(17) $(D(210), |)$

$D(210) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210\}$

a) ¿Es un álgebra de Boole?

$\# D(210) = 16 = 2^4 \Rightarrow \exists$ 4 átomos = divisores ~~prim de~~ primos de 210:

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 5 \\ 21 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$2^* = \frac{210}{2} = 105$

$3^* = \frac{210}{3} = 70$

$5^* = \frac{210}{5} = 42$

$7^* = \frac{210}{7} = 30$

Como los átomos son divisores primos con exponente 1 $\Rightarrow$ D(210) es Álgebra de Boole.

b) 1) $30 \vee (15 \wedge 10) =$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vee: \text{mcm} & a^* = \frac{n}{a} \\ \wedge: \text{mcd} & \end{array}}$$

$= 30 \text{ mcm } (15 \text{ mcd } 10)$

2) $14^* \wedge 21 = \frac{210}{14} \text{ mcd } 21$

c) Supremo de átomos es hacer mc.m de tus átomos
Ínfimo de coátomos es hacer mc.d de (átomos*)

- $21 = 7 \vee 3 \qquad 35 = 7 \vee 5$
- $21 = 42 \wedge 105 \qquad 35 = 70 \wedge 105$

(18)

$f_{126} : \mathbb{B}^3 \to \mathbb{B}$

Lo primero trasformamos ~~126~~ 126 en binario:

$126 : 0111\ 1110 \Rightarrow 8$ dígitos $\Rightarrow 8 = 2^3 \Rightarrow 3$ variables.

	x	y	z	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

126 en columna. Luego $f(x,y,z) = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6$

• Forma canónica disyuntiva (SUMA DE LOS MINTERMS)

$f(x,y,z) = x^* y^* z + x^* y z^* + x^* y z + x y^* z^* + x y^* z + x y z^*$

• Forma reducida disyuntiva (APLICAR KARNAUGH).

z \ xy	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

$x^* y$, $y z^*$, $y z^*$, $x z^*$, $x y^*$, $y^* z$, $x^* z$

Destacar que hay que coger todos los grupos que no estén en un grupo mayor

Luego $f(x,y,z) = x^* z + x y^* + y z^* + x^* y + y^* z + \cancel{x z^*}$
$+ x z^*$

• Forma disyuntiva no simplificable.

		m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
A	$x^* z$	X		X			
B	$x y^*$				X	X	
C	$y z^*$		X				X
D	$x^* y$		X	X			
E	$y^* z$	X				X	
F	$x z^*$				X		X

$m_1 = A + E \quad m_2 = C + D \quad m_3 = A + D$

$m_4 = B + F \quad m_5 = B + E \quad m_6 = C + F$

$(A+E)(C+D)(A+D)(B+F)(B+E)(C+F) =$

$=$ ~~PRODUCTO~~ SUMA DE PRODUCTOS DE LETRAS

COGEMOS LOS MÁS CHICOS $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ CAMBIAMOS LETRAS POR IMPLICANTES PRIMOS. FIN

(19) Igual que el (18)

(20) Igual que el (18) (Partiendo de tablas)

(21) Implicantes primos nucleares: implicantes primos esenciales: aquellos implicantes primos que son los únicos que representan un minterm (en la tabla la columna del minterm solo tiene una X en un implicante primo ⇒ ⇒ es nuclear/esencial) Para ello MacCluskey-Petrick.

Ejercicio (18) como base

(22) Ejercicio (21)

(23) La forma conjuntiva es coger los "0" de f y ~~+~~ sumar sus variables y multiplicarlos.

En el ejercicio (18)

$$f(x,y,z) = (x'+y'+z')(x+y+z) \rightarrow \text{Forma conjuntiva}$$

El resto igual que (18)

(24) Igual que (23)

(25) $f_{189}: \mathbb{B}^3 \longrightarrow \mathbb{B}$

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

• Forma canónica conjutiva:

$$f(x,y,z) = (x^*+y^*+z)(x+y+z^*)$$

a) Para hallar implicantes primos y forma disyuntiva reducida aplicamos FCC: (operar con la forma canónica conjutiva)

$$f(x,y,z) = (x^*+y^*+z)(x+y+z^*) = (\cancel{x^* x}^{0} + x^* y + x^* z^* +$$

$$+ x y^* + \cancel{y^* y}^{0} + y^* z^* + x z + y z + \cancel{z z^*}^{0}) =$$

$$= (x^* y + x^* z^* + x y^* + y^* z^* + x z + y z) \;//$$

b) Ejercicio (18)

(26) Ejercicio (18)

NECESARIO:
- SUMA DE GRADOS PAR
- Si hay n vértices. $gr(v) < n \quad \forall v \in$ vértices.

27 Algoritmo de demolición

1. Si todo "0" $\Rightarrow$ grafo
2. si un número $\geq$ # {elementos no nulos} $\Rightarrow$ No grafo.
3. Cogemos pivote con mayor gr (r). Cogemos r grados; el resto no debe contener ninguno mayor que los elegidos
4. pivote $= 0$, "elegidos" -1.
5. PRINCIPIO

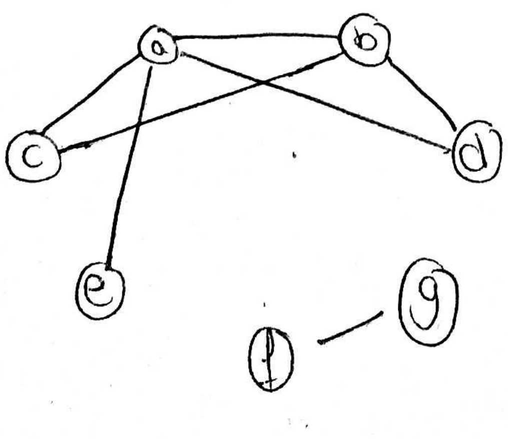
Algoritmo de reconstrucción.

1. Partimos de la fila de "0"s.
2. Si subimos una fila, añadimos al grafo r (era el pivote en ese paso) lados, que conectan con los elegidos.

a)

a	b	c	d	e	f	g	
4	3*	2*	2*	1*	1	1	
0	2	1*	1*	0	1	1	
0	0	0	0	0	1	1*	
0	0	0	0	0	0	0	$\Rightarrow$ Grafo

b)



(28) Ejercicio 27

(29) Ejercicio 27

(30) Ejercicio 27

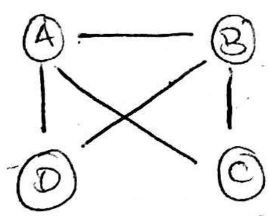
(31) Ejercicio 27

(32) Ejercicio 27.

(33) a) $3+2+3+2=10$. Aplicamos algoritmo demolición

A	B	C	D
3	3^*	2^*	2^*
0	2	1^*	1^*
0	0	0	0 ⇒ Grafo.

Aplicamos algoritmo de reconstrucción



b) TEOREMA: u,v vértices adyacentes ("e" lado que los une).

$$p(G,x) = p(G_e, x) - p(G'_e, x)$$

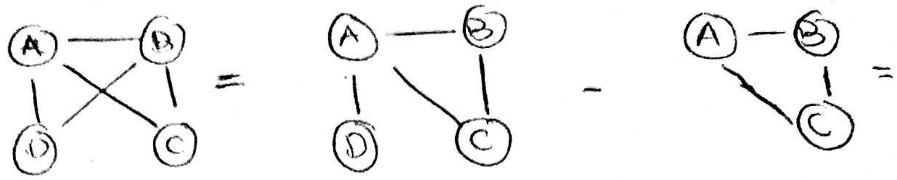
→ Grafo quitado lado "e"

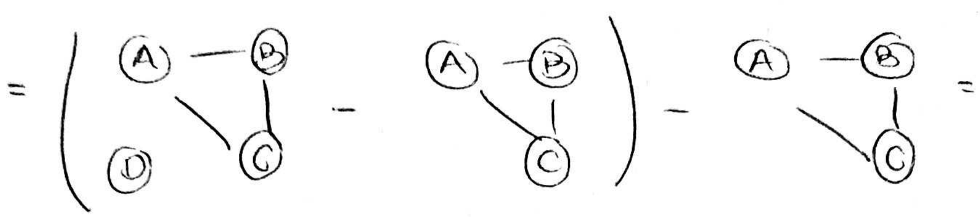
→ Grafo : $u=v$

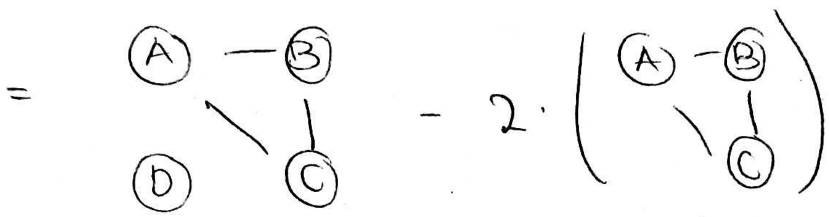
IMPORTANTE !! G tiene como componentes conexas $G_1, G_2, \dots, G_m$:

$$p(G,x) = p(G_1,x)\cdot p(G_2,x)\cdot \ldots \cdot p(G_m,x).$$

b). G:







(A) Dos componentes conexas luego:

$p(A,x) = x \cdot x(x-1)(x-2)$

Grafo conexo (B)

$p(B,x) = x\cdot(x-1)\cdot(x-2)$

Luego $p(G,x) = x \cdot x\,(x-1)(x-2) - 2x(x-1)(x-2) =$

$= x^2(x^2-2x-x+2) - 2x(x^2-x-2x+2) =$

$= x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x^3 + 6x^2 - 4x =$

$= x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x$

Para calcular número cromático hay que ver el primer $x \in \mathbb{N}$: $p(G,x) > 0$.

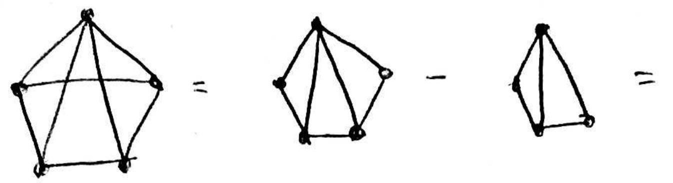
Para $x=3$ $p(G,3) > 0 \Rightarrow$ Número cromático es 3.

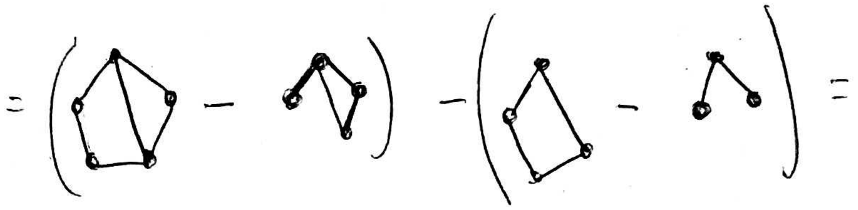
Para $x=6$

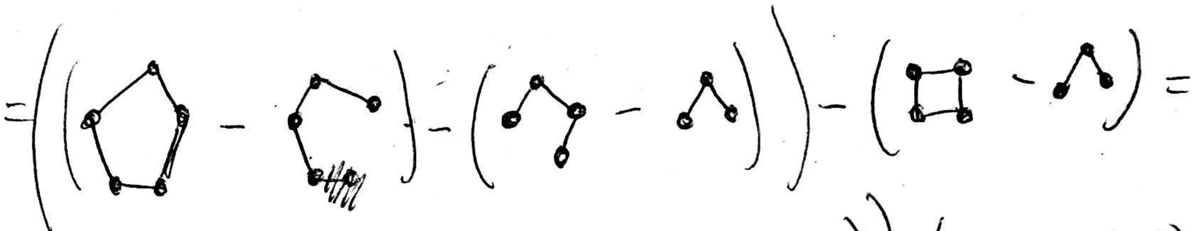
$p(G,6) = 6^4 - 5\cdot 6^3 + 8\cdot 6^2 - 4\cdot 6 = 480$

(34)

Grafo con camino simple
$p(G,x) = x\cdot(x-1)^n$
Grafo conexo:
$p(G,x) = x\cdot(x-1)\cdot(x-2)\cdots(x-n-1)$

$G =$ 





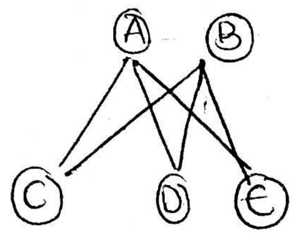
$$p(G,x) = \Big(\big(x(x-1)\cdot(x-2)(x-3)(x-4) - x\cdot(x-1)^3\big) - \big(x\cdot(x-1)^3 - x\cdot(x-1)^2\big)\Big) - \big(x(x-1)(x-2)(x-3) - x(x-1)^2\big)$$

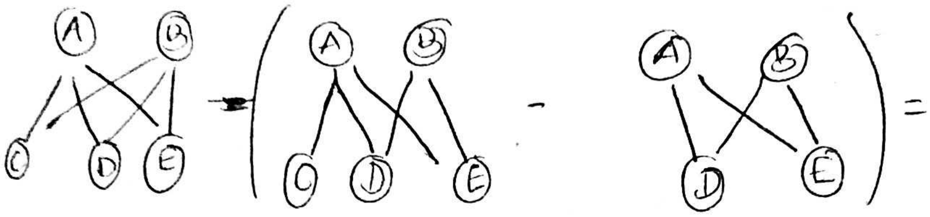
(35) $K_{n,m}$ denota grafo bipartido *completo. Es aquél donde el conjunto de vértices (V) se puede dividir en dos subconjuntos, V_1 y V_2, donde todo vértice de V_1 se une con todos los de V_2.

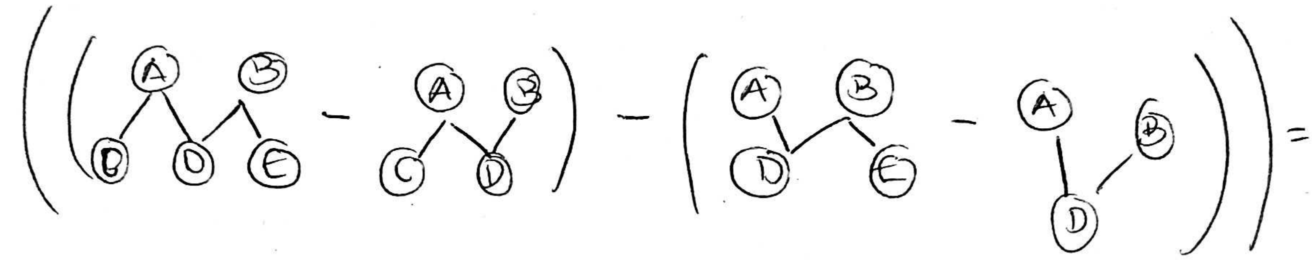
$\#V_1 = n \quad \#V_2 = m \quad G = K_{n,m}$

G es bipartido $\iff$ G no tiene ciclos de longitud impar

a) $G = K_{2,3}$



$pG =$ 

$=$ 

$$=\Big(\big(x\cdot(x-1)^4 - x\cdot(x-1)^3\big) - \big(x(x-1)^3 - x(x-1)^2\big)\Big) =$$

$$= x(x^2+1-2x)(x^2+1-2x) - 2x(x^2+1-2x)(x-1) - x(x^2+1-2x) =$$

$$= x(x^4+x^2-2x^2+x^2+1-2x-2x^3-2x+4x^2) - 2x(x^3-x^2+x-1-2x^2+2x) -$$

$$- x^3 - x + 2x^2 =$$

$$= x^5 + x^3 - 2x^3 + x^3 + x - 2x^2 - 2x^4 - 2x^2 + 4x^3 - 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x + 4x^3$$

$$- 4x^2 - x^3 - x + 2x^2 = x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 8x^2 + 2x$$

a) $p(G,x) = x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 8x^2 + 2x = 12$

b) G es bipartido $\Leftrightarrow \chi(G) = 2$ (COMPROBADO)

c) $p(G,6) = 4260.$

(36) Igual que ejercicio (35)

(37) Ejercicio (34)

(38) Hay que tener en cuenta que es un grafo no conexo, por lo demás igual que (34)

(39) Ejercicio (34)

(40) Ejercicio (34)

(41) Ejercicio (34)

(42) Ejercicio (34)

(43) Ejercicio (34)

(44) Ejercicio (34)

(45)

Suma de grados de un grafo es $2\ell \Rightarrow$

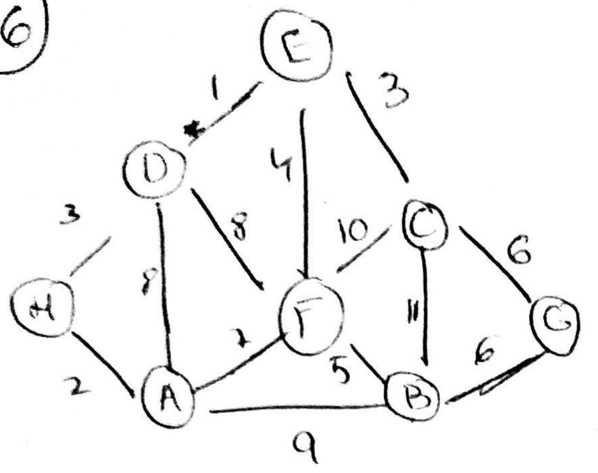
$$\Rightarrow \boxed{\sum_{i=0}^{n} gr(v_i) = 2\ell. \quad \text{En un árbol}: \ell = n-1.}$$

$$33\cdot 1 + 25\cdot 2 + 15\cdot 3 + 4(n-33-25-15) = 2n-2$$

$$33 + 50 + 45 + 4n - 132 - 100 - 60 = 2n-2.$$

$$-162 = -2n \Rightarrow n = 81$$

(46)



- KRUSKAL (CONSTRUCTIVO): Estrategia building-up a una sucesión de aristas creciente
- BUILDING-UP: Se eligen n-1 lados de uno en uno de forma que no formen ciclos con los anteriores.

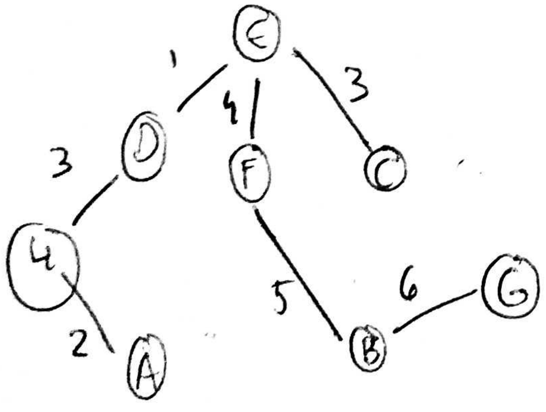
Sucesión de aristas no decreciente:

$\overline{DE} \leq \overline{AH} \leq \overline{CE} \leq \overline{DH} \leq \overline{EF} \leq \overline{BF} \leq \overline{BG} \leq \overline{CG} \leq \overline{AF} \leq$

$\leq \overline{AD} \leq \overline{DF} \leq \overline{AB} \leq \overline{CF} \leq \overline{BC}$

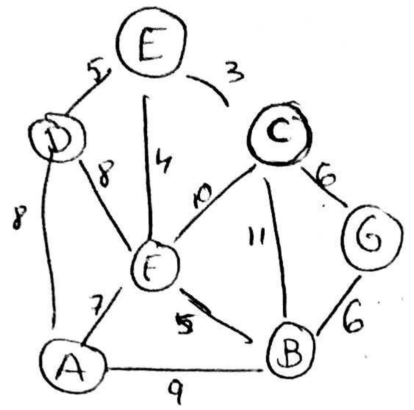
BUILDING-UP:

$\overline{DE}$, $\overline{AH}$, $\overline{CE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{BF}$, $\overline{BG}$



El peso del árbol es: 24

(47)



• ALGORITMO DE PRIM:

• Se parte de un vértice cualquiera que pasa a $T=\{v\}$ (elegidos) $E=\{\}$ (lados).

• En cada paso ⇒ un vértice a T y un lado a E:

① no puede estar en T

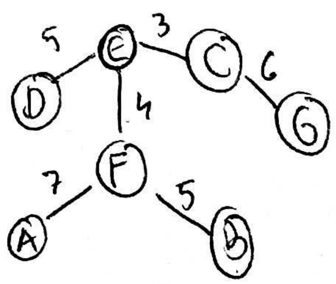
② adyacente mediante dicho lado a alguno en T

③ lado no forme ciclos con los de E

④ lado con peso mínimo de los posibles.

• Acaba con: $\underbrace{n-1 \text{ lados}}$

PASO	T	E
1	A	
2	A, F	$\overline{AF}$,
3	A, F, ~~B~~ E	$\overline{AF}$, $\overline{EF}$
4	A F E C	$\overline{AF}$ $\overline{EF}$ $\overline{CE}$
5	A F E C B	$\overline{AF}$ $\overline{EF}$ $\overline{CE}$ $\overline{BF}$
6	A F E C B D	$\overline{AF}$ $\overline{EF}$ $\overline{CE}$ $\overline{BF}$ $\overline{DE}$
7	A F E C B D C	$\overline{AF}$ $\overline{EF}$ $\overline{CE}$ $\overline{BF}$ $\overline{DE}$ $\overline{CG}$



Peso: 30

48 Ejercicio 47

49 Ejercicio 47

50 Ejercicio 46

51 Ejercicio 47

52

PREORDEN: Todo a la izquierda que puedas. (EMPIEZA EN RAÍZ Y CONTINÚAS A SU IZQ).

{a, b, e, f, l, c, g, h, m, p, q, r, n, d, i, j, k, o}

POSTORDEN: toda la rama empezando por izquierda:

{e, l, f, b, g, q, r, p, m, n, h, c, i, j, o, k, d, a}

INORDEN

{e, b, f, l, a, g, c, q, p, r, m, h, n, i, d, j, k, o}

TOP-DOWN:

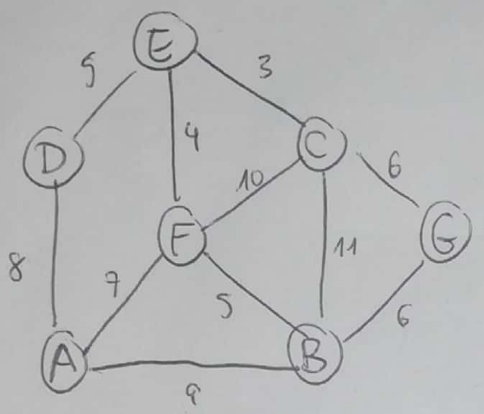
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r}

BOTTOM UP:

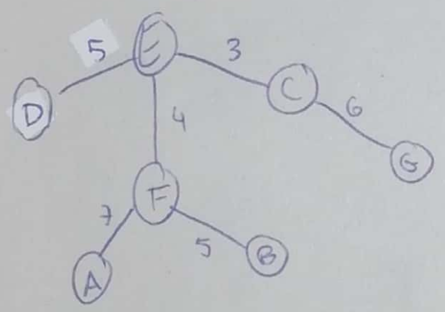
{$\underbrace{e, g, i, j, l, n, o, q, r,}$ $\underbrace{f, k, p,}$ $\underbrace{b, d, m,}$ $\underbrace{h, c, a}$}

árboles:

47 ALGORITMO DE PRIM

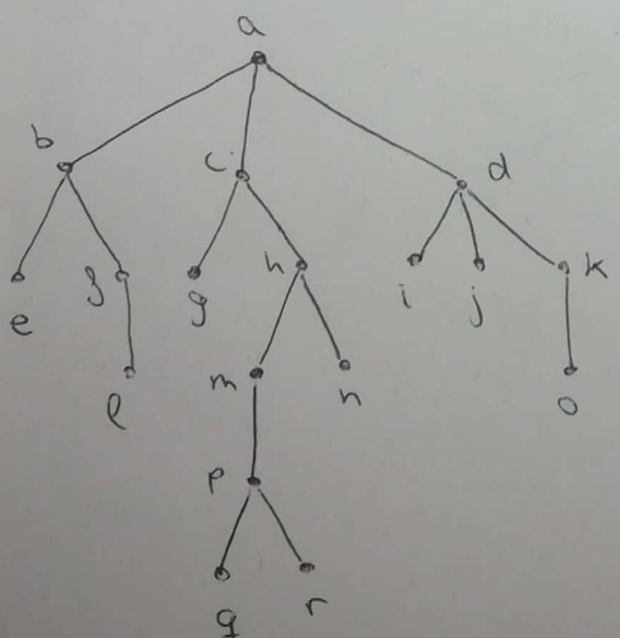


puso	T	E
1	E, C	EC
2	E, F, C	EC, EF
3	E, F, C, D	EC, EF, ED
4	E, C, F, D, B	EC, EF, ED, FB
5	E, C, F, D, B, G	EC, EF, ED, FB, BF
6	E, C, F, D, B, G, A	EC, EF, ED, FB, BF, FA.



Peso: $5+3+6+4+7+5=30$

52 Escribe PREORDEN, POSTORDEN, INORDEN, TOP-DOWN y BOTTOM-UP.



PREORDEN: a-b-e-f-l-c-g-h-m-p-q-r-n-d-i-j-k-o

POSTORDEN: e, l, f, b, g, q, r, p, m, n, h, c, i, j, o, k, d, a

INORDEN: e-b-f-l-a-g-c-q-p-r-m-h-n-i-d-j-k-o

TOP-DOWN: a-b-c-d-e-f-g-h-i-j-k-l-m-n-n-p-q-r.

BOTTOM-UP: $\underbrace{e-g-i-j-l-n-o-q-r}_{0}$ - $\underbrace{f-k-p}_{1}$ - $\underbrace{b-d-m}_{2}$ - $\underbrace{h}_{3}$ - $\underbrace{c}_{4}$ - $\underbrace{a}_{5}$

ALTURA:

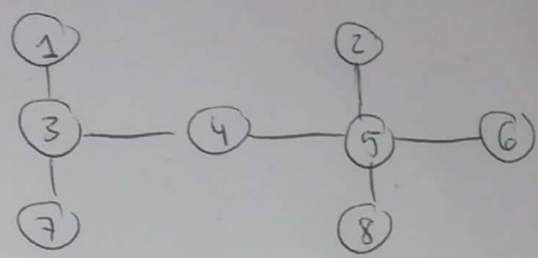
3→h 5→a

4→c

0	e, l, g, q, r, n, i, j, o
1	f, p, k
2	b, m, d

54 a) Representa árbol etiq. → Cod. Prüfer = (2, 1, 5, 7, 4)

b) Det. cód. Prüfer de



a) Cod = (2, 1, 5, 7, 4) → long = 5 = n − 2 ⇒

⇒ 7 vértices.

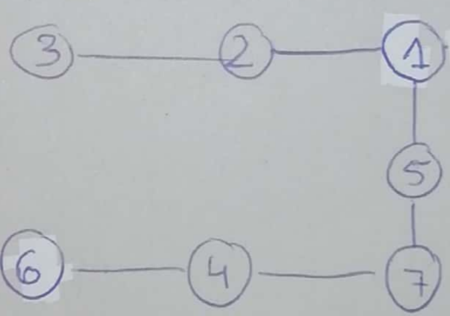
V = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Selec. elem. V: ∉ C → 3 ⇒ Unir 3 con 1º C = 2.

Cod = (1, 5, 7, 4)

V = {1, 2, 4, 5, 6, 7}

Replay



Cod = (7, 4)

V = {4, 5, 6, 7}

Cod = (4)

V = {4, 6, 7}

Cod = ∅

V = {4, 7}

Unir 4 − 7

b) Hoja menor → 1 ⇒ Cód + adyad. (3)

C = (3)   T − {1}

Hoja menor → 2 ⇒ Cód + adyad (5)

C = (3, 5)   T − {1, 2}

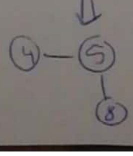
C = (3, 5, 5)   T − {1, 2, 6}

C = (3, 5, 5, 3)   T − {1, 2, 6, 7}

C = (3, 5, 5, 3, 4)   T − {1, 2, 6, 7, 3}

$\boxed{C = (3, 5, 5, 3, 4, 5)}$

T' = {5, 8}



53 → Como el BOTTOM-UP de 52

54 → **Alg. Prüfer** (Yandi) → ① Cód → árbol
→ ② Árbol → código

55 → Como 54 a) ①.

56 → Ej 54 ①.

57 → Como ej 54

58 → Como Ej 54

59 → Como Ej 54 ①

60 → Como Ej 54

61 → Como Ej 54 ①

63 → Como Ej 54

64 → Como Ej 54

↑ Grafos y Árboles

Tk mono calvo ♡