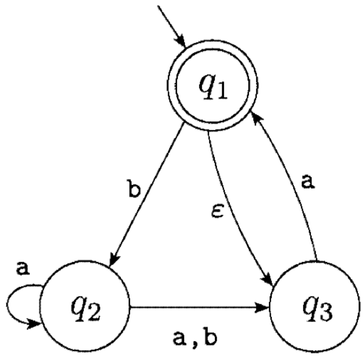
PRÁCTICA 2 - MODELOS DE COMPUTACIÓN

RAFAEL CALVO CÓRDOBA

ALBERTO LLAMAS GONZÁLEZ

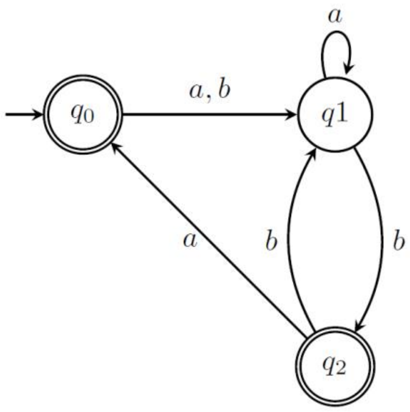
Recuerda: La solución de un ejercicio incluye la respuesta que se solicita, los pasos seguidos para conseguir esa respuesta y una explicación concisa sobre cómo se ha obtenido la respuesta.

1. ¿Qué lenguaje acepta este AFND-ε? Mostrar algún ejemplo de uso para aceptar (y rechazar) cadenas siguiendo la notación vista en clase. Obtener un AFD equivalente, describiendo de forma clara el procedimiento realizado para obtenerlo.



2. Construir, describiendo de forma clara el procedimiento seguido, el AFND-ε equivalente a la siguiente expresión regular: a(b+a)*b

3. Obtén de manera sistemática, describiendo de forma precisa el procedimiento realizado, una expresión regular para el lenguaje aceptado por el siguiente autómata



4. Dado el autómata del ejercicio anterior obtener, describiendo el procedimiento realizado, una gramática lineal por la derecha equivalente.

5. Construir, describiendo el procedimiento realizado, un autómata finito equivalente a la gramática:

$$S \rightarrow 0S|1S|01A$$
$$A \rightarrow 0S|1S|\varepsilon$$

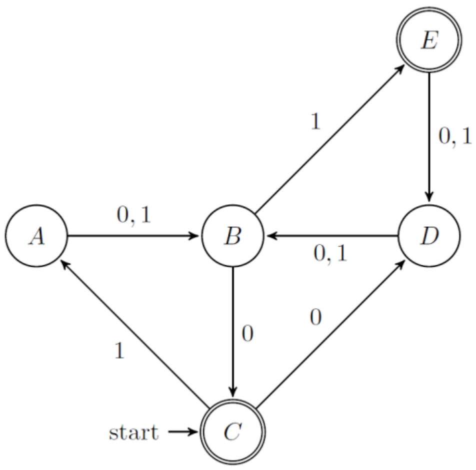
6. Construir un autómata finito determinista que acepte el lenguaje $L = \{0^i1^j \ / \ i \geq j\}$. En caso contrario, demostrar por qué no es posible construir dicho autómata finito.

7. Demuestra que el lenguaje $L = \{0^i1^j \ / \ i \neq j\}$ no es regular.

8. Utilizando las propiedades de los conjuntos regulares encuentre un AFD que acepte el lenguaje $L = \{w \in \{a, b, c\}^*: w$ no contiene la subcadena abc$\}$

9. Utilizando las propiedades de los conjuntos regulares obtener un AFD capaz de aceptar las cadenas $u \in \{0,1\}^*$, que contengan simultáneamente las subcadenas 000 y 111.

10. Minimizar si es posible el siguiente autómata, describiendo de forma clara el procedimiento realizado.

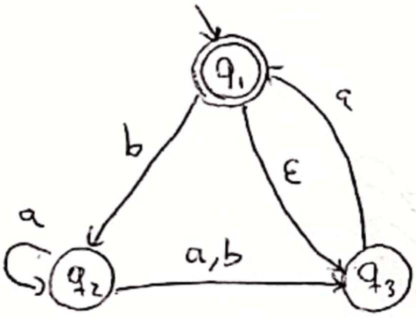


Práctica 2

Realizada por:

- Alberto Llamas González
- Rafael Calvo Córdoba

1: ¿Qué lenguaje acepta este AFND-ε? Mostrar algún ejemplo de uso para aceptar (y rechazar) cadenas siguiendo la notación vista en clase. Obtener un AFD equivalente, describiendo de forma clara el procedimiento realizado para obtenerlo



Obtengo la ER asociada al autómata

$x_i \equiv$ ER si que me lleva de q_i a un estado final

$$x_i = Ax_i + B \Rightarrow A^*B$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = bx_2 + \varepsilon x_3 + \varepsilon \\ x_2 = ax_2 + ax_3 + bx_3 \\ x_3 = ax_1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$x_2 = a^*(ax_3 + bx_3)$$

$$x_2 = a^*(aax_1 + bax_1)$$

$$x_1 = ba^*(aax_1 + bax_1) + ax_1 + \varepsilon$$

$$x_1 = ba^*aax_1 + ba^*ax_1 + ax_1 + \varepsilon$$

$$x_1 = (ba^*aa + ba^*ba + a)x_1 + \varepsilon$$

$$\boxed{x_1 = (ba^*aa + ba^*ba + a)^*}$$

El lenguaje es, por tanto $L = \{u \,/\, u \in \{a,b\}^*$, u no contiene la subcadena bbb y u no termina por $b\}$

$abbb$:

$(abbb, q_1) \vdash \underline{(bbb, \emptyset)}$

$(abbb, q_3) \vdash \left\{\begin{array}{l} (bbb, q_1) \vdash (bb, q_2) \vdash (b, q_3) \vdash \underline{(\varepsilon, \emptyset)} \\ (bbb, q_3) \vdash \underline{(bb, \emptyset)} \end{array}\right.$

$\boxed{\text{RECHAZADA}}$

$abaa$:

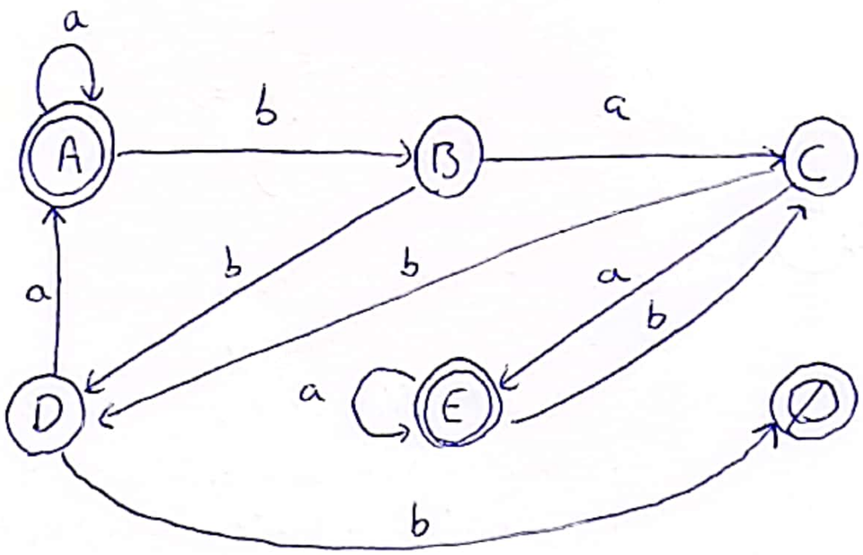
$(abaa, q_1) \vdash (baa, \emptyset)$

$(abaa, q_3) \vdash \left\{\begin{array}{l} (baa, q_1) \vdash (aa, q_2) \left\{\begin{array}{l} (a, q_2) \vdash (\varepsilon, q_2) \\ (a, q_3) \vdash \boxed{(\varepsilon, q_1)} \end{array}\right. \\ (baa, q_3) \vdash (aa, \emptyset) \end{array}\right.$

$\boxed{\text{ACEPTADA}}$

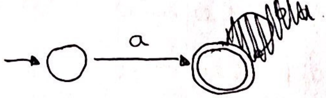
1: PARA OBTENER EL AFD EQUIVALENTE, REALIZO LA SIGUIENTE TABLA:

δ^*	a	b
$\{q_1, q_3\}$ A	$\{q_1, q_3\}$ A	$\{q_2\}$ B
$\{q_2\}$ B	$\{q_2, q_3\}$ C	$\{q_3\}$ D
$\{q_2, q_3\}$ C	$\{q_1, q_2, q_3\}$ E	$\{q_3\}$ D
$\{q_3\}$ D	$\{q_1, q_3\}$ A	$\emptyset$
$\{q_1, q_2, q_3\}$ E	$\{q_1, q_2, q_3\}$ E	$\{q_2, q_3\}$ C

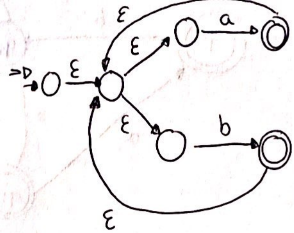


② Construir, describiendo de forma clara el procedimiento seguido, el AFND-ε equivalente a la siguiente expresión regular: $a(b+a)^* b$

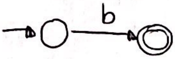
Obtenemos primero a



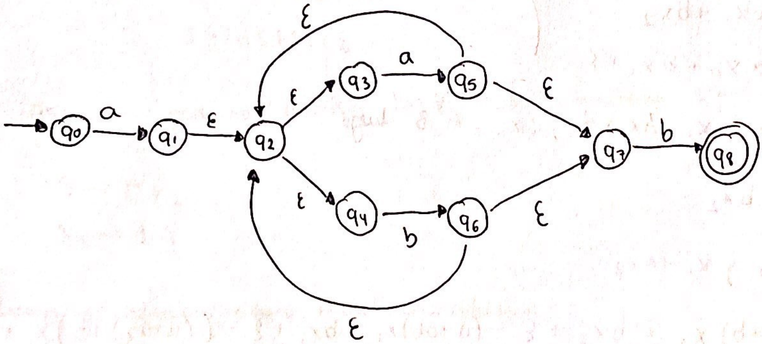
Obtenemos ahora $(b+a)^*$:



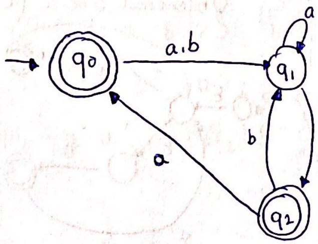
Obtenemos ahora b:



Luego, haciendo la concatenación con a y b:



③ Obtén de manera sistemática, describiendo de forma precisa el procedimiento realizado, una expresión regular para el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:



Utilizando el método de los sistemas de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} X_0 &= (a+b)X_1 + \varepsilon \\ X_1 &= aX_1 + bX_2 \\ X_2 &= aX_0 + bX_1 + \varepsilon \end{aligned}\right\}$$

Sabemos que si $X_i = AX_i + B$, $X_i = A^*B$ luego

$$X_1 = a^* b X_2$$

Sustituimos X_0 y X_1 en X_2:

$$X_2 = a(a+b)X_1 + bX_1 + \varepsilon = (a+ab)X_1 + bX_1 + \varepsilon = ((a+ab)+b)X_1 + \varepsilon =$$
$$= ((a+ab)+b)\, a^* b X_2 + \varepsilon = \underline{(((a+ab)+b)\, a^* b)^*}$$

$$X_1 = a^* b(((a+ab)+b)\, a^* b)^*$$

$$\boxed{X_0 = (a+b)(a^* b(((a+ab)+b)\, a^* b)^*) + \varepsilon}$$

$\boxed{ER = X_0}$

Escaneado con CamScanner

(4) Dado el autómata del ejercicio anterior obtener, describiendo el procedimiento realizado, una gramática lineal por la derecha equivalente.

Sea $S = q_0$, $S_1 = q_1$ y $S_2 = q_2$:

$$S \rightarrow aS_1 \mid bS_1 \mid \varepsilon$$

$$S_1 \rightarrow aS_1 \mid bS_2$$

$$S_2 \rightarrow aS \mid bS_1 \mid \varepsilon$$

(5) Construir, describiendo el procedimiento realizado, un autómata finito equivalente a la gramática:

$$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 01A$$

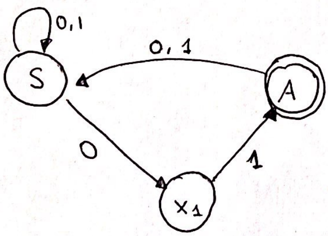
$$A \rightarrow 0S \mid 1S \mid \varepsilon$$

Vemos que podemos dividir la regla de producción $S \rightarrow 01A$ en dos:

$$S \rightarrow 0x_1$$

$$x_1 \rightarrow 1A$$

Luego si hacemos ahora el autómata obtenemos:



6 - CONSTRUIR UN AUTÓMATA FINITO DETERMINISTA QUE ACEPTE EL LENGUAJE $L = \{0^i 1^j / i \geq j\}$. EN CASO CONTRARIO DEMOSTRAR POR QUÉ NO ES POSIBLE CONSTRUIR DICHO AUTÓMATA FINITO.

VAMOS A DEMOSTRAR QUE NO ES POSIBLE APLICADO EL TEOREMA DEL BOMBEO

$n \in \mathbb{N}$ cualquiera
$\rightarrow z \in L$ con $|z| \geq n$
$z = uvw$ cualquiera
$\rightarrow i : uv^iw \notin L$
$|uv| \leq n$
$|v| \geq 1$

Tomamos $z = \underbrace{0^n}_{uv} 1^n \in L$

$u = 0^k$ $\quad k + l \leq n$
$v = 0^l$ $\quad l \geq 1$
$w = 0^{n-k-l} 1^n$
Elijo $i = 0$
$uv^0w = 0^{n-l} 1^n \notin L$

POR TANTO EL LENGUAJE NO ES REGULAR Y NO PODEMOS CONSTRUIR EL AUTÓMATA FINITO DETERMINISTA

7 - DEMUESTRA QUE EL LENGUAJE $L = \{0^i 1^j / i \neq j$ no es regular$\}$

$L = \{0^i 1^j / i \neq j\} = \underbrace{\{0^i 1^j / i < j\}}_{L_1} \cup \underbrace{\{0^i 1^j / i > j\}}_{L_2}$

APLICANDO EL TEOREMA DEL BOMBEO A L_1 Y L_2 POR SEPARADO

L_1 $\quad z = \underbrace{0^n}_{uv} 1^{n+1}$

$u = 0^k$ $\quad k + l \leq n$ $\quad$ Elijo $i = 2$
$v = 0^l$ $\quad l \geq 1$ $\quad$ $uv^2w = 0^{n+l} 1^{n+1} \notin L$
$w = 0^{n-k-l} 1^{n+1}$ $\quad$ L_1 no regular

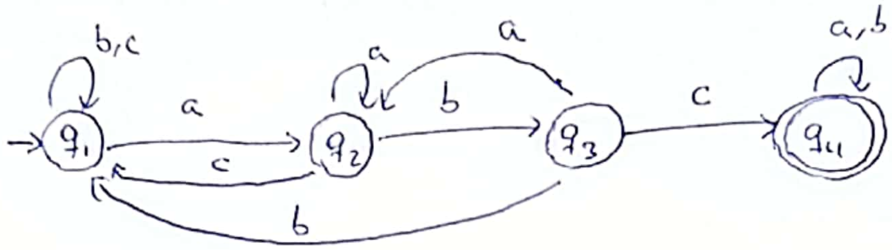
L_2 $\quad z = 0^n 1^{n-1}$
$u = 0^k$ $\quad k + l \leq n$ $\quad$ Elijo $i = 0$
$v = 0^l$ $\quad l \geq 1$ $\quad$ $uv^0w = 0^{n-l} 1^{n-1} \notin L$
$w = 0^{n-k-l} 1^{n-1}$ $\quad$ L_2 no regular

L ES NO REGULAR DEBIDO A QUE $L = L_1 \cup L_2$
L_1, L_2 NO REGULARES

8: UTILIZANDO LAS PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS REGULARES ENCUENTRE UN AFD QUE ACEPTE EL LENGUAJE $L = \{w \in \{a,b,c\}^* :$ w no contiene la subcadena $abc\}$

$\bar{L} = \{w \in \{a,b,c\}^* : w$ no contiene la subcadena $abc\}$

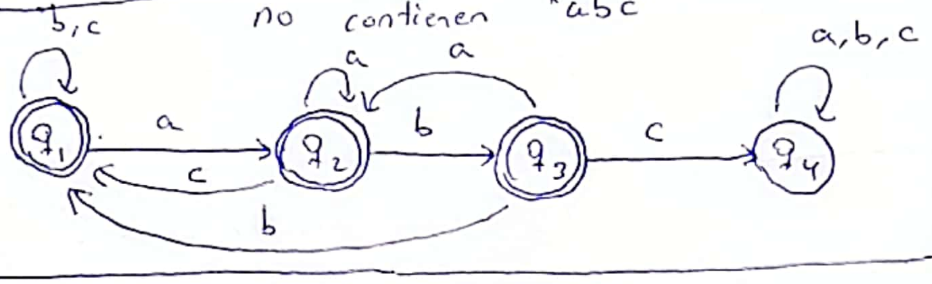
AFD



$\Downarrow$

no contienen "abc"

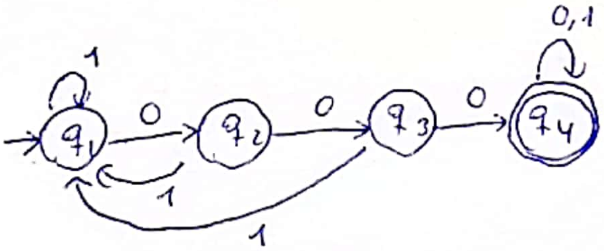
L
AFD



9: UTILIZANDO LAS PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS REGULARES OBTENER UN AFD CAPAZ DE ACEPTAR LAS CADENAS $u \in \{0,1\}^*$, QUE CONTENGAN SIMULTÁNEAMENTE LAS SUBCADENAS 000 y 111

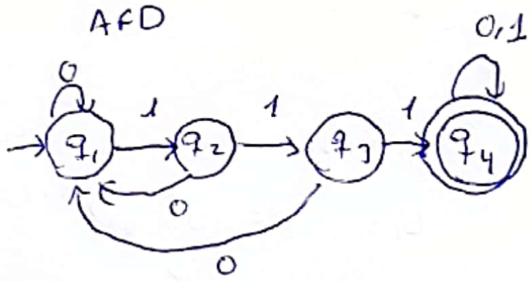
L_1 contiene 000

AFD



L_2 contiene 111

AFD

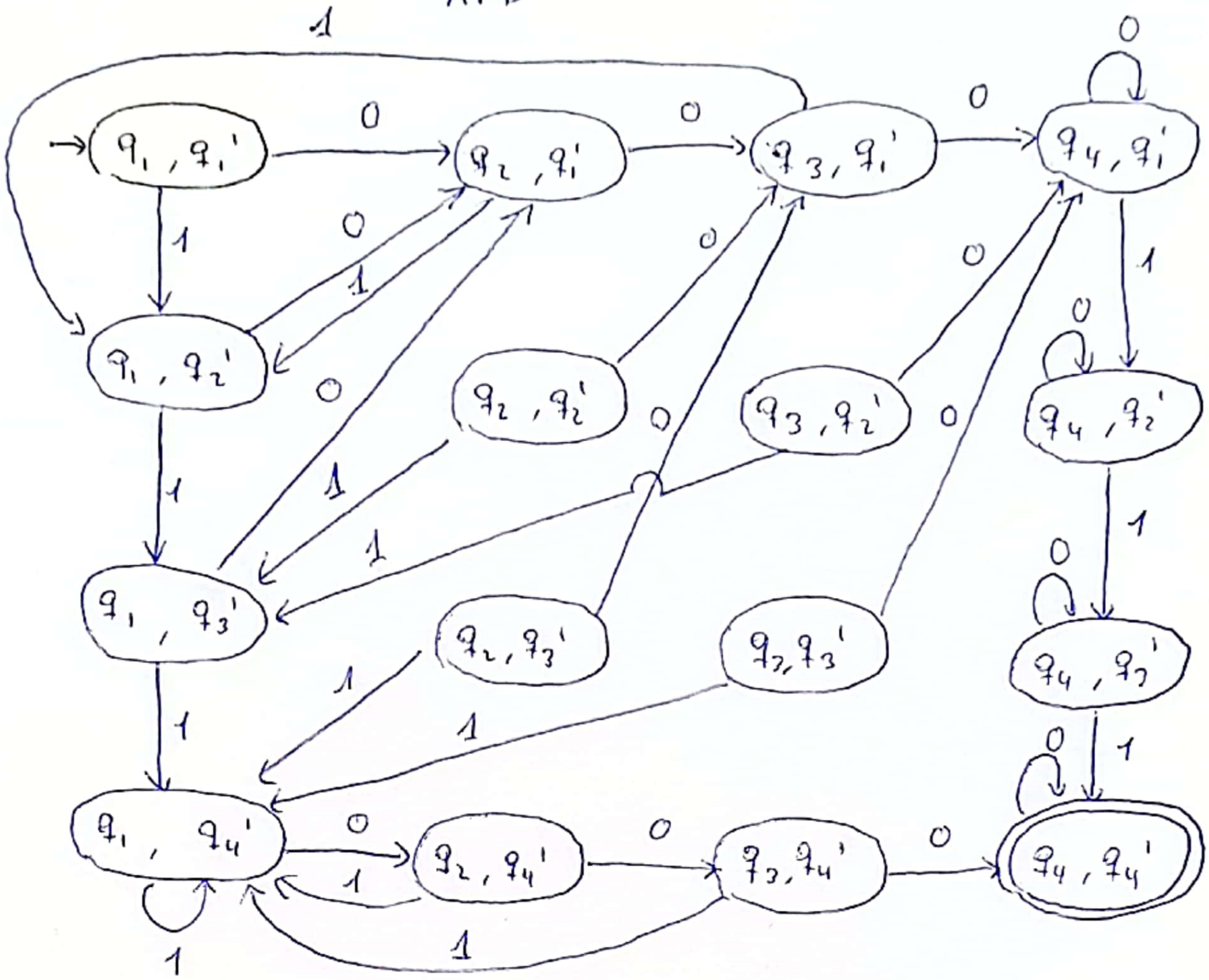


$L = L_1 \cap L_2$

$L_1 \times L_2 = \{(l_1, l_2) : l_1 \in L_1,\ l_2 \in L_2\}$

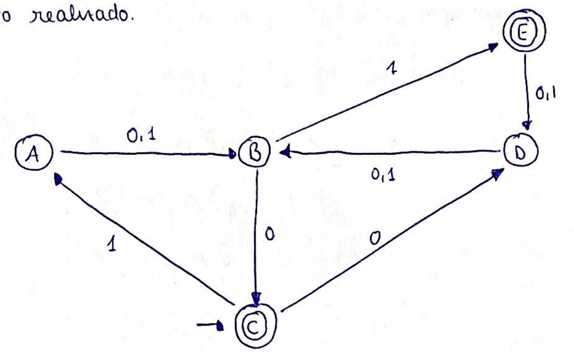
AFD

q :



q1 , q1'
q2 , q1'
q3 , q1'
q4 , q1'
q1 , q2'
q2 , q2'
q3 , q2'
q4 , q2'
q1 , q3'
q2 , q3'
q3 , q3'
q4 , q3'
q1 , q4'
q2 , q4'
q3 , q4'
q4 , q4'

(10) Minimizar si es posible el siguiente autómata describiendo de forma clara el procedimiento realizado.



Como vemos el autómata es finito determinista por lo que procedemos a minimizarlo:

Realizamos la tabla de ~~particiones~~ transiciones:

δ	0			1		
A	B	q_0	q_1	B	q_0	q_1
B	C	q_1	q_2	E	q_1	q_2
C	D	q_0	q_0	A	q_0	q_0
D	B	q_0	q_1	B	q_0	q_1
E	D	q_0	q_0	D	q_0	q_0

P_0: $\{A, B, D\}_{q_0}$, $\{C, E\}_{q_1}$

P_1: $\{A, D\}_{q_0}$ $\{B\}_{q_1}$ $\{C, E\}_{q_2}$

Para realizar las particiones primero en P_0 hemos dividido en ~~particiones~~ estados finales y no finales. A continuación, marcamos en la tabla de transiciones la partición donde está el estado al que nos llevan 0 y 1 de cada estado. Como en q_0 $\{A, B, D\}$, $\{A, D\}$ tienen el mismo par de particiones es decir, ambos van a B que está en q_0 y B va a C y E que pertenecen a la partición q_1 de P_0 nos lleva a distintas particiones luego separamos $\{A, D\}$ de $\{B\}$. Como al hacer P_1, no hay diferencia entre las particiones a las que nos lleva cada estado, hemos minimizado el autómata luego: $A \equiv D$, $C \equiv E$