

## 1] Eliminar símbolos y producciones innutiles

$$b) \begin{array}{l} S \rightarrow aB \\ C \rightarrow fA \end{array} \quad \begin{array}{l} A \rightarrow bcCCC/dA \\ D \rightarrow Dgh \end{array} \quad \begin{array}{l} B \rightarrow e \\ \end{array}$$

\* Si no se dice nada,  $V =$  todas las mayúsculas que aparezcan:  $V = \{S, A, B, C, D\}$   
 Y  $T =$  todas las minúsculas que aparezcan:  $T = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

• Paso 1: Elimino todas las variables que no pueden alcanzar símbolos terminales.

-  $V_t =$  variables que alcanzan terminales.

• 1º) Busco producciones  $X \rightarrow u (u \in T^*)$  y añado  $X$  a  $V_t$ .

$$B \rightarrow e \quad : \quad V_t = \{B\}$$

• 2º) Si  $X \rightarrow \alpha$  y TODAS las variables de  $\alpha$  están en  $V_t$ , añado  $X$  a  $V_t$ .

$$\textcircled{S \rightarrow aB} \rightarrow \text{Añado } S \text{ a } V_t : V_t = \{B, S\}$$

Como  $V_t$  ha cambiado, vuelvo a mirar todas las reglas de variables que no estén añadidas a  $V_t$ .

$$A \rightarrow bcCCC \rightarrow \text{No añado } A \text{ (de momento)}$$

$\notin V_t$

\* Nuevas reglas:

$$S \rightarrow aB \quad B \rightarrow e$$

- Paso 2: Elimino símbolos que no se pueden alcanzar desde  $S$ .  
Obtengo los alcanzables mediante algoritmo de búsqueda (IA)
- $J$ : Variables por analizar obtenidas (= abiertas)
- $V_S$ : Variables obtenidas y analizadas (= cerrados)
- $T_S$ : Terminales obtenidos

Evaluación	$J$ (abiertos)	$V_S$ (cerrados)	$T_S$
$S: S \xrightarrow{a} aB \xrightarrow{e} B$	$S$	$\emptyset$	$\emptyset$
$B: B \rightarrow e$	$\emptyset$	$S, B$	$a, e$

↓  
 No me quedan variables  
 por analizar. Termina el  
 algoritmo.  
 $V_S = \{S, B\}$   
 $T_S = \{a, e\}$

⇒ Variables no alcanzables desde  $S$ :  $V_t - V_S = \emptyset$

Terminales no alcanzables desde  $S$ :  $T - T_S = \{b, c, d, f, g, h\}$

Eliminamos todas las producciones en las que aparecen.

- En este caso no son variables a eliminar, por lo que no se quiten más reglas.
- Sí son terminales a eliminar, pero no aparecen en ninguna regla de los que quedaban. Por tanto, no se refleja en las producciones, pero la nueva gramática generada  $(V', T, P, S)$  tendrá los conjuntos  $V' = \{S, B\}$ ,  $T' = \{a, e\}$  (desaparecen el resto de variables y terminales).

→ Gramática resultante:  $S \rightarrow aB \quad B \rightarrow e$

$$c) \begin{array}{l} S \rightarrow a/aA/B/C \\ C \rightarrow bCD \end{array} \quad \begin{array}{l} A \rightarrow aB/\epsilon \\ D \rightarrow ccc \end{array} \quad \begin{array}{l} B \rightarrow Aa \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

- 1- Elimino variables que no alcancen terminales.

$$S \rightarrow a \quad A \rightarrow \epsilon \quad D \rightarrow ccc \rightarrow V_t = \{S, A, D\}$$

\*OJO! Alcanzar terminales se refiere a cualquier nº de terminales, incluido 0. Tanto  $a, \epsilon, ccc \in T^* = \{a, b, c, d\}^*$ .

$$B \rightarrow Aa \rightarrow V_t = \{S, A, D, B\}$$

$V_t$  ya no cambia. Ya no quedan más reglas que se puedan añadir.

\*OJO!  $C \rightarrow bCD$  no se añade, aunque  $D \in V_t, C \notin V_t$

$V_t$   $\subseteq V_t$  (TODAS tienen que estar en  $V_t$ )

$$\rightarrow V_t = \{S, A, B, D\}, V - V_t = \{C\}. \text{ Elimino.}$$

$$S \rightarrow a/aA/B \quad A \rightarrow aB/\epsilon \quad B \rightarrow Aa$$

$$D \rightarrow ccc$$

- 2- Elimino símbolos inalcanciables desde S

Evaluio

J (abiertos)

$V_S$  (cerrados)

T<sub>S</sub>

	$S$	$\emptyset$	$\emptyset$
$S: S \rightarrow a aA b$	$A$	$S$	$a, b$
$A: A \rightarrow aB \epsilon$	$B$	$S, A$	$a, b$
$B: B \rightarrow aA$	$\emptyset$	$S, A, B$	$a, b$

\*  $\epsilon$  no se añade,  
 la palabra vacía  
 no es símbolo de T

No confundir  
 T (ahora)  
 con  $T^*$  (antes)

\*  $A$  ya está en  $V_S$  (corredos)  
 No lo añado de nuevo.

$$\rightarrow V_S = \{S, A, B\} \quad V_T - V_S = \{D\}$$

$$T_S = \{a, b\} \quad T - T_S = \{C\} . \quad \text{Elimino.}$$

Gramática final:

$$S \rightarrow a|aA|B$$

$$A \rightarrow aB|\epsilon$$

$$B \rightarrow Aa$$

$$d) \begin{array}{l} S \rightarrow aAb \\ C \rightarrow ae \\ A \rightarrow ccC \\ D \xrightarrow{\cancel{f}} \\ B \rightarrow dd \mid D \\ U \xrightarrow{\cancel{g}} W \\ M \xrightarrow{\cancel{h}} \end{array}$$

→ 1- Simbolos que no alcancan terminales.

$$\cdot) B \rightarrow dd \quad C \rightarrow ae \quad D \rightarrow f \quad W \rightarrow h \rightarrow V_B = \{B, C, D, W\}$$

$$\cdot) A \rightarrow ccC \quad U \rightarrow gW \quad V_t = \{B, C, D, W, A, U\}$$

$$\cdot) S \rightarrow aAb \quad V_t = \{B, C, D, W, A, U, S\}$$

No quedan más variables que añadir

$$\rightarrow V_t = \{A, B, C, D, U, W\} \text{ y } V - V_t = \emptyset \Rightarrow \text{No se elimina nada.}$$

→ 2- Simbolos inalcanzables desde S

Evaluación	J (abiertos)	V <sub>S</sub> (cerrados)	T <sub>S</sub>
-	S	∅	∅
S: S → aAb	A	S	a, b
A: A → ccC	C	S, A	a, b, c
C: C → ae	∅	S, A, C	a, b, c, e

$$\rightarrow V_S = \{S, A, C\} \quad V_t - V_S = \{B, D, U, W\}$$

$$T_S = \{a, b, c, e\} \quad T - T_S = \{d, f, g, h\}$$

→ Gramática final: S → aAb A → ccC C → ae

$$e) S \rightarrow a | aA / B \quad A \xrightarrow{x} aB(\epsilon) \quad B \xrightarrow{x} Aa \quad D \xrightarrow{x} ddd$$

1- Símbolos que no alcancan terminales.

$$S \rightarrow a \quad A \rightarrow \epsilon \quad D \rightarrow ddd \quad V_t = \{S, A, D\}$$

$$B \rightarrow Aa \quad V_t = \{S, A, D, B\}$$

No hay más que añadir

$$\rightarrow V_t = \{S, A, B, D\} \quad V - V_t = \emptyset \Rightarrow \text{No elimino nada.}$$

2-Símbolos inalcanzables desde S.

Símbolo	J (abiertos)	V <sub>S</sub> (cerrados)	T <sub>S</sub>
-	S	$\emptyset$	$\emptyset$
S: $S \rightarrow a$	$\emptyset$ FIN	S	a

$$\rightarrow V_S = \{S\}, T_S = \{a\}$$

$$V - V_S = \{A, B, D\} \quad T - T_S = \{d\}. \text{ Elimino.}$$

Gramática final:  $S \rightarrow a$

$$\begin{array}{ll}
 l) \underline{S} \rightarrow \underline{A} | AA | AAA & \underline{A} \rightarrow ABa | ACa | a \\
 \underline{B} \rightarrow ABa | Ab | \epsilon & \underline{C} \rightarrow Cab | cc \\
 \underline{D} \rightarrow CD | Cd | CEa & \underline{E} \rightarrow b
 \end{array}$$

1- Variables que no alcancan terminales.

$$\begin{array}{ll}
 A \rightarrow a & B \rightarrow \epsilon & E \rightarrow b \\
 S \rightarrow A
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 V_t = \{ A, B, E \} \\
 V_t = \{ A, B, G, S \}
 \end{array}$$

Ya no puedo añadir más.

\*OJO! De nuevo  $D \rightarrow CEa$  no vale porque  $C \notin V_t$  y tienen que estar TODAS.

$V_f = \{ A, B, E, S \}$ ,  $V - V_t = \{ C, D \}$ . Las elimino.:

$$S \rightarrow A | AA | AAA \quad A \rightarrow ABa | a$$

$$B \rightarrow ABa | Ab | \epsilon \quad E \xrightarrow{\text{x}} b$$

2- Eliminar símbolos inalcanzables desde  $S$ .

Evaluación	J (abiertos)	$V_S$ (cerrados)	$T_S$
-	$S$	$\emptyset$	$\emptyset$
$S(S \rightarrow A   AA   AAA)$	$A$	$S$	$\emptyset$
$A(A \rightarrow ABa   a)$	$B$ * $B$ no se alcanza (ya está en $V_t$ )	$S, A$	$a$
$B(B \rightarrow ABa   Ab   \epsilon)$	$\emptyset$	$S, A, B$	$a, b$

$\rightarrow V_S = \{A, B\}$ ,  $T_S = \{a, b\}$   
 $V_T - V_S = \{E\}$ ,  $T - T_S = \emptyset$ . Qlimino.

Gramatica final:  $S \rightarrow A | AA | AAA$   
 $A \rightarrow ABa | a$   
 $B \rightarrow ABA | Ab | E$

## 2) Eliminar producciones nulas

a)  $S \rightarrow aA | bA | a$     A  $\rightarrow aA | bAb | \epsilon$

\* Una producción es nula si es de la forma  $X \rightarrow \epsilon$

No se puede eliminar directamente porque el lenguaje cambiaría. Además de eliminar, hay que crear nuevas reglas donde se anula X.

1- Calculamos variables anulables. X es anulable si:

$$X \rightarrow \dots \rightarrow \epsilon$$

H = conjunto de variables anulables.

•) Si  $X \rightarrow \epsilon$ , añado X a H

•) Si  $X \rightarrow X_1 \dots X_N$  y todas las  $X_i \in H$ , añado X a H

$$- A \rightarrow \epsilon \Rightarrow H \cup \{A\}$$

- Como no hay reglas  $X \rightarrow X_1 \dots X_N$ , no se añade nada más

$$\Rightarrow H = \{A\}$$

2- Eliminamos todas las producciones nulas  
(en este caso, solo  $A \rightarrow \epsilon$ )

3- Compongo variables anulables:

- Si tengo  $A \rightarrow \alpha_1 \dots \alpha_i X \alpha_j \dots \alpha_N$  y  $X$  es omisible, añado una nueva regla  $A \rightarrow \alpha_1 \dots \alpha_i \alpha_j \alpha_N$  (sin la  $X$ )

→ GRAMÁTICA FINAL:

$$S \rightarrow aA \mid bA \mid a \quad A \rightarrow aA \mid bAb \mid \epsilon \quad \text{X}$$

DÑADO:

$$S \xrightarrow{\text{a}} \xrightarrow{\text{b}} A \xrightarrow{\text{a}} A \xrightarrow{\text{bb}}$$

REPETIDO

→ RESULTADO FINAL:

$$S \rightarrow aA \mid bA \mid a \mid b$$
$$A \rightarrow aA \mid bAb \mid a \mid bb$$

d)  $S \rightarrow AB \quad A \rightarrow aA \mid abB \mid aCa$

$B \rightarrow bA \mid BB \mid \epsilon$     $C \rightarrow \epsilon$     $D \rightarrow dB \mid BCB$

1- Variables anulables

)  $B \rightarrow \epsilon \quad C \rightarrow \epsilon \quad H = \{B, C\}$

)  $D \rightarrow BCB \quad H = \{B, C, D\}$

No queda ninguna  $X \rightarrow x_1 \dots x_n$  con todas las  $x_i \in H$ .

$\Rightarrow H = \{B, C, D\}$

2- Eliminamos producciones nulas y compensamos variables anulables:

$S \rightarrow AB \quad A \rightarrow aA \mid abB \mid aCa$

$B \rightarrow bA \mid B^* \mid \emptyset \quad C \rightarrow \emptyset$

$D \rightarrow dB \mid BCB$

Añado:

$$S \rightarrow A \quad A \rightarrow ab \quad A \rightarrow aa$$

\*  $B \rightarrow B$  (esta se puede omitir, es redundante  
y provoca ambigüedad)

$$D \rightarrow d \quad * D \rightarrow BC | CB | BB | B | C$$

(todas las posibles combinaciones  
de omitir símbolos anulables, salvo  $D \rightarrow e$ )

Resultados finales:

$$S \rightarrow AB | A$$

$$A \rightarrow aA | abB | aCa | ab | aa$$

$$B \rightarrow bA | BB$$

$$D \rightarrow dB | BCB | d | BC | CB | BB | B | C$$

### 3) Eliminar producciones unitarias

a)  $S \rightarrow CBa|D \quad A \rightarrow bbG'$   
 $B \rightarrow Sc|ddd \quad C \rightarrow eA|f|G$   
 $D \rightarrow E|SABC \quad E \rightarrow gh$

1- Si hubiera producciones nulas, las eliminamos primero usando el algoritmo anterior. En este caso no hay.

2- Queremos eliminar producciones de la forma  $A \rightarrow B$ .

.) Si tenemos  $B \rightarrow \alpha$ , tendremos que añadir  $A \rightarrow \alpha$ .

.) Si  $A \rightarrow B$  y  $B \rightarrow C$  y tenemos  $C \rightarrow \alpha$ , tendremos que añadir  $A \rightarrow \alpha$  y  $B \rightarrow \alpha$  (como si tuviéramos una  $A \rightarrow C$  también)

Para ello:  $H = \{ (X, Y) \text{ tales que } X \rightarrow \dots \rightarrow Y \text{ solo mediante producciones unitarias} \}$

.) Si tengo  $A \rightarrow B$ , añado  $(A, B)$  a  $H$ .

.) Si  $(A, B)$  y  $(B, C) \in H$ , añado  $(A, C)$  a  $H$ .

\*)  $S \rightarrow D \quad D \rightarrow E \rightarrow H = \{ (S, D), (D, E) \}$

\*  $C \rightarrow C$  (se puede eliminar directamente, no genera nodos y provoca ambigüedad)

\*) Completemos H:

$$H = \{ (S, D), (D, E), (S, E) \}$$

3- Eliminamos las producciones unitarias y compensamos:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow C B a | \cancel{f} & A \rightarrow b b G & B \rightarrow S c | d d d \\ G \rightarrow e A | f | \cancel{e} & D \rightarrow \cancel{E} | S A B C & E \rightarrow g h \end{array}$$

• Añadimos de  $(S, D) \in H$ :

$$S \rightarrow S A B C \quad D \rightarrow g h$$

• Añadimos de  $(S, E) \in H$ :

$$S \rightarrow g h$$

Gramática final:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow C B a | S A B C | g h & A \rightarrow b b G & B \rightarrow S c | d d d \\ G \rightarrow e A | f & D \rightarrow S A B C | g h & E \rightarrow g h \end{array}$$

$$b) S \rightarrow Aa | Ba | B \quad A \rightarrow Aa | \epsilon$$

$$B \rightarrow aA | BB | \epsilon$$

Tiene producciones nulas. Las eliminamos primero. (como en el Ej. 2)

- Anulables:  $H = \{A, B, S\}$  ( $A \rightarrow \epsilon, B \rightarrow \epsilon$  y  $S \rightarrow B$ )

= Eliminamos producciones nulas y compensamos.

$$(*) \quad S \rightarrow \underline{Aa} | \underline{Ba} | \underline{B} | a \quad A \rightarrow \underline{Aa} | a$$

$$B \rightarrow a \underline{A} | \underline{BB} | a | \underline{B}$$

\*OJO!!  $S \in H$ , luego  $S$  es anulable. Esto quiere decir que  $S \rightarrow \dots \rightarrow \epsilon$ , pero en (\*) se ha perdido al eliminar las producciones nulas. Para recuperarla

se añade un nuevo símbolo inicial  $S_0$  con  $S_0 \rightarrow \epsilon$  y  $S_0 \rightarrow S$ .

$$\Rightarrow \begin{array}{l} S_0 \rightarrow S | \epsilon \\ \underline{S} \rightarrow \underline{Aa} | \underline{Ba} | \underline{B} | a \\ A \rightarrow Aa | a \\ \underline{B} \rightarrow a \underline{A} | \underline{BB} | a | \underline{B} \end{array}$$

Ahora, eliminamos las unitarias.

1- Construimos H con las reglas unitarias

$$S_0 \rightarrow S \quad S \rightarrow B \quad \Rightarrow H = \{(S_0, S), (S, B)\}$$

B → B (la eliminamos directamente)

2- Completamos H :

$$H = \{(S_0, S), (S, B), (S_0, B)\}$$

3- Eliminamos producciones unitarias y compensamos :

$$S_0 \rightarrow \cancel{S} | \epsilon$$

$$S \rightarrow Aa | Ba | \cancel{B} | a$$

$$A \rightarrow Aa | a$$

$$B \rightarrow aA | BB | a | \cancel{B}$$

• Añadimos de  $(S_0, S) \in H$

$$S_0 \rightarrow Aa | Ba | a$$

• Añadimos de  $(S_0, B) \in H$

$$S_0 \rightarrow aA | BB | a$$

• Añadimos de  $(S, B) \in H$ :

$$S \rightarrow aA | BB | a$$

$$S_0 \rightarrow \epsilon | Aa | Ba | a | aA | BB$$

⇒ GRAMÁTICA FINAL:  $S \rightarrow Aa | Ba | a | aA | BB$

$$A \rightarrow Aa | a$$

$$B \rightarrow aA | BB | a$$

4] Pasar a Forma Normal de Chomsky (FNC) y  
Forma Normal de Greibach (FNG).

a)  $S \rightarrow AB/CA$     $A \rightarrow a$     $B \rightarrow BC/AB$   
 $C \rightarrow aB/b$

\* FORMA NORMAL DE CHOMSKY

Todos las producciones tienen la forma

$A \rightarrow BC$  o  $A \rightarrow a$ .

- Algoritmo para FNC:

1- Se aplica a gramáticas sin producciones nulas ni unitarias. Si las hubiera, se aplican los algoritmos anteriores para eliminarlos. En este caso no hay.

\* **OJO!** No se dice nada de los inútiles. No hace falta eliminarlos para este algoritmo, aunque siempre es recomendable hacerlo, porque simplifica. En este caso, eliminando inútiles (la B) sale FNC directamente. Lo hago sin eliminar para que se vea el algoritmo.

2- Si tengo reglas del tipo

$A \rightarrow \underline{\text{logresa}} \underline{a} \quad \text{y } a \in T$ :

.) Añado una variable  $C_a$  y la regla  $C_a \rightarrow a$ .

.) Cambio la regla  $A \rightarrow \underline{a}$  por  $A \rightarrow \underline{Ca}$

$$S \rightarrow AB/CA \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow BC/AB$$

$$\begin{array}{c} C \rightarrow aB \\ |b \\ \downarrow \\ C \rightarrow CaB \end{array} \quad Ca \rightarrow a$$

→ Nueva gramática:

$$S \rightarrow AB/CA \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow BC/AB$$

$$C \rightarrow CaB/b \quad Ca \rightarrow a$$

3 - Si tengo  $X \rightarrow X_1 \dots X_n$  y  $n > 3$ , añadimos nuevas variables  $D_i$  para reescribir  $X \rightarrow X_1 \dots X_n$  en función de dos variables:

$$X \rightarrow X_1 D_1 \quad D_1 \rightarrow X_2 D_2 \dots \quad D_{n-2} \rightarrow X_{n-1} X_n$$

(si desarrollamos obtendremos la regla de antes  $X \rightarrow X_1 \dots X_n$ ).

En este caso, la gramática no tiene producciones con más de dos variables, así que no hay nada que cambiar.

→ Gramática final:  
(FNC)  $\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB/CA \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow BC/AB \\ C \rightarrow CaB/b \quad Ca \rightarrow a. \end{array} \right.$

## \* FORMA NORMAL DE GRÆBACH

Todas las producciones son de la forma

$A \rightarrow a\alpha$ , con  $a \in T$ ,  $\alpha \in V^*$  ( $\alpha$ =quiero n° de variables, incluso 0)

### - ALGORITMO PARA FNG

1- Hay que partir de una gramática en la que las producciones verifiquen:

•)  $A \rightarrow a\alpha$ ,  $a \in T$ ,  $\alpha \in V^*$  •

•)  $A \rightarrow \alpha$ ,  $\alpha \in V^*$ ,  $|\alpha| \geq 2$ .

\* La FNC verifica esto, así que basta con pasar la gramática a FNC usando el algoritmo anterior.

2- Renombramos las variables de la gramática para poder indexarlas:

$$S \rightarrow AB | CA \quad A \rightarrow a \quad B \rightarrow BC | AB$$

$$C \rightarrow CaB | b \quad Ca \rightarrow a$$

$$\downarrow$$
  
$$A_1 \rightarrow A_2 A_3 | A_4 A_2 \quad A_2 \rightarrow a \quad A_3 \rightarrow A_3 A_4 | A_2 A_3$$

$$A_4 \rightarrow A_5 A_3 | b \quad A_5 \rightarrow a$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S = A_1 \\ A = A_2 \\ B = A_3 \\ C = A_4 \\ Ca = A_5 \end{array} \right.$$

2- Si tengo producciones de la forma  $A_i \rightarrow A_j \alpha$  y  $A_j \rightarrow \beta$ , con  $j < i$  ( $B \in V$ ,  $\alpha, \beta \in V^*$ ), elimino  $A_i \rightarrow A_j \alpha$  y cambio  $A_i \rightarrow \beta \alpha$ .

$$A_1 \rightarrow A_1 A_2 | A_1 A_3 \quad A_2 \rightarrow a \quad A_3 \rightarrow A_3 A_4 | A_2 A_3$$

... סידור כיסוי ...

$$A_4 \rightarrow A_5 A_3 \mid b \quad A_5 \rightarrow a$$

→ Elimino  $A_3 \rightarrow A_2 A_3$  y añado  $A_3 \rightarrow a A_3$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 \rightarrow A_2 A_3 \mid A_4 A_2 \quad A_2 \rightarrow a \quad A_3 \rightarrow A_3 A_4 \mid a A_3 \\ A_4 \rightarrow A_5 A_3 \mid b \quad A_5 \rightarrow a \end{cases}$$

3- Si tengo producciones de la forma

$$A_K \rightarrow A_K \alpha,$$

•) Elimino  $A_K \rightarrow A_K \alpha$

•) Añado la variable  $B_K$  y las reglas

$$B_K \rightarrow \alpha \text{ y } B_K \rightarrow \alpha B_K$$

•) Para cualquier otra producción  $A_K \rightarrow \beta$

tal que  $\beta$  no empieza por  $A_K$ ,

añado otra regla  $A_K \rightarrow \beta B_K$

$$A_1 \rightarrow A_2 A_3 \mid A_4 A_2 \quad A_2 \rightarrow a \quad A_3 \rightarrow A_3 A_4 \mid a A_3$$

$$A_4 \rightarrow A_5 A_3 \mid b \quad A_5 \rightarrow a$$

•) Elimino  $A_3 \rightarrow A_3 A_4$

•) Añado  $B_3$  y las reglas  $B_3 \rightarrow A_4$  y  $B_3 \rightarrow A_4 B_3$

•) Como tengo  $A_3 \rightarrow aA_3$ , añado  $A_3 \rightarrow aA_3 B_3$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 \rightarrow A_2 A_3 | A_4 A_2 & A_2 \rightarrow a \\ A_3 \rightarrow aA_3 | aA_3 B_3 & B_3 \rightarrow A_4 | A_4 B_3 \\ A_4 \rightarrow A_5 A_3 | b & A_5 \rightarrow a \end{cases} \blacksquare = ya están en FNG$$

4- Se repiten los pasos 2 y 3 mientras haya cambios.

En este caso, ya no surgen nuevas reglas.

5- Para las reglas  $A_i \rightarrow A_j \alpha$ , con  $j \geq i$  repetimos el proceso del paso 2.

$$A_1 \rightarrow A_2^x A_3 | A_4^x A_2 \quad A_2 \rightarrow a$$

$$A_3 \rightarrow aA_3 | aA_3 B_3 \quad B_3 \rightarrow A_4 | A_4 B_3$$

$$A_4 \rightarrow A_5^x A_3 | b \quad A_5 \rightarrow a$$

$$A_1 \rightarrow aA_3 | A_5 A_3 A_2 | bA_2$$

$$A_4 \rightarrow aA_3$$

6 - Repetimos (5) si surgen nuevas reglas a las que se puede aplicar:

$$A_1 \rightarrow A_5 A_3 A_2 \xrightarrow{X} A_1 \rightarrow a A_3 A_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 \rightarrow a A_3 | a A_3 A_2 | b A_2 \\ A_2 \rightarrow a \quad A_3 \rightarrow a A_3 | a A_3 B_3 \\ B_3 \rightarrow A_4 | A_4 B_3 \\ A_4 \rightarrow a A_3 | b \\ A_5 \rightarrow a \end{cases}$$

7 - Para las reglas  $B_j \rightarrow A_i \alpha$  ( $\underline{i}, j$ ) repetimos el proceso del paso 2

$$B_3 \rightarrow A_4 | A_4 B_3 \xrightarrow{X} A_4 \rightarrow a A_3 | b$$

•) Añado:  $B_3 \rightarrow a A_3 | b | a A_3 B_3 | b B_3$

$\Rightarrow$  GRAMÁTICA FINAL EN FNG:

$$A_1 \rightarrow a A_3 | a A_3 A_2 | b A_2$$

$$A_2 \rightarrow a \quad A_3 \rightarrow a A_3 | a A_3 B_3$$

$$B_3 \rightarrow a A_3 | b | a A_3 B_3 | b B_3.$$

$\Delta_5 \rightarrow \Delta_4$

$\Delta_4 \rightarrow a\Delta_3/b$

$\Delta_5 \rightarrow a$

b)  $S \rightarrow aAb / cHB / CH$      $A \rightarrow dBH / eeC$   
 $B \rightarrow ff / D$      $C \rightarrow gFB / ah$      $D \rightarrow i$   
 $E \rightarrow jF$      $F \rightarrow dcGGG$      $G \rightarrow kF$   
 $H \rightarrow Hlm$

### \* FNC

1- No hay producciones nulas ni unitarias.

Hay símbolos invítiles. Aplicando el algoritmo del ejercicio 1, se obtiene que  $\{E, F, G, H\}$  no llegan a terminales y  $\{B, D\}$  indecomponibles desde  $S$ . Podemos eliminarlos para simplificar:

$S \rightarrow aAb$      $A \rightarrow eeC$      $C \rightarrow ah$

2- Quito terminales de reglas con varios elementos:

$S \rightarrow aAb$      $A \rightarrow eeG$      $C \rightarrow ah$

$S \rightarrow CaAb$      $A \xrightarrow{\text{II}} CeCeG$      $G \rightarrow GaCh$ .

$C \rightarrow a$      $Cb \rightarrow b$      $Ce \rightarrow e$      $Ch \rightarrow h$ .

3- En las reglas  $X \rightarrow X_1 \dots X_n$  con  $n \geq 3$ ,  
 creó nuevas variables para dividirla en grupos de  
 reglas con 2 variables:

$$S \xrightarrow{*} C_a A C_b \quad A \xrightarrow{*} C_e C_e G \quad G \xrightarrow{*} C_a C_h$$

$$C_a \xrightarrow{\checkmark} a \quad C_b \xrightarrow{\checkmark} b \quad C_e \xrightarrow{\checkmark} e \quad C_h \xrightarrow{\checkmark} h$$

Además:

$$S \rightarrow C_a D_1 \quad D_1 \rightarrow A C_b$$

$$A \rightarrow C_e E_1 \quad E_1 \rightarrow C_e G$$

\* Una letra distinta para  
 cada regla:  $D_i, E_i, \dots$

⇒ GRAMÁTICA FINAL (FNC):

$$S \rightarrow C_a D_1 \quad D_1 \rightarrow A C_b \quad A \rightarrow C_e E_1$$

$$E_1 \rightarrow C_e G \quad G \rightarrow C_a C_h \quad C_a \rightarrow a$$

$$C_b \rightarrow b \quad C_e \rightarrow e \quad C_h \rightarrow h$$