

Examen Enero 2016 Resuelto.pdf



Anónimo



Modelos de Computación



3º Grado en Ingeniería Informática



Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada



MULTIVERSIAL: LA NEWSLETTER

¿Sabes por qué Facebook se cambia de nombre a Meta?





MULTI
VERSIAL.

MULTIVERSIAL: LA NEWSLETTER

¿Sabes por qué Facebook se cambia de nombre a Meta?



Universidad de Granada
Departamento de Ciencias de la Computación
e Inteligencia Artificial

Modelos de Computación (2015/16)
3º Grado en Ingeniería Informática y Doble Grado
28 de Enero de 2016



Normas para la realización del examen:

Duración: 2:30 horas

- El ejercicio 5 es voluntario y sirve para subir la nota (hasta 1 punto).

◀ Ejercicio 1 ▶ Preguntas tipo test

[2.5 puntos]

Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- 1 El lenguaje de las palabras sobre $\{0, 1\}$ en las que hay el doble de número de ceros que de unos es regular
- 2 Dada una gramática independiente del contexto sin producciones nulas, siempre se puede construir una gramática sin producciones unitarias que genere exactamente el mismo lenguaje que la gramática original
- 3 La gramática compuesta por la siguientes reglas de producción $\{S \rightarrow A|BA, B \rightarrow a|b, A \rightarrow a|aA\}$ es ambigua
- 4 El complementario de un lenguaje con un número finito de palabras es siempre regular
- 5 En una gramática independiente del contexto en forma normal de Chomsky puede haber una palabra generada que tenga infinitos árboles de derivación distintos
- 6 En el algoritmo que transforma un autómata con pila a una gramática libre de contexto hay que añadir las reglas $S \rightarrow [q_1 Z_0 q_0]$ donde q_0 es el estado inicial y Z_0 el símbolo inicial de la pila
- 7 La intersección de dos lenguajes aceptados por autómatas con pila no deterministas da lugar a un lenguaje independiente del contexto
- 8 En un autómata con pila determinista no puede haber transiciones nulas
- 9 Todo lenguaje aceptado por un autómata finito no determinista puede también ser aceptado por un autómata finito determinista
- 10 El conjunto de cadenas formado por las fechas con el formato dd/mm/aaaa (dos dígitos para el día, dos para el mes y cuatro para el año, separados por el carácter '/') forman un lenguaje regular

◀ Ejercicio 2 ▶

[2.5 puntos]

Construir un Autómata Finito Determinístico minimal que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &\rightarrow Aa \\ B &\rightarrow bBb \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &\rightarrow Ac \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

◀ Ejercicio 3 ▶

[2.5 puntos]

Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

$$L = \{ua^{-1}ww^{-1} \mid u, w \in \{0, 1\}^*\}$$

Comprueba con el algoritmo CYK si la cadena 011001 pertenece al lenguaje generado por la gramática

◀ Ejercicio 4 ▶

[2.5 puntos]

Determinar si los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ son regulares y/o independientes del contexto. Justifica las respuestas

- 1 $L_1 = \{u \in \{0, 1\}^* \mid u \text{ no contiene la subcadena '01' y el número de 1's es impar}\}$
- 2 L_2 el conjunto de los palíndromos que tienen la misma cantidad de 0's que de 1's
- 3 $L_3 = \{uxx \mid u, x \in \{0, 1\}^*, u^{-1} \text{ es una subcadena de } x\}$ donde c es un símbolo que no está en $\{0, 1\}$ (este lenguaje está realmente definido sobre el alfabeto $\{0, 1, c\}$)
- 4 L_4 el complementario del lenguaje $\{0^i 1^i \mid i \geq 0\}$

◀ Ejercicio 5 ▶ Ejercicio Adicional Voluntario

[+1 puntos]

Si L_1 y L_2 son lenguajes, sea $L_1 \circ L_2 = \{xy \mid x \in L_1, y \in L_2, |x| = |y|\}$. Demostrar que si L_1 y L_2 son regulares, entonces $L_1 \circ L_2$ es independiente del contexto. Dar un ejemplo en el que L_1 y L_2 son regulares y $L_1 \circ L_2$ no lo es

SUSCRÍBETE GRATIS

www.multiversal.es

Modelos de Computación

28 de Enero del 2016

1. 1. No es regular porque se necesita un autómata con pila. Falso.
2. Si se puede, por ejemplo con el algoritmo de Chomsky. Verdad.
3. $S \rightarrow A \rightarrow aA \rightarrow aa$
 $S \rightarrow BA \rightarrow aa$ } ambigua. Verdad.
4. Los regulares son cerrados para las operaciones de complemento. Por tanto, Verdad.
5. Una gramática inherentemente ambigua puede pasarse a FNC. Dicha gramática puede tener infinitos árboles de derivación. Verdad.
6. 7. $L_1 = \{a^n b^n c^m\}$ $L_2 = \{a^n b^m c^m\}$ $L_1 \cap L_2 \neq$ libre de contexto.
Demostrado con contraejemplo \rightarrow falso.
8. Verdad. En caso contrario sería AFND.
9. Verdad.
10. Verdad. Su expresión regular es eso mismo.

¿6?

MULTIVERSIAL: LA NEWSLETTER

¿Sabes por qué Facebook se cambia de nombre a Meta?

- ✓ Cada día el mejor **resumen de negocios digitales** en tu correo
- ✓ Infórmate de toda la actualidad en castellano **en 5 minutos**
- ✓ **Un nueva visión** sobre tecnología y la estrategia de las mejores empresas y startups



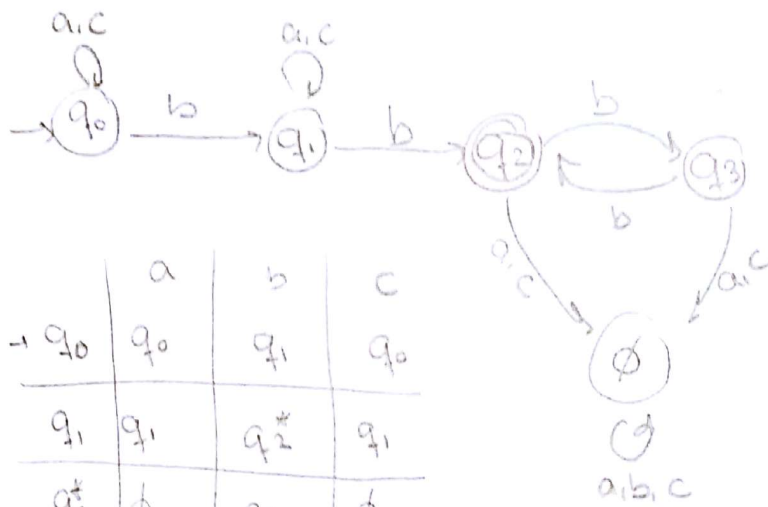
$$2. S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow Ac \mid Aa \mid b$$

$$B \rightarrow bBb \mid b$$

La expresión regular correspondiente es:

$(c+a)^* b (c+a)^* (bb)^* b$ y un AFD:



	a	b	c
q_0	q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2	q_1
q_2	\emptyset	q_3	\emptyset
q_3	\emptyset	q_2	\emptyset
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset



MULTI
VERSIAL.

MULTIVERSIAL: LA NEWSLETTER

¿Sabes por qué Facebook se cambia de nombre a Meta?

$$B. L = \{uu^{-1}ww^{-1} : u, w \in \{0,1\}^*\}$$

Una gramática que genera L sería:

$S \rightarrow AB$
 $A \rightarrow 0A0 \mid \Delta A \Delta \mid \epsilon$
 $B \rightarrow 0B0 \mid \Delta B \Delta \mid \epsilon$

$S \rightarrow AB$
 $A \rightarrow CAC \mid UAU \mid \epsilon$
 $B \rightarrow CBC \mid UAU \mid \epsilon$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow \Delta$

$S \rightarrow AB$
 $A \rightarrow CD \mid UE \mid \epsilon$
 $B \rightarrow CF \mid UG \mid \epsilon$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow \Delta$
 $D \rightarrow AC$
 $E \rightarrow AU$
 $F \rightarrow BC$
 $G \rightarrow BU$

$S \rightarrow AB \mid A \mid B$
 $A \rightarrow CD \mid UE$
 $B \rightarrow CF \mid UG$
 $D \rightarrow AC \mid C$
 $E \rightarrow AU \mid U$
 $F \rightarrow BC \mid C$
 $G \rightarrow BU \mid U$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow \Delta$

$S \rightarrow AB \mid CD \mid UE \mid CF \mid UG$
 $A \rightarrow CD \mid UE$
 $B \rightarrow CF \mid UG$
 $D \rightarrow AC \mid 0$
 $E \rightarrow AU \mid \Delta$
 $F \rightarrow BC \mid 0$
 $G \rightarrow BU \mid \Delta$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow \Delta$

SUSCRÍBETE GRATIS

www.multiversal.es

1,6					
1,5	2,6				
1,4	2,5	3,2	3,6		
1,3	2,4	2,2	3,5	2,3	4,6
1,2	2,3	1,2	3,4	1,3	4,5
	S, A, B			S, A, B	
1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6
C, F, D	U, G, E	U, G, E	C, F, D	C, F, D	U, G, E
0	1	1	0	0	1

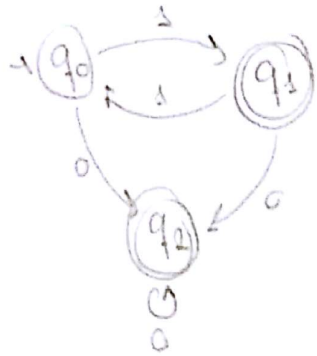
$$X_{i,j} = (X_{i,i}, X_{i+1,j})$$

$$(X_{i_1, i_2}, X_{i_2, j})$$

•

$$(X_{i,j-1}, X_{i,j})$$

4. $L_1 = \{u \in \{0,1\}^* : u \text{ no contiene '01' y el número de 1's es impar}\}$



\Rightarrow regular & libre de contexto (CFL)

$L_2 = \{\text{el conjunto de palíndromos que tiene la misma cantidad de 0's que de 1's}\}$

$S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \epsilon \Rightarrow \text{CFL}$

Lema del bombeo para lenguajes regulares:

$\exists n : \forall x \in L_2 \text{ con } |x| \geq n \exists u,v,w \in \Sigma^+ : x = uvw \text{ con } \begin{cases} |uv| \leq n \\ v \neq \epsilon \\ \forall i \geq 0, uv^i w \in L_2 \end{cases}$

$x = 0^n 1^{2n} 0^n \in L_2$

$$\left. \begin{array}{l} u = 0^m \\ v = 0^k \\ w = 0^{n-k-m} 1^{2n} 0^n \end{array} \right\} \begin{array}{l} m+k \leq n \Rightarrow |uv| \leq n \\ k > 0 \Rightarrow v \neq \epsilon \end{array}$$

$\exists i \geq 0 \ uv^i w \in L_2?$ $i=0 \quad x_i = 0^m 0^{n-k-m} 1^{2n} 0^n = 0^{n-k} 1^{2n} 0^n$

Como $k > 0$, x_i no es palíndromo, ni tiene el mismo número de 0's que de 1's. Queda demostrado por contradicción que L_2 no es regular.



MULTI
VERSIAL.

MULTIVERSIAL: LA NEWSLETTER

¿Sabes por qué Facebook se cambia de nombre a Meta?

$$L_3 = \{ucx : u, x \in \{0,1\}^+, u \text{ subcadena de } x\}$$

Obviamente no es ni regular ni independiente de contexto sobre el alfabeto $\{0,1\}$ porque no se puede generar con dicho alfabeto.

$$L_4 = \text{complementario de } \{0^i 1^j \mid i \geq j\}$$

Parte 1: cualquier cadena que empiece por 1:

$$S \rightarrow 1A \quad A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon$$

Parte 2: Las cadenas de tipo $0^n 1^m$ con $n \neq m$:

$$S \rightarrow 0C \quad A \rightarrow 0C \mid 0C1 \mid \epsilon$$

$$S \rightarrow B1 \quad B \rightarrow B1 \mid aB1 \mid \epsilon$$

Parte 3: cualquier cadena que empiece por 0(s) seguido de 1(s) y un 0 y después cualquier cadena.

$$S \rightarrow 0D \quad D \rightarrow 0D \mid 1E \quad E \rightarrow 1E \mid 0F \quad F \rightarrow 0F \mid 1F \mid \epsilon$$

Con esto hemos construido una gramática independiente del contexto.

Para ver que no es regular, se aplica el lema del bombeo con, por ejemplo, $x = 0^n 1^{2n} 0^n \in L_4$, que ya hemos demostrado en L_1 que no es regular.

SUSCRÍBETE GRATIS

www.multiversal.es