

# ejercicios-resueltos-relacion-1 M...



Thulery



Modelos de Computación



3º Grado en Ingeniería Informática



Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación  
Universidad de Granada

**Aprende Inglés**  
Con nuestros cursos **GRATUITOS**  
para desempleados

**Pincha aquí e  
inscríbete ya**

**Fórmate con nuestros cursos de Inglés para las titulaciones  
A1, A2, B1 y B2 100€ subvencionados para desempleados**



GOBIERNO  
DE ESPAÑA

MINISTERIO  
DE TRABAJO  
Y ECONOMÍA SOCIAL

SERVICIO PÚBLICO  
DE EMPLEO ESTATAL  
**SEPE**



# LA CLÍNICA QUE TU MÓVIL NECESITA

Reparamos todas las averías de tu móvil



**CONSIGUE UN 10% DE DESCUENTO**

**Código Empetel10**

10% de descuento en todas las reparaciones

C/ Emperatriz Eugenia 17  
C.P. 18002, **Granada**

Teléfono  
958 99 27 09



**EMPETEL.NET**  
**CLÍNICA DEL MÓVIL**

### MODELOS DE COMPUTACIÓN

#### RELACIÓN 1

1. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática

$$S \rightarrow XYX$$

$$X \rightarrow aX \mid bX \mid \epsilon$$

$$Y \rightarrow bbb$$

$$S \rightarrow XYX \rightarrow XbbbX$$

$L_1$  = palabras que contienen la subcadena bbb

$$L(G) = \{ ubbbu : u, u \in \{a, b\}^* \}$$

Comprobamos  $L_1 = L(G)$ :

•  $L_1 \subseteq L(G)$ :

$$ubbbu \in L_1$$

$$S \rightarrow XYX \rightarrow XbbbX \rightarrow ubbbX \rightarrow ubbbu \in L(G)$$

ya que  $X$  indica que podemos añadir tantas  $a$ 's y  $b$ 's como queramos en este caso. Por ello creamos las palabras  $u$  y  $u$ .

•  $L(G) \subseteq L_1$ :

$$S \rightarrow XYX \rightarrow XbbbX \rightarrow aXbbbX \dots$$

$$\rightarrow bXbbbX \dots$$



$$S \rightarrow XYX \rightarrow XbbbX \Rightarrow ubbbu \in L_1$$

2. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow ax$$

$$X \rightarrow ax \mid bx \mid \epsilon$$

$L_1$  = palabras que empiezan por a

$$L(G) = \{au : u \in \{a,b\}^*\}$$

Comprobamos  $L_1 = L(G)$ :

- $L_1 \subseteq L(G)$

$$au \in L_1$$

$$S \rightarrow aX \rightarrow au \in L(G)$$

- $L(G) \subseteq L_1$

$$S \rightarrow aX \rightarrow aax \dots$$

$$\rightarrow abx \dots$$

$$S \rightarrow aX \Rightarrow au \in L_1$$

Demostremos que  $L_1 = L(G)$

3. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow Xaxax$$

$$X \rightarrow ax \mid bx \mid \epsilon$$

$L_1$  = palabras que intercalan 2 a's

$$L(G) = \{ua\epsilon aw : u, \epsilon, w \in \{a,b\}^*\}$$



Comprobamos que  $L_1 = L(G)$ :

- $L_1 \subseteq L(G)$

$$uavaw \in L_1$$

$$S \rightarrow xaxax \rightarrow uaxax \rightarrow uavax \rightarrow uavaw \in L(G)$$

$\Rightarrow$  queda demostrado que  $L_1 \subseteq L(G)$

- $L(G) \subseteq L_1$

$$S \rightarrow xaxax \rightarrow axaxax \dots$$

$$\hookrightarrow bxaxax \dots$$

$$\hookrightarrow xaaxax \dots$$

$$\hookrightarrow xabxax \dots$$

...

$$S \rightarrow xaxax \xRightarrow{*} uavaw \in L_1$$

■

4. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow SS | xaxax | \epsilon$$

$$X \rightarrow bX | \epsilon$$

$L_1$  = palabras con un n° de a's par  $\Rightarrow N_a(u) = 2m$

$$L(G) = \{u \in \{a,b\}^* : N_a(u) = 2m, m \in \mathbb{N}_0\}$$

Comprobamos que  $L_1 = L(G)$

- $L_1 \subseteq L(G)$

$$S \xRightarrow{*} \overbrace{SS \dots S}^m \xRightarrow{*} \overbrace{xax \dots ax}^{N_a(u)=2m} \xRightarrow{*} \underbrace{b \dots a}_{N_a(u)=2m} \in L(G)$$

■

- $L(G) \subseteq L_1$

$$S \rightarrow xaxax \xRightarrow{*} u \in L_1$$

$$S \rightarrow SS \xRightarrow{*} Sxaxax \xRightarrow{*} u \in L_1$$

Escaneado con CamScanner

5. Encontrar la gramática sobre el contexto que genera el lenguaje sobre el alfabeto  $\{a, b\}$  de las palabras que tienen más  $a$  que  $b$  (al menos una más)

$$S \rightarrow XaX$$

$$X \rightarrow XaXbX \mid XbXaX \mid aX \mid \epsilon$$

6. Gramáticas de tipo 2 para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto  $\{a, b\}$ . En cada caso, determinar si los lenguajes generados son de tipo 3, estudiando si existe una gramática de tipo 3 que los genere.

a) Palabras en las que el número de  $b$  no es 3.

$$S \rightarrow aS \mid bS_1 \mid \epsilon$$

$$S_1 \rightarrow aS_1 \mid bS_2 \mid \epsilon$$

$$S_2 \rightarrow aS_2 \mid bS_3 \mid \epsilon$$

$$S_3 \rightarrow aS_3 \mid bS_4 \mid \epsilon$$

$$S_4 \rightarrow aS_4 \mid bS_4 \mid \epsilon$$

b) Palabras que tienen 2 o 3  $b$ 's.

$$S \rightarrow aS \mid bS_1$$

$$S_1 \rightarrow aS_1 \mid bS_2$$

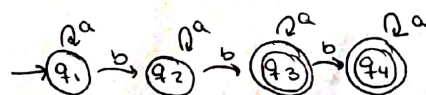
$$S_2 \rightarrow aS_2 \mid bS_3 \mid \epsilon$$

$$S_3 \rightarrow aS_3 \mid \epsilon$$

// paso a  $S_1$  cuando tengo 1  $b$ .

// a  $S_2$  con 2  $b$ 's

// a  $S_3$  con 3  $b$ 's



c) Palabras que no contienen la subcadena ab

$$S \rightarrow aS_1 \mid bS \mid \epsilon$$

$$S_1 \rightarrow aS_1 \mid \epsilon$$

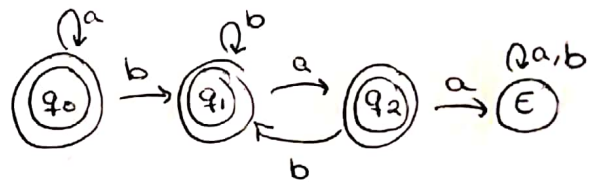


d) Palabras que no contienen la subcadena baa

$$S \rightarrow aS \mid bS_1 \mid \epsilon$$

$$S_1 \rightarrow aS_2 \mid bS_1 \mid \epsilon$$

$$S_2 \rightarrow bS_1 \mid \epsilon$$



↳ vuelve a  $S_1$  y no a  $S$ ,  
ya que en  $S_2$  ya habría  
metido una b y desde  
S se puede hacer aa,  
por tanto, si vuelve a  $S$ ,  
se crearía baa.

7. Encontrar la gramática libre de contexto que genere el lenguaje:

$$L = \{1u1 \mid u \in \{0,1\}^*\}$$

Libre de contexto = tipo 2 y/o tipo 3

Tipo 2:

$$S \rightarrow 1X1$$

$$X \rightarrow 1X \mid 0X \mid \epsilon$$

Tipo 3:

$$S \rightarrow 1S_1$$

$$S_1 \rightarrow 1S_1 \mid 0S_1 \mid 1$$

8. Encontrar si es posible una gramática lineal por la derecha o una ABE de contexto que genere el lenguaje  $L$ , supuesto que  $L \in \{a, b, c\}^*$  y verifica:

a)  $u \in L \Leftrightarrow u$  no contiene dos símbolos  $b$  consecutivos

$$S \rightarrow aS \mid bS_1 \mid cS \mid \epsilon$$

$$S_1 \rightarrow aS \mid cS \mid \epsilon$$

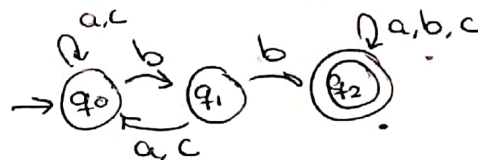
b)  $u \in L \Leftrightarrow u$  contiene dos símbolos  $b$  consecutivos

$$S \rightarrow aS \mid bS \mid cS \mid S_1$$

$$S_1 \rightarrow bX$$

$$X \rightarrow bS_2$$

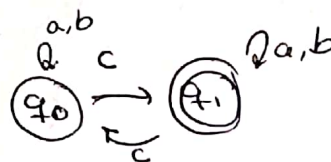
$$S_2 \rightarrow aS_2 \mid bS_2 \mid cS_2$$



c)  $u \in L \Leftrightarrow u$  contiene un número impar de  $c$ 's.

$$S \rightarrow aS \mid bS \mid cS_1$$

$$S_1 \rightarrow aS_1 \mid bS_1 \mid cS \mid \epsilon$$



d)  $u \in L \Leftrightarrow u$  no contiene el mismo número de  $b$ 's que de  $c$ 's.

Esto implica:  $N_b(u) > N_c(u)$  y  $N_b(u) < N_c(u)$

Para  $N_b(u) > N_c(u)$

$$S \rightarrow XbX$$

$$X \rightarrow XbXcX \mid XcXbX \mid aX \mid bX \mid \epsilon$$



# Aprende Inglés



MINISTERIO  
DE TRABAJO  
Y ECONOMÍA SOCIAL



## Con nuestros cursos **GRATUITOS** para desempleados

Junta de Andalucía  
Consejería de Empleo, Formación  
y Trabajo Autónomo



Fórmate con nuestros cursos de Inglés para las titulaciones  
A1 B1 A2 y B2 100% subvencionados para desempleados

Pincha aquí e  
inscríbete ya

958 047 283  
621 21 76 50

Para  $N_c(u) > N_b(u)$

$$S \rightarrow XcX$$
$$X \rightarrow XcXbX \mid XbXcX \mid cX \mid aX \mid \epsilon$$

Unimos ambos:

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$
$$S_1 \rightarrow X_1bX_1$$
$$X_1 \rightarrow X_1bX_1cX_1 \mid X_1cX_1bX_1 \mid aX_1 \mid bX_1 \mid \epsilon$$
$$S_2 \rightarrow X_2cX_2$$
$$X_2 \rightarrow X_2cX_2bX_2 \mid X_2bX_2cX_2 \mid aX_2 \mid cX_2 \mid \epsilon$$

9. Resuelve

a) Dado el alfabeto  $A = \{a, b\}$ , determinar si es posible encontrar una gramática libre de contexto que genere las palabras de longitud impar, y mayor o igual que 3, tales que la primera letra coincida con la letra central de la palabra.

$$S \rightarrow aXa \mid aXb \mid bYa \mid bYb$$
$$X \rightarrow aXa \mid aXb \mid bXa \mid bXb \mid a$$
$$Y \rightarrow aYa \mid aYb \mid bYa \mid bYb \mid b$$

WUOLAH

Escaneado con CamScanner

b) Dado el alfabeto  $A = \{a, b\}$  determinar si es posible encontrar una gramática libre de contexto que genere las palabras de longitud par, y mayor o igual que 2, tales que las dos letras centrales coinciden.

$$A = \{a, b\}$$

gramática tipo 2

longitud par mayor o igual que 2

2 letras centrales coinciden

$$S \rightarrow asa | asb | bsa | bsb | bb | aa$$

10. Determinar si el lenguaje generado por la gramática siguiente es regular, justificando la respuesta:

$$S \rightarrow SS$$

$$S \rightarrow xxx$$

$$X \rightarrow ax | xa | b$$

si  $G$  es tipo 3  $\Rightarrow L$  es tipo 3

si  $G$  es tipo 2  $\nRightarrow L$  no es tipo 3

si encontramos una gram. tipo 3, el lenguaje sería entonces regular.

$$S \rightarrow as | bx$$

$$X \rightarrow ax | by$$

$$Y \rightarrow ay | bz$$

$$Z \rightarrow az | bx | \epsilon$$

$L_1 = Nb(u)$  es múltiplo de 3

$$L(u) = \{u \in \{a, b\}^* \mid Nb(u) \geq 3, 3 \mid Nb(u)\}$$