ \text{NOR}\ \bar{y}))$

a) $\{1, \oplus, \cdot\} \Rightarrow \overline{(\bar{x}\cdot y)\cdot(\bar{x}+\overline{(z+\bar{y})})} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x+\bar{y}) + (x\cdot(z+\bar{y})) \Leftrightarrow (x+\bar{y}) \oplus (x\cdot z \oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z) \oplus$

$\oplus ((x+\bar{y})\cdot(x\cdot z \oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z)) \Leftrightarrow \{x \oplus \bar{y} \oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot z \oplus$

$\oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z \oplus x\cdot z \oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z \oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z$

$\oplus x\cdot\bar{y}\cdot z \oplus x\cdot\bar{y} \oplus x\cdot\bar{y}\cdot z \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \oplus \bar{y} \oplus x\cdot\bar{y} \Leftrightarrow \boxed{x \oplus 1 \oplus y \oplus x \oplus x\cdot y}$

$\Rightarrow$ Sí aparece el 1.

b) $\Leftrightarrow (x+\bar{y}) + (x\cdot(z+\bar{y})) \Leftrightarrow (x)+(\bar{y})+(x\cdot z)+(x\cdot\bar{y})$

$\Rightarrow$

z \ xy	00	01	11	10
0	1 (0)	1 (1)	(3)	(2)
1	1 (4)	1 (5)	1 (7)	1 (6)

$\Rightarrow \boxed{(\bar{x}) + (z)}$

$\Rightarrow$ z sí aparece.

c) $(\bar{x}\cdot y\cdot \bar{z}) + (\bar{x}\cdot y\cdot z) \Rightarrow$ No lo es

d) F.N.D $\Rightarrow (x\cdot y\cdot z) + (\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z) + (\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}) +$
$+ (x\cdot\bar{y}\cdot z) + (x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}) + (x\cdot y\cdot\bar{z})$

Reservados todos los derechos.
No se permite la explotación económica ni la transformación de esta obra. Queda permitida la impresión en su totalidad.