Segunda Entrega Lógica Proposicional

Alberto Llamas González

Lógica y Métodos Discretos
1º Grado Ingeniería Informática

4.14 Utiliza el algoritmo de Davis-Putnam y resolución para determinar si son o no tautologías las fórmulas del ejercicio 4.12

* Se han cogido las fórmulas del ejercicio 12, realizado en la anterior entrega

1. $(\beta \to \alpha \vee \gamma) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to ((\gamma \to \beta) \to \gamma))) = \varphi$

Hallamos la forma clausulada de las fórmulas

$\beta \to \alpha \vee \gamma$	$\alpha \to \beta$	α	$\gamma \to \beta$	$\neg\gamma$
$\neg\beta \vee \alpha \vee \gamma$	$\neg\alpha \vee \beta$	α	$\neg\gamma \vee \beta$	$\neg\gamma$

φ es tautología $\iff \{\neg\beta\vee\alpha\vee\gamma, \neg\alpha\vee\beta, \alpha, \neg\gamma\vee\beta, \neg\gamma\} = \Sigma$ es insatisfacible.

Usamos el algoritmo de Davis-Putnam

$$\{\neg\beta \vee \alpha \vee \gamma, \neg\alpha \vee \beta, \alpha, \neg\gamma \vee \beta, \neg\gamma\}$$

$| \; \alpha = 1$

$$\{\beta, \neg\gamma\vee\beta, \neg\gamma\}$$

$| \; \gamma = 0$

$$\{\beta\}$$

$| \; \beta = 1$

$\emptyset (\{\}) \Rightarrow \Sigma$ es satisfacible $\Rightarrow \varphi$ no es tautología

Un mundo para el que φ ~~no~~ es cierto es $(\alpha, \beta, \neg\gamma) = (1,1,1) \Rightarrow$
$(\alpha, \beta, \gamma) = (1,1,0)$

Escaneado con CamScanner

2. $(\beta \to \neg\alpha) \to ((\neg\alpha \to \neg(\alpha \to \beta)) \to \alpha) = \varphi$

Hallamos la fórmula clausulada de las fórmulas

$\{\beta \to \neg\alpha,\ \neg\alpha \to \neg(\alpha \to \beta),\ \neg\alpha\}$

$\beta \to \neg\alpha$	$\neg\alpha \to \neg(\alpha \to \beta)$	$\neg\alpha$
$\neg\beta \vee \neg\alpha$	$\neg\neg\alpha \vee \neg(\neg\alpha \vee \beta)$	$\neg\alpha$
	$\alpha \vee (\alpha \wedge \neg\beta)$	
	$(\alpha \vee \alpha) \wedge (\alpha \vee \neg\beta)$	
	$\alpha \wedge (\alpha \vee \neg\beta)$	

φ es tautología $\iff \{\neg\beta \vee \neg\alpha,\ \alpha,\ \alpha \vee \neg\beta,\ \neg\alpha\} = \Sigma$ es insatisfacible

$\{\neg\beta \vee \neg\alpha,\ \alpha,\ \alpha \vee \neg\beta,\ \neg\alpha\}$

$|\ \beta = 0$

$\{\alpha, \neg\alpha\}$

$|$

$\{\square\}$ $\Rightarrow$ cláusula vacía $\Rightarrow$ Σ es insatisfacible $\Rightarrow$ φ es tautología

Escaneado con CamScanner

3. $(\alpha \to \beta) \to ((\beta \to \gamma) \to (\alpha \to \gamma)) = \varphi$

$\{\alpha \to \beta, \beta \to \gamma, \alpha, \neg\gamma\}$ hallamos la forma clausulada de las fórmulas.

$\alpha \to \beta$	$\beta \to \gamma$	α	$\neg\gamma$
$\neg\alpha \lor \beta$	$\neg\beta \lor \gamma$	α	$\neg\gamma$

φ es tautología $\iff \Sigma = \{\neg\alpha \lor \beta, \neg\beta \lor \gamma, \alpha, \neg\gamma\}$ es insatisfasuble

$$\{\neg\alpha \lor \beta, \neg\beta \lor \gamma, \alpha, \neg\gamma\}$$

$$\Big| \ \alpha = 1$$

$$\{\beta, \neg\beta \lor \gamma, \neg\gamma\}$$

$$\Big| \ \gamma = 0$$

$$\{\beta, \neg\beta\}$$

$$\Big|$$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow$ φ es tautología

Escaneado con CamScanner

4. $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha = \varphi$

$\{((\alpha \to \beta) \to \alpha), \neg\alpha\}$. Hallamos la fórmula clausulada de las fórmulas

$(\alpha \to \beta) \to \alpha$	$\neg\alpha$
$\neg(\neg\alpha \vee \beta) \vee \alpha$	$\neg\alpha$
$(\neg\neg\alpha \wedge \neg\beta) \vee \alpha$	
$(\alpha \wedge \neg\beta) \vee \alpha$	
$(\alpha \vee \alpha) \wedge (\neg\beta \vee \alpha)$	
$\alpha \wedge (\neg\beta \vee \alpha)$	

$\Rightarrow \varphi$ es tautología $\Leftrightarrow$ $\Sigma = \{\alpha, \neg\beta \vee \alpha, \neg\alpha\}$ es insatisfascible

Usamos el método de resolución

Como podemos observar, Σ es un conjunto de Horn, ya que tiene una clausula negativa $(\neg\alpha)$ y α y $\alpha \vee \neg\beta$ tienen solo un literal positivo. Σ es insatisfascible $\Leftrightarrow \exists$ una deducción lineal-input de la clausula vacía que se inicia en la clausula negativa.

$$\begin{array}{ccc} \neg\alpha & & \alpha \\ & \searrow\swarrow & \\ & \square & \end{array}$$

$\square \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es tautología.

Por Davis-Putnam

$\{\alpha, \neg\beta \vee \alpha, \neg\alpha\}$

$\mid \beta = 0$

$\{\alpha, \neg\alpha\}$

$\mid \alpha = 1$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es tautología

Escaneado con CamScanner

5. $(\beta \to \gamma) \to (\neg(\alpha \to \gamma) \to \neg(\alpha \to \beta)) = \varphi$

$\{\beta \to \gamma, \neg(\alpha \to \gamma), \alpha \to \beta\}$

Hallamos la forma clausulada de las fórmulas

$\beta \to \gamma$	$\neg(\alpha \to \gamma)$	$\alpha \to \beta$
$\neg\beta \vee \gamma$	$\neg(\neg\alpha \vee \gamma)$	$\neg\alpha \vee \beta$
	$\neg\neg\alpha \wedge \neg\gamma$	
	$\alpha \wedge \neg\gamma$	

$\Rightarrow \varphi$ es tautología $\Leftrightarrow \Sigma = \{\neg\beta \vee \gamma, \alpha \wedge \neg\gamma, \neg\alpha \vee \beta\}$ es insatisfasable

Usamos el algoritmo de Davis-Putnam

$\{\neg\beta \vee \gamma, \alpha \wedge \neg\gamma, \neg\alpha \vee \beta\}$

$| \ \alpha = 1$

$\{\neg\beta \vee \gamma, \neg\gamma, \beta\}$

$| \ \gamma = 0$

$\{\neg\beta, \beta\}$

$| \ \beta = 1$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es tautología

Por resolución:

$\{\underbrace{\neg\beta \vee \gamma}_{C_1}, \underbrace{\alpha}_{C_2} \wedge, \underbrace{\neg\gamma}_{C_3}, \underbrace{\neg\alpha \vee \beta}_{C_4}\}$

$\neg\beta \vee \gamma$ $\qquad \neg\gamma$

$\neg\beta$ $\qquad \neg\alpha \vee \beta$

$\neg\alpha$ $\qquad \alpha$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma$ es insatisfasable $\Rightarrow \varphi$ es tautología

Escaneado con CamScanner

6. $((\alpha \to \beta) \to \gamma) \to (\beta \to \gamma) = \varphi$

$\{(\alpha \to \beta) \to \gamma, \beta, \neg\gamma\}$

Hallamos la forma clausulada de las fórmulas

$(\alpha \to \beta) \to \gamma$	β	$\neg\gamma$
$\neg(\neg\alpha \vee \beta) \vee \gamma$	β	$\neg\gamma$
$(\neg\neg\alpha \wedge \neg\beta) \vee \gamma$		
$(\alpha \wedge \neg\beta) \vee \gamma$		
$(\alpha \vee \gamma) \wedge (\alpha \vee \neg\beta)$		

φ es tautología $\Leftrightarrow$
$\Sigma = \{\alpha \vee \gamma, \alpha \vee \neg\beta, \beta, \neg\gamma\}$ es insatisfascible.

Por Davis-Putnam

$\{\alpha \vee \gamma, \alpha \vee \neg\beta, \beta, \neg\gamma\}$

$\mid \alpha = 1$

$\{\gamma, \neg\beta, \beta, \neg\gamma\}'$

$\mid \beta = 1$

$\{\gamma, \neg\gamma\}$

$\mid \gamma = 1$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es tautología

Por resolución:

Transformamos Σ en un conjunto de Horn

Sea $\alpha' = \neg\alpha \Rightarrow \Sigma' = \{\neg\alpha' \vee \gamma, \neg\beta \vee \gamma, \beta, \neg\gamma\}$

En este caso, Σ' si es de Horn y además, Σ es insatisfascible $\Leftrightarrow \Sigma'$ tbn lo es

Comprobamos deducción lineal-input

$\neg\gamma \qquad \neg\beta \vee \gamma$

$\neg\beta \qquad \beta$

$\{\square\}$

$\Rightarrow \Sigma'$ es insatisfasable $\Rightarrow \Sigma$ es insatis $\Rightarrow \varphi$ es tautología

Escaneado con CamScanner

8. $\neg(\alpha \to \beta) \to (\neg\alpha \to \neg\beta) = \varphi$

$\{\neg(\alpha\to\beta), \neg\alpha, \beta\}$

Hallamos la forma clausulada de las fórmulas

$\neg(\alpha \to \beta)$	$\neg\alpha$	β
$\neg(\neg\alpha \vee \beta)$	$\neg\alpha$	β
$\neg\neg\alpha \wedge \neg\beta$		
$\alpha \wedge \neg\beta$		

φ es tautología $\iff \Sigma = \{\alpha, \neg\beta, \neg\alpha, \beta\}$ es insatisfacible.

Por davis-Putnam

$\{\alpha, \neg\beta, \neg\alpha, \beta\}$

$| \ \alpha = 1$

$\{\neg\beta, \beta\}$

$| \ \beta = 1$

$\{\square\}$ φ Es tautología

Por resolución:

$\alpha \qquad \neg\alpha$

$\square$ $\Rightarrow \Sigma$ es insatis $\Rightarrow \varphi$ es tautología

9. $(\neg\alpha \to \neg\beta) \to \neg(\alpha \to \beta) = \varphi$

$\{\neg\alpha \to \neg\beta,\ \alpha \to \beta\}$

Hallamos la forma clausulada de las fórmulas

$\neg\alpha \to \neg\beta$	$\alpha \to \beta$
$\neg\neg\alpha \vee \neg\beta$	$\neg\alpha \vee \beta$
$\alpha \vee \neg\beta$	

$\Rightarrow \varphi$ es tautología $\Leftrightarrow \Sigma = \{\alpha \vee \neg\beta, \neg\alpha \vee \beta\}$ es insatisfasable

Por Davis-Putnam

$\{\alpha \vee \neg\beta,\ \neg\alpha \vee \beta\}$

$\alpha = 1$: β $\xrightarrow{\beta = 1}$ $\emptyset$

$\alpha = 0$: $\neg\beta$ $\xrightarrow{\beta = 0}$ $\emptyset$ $\Rightarrow \Sigma$ es satisfasable $\Rightarrow \varphi$ no es tautología

10. $(\alpha \to \beta) \to ((\neg\alpha \to \beta) \to \beta) = \varphi$

$\{\alpha \to \beta,\ \neg\alpha \to \beta,\ \neg\beta\}$

Hallamos la forma clausulada de las fórmulas:

$\alpha \to \beta$	$\neg\alpha \to \beta$	$\neg\beta$
$\neg\alpha \vee \beta$	$\neg\neg\alpha \vee \beta$	$\neg\beta$
	$\alpha \vee \beta$	

φ es tautología $\Leftrightarrow \Sigma = \{\neg\alpha \vee \beta, \alpha \vee \beta, \neg\beta\}$ es insatisfasable

Por resolución:

$\neg\alpha \vee \beta$, $\alpha \vee \beta$ $\Rightarrow$ β

β, $\neg\beta$ $\Rightarrow$ $\{\square\}$ $\Rightarrow$ Es insatisfasible $\Rightarrow \varphi$ es tautología

Por Davis-Putnam

$\{\neg\alpha \vee \beta,\ \alpha \vee \beta,\ \neg\beta\}$

$\alpha = 1$

$\{\beta, \neg\beta\}$

$\beta = 1$

$\{\square\}$

(4.15) Utiliza el algoritmo de Davis-Putnam para estudiar las consecuencias que aparecen en el ejercicio 4.13. Para aquellas que sean falsas encuentra un mundo que las falsee. Para las ciertas, una demostración lineal por resolución de la conclusión a partir de las premisas y otra demostración lineal de la cláusula vacía a partir de las premisas y la negación de la conclusión.

1. $\{\neg(a\wedge b), \neg c \vee a, b\} \models \neg a \wedge \neg c \;:\; \varphi$

φ se da $\Leftrightarrow$ $\underbrace{\{\neg(a\wedge b), \neg c\vee a, b, a\}}_{r_1}$ y $\{\neg(a\wedge b), \neg c\vee a, b, c\} = r_2$ son insatisfascibles. Hallamos la forma clausulada:

$\neg(a\wedge b)$	$\neg c \vee a$	b	a	c
~~$\neg a \vee x$~~ $\neg a \vee \neg b$	$\neg c \vee a$	b	a	c

• r_1)

r_1 es insatisfascible $\Leftrightarrow$ $\Sigma_1 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, a\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$$\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, a\}$$
$$\mid a = 1$$
$$\{\neg b, b\}$$
$$\mid b = 1$$
$\{\square\} \Rightarrow$ es insatisfasable Σ_1

• r_2)

$\Sigma_2 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, c\}$ es insatisfascible $\Leftrightarrow$ r_2 es instatis...

$$\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, c\}$$
$$\mid c = 1$$
$$\{\neg a \vee \neg b, b, a\}$$
$$\mid a = 1$$
$$\{\neg b, b\}$$
$$\mid b = 1$$
$\{\square\} \Rightarrow \Sigma_2$ es insatisfascible $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi \text{ es cierta}}$

Escaneado con CamScanner

• Buscamos una demostración lineal por resolución de la conclusión

$\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\} \models \neg a$, $\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\} \models \neg c$

$\neg a \vee \neg b$ $\quad$ b

$\neg a$

$\neg a \vee \neg b$ $\quad$ $\neg c \vee a$

$\neg b \vee \neg c$ $\quad$ b

$\neg c$

$\Rightarrow \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\} \models \neg a \wedge \neg c$ <u>queda demostrado</u>

• Buscamos ahora una demostración lineal por resolución de la clausula vacia, es decir, probaremos de nuevo que Σ_1 y Σ_2 son insatisfacibles, pero esta vez usando la resolución lineal.

$\Sigma_1 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, a\}$

$\neg a \vee \neg b$ $\quad$ b

$\neg a$ $\quad$ a

$\{\square\}$

$\Downarrow$

Σ_1 es insatisfascible

$\Sigma_2 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, c\}$

$\neg a \vee \neg b$ $\quad$ $\neg c \vee a$

$\neg b \vee \neg c$ $\quad$ b

$\neg c$ $\quad$ c

$\square$

$\Downarrow$

Σ_2 es insatisfascible

Queda demostrado

Escaneado con CamScanner

2. $\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b\} \models \neg a \to \neg c = \varphi$

φ se da $\iff \{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b, \neg a, c\}$ es insatisfascible

Hallamos la forma clausulada

$\neg(a \wedge b)$	$\neg c \vee a$	b	$\neg a$	c
$\neg a \vee \neg b$	$\neg c \vee a$	b	$\neg a$	c

$\Rightarrow \varphi$ se da $\iff$

$\iff \Sigma = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg a, c\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg a, c\}$

$| \; a = 0$

$\{\neg c, b, c\}$

$| \; b = 1$

$\{\neg c, c\}$

$| \; c = 1$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es cierto

- Buscamos una demostración lineal por resolución de la cláusula vacía

Es decir, probaremos de nuevo que Σ es insatisfascible pero esta vez usando la resolución lineal

$\Sigma = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg a, c\}$

$\neg c \vee a \qquad \neg a$

$\neg c \qquad c$

$\square \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible

Queda demostrado

Escaneado con CamScanner

• Ahora buscamos una demostración lineal por resolución de la conclusión

$\neg a \rightarrow c \equiv a \vee \neg c$

si $\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\} \models a \vee \neg c$

Claramente se da ya que $a \vee \neg c \subseteq \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\}$

3. $\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b\} \models a \leftarrow \neg\neg b = \varphi$

φ se da $\Leftrightarrow \underbrace{\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b, a\}}_{= r_1}$ y $\{\neg(a \wedge b), \neg c \vee a, b, \neg a\ \neg b\} = r_2$

son insatisfascibles

• r_1)

$\neg(a \wedge b) \equiv \neg a \vee \neg b$ $\qquad r_1$ insatis $\Leftrightarrow \Sigma_1 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg a\}$ insatis

$\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, a\}$

$| \; a = 1$

$\{\neg b, b\}$

$| \; b = 1$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma_1$ insatisfascible

• r_2)

$\Sigma_2 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg a, \neg b\}$

$| \; a = 0$

$\{\neg c, b, \neg b\}$

$| \; c = 0$

$\{b, \neg b\}$

$|$

$\{\square\} \Rightarrow \Sigma_2$ insatisfascible

φ es cierto

Escaneado con CamScanner

• Buscamos una resolución lineal por resolución de la conclusión

$a \leftrightarrow \neg b \iff (a \to \neg b) \wedge (\neg b \to a) \iff (\neg a \vee \neg b) \wedge (b \vee a)$

Vemos si $\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\} \models (\neg a \vee \neg b)$ y $\{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\} \models b \vee a$

Claramente se da $(\neg a \vee \neg b) \subseteq \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b\}$	No se puede dar una demostración directa

• Buscamos una demostración lineal por resolución de la cláusula vacía

$\Sigma_1 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, a\}$

$\neg a \vee \neg b \qquad b$

$\neg a \qquad a$

$\square \Rightarrow \Sigma_1$ insatis

$\Sigma_2 = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg a, \neg b\}$

$b \qquad \neg b$

$\square \Rightarrow \Sigma_2$ insatis

Demostrado

Escaneado con CamScanner

4. $\{\neg(a\wedge b), \neg c \vee a, b\} \models b \to c = \varphi$

φ se da $\iff \{\neg(a\wedge b), \neg c\vee a, b, \cancel{b}, \neg c\}$ es insatisfasable $\iff$

Hallamos la forma clausulada

$\iff \Sigma = \{\neg a \vee \neg b, \neg c \vee a, b, \neg c\}$ es insatisfasable

$$\Big|\ b = 1$$

$$\{\neg a, \neg c \vee a, \neg c\}$$

$$\Big|\ c = 0$$

$$\{\neg a\}$$

$$\Big|\ a = 0$$

$\emptyset \Rightarrow \Sigma$ es satisfascible $\Rightarrow \varphi$ no se cumple

Es falso para $b = 1$, $c = 0$, $a = 0$ $\Rightarrow$ Mundo para el que φ es falso: $(a, b, c) = (0, 1, 0)$

Escaneado con CamScanner

4.16 Estudia si las siguientes afirmaciones son ciertas o no utilizando el algoritmo de Davis-Putnam. En caso de no serlo, encuentra un mundo en que sean falsas. Para las ciertas encuentra una demostración lineal por resolución de la conclusión a partir de las premisas y otra demostración lineal de la claúsula vacía a partir de las premisas y la negación de la conclusión.

1. $\{a \to b, a \to \neg b\} \models \neg a = \varphi$

φ es cierta $\iff \Gamma = \{a \to b, a \to \neg b, a\}$ es insatisfascible

Hallamos la forma clausulada.

$a \to b$	$a \to \neg b$	a
$\neg a \vee b$	$\neg a \vee \neg b$	a

φ es cierta $\iff \Sigma = \{\neg a \vee b, \neg a \vee \neg b, a\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$\{\neg a \vee b, \neg a \vee \neg b, a\}$

$| \; a = 1$

$\{b, \neg b\}$

$| \; b = 1$

$\square \Rightarrow \Sigma$ es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es cierta

• Demostración lineal por resolución de la conclusión:

$\{\neg a \vee b, \neg a \vee \neg b, a\} \models \neg a$

$\neg a \vee b \qquad \neg a \vee \neg b$

$\neg a \Rightarrow$ Queda demostrado

• Demostración lineal por resolución lineal de la clausula vacía a partir de las premisas y negación de la conclusión

$\{\neg a \vee b, \neg a \vee \neg b, a\} \models \square$

$\neg a \vee b \qquad \neg a \vee \neg b$

Queda demostrado

$\neg a \qquad a$

$\square$

Escaneado con CamScanner

2 $\{a \to b, a \vee b\} \models b = \varphi$

φ es cierto $\Leftrightarrow$ $\{a \to b, a \vee b, \neg b\}$ es insatisfasable

Hallamos la forma clausulada

$a \to b$	$a \vee b$	$\neg b$
$\neg a \vee b$	$a \vee b$	$\neg b$

φ es cierto $\Leftrightarrow$ $\Sigma = \{\neg a \vee b, a \vee b, \neg b\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$\{\neg a \vee b, a \vee b, \neg b\}$

$\quad | \; b = 0$

$\{\neg a, a\}$

$\quad | \; a = 1$

$\{\square\}$ $\Rightarrow$ Σ es insatisfascible $\Rightarrow$ φ es cierta

- Demostración lineal por resolución de la conclusión

$\{\neg a \vee b, a \vee b\} \models b$

$\neg a \vee b \qquad a \vee b$

b $\Rightarrow$ Queda demostrado

- Demostración por resolución lineal de la clausula vacía a partir de las premisas y negación de la conclusión

$\{\neg a \vee b, a \vee b, \neg b\} \models \square$

$\neg a \vee b \qquad a \vee b$

$b \qquad \neg b$

$\square$ $\Rightarrow$ Queda demostrado

Escaneado con CamScanner

3. $\{a \to \neg b, a \wedge b\} \models c = \varphi$

φ es cierto $\Leftrightarrow \{a \to \neg b, a \wedge b, \neg c\}$ es insatisfascible

Hallamos la forma clausulada

$a \to \neg b$	$a \wedge b$	$\neg c$
$\neg a \vee \neg b$	$a \wedge b$	$\neg c$
	a, b	

φ es cierto $\Leftrightarrow \Sigma = \{\neg a \vee \neg b, a, b, \neg c\}$ es tautología

Por Davis-Putnam

$\{\neg a \vee \neg b, a, b, \neg c\}$

$\mid \neg c$

$\{\neg a \vee \neg b, a, b\}$

$\mid a = 1$

$\{\neg b, b\}$

$\mid b = 1$

$\{\square\} \Rightarrow \varphi$ es cierta $\Leftarrow \Sigma$ es insatisfascible

· Demostración lineal por resolución de la conclusión

$\{a \to \neg b, a, b\} \models c$

No puede demostrarse

Escaneado con CamScanner

4. $\{a \vee b, \neg a \vee \neg b\} \vDash a \leftrightarrow \neg b = \varphi$

~~φ es cierto $\Leftrightarrow$ $r_1 = \{a \vee b, \neg a \vee \neg b, a, b\}$ y $r_2 = \{a \vee b, \neg a \vee \neg b, \neg a, \neg b\}$ son insatisfacibles~~

$$a \leftrightarrow \neg b = (a \rightarrow \neg b) \wedge (\neg b \rightarrow a) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (b \vee a)$$

$r_1 = \{a \vee b, \neg a \vee \neg b, b, a\}$ $\qquad$ $r_2 = \{\neg a \vee \neg b, a \vee b, \neg b, \neg a\}$

Por Davis-Putnam

$r_1 = \{a \vee b, \neg a \vee \neg b, b, a\}$

$\quad | \; a = 1$

$\{\neg b, b\}$

$\quad | \; b = 1$

$\{\square\} \Rightarrow r_1$ es insatisfascible

$r_2 = \{\neg a \vee \neg b, a \vee b, \neg b, \neg a\}$

$\quad | \; \neg b$

$\{a, \neg a\}$

$\quad | \; a = 1$

$\{\square\} \rightarrow r_2$ es insatis.

<u>φ es cierto</u>

- Demostración lineal por resolución de la conclusión

Hay que demostrar

$\{a \vee b, \neg a \vee \neg b\} \vDash \neg a \vee \neg b$ $\quad$ y $\quad$ $\{a \vee b, \neg a \vee \neg b\} \vDash a \vee b$

lo cual ya está demostrado ya que están contenidas

- Demostración por resolución lineal de la cláusula vacía a partir de las premisas y negación de la conclusión.

$\{a \vee b, \neg a \vee \neg b, a, b\} \vDash \square$

$\neg a \vee \neg b \qquad a$

$\neg b \qquad b$

$\square$

Demostrado

$\{a \vee b, \neg a \vee \neg b, \neg a, \neg b\} \vDash \square$

$a \vee b \qquad \neg a$

$b \qquad \neg b$

$\square$

Escaneado con CamScanner

5. $\{a \leftrightarrow \neg b,\ a \to c\} \models b \vee c = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$a \leftrightarrow \neg b$	$a \to c$	$\neg b$	$\neg c$
$(a \to \neg b) \wedge (\neg b \to a)$	$\neg a \vee c$		
$(\neg a \vee \neg b) \wedge (b \vee a)$			

φ es cierta $\Leftrightarrow$ $\Sigma = \{\neg a \vee \neg b,\ b \vee a,\ \neg a \vee c,\ \neg b,\ \neg c\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$$\{\neg a \vee \neg b,\ b \vee a,\ \neg a \vee c,\ \neg b,\ \neg c\}$$
$$\Big|\ b = 0$$
$$\{a,\ \neg a \vee c,\ \neg c\}$$
$$\Big|\ c = 0$$
$$\{a,\ \neg a\}$$
$$\Big|$$
$$\{\square\} \Rightarrow \Sigma \text{ es insatisfascible} \Rightarrow \varphi \text{ es cierta}$$

· Demostración lineal por resolución de la conclusión

$$\{\neg a \vee \neg b,\ b \vee a,\ \neg a \vee c\} \models b \vee c$$

$$b \vee a \qquad \neg a \vee c$$
$$\diagdown\ \diagup$$
$$b \vee c \Rightarrow \text{Demostrado}$$

· Demostración por resolución lineal de la cláusula vacía a partir de las premisas y negación de la conclusión

$$\{\neg a \vee \neg b,\ b \vee a,\ \neg a \vee c,\ \neg b,\ \neg c\} \models \square$$

$$b \vee a \qquad \neg a \vee c$$
$$\diagdown\ \diagup$$
$$b \vee c \qquad \neg c \qquad \text{Demostrado}$$
$$\diagdown\ \diagup$$
$$b \qquad \neg b$$
$$\diagdown\ \diagup$$
$$\square$$

Escaneado con CamScanner

6. $\{(a \wedge b) \leftrightarrow c, \neg c\} \models \neg a \wedge \neg b = \varphi$

$(a \wedge b) \leftrightarrow c \equiv ((a \wedge b) \to c) \wedge (c \to (a \wedge b)) =$

$= (\neg(a \wedge b) \vee c) \wedge (\neg c \vee (a \wedge b)) = (\neg a \vee \neg b \vee c) \wedge (\neg c \vee a) \wedge (\neg c \vee b)$

$\Sigma_1 = \{\neg a \vee \neg b \vee c, \neg c \vee a, \neg c \vee b, \neg c, a, b\}$

$\Sigma_2 = \{\neg a \vee \neg b \vee c, \neg c \vee a, \neg c \vee b, \neg c, b\}$ es insatisfascible ?

$\{\neg a \vee \neg b \vee c, \neg c \vee a, \neg c \vee b, \neg c, a\} = \Sigma_1$

$| \lambda = \neg c$ ó $c = 0$

$\{\neg a \vee \neg b, a\}$

$| \lambda = a$ ó $a = 1$

$\{\neg b\}$

$| \lambda = \neg b$

$\emptyset \Rightarrow$ es satisfascible Σ_1

$\{\neg a \vee \neg b \vee c, \neg c \vee a, \neg c \vee b, \neg c, b\}$

$| \lambda = \neg c$

$\{\neg a \vee \neg b, b\}$

$| b = \lambda$

$\{\neg a\}$

$| \lambda = \neg a$

$\emptyset \Rightarrow \Sigma_2$ es satisfascible $\Rightarrow \varphi$ no es cierto

Un mundo que lo falsee es $a = 1, b = 0, c = 0 \Rightarrow (a, b, c) = (1, 0, 0)$

Escaneado con CamScanner

7. $\{\neg(a \wedge b \wedge c),\ (a \wedge c) \vee (b \wedge c)\} \models a \to \neg b = \varphi$

Hallamos la forma clausulada de las premisas

$\neg(a \wedge b \wedge c)$	$(a \wedge c) \vee (b \wedge c)$	a	b
$\neg a \vee \neg b \vee \neg c$	$((a \wedge c) \vee b) \wedge ((a \wedge c) \vee c)$	a	b
	$(a \vee b) \wedge (b \vee c) \vee c$		

φ es cierto $\iff \Sigma = \{\neg a \vee \neg b \vee \neg c,\ a \vee b,\ b \vee c,\ c,\ a,\ b\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$\{\neg a \vee \neg b \vee \neg c,\ a \vee b,\ b \vee c,\ c,\ a,\ b\}$

$| \ \lambda = c$

$\{\neg a \vee \neg b,\ a \vee b,\ a,\ b\}$

$| \ \lambda = a$

$\{\neg b,\ b\}$

$| \ \lambda = b$

$\{\square\} \Rightarrow$ Es insatisfascible $\Rightarrow \varphi$ es cierto.

· Demostración lineal por resolución de la conclusión

$\{\neg a \vee \neg b \vee \neg c,\ a \vee b,\ b \vee c,\ c\} \models \neg a \vee \neg b$

$\neg a \vee \neg b \vee \neg c \qquad c$

$\neg a \vee \neg b \Rightarrow$ Demostrado

· Demostración por resolución lineal de la cláusula vacía a partir de las premisas y la negación de la conclusión

$\{\neg a \vee \neg b \vee \neg c,\ a \vee b,\ b \vee c,\ c,\ a,\ b\} \models \square$

$\neg a \vee \neg b \vee \neg c \qquad c$

$\neg a \vee \neg b \qquad a$

$\neg b \qquad b$

$\square$

Demostrado

8. $\{b \to (c \vee a),\ a \leftrightarrow \neg(b \wedge d)\} \models b \leftrightarrow (c \vee d)$

Hallamos la forma clausulada de las premisas

$b \to (c \vee a)$

$\neg b \vee (c \vee a)$

$\neg b \vee c \vee a$

$a \leftrightarrow \neg(b \wedge d)$

$(a \to \neg(b \wedge d)) \wedge (\neg(b \wedge d) \to a)$

$(\neg a \vee \neg(b \wedge d)) \wedge (\neg(\neg b \vee \neg d) \vee a)$

$\wedge ((b \wedge d) \vee a)$

$\wedge ((b \vee a) \wedge (d \vee a))$

$(\neg a \vee \neg b \vee \neg d)$

$b \leftrightarrow (c \vee d)$

$(b \to (c \vee d)) \wedge ((c \vee d) \to b)$

$(\neg b \vee (c \vee d)) \wedge ((\neg c \wedge \neg d) \vee b)$

$(\neg b \vee c \vee d) \wedge ((\neg c \vee b) \wedge (\neg d \vee b))$

φ es cierta $\iff \Sigma_1 = \{\neg b \vee c \vee a,\ \neg a \vee \neg b \vee \neg d,\ b \vee a,\ d \vee a,\ b,\ \neg c,\ \neg d\}$

$\Sigma_2 = \{$ " " " " $,\ \neg b,\ c \vee d\}$

son insatisfascibles

$\{\neg b \vee c \vee a,\ \neg a \vee \neg b \vee \neg d,\ b \vee a,\ d \vee a,\ b,\ \neg c,\ \neg d\}$

$|\ b = \lambda$

$\{c \vee a,\ \neg a \vee \neg d,\ d \vee a,\ \neg c,\ \neg d\}$

$|\ \lambda = \neg c$

$\{a,\ \neg d \vee \neg a,\ d \vee a,\ \neg d\}$

$|\ \lambda = \neg d$

$\{a,\ a\}$

$|\ \lambda = a$

$\emptyset$ satisfascible Σ_1

Escaneado con CamScanner

8. $\Sigma_2 = \{\neg b \vee c \vee a, \neg a \vee \neg b \vee \neg d, b \vee a, d \vee a, \neg b, c \vee d\}$

$| \; \neg b = \lambda$

$\{a, d \vee a, c \vee d\}$

$| \; \lambda = a$

$\{c \vee d\}$

$\lambda = \neg c$ $\qquad$ $\lambda = c$

$\{d\}$ $\qquad$ $\emptyset$ $\qquad$ Σ_2 es satisfascible

$| \; \lambda = d$

$\emptyset$

φ NO es cierta

Un mundo que falsea es $b = 1$, $c = 0$, $a = 1$, $d = 0$

$(a, b, c, d) = (1, 1, 0, 0)$

Escaneado con CamScanner

$9.\ \{(a\wedge b)\to c,\ c\to(a\vee d)\}\models b\to(\neg a\to c) = \varphi$

Hallamos la forma clausulada de las premisas

$(a\wedge b)\to c$	$c\to(a\vee d)$	b	$\neg(a\vee c)$
$\neg(a\wedge b)\vee c$	$\neg c\vee a\vee d$	b	$\neg a\wedge\neg c$
$\neg a\vee\neg b\vee c$			

φ se cumple $\iff \Sigma=\{\neg a\vee\neg b\vee c,\ \neg c\vee a\vee d,\ b,\ \neg a,\ \neg c\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$\{\neg a\vee\neg b\vee c,\ \neg c\vee a\vee d,\ b,\ \neg a,\ \neg c\}$

$\mid \lambda=b$

$\{\neg a\vee c,\ \neg c\vee a\vee d,\ \neg a,\ \neg c\}$

$\mid \lambda=\neg a$

$\{\neg c\vee d,\ \neg c\}$

$\mid \lambda=\neg c$

$\emptyset$ $\Rightarrow$ Es satisfascible $\Rightarrow$ φ no es cierto

Un mundo que hace falsa φ es $(a,b,c,d)=(0,1,0,0)$

Escaneado con CamScanner

10. $\{(a \vee c) \to \neg a,\ c \to \neg a,\ b \to \neg a\} \models \neg a$

Hallamos la forma clausulada

$(a \vee c) \to \neg a$	$c \to \neg a$	$b \to \neg a$	a
$\neg(a \vee c) \vee \neg a$	$\neg c \vee \neg a$	$\neg b \vee \neg a$	a
$(\neg a \wedge \neg c) \vee \neg a$			
$(\neg a \vee \neg a) \wedge (\neg c \vee \neg a)$			
$\neg a \wedge (\neg c \vee \neg a)$			
$\neg a$			

φ es cierto $\Leftrightarrow$ $\Sigma = \{\neg a, \neg c \vee \neg a, \neg b \vee \neg a, a\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$\{\neg a, \neg c \vee \neg a, \neg b \vee \neg a, a\}$

$\mid \lambda = \neg a$

$\{\square\}$ $\Rightarrow$ Σ es insatisfascible $\Rightarrow$ φ es cierto

- Demostración lineal por resolución de la conclusión a partir de las premisas

$\{\neg a, \neg c \vee \neg a, \neg b \vee \neg a\} \models \neg a$

Claramente se da ya que la conclusión está contenida en la hipótesis

- Demostración lineal por resolución lineal de la cláusula vacía a partir de las premisas y la negación de la conclusión

$\{\neg a, \neg c \vee \neg a, \neg b \vee \neg a, a\} \models \square$

$\neg a \quad a$

$\square$ $\Rightarrow$ Queda demostrado

Escaneado con CamScanner

11. $\{(a \wedge b) \to c,\ c \to d,\ b \wedge \neg d\} \models \neg a = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$(a \wedge b) \to c$	$c \to d$	$b \wedge \neg d$	a
$\neg(a \wedge b) \vee c$	$\neg c \vee d$	$b \wedge \neg d$	a
$\neg a \vee \neg b \vee c$			

φ cierto $\iff \Sigma = \{\neg a \vee \neg b \vee c,\ \neg c \vee d,\ b,\ \neg d,\ a\}$ es insatisfascible

Por Davis-Putnam

$$\{\neg a \vee \neg b \vee c,\ \neg c \vee d,\ b,\ \neg d,\ a\}$$
$$\Big| \ \lambda = a$$
$$\{\neg b \vee c,\ \neg c \vee d,\ b,\ \neg d\}$$
$$\Big| \ \lambda = b$$
$$\{c,\ \neg c \vee d,\ \neg d\}$$
$$\Big| \ \lambda = \neg d$$
$$\{c,\ \neg c\}$$
$$\Big| \ \lambda = c$$
$$\{\square\} \Rightarrow \Sigma \text{ es insatisfascible} \Rightarrow \varphi \text{ es cierto}$$

• Demostración lineal por resolución de la conclusión

$\{\neg a \vee \neg b \vee c,\ \neg c \vee d,\ b,\ \neg d\} \models \neg a$

$\neg a \vee \neg b \vee c \qquad \neg c \vee d$

$\neg a \vee \neg b \vee d \qquad \neg d$

$\neg a \vee \neg b \qquad b$

$\neg a \Rightarrow$ Demostrado

• Demostración lineal por resolución lineal de la clausula vacía a partir de las premisas y negación de la conclusión

$\{\neg a \vee \neg b \vee c,\ \neg c \vee d,\ b,\ \neg d,\ a\} \models \square$

$\neg a \vee \neg b \vee c \qquad \neg c \vee d$

$\neg a \vee \neg b \vee d \qquad \neg d$

$\neg a \vee \neg b \qquad b$

$\neg a \qquad a$

$\square \Rightarrow$ Demostrado

Escaneado con CamScanner

14 $\{(b \to a) \wedge b,\ c \to d,\ b \to c\} \models a \vee d = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$(b \to a) \wedge b$	$c \to d$	$b \to c$	$\neg a$	$\neg d$
$(\neg b \vee a) \wedge b$	$\neg c \vee d$	$\neg b \vee c$		
$(\neg b \wedge b) \vee (b \wedge a)$				
$b \vee (b \wedge a)$				
$b \wedge a$				

φ es cierto $\Leftrightarrow$ $\Sigma = \{b \wedge a, \neg c \vee d, \neg b \vee c, \neg a, \neg d\}$ es insatisfascible

Por Davis Putnam

$\{b \wedge a, \neg c \vee d, \neg b \vee c, \neg a, \neg d\}$

$| \lambda = \neg d$

$\{b \wedge a, \neg c, \neg b \vee c, \neg a\}$

$| \lambda = \neg a$

$\{b, \neg c, \neg b \vee c\}$

$| \lambda = \neg c$

$\{b, \neg b\}$

$| \lambda = b$

$\{\square\} \Rightarrow$ φ es cierto $\Leftarrow$ Σ es insatisfascible

. Dem. por resolución de la conclusión (A partir de ahora se abreviará con D.R.C)

No hay dem directa, ya que la cláusula a no se puede unir con ninguna otra para hacer la resolvente pues ninguna contiene a $\neg a$

. Demostr lineal por res lineal de la cláusula vacía a partir de las premisas y la negación de la conclusión (Abreviará con D.N.C)

$\{b, a, \neg c \vee d, \neg b \vee c, \neg a, \neg d\} \models \square$

$\neg b \vee c \quad b$

$c \quad \neg c \vee d$

$d \quad \neg d$

$\square$ $\Rightarrow$ Queda demostrado

15. $\{(a\wedge b)\to c,\ (\neg a\wedge\neg b)\to d,\ a\leftrightarrow b\}\models c\vee d\ = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$(a\wedge b)\to c$	$(\neg a\wedge\neg b)\to d$	$a\leftrightarrow b$ $(\neg a\vee b)\wedge(\neg b\vee a)$	$\neg c$	$\neg d$
$\neg(a\wedge b)\vee c$	$\neg(\neg a\wedge\neg b)\vee d$			
$\neg a\vee\neg b\vee c$	$a\vee b\vee d$			

φ es cierto $\Leftrightarrow$ $\Sigma=\{\neg a\vee\neg b\vee c,\ a\vee b\vee d,\ \neg a\vee b,\ \neg b\vee a,\ \neg c,\ \neg d\}$ es insat.

Por Davis-Putnam

$\{\neg a\vee\neg b\vee c,\ a\vee b\vee d,\ \neg a\vee b,\ \neg b\vee a,\ \neg c,\ \neg d\}$

$\lambda=\neg c$

$\{\neg a\vee\neg b,\ a\vee b\vee d,\ \neg a\vee b,\ \overset{\neg b\vee a}{\neg d}\}$

$\lambda=\neg d$

$\{\neg a\vee\neg b,\ a\vee b,\ \overset{\neg b\vee a}{\neg a\vee b}\}$

$\lambda=a$ | $\lambda=\neg a$

$\{\neg b, b\}$ | $\{\neg b, b\}$

$\lambda=b$ | $\lambda=b$

$\{\square\}$ | $\{\square\}$ $\Rightarrow$ Σ es insatis $\Rightarrow$ φ es cierto

- D.R.C

$\{\neg a\vee\neg b\vee c,\ a\vee b\vee d,\ \neg a\vee b,\ \neg b\vee a\}\models c\vee d$

$\neg a\vee\neg b\vee c \qquad \neg a\vee b$

$\neg a\vee c \qquad a\vee b\vee d$

$b\vee c\vee d \qquad \neg b\vee a$

$a\vee c\vee d \qquad \neg a\vee\neg b\vee c$

$\neg b\vee c\vee d \qquad b\vee c\vee d$

$c\vee d$ $\Rightarrow$ Demostrado

- DNC

$\{\neg a\vee\neg b\vee c,\ a\vee b\vee d,\ \neg a\vee b,\ \neg b\vee a,\ \neg c,\ \neg d\}\models\square$

$\neg a\vee\neg b\vee c \qquad \neg a\vee b$

$\neg a\vee c \qquad \neg c$

$\neg a \qquad a\vee\neg b$

$\neg b \qquad a\vee b\vee d$

$a\vee d \qquad \neg d$

$a \qquad \neg a$

$\square$ $\Rightarrow$ Demostrado

Escaneado con CamScanner

16. $\{a \to (b \vee c), d \vee \neg c, b \vee d\} \models a \to d = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$a \to (b \vee c)$	$d \vee \neg c$	$b \vee d$	$a \to d$
$\neg a \vee (b \vee c)$			$\neg a \vee d$
$\neg a \vee b \vee c$			

φ es cierto $\iff \Sigma = \{\neg a \vee b \vee c, d \vee \neg c, b \vee d, a, \neg d\}$ es insatis

Davis - Putnam

$\{\neg a \vee b \vee c, d \vee \neg c, b \vee d, a, \neg d\}$

$| \lambda = a$

$\{b \vee c, d \vee \neg c, b \vee d, \neg d\}$

$| \lambda = \neg d$

$\{b \vee c, \neg c, b\}$

$| \lambda = b$

$\{\neg c\}$

$| \lambda = \neg c$

$\{\emptyset\} \Rightarrow \Sigma$ es satisfascible $\Rightarrow \varphi$ no es cierto

Un mundo que hace falso a φ es $(a, b, c, d) = (1, 1, 0, 0)$

17. $\{(\neg b \wedge \neg c) \to \neg a,\ a \to b,\ a \leftrightarrow c\} \models b \vee c = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$(\neg b \wedge \neg c) \to \neg a$	$a \to b$	$a \leftrightarrow c$	$\neg b$	$\neg c$
$\neg(\neg b \wedge \neg c) \vee \neg a$	$\neg a \vee b$	$(\neg a \vee c) \wedge (\neg c \vee a)$		
$b \vee c \vee \neg a$				

φ es cierto $\Leftrightarrow$ $\Sigma = \{b \vee c \vee \neg a,\ \neg a \vee b,\ \neg a \vee c,\ \neg c \vee a,\ \neg b,\ \neg c\}$ es insatis

Por Davis-Putnam

$$\{b \vee c \vee \neg a,\ \neg a \vee b,\ \neg a \vee c,\ \neg c \vee a,\ \neg b,\ \neg c\}$$

$$\Big|\ \lambda = \neg c$$

$$\{b \vee \neg a,\ \neg a \vee b,\ \neg a,\ \neg b\}$$

$$\Big|\ \lambda = \neg b$$

$$\{\neg a,\ \neg a\}$$

$$\Big|\ \lambda = \neg a$$

$\emptyset \Rightarrow \Sigma$ es satisfascible $\Rightarrow \varphi$ es falso (no cierto)

Un mundo para el que φ se cumple es $(a, b, c) = (0, 0, 0)$

Escaneado con CamScanner

19. $\{(a \wedge \neg b) \to \neg c,\ (\neg a \wedge b) \to d,\ \neg a \vee \neg b,\ e \to (a \wedge \neg d)\} \models \neg e = \varphi$

φ es cierto $\Leftrightarrow \{(a \wedge \neg b \to \neg c,\ (\neg a \wedge b) \to d,\ \neg a \vee \neg b,\ e \to (a \wedge \neg d),\ e\}$ es insatis

Hallamos la forma clausulada

$(a \wedge \neg b) \to c$	$(\neg a \wedge b) \to d$	$\neg a \vee \neg b$	$e \to (a \wedge \neg d)$	e
$\neg(a \wedge \neg b) \vee \neg c$	$\neg(\neg a \wedge b) \vee d$		$\neg e \vee (a \wedge \neg d)$	
$\neg a \vee b \vee \neg c$	$a \vee \neg b \vee d$		$(\neg e \vee a) \wedge (\neg e \vee \neg a)$	

φ es cierto $\Leftrightarrow \Sigma = \{\neg a \vee b \vee \neg c,\ a \vee \neg b \vee d,\ \neg a \vee \neg b,\ \neg e \vee a,\ \neg e \vee \neg d,\ e\}$
es insatis

Davis - Putnam

$$\{\neg a \vee b \vee \neg c,\ a \vee \neg b \vee d,\ \neg a \vee \neg b,\ \neg e \vee a,\ \neg e \vee \neg d,\ e\}$$
$$\mid \lambda = e$$
$$\{\neg a \vee b \vee \neg c,\ a \vee \neg b \vee d,\ \neg a \vee \neg b,\ a,\ \neg d\}$$
$$\mid \lambda = a$$
$$\{b \vee \neg c,\ \neg b,\ \neg d\}$$
$$\mid \lambda = \neg b$$
$$\{\neg c,\ \neg d\}$$
$$\mid \lambda = \neg c$$
$$\{\neg d\}$$
$$\mid \lambda = \neg d$$
$\emptyset \Rightarrow \Sigma$ es satisfascible $\Rightarrow \varphi$ no es cierto

φ es falso para $(a, b, c, d, e) = (1, 0, 0, 0, 1)$

Escaneado con CamScanner

20. $\{c \to d,\ a \vee b,\ \neg(\neg a \to d),\ \neg a \to b\} \models b \wedge \neg c = \varphi$

Hallamos la forma clausulada

$c \to d$	$a \vee b$	$\neg(\neg a \to d)$	$\neg a \to b$
$\neg c \vee d$		$\neg(\neg\neg a \vee d)$	$\neg(\neg a \vee b)$
		$\neg(a \vee d)$	$a \wedge \neg b$
		$\neg a \wedge \neg d$	

φ es cierto $\iff \Sigma_1 = \{\neg c \vee d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg b\}$ y

$\Sigma_2 = \{\neg c \vee d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg b,\ c\}$ son instatis

Davis - Putnam

$\{\neg c \vee d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg d\}$

$\mid \lambda = \neg d$

$\{\neg c,\ a \vee b,\ \neg a,\ a,\ \neg b\}$

$\mid \lambda = \neg b$

$\{\neg c,\ a,\ \neg a\}$

$\mid \lambda = \neg c$

$\{a,\ \neg a\}$

$\mid \lambda = a$

$\{\square\}$

$\{\neg c \vee d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg b,\ c\}$

$\mid \lambda = c$

$\{d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg b\}$

$\mid \lambda = \neg b$

$\{d,\ a,\ \neg a,\ \neg d\}$

$\mid \lambda = d$

$\{a,\ \neg a\}$

$\mid \lambda = a$

$\{\square\}$

Σ_1 y Σ_2 son insatisfascibles $\Rightarrow \varphi$ es cierto.

- D. R C

$\{\neg c \vee d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg b\} \models b$

$a \vee b \quad \neg a$

b

Demostrado

$\{\neg c \vee d,\ a \vee b,\ \neg a,\ \neg d,\ a,\ \neg b\} \models \neg c$

$\neg c \vee d \quad \neg d$

$\neg c$

· DNC

$\{\neg c \vee d, a \vee b, \neg a, \neg d, a, \neg b\} \models \square$ | $\{\neg c \vee d, a \vee b, \neg a, \neg d, a, \neg b, c\} \models \square$

$a \vee b \quad \neg b$

$a \quad \neg a$

$\square$

$\neg c \vee d \quad c$

$d \quad \neg d$

$\square$

Demostrado