

# Ejercicios - Análisis numérico para EDPs

## Grupo A

Marzo 2025

### 2. Método de diferencias finitas - ecuación completa

**Ejercicio 2.1.** Usando el método de diferencias finitas visto en clase, vamos a resolver numéricamente la ecuación

$$\begin{aligned}(a(x)u'(x))' - u(x) &= -f(x), & x \in (0, 1), \\ u(0) &= u(1) = 0\end{aligned}$$

con

$$a(x) = 2 - x, \quad f(x) = e^{-20*(x-x_0)^2} \quad x \in [0, 1].$$

La solución  $u$  corresponde a la temperatura de equilibrio de una barra de longitud 1 que está a temperatura 0 en los extremos, que tiene un coeficiente térmico  $a(x)$  en cada punto  $x$ , que disipa calor a una velocidad constante en cada punto (el término  $-u(x)$ ) y que está sujeta a una fuente de calor  $f(x)$  en cada punto  $x$ .

1. Escribe un programa que calcule la solución aproximada con  $N = 1000$  (esto es, con 1001 nodos equiespaciados, incluyendo el primero y el último) con  $x_0 = 0,5$ . El programa debe representar la solución aproximada en una gráfica.
2. Escribe un programa que haga lo mismo, con  $x_0 = 0,9$ .
3. En cada uno de los casos anteriores, calcula aproximadamente la temperatura media

$$\int_0^1 u(x) \, dx.$$

¿En cuál de los dos casos es mayor?

(Para entregar el ejercicio puedes entregar un solo programa que haga las dos gráficas y calcule las dos temperaturas medias, o entregar dos programas separados. Indica el resultado final claramente.)