

Tema1.pdf



Cristinasj



Lógica y Métodos Discretos



1º Grado en Ingeniería Informática



Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

LA RESIDENCIA PERFECTA PARA TI EN GRANADA

Amro Granada es nuestra nueva y moderna residencia para estudiantes en la histórica ciudad de Granada, a menos de cinco minutos a pie de las principales facultades.

EstanciasFlexibles

PLAN AMIGO
Cheque Amazon

120€



Hay gente que no deja los apuntes porque
tiene miedo a la competencia

A NOSOTROS, NOS ENCANTA

COMPITE EN **GAMERSFY**
Y GANA **DINERO JUGANDO**
A TUS **VIDEOJUEGOS**
FAVORITOS

GAMERSFY

REGÍSTRATE CON
EL CÓDIGO:

WUOLAH

Y CONSIGUE **100**
MONEDAS GRATIS



⑤

$$x_{n+2} + x_n = 2$$

$$x_n + x_{n-2} = 2$$

$$x_{n-1} + x_{n-3} = 2$$

$$x_n - x_{n-1} + x_{n-2} - x_{n-3} = 0$$

*

$$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

$$x^3 - x^2 + x - 1$$

	1	-1	1	-1
1		1	0	1
	1	0	1	0

$$(x-1)(x^2+1)$$

Raíces: 1, i, -i

solución general

$$A + Bi^n + C(-i)^n = x_n$$

Solución particular

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 = 1 \\ x_2 = 2 - 0 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_n = 0 \end{cases} \quad x_n = 2 - x_{n-2}$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow A + B + C = 0$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow A + Bi - C = 1$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow A - B - C = 2$$

$$2A = 2 \Rightarrow A = 1$$

$$-B - C = 1$$

$$Bi - C = 0$$

$$Bi = C$$

$$B + C = -1$$

$$B = -\frac{1}{2}$$

$$C = -\frac{1}{2}$$

$$A \cdot i^n - \frac{i^n}{2} - \frac{(-i)^n}{2} = x_n$$

$$x_{56789} = 1 - \frac{i^{56789}}{2} - \frac{(-i)^{56789}}{2} =$$

$$= 1 - \frac{i}{2} - \frac{-i}{2} = 1$$

✓✓

$$\textcircled{9} \quad x_n - 2 = -x_{n-2} \quad a_0 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$x_n + x_{n-2} = 2$$

$$(-x^2 + 1)(-$$

$$x_{n-1} + x_{n-3} = 2$$

$$x_n - x_{n-1} + x_{n-2} - x_{n-3} = 0$$

$$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$(x^2 + 1)(x - 1) = 0 \quad \begin{cases} 1 \\ i \\ -i \end{cases}$$

Es el mismo ejercicio que el 5.

$$a_{45678} = 1 - \frac{1^{45678}}{2} - \frac{(-i)^{45678}}{2} =$$

$$= 1 - \frac{-1}{2} - \frac{-1}{2} = 2 \quad \checkmark \checkmark$$

10

$$x_n + x_{n-2} = 3$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 0$$

$$a_{94675}$$

$$x_{n-1} + x_{n-3} = 3$$

$$x_n - x_{n-1} + x_{n-2} - x_{n-3} = 0$$

Igual que el ej sy a.

$$A + B i^n + C (-i)^n = a_n$$

$$a_2 = 3 - x_{n-2} = 2$$

$$a_0 = 1 \Rightarrow A + B + C = 1$$

$$a_1 = 0 \Rightarrow A + B i - C i = 0$$

$$a_2 = 2 \Rightarrow A - B - C = 2$$

$$2A = 3 \quad A = \frac{3}{2}$$

$$B + C = \frac{-1}{2} \Rightarrow C = -B - \frac{1}{2}$$

$$B + C = B i - C i = \frac{-3}{2}$$

$$B i + B + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$B i + B = -2$$

$$B(i+1) = -2$$

\mathbb{R}

$$B = \frac{-2}{i+1}$$

$$C = \frac{2}{i+1} - \frac{1}{2}$$

$$a_{94675} = 3$$

Estúdialo bien, que
tiene pinta de importante

¡Esto lo pregunta
seguuuuuuuro!

Echa un vistazo
verás que guay



Clases en
DIRECTO



Audio y vídeo
PROFESIONAL



Pizarra digital
COMPARTIDA



Máximo
10 PERSONAS



@AcademiaOpensky

Una página más, y a por un café

Animo, tu puedes

(11) $x_n + x_{n-2} = 0$

$a_0 = 1$

$a_1 = 2$

~~Su ecuación característica es~~

La recurrencia es

Es de orden
2

$1 \cdot x_n + 0 \cdot x_{n-1} + 1 \cdot x_{n-2} = 0$

Su ~~ecuación~~ ^{polinomio} característica es

$1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 \Rightarrow x^2 + 1$

Su ecuación característica es

$x^2 + 1 = 0$

Sus raíces son $+i$ y $-i$

Solución general $a_n g_n = a \cdot i^n + b(-i)^n$

uso las condiciones iniciales para el
caso particular:

$a_0 = 1 \Rightarrow a \cdot i^0 + b(-i)^0 = 1 \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow a = b + 1$

$a_1 = 2 \Rightarrow a \cdot i - b \cdot i = 2$

$(b + 1)i - bi = 2$

$-bi + i - bi = 2$

$-2bi + i = 2 \Rightarrow b = \frac{2-i}{-2i} \quad a = \frac{2-i}{-2i} + 1$

$a_n = \left(\frac{2-i}{-2i} + 1 \right) i^n + \frac{2-i}{-2i} (-i)^n$

Término a_{94675}

$$a_{94675} = \left(\frac{2-i}{+2i} + 1 \right) i^{94675} + \left(\frac{2-i}{-2i} \right) (-i)^{94675} =$$

$$= \left(\frac{2-i}{2i} + 1 \right) i + \left(\frac{2-i}{-2i} \right) (-i) =$$

$$= \frac{2-i}{2} + i + \frac{2-i}{2} = 2 - i + i = 2$$

$$\boxed{a_{94675} = 2}$$

Comprobamos:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = -1$$

$$a_3 = -2$$

$$a_4 = 1$$

$$a_5 = 2$$

$$94675 \bmod 4 = 3$$

Debería de
salir -2

13

$$x_n = -x_{n-2} + 2n$$

$$a_0 = 3$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = -a_0 + 2 \cdot 2 = 1$$

$$a_3 = -a_1 + 2 \cdot 3 = 4$$

$$a_4 = -a_2 + 2 \cdot 4 = 7$$

$$a_5 = -a_3 + 2 \cdot 5 = 6$$

$$a_6 = 12 - 7 = 5$$

$$a_7 = 14 - 6 = 8$$

8 primeros
términos

$$x_{n-1} = -x_{n-3} + 2(n-1)$$

$$x_n - x_{n-1} = -x_{n-2} + x_{n-3} - 2$$

$$x_n = x_{n-1} - x_{n-2} + x_{n-3} - 2$$

$$x_{n-1} = x_{n-2} + x_{n-3} + x_{n-4} - 2$$

$$x_n - x_{n-1} = x_{n-1} - x_{n-2} + x_{n-3} - x_{n-2} + x_{n-3} - x_{n-4}$$

$$x_n - 2x_{n-1} + 2x_{n-2} - 2x_{n-3} + x_{n-4} = 0$$

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

polinomio
característico.

Raíces

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$$

	1	-2	2	-2	1
1		1	-1	1	-1
	1	-1	1	-1	0
1		1	0	1	
	1	0	1	0	

Raíces: $\begin{cases} 1 \text{ doble} \\ i \\ -i \end{cases}$

$$A + Bx + Cx^2 + D(-i)^n = a_n$$

$a_0 =$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = -x_0 + 4 = 3$$

$$a_3 = 6 - 2 = 4$$

Estúdialo bien, que
tiene pinta de importante

¡Esto lo pregunta
seguuuuuuuro!

Echa un vistazo
verás que guay



Clases en
DIRECTO



Audio y vídeo
PROFESIONAL



Pizarra digital
COMPARTIDA



Máximo
10 PERSONAS



@AcademiaOpensky

Una página más, y a por un café

Animo, tu puedes

$a_0 = 3 \quad 1 \quad A + B + C + D = 3$
 $a_1 = 2 \quad 2 \quad A + B + C - D = 2$
 $a_2 = 1 \quad 3 \quad A + B - C - D = 1$
 $a_3 = 4 \quad 4 \quad A + B + C + D = 4$

$2A + 2B = 4$
 $A + B = 2$
 $C + D = 1$
 $D = 1 - C$
 $C - D = 2$
 $C - (1 - C) = 2$
 $C - 1 + C = 2$
 $2C = 3$
 $C = \frac{3}{2}$
 $D = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$
 $C + D = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$
 $A + B + 1 = 3$
 $A + B = 2$
 $A = 2 - B$
 $2(2 - B) + B = 2$
 $4 - 2B + B = 2$
 $4 - B = 2$
 $-B = -2$
 $B = 2$
 $A = 2 - 2 = 0$
 $C = \frac{3}{2}$
 $D = -\frac{1}{2}$

$A = \frac{19 - 4C}{13}$
 $B = \frac{7 + 4C}{13}$
 $C = \frac{10 + 2C}{13}$
 $D = \frac{10 + 2C}{13}$

$A = 1$
 $B = 1$
 $C = 0$
 $D = 0$

No puedo calcular A y B

~~14.2~~

La solución particular es

$$1 + n = a_n$$

Comprobación

$$a_4 = 5$$

$$a_5 = 6$$

$$a_6 = 7$$

$$a_7 = 8$$

$$7 = 12 - 5 \checkmark$$

$$8 = 14 - 6 \checkmark$$

(14)

$$x_{n+2} - x_n = 2$$

$$x_n - x_{n-2} = 2$$

$$x_{n-1} - x_{n-3} = 2$$

$$\cancel{x_n - x_{n-2}}$$

$$x_n - x_{n-1} - x_{n-2} + x_{n-3} = 0$$

$$\text{Raíces} \begin{cases} 1 \text{ doble} \\ -1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & & 1 & \textcircled{-1} & -1 \\ \hline & 1 & 0 & \textcircled{-1} & 0 \\ 1 & & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & \\ -1 & & -1 & & \\ \hline & 1 & & 0 & \end{array}$$

Solución general de homogénea asociada:

$$\boxed{A + Bn + C(-1)^n = g_n}$$

Solución particular que verifica

$$a_0 = 1 \quad a_1 = 2$$

$$p_0 = 1$$

$$a = 1 \quad b = 2$$

$$a p_n = 1 + \frac{2 - 1 - 1}{2} + 1n + \left(\frac{2 - 1 - 1}{-2} \right) (-1)^n$$

$$p_n = 1 + n$$

Comprobación:

$$p_0 = 1$$

$$p_1 = 2$$

$$p_2 = 3$$

$$p_3 = 4$$

✓✓

Estudialo bien, que
tiene pinta de importante

¡Esto lo pregunta
seguuuuuuuro!

Echa un vistazo
verás que guay



Clases en
DIRECTO



Audio y vídeo
PROFESIONAL



Pizarra digital
COMPARTIDA



Máximo
10 PERSONAS

Una página más, y a por un café

Animo, tu puedes

142

$$g_0 = a$$

$$g_1 = b$$

$$g_2 = 2 + g_0 = 2 + a$$

$$g_0 = a \Rightarrow \begin{cases} A + B + C = a \\ g_1 = b \quad A + B - C = b \\ g_2 = 2 + a \quad A + B + C = 2 + a \end{cases}$$

$$2B = 2$$

$$B = 1$$

$$A - C = b - 1$$

$$A + C = a$$

$$A = a - C$$

$$a - C - C = b - 1$$

$$a - 2C = b - 1$$

$$-2C = b - 1 - a$$

$$C = \frac{b - 1 - a}{-2}$$

$$A = a + \frac{b - 1 - a}{2}$$

$$g_n = a + \frac{b - 1 - a}{2} + 1n + \left(\frac{b - 1 - a}{-2}\right)(-1)^n$$

Solución general