"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"

Lic. en Física
Solución Númerica de Ecuaciones Diferenciales

Física Computacional

Universidad de Sonora- Departamento de ciencias exactas y naturales, licenciatura en Física, México

Alberto Medina Campuzano

pepe88beto@hotmail.com

27. Mayo 2019

Resumen

El siguiente documento usará de nuestros conociemientos previamente obtenidos sobre mecánica clásica, ecuaciones diferenciales y análisis númerico, para describir un fenómeno físico basado en un sistema de *masa-resorte* acoplado a otro sistema *masa-resorte*. Esto se llevará a cabo con la ayuda del método númerico llamado *Runge-Kutta de orden 4*.

1. Contexto

Los comportamientos oscilatorios son ubicuos en la naturaleza en sistemas de toda índole, entre ellos, en cuerpos astronómicos tales como asteroides, satélites, planetas y estrellas; en sistemas biológicos, tanto a nivel orgánico.
Ya se ha pasado por el estudio de osciladores armónicos y el péndulo simple, ahora buscamos el estudio y descripción de un sistema conformado por dos masas y tres resortes conectados entre dos paredes[3]. Estos osciladores acoplados se encuentran en el espacio, por lo tanto la gravedad y las fuerzas que disipan energía seran ignorados.
El estudio de osciladores acoplados tienen un duro impacto en el estudio de como vibran las moleculas[4]. La proposición de las ecuaciones de movimiento de este sistema debe de tomar en cuenta que las ecuaciones deben de estar ligadas.
La forma en la que se resolverá este fenómeno físico será númericamente, con el método de runge-kutta de grado 4 programado en lenguaje fortran. Se buscarán las condiciones iniciales apropiadas para lograr que las masas oscilen de manera sincronizada. Este fenómeno físico fue

estudiado con anterioridad gran cantidad de veces, por lo tanto este artículo solo es creado de manera educativa y recreativa para seguir indagando en el mundo de la física.
Para una completa descripción del fenómeno físico se implementarán diferentes condiciones iniciales al problema para ver cómo se desarrolla y entenderlo con mayor claridad.

2. Metodo

Para resolver el sistema, se partirá de la descripción del fenómeno físico, con la condición de encontrar la ecuaciń diferencial que modele el sistema. Una vez encontradas las ecuaciones diferenciales usaremos el comando de la biblioteca de scipy.intagre para encontrar la solución.

2.1. modelo

El modelaje de este sistema esta bajo la ley de hooke, donde la fuerza ejercida en la masa depende de la constante de elasticidad k y de la magnitud del desplazamiento.

$$F_x = -kx \tag{1}$$

Se considera el caso más sencillo de movimiento acoplado: dos osciladores armónicos iguales unidos por un muelle. Sea k la constante del muelle. k_{12} la del muelle de acoplamiento, en correspondencia a la figura **??**.

El sistema está limitado por la recta lineal que une las masas, por lo cual el sistema sólo poseerá 2 grados de libertad, representados por las coordenadas x_1 y x_2, cada una de las cuales se mderiá desde la posición de equilibrio.

Si m_1 y m_2 sufren un desplazamiento de valores x_1 y x_2, respectivamente, a partir de sus posiciones de quilibrio, sobre m_1 actuará una fuerza -kx_1-k_{12}*(*x_1-x_2*)* y sobre m_2 una fuerza -kx_2-k_{12}*(*x_2-x_1*)*. Por siguiente las ecuaciones de movimiento serán:

$$M\frac{d^2x_1}{dt^2} + (k + k_{12})x_1 - k_{12}x_2 = 0 \tag{2}$$

$$M\frac{d^2x_2}{dt^2} + (k + k_{12})x_2 - k_{12}x_1 = 0 \tag{3}$$

Desarollando tenemos

$$m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = -b_1\dot{x_1} + k_1(x_1 - L_1) - k_2(x_1 - L_1 + L_2 - x_2) \tag{4}$$

$$m_2\frac{d^2x_2}{dt^2} = -b_2\dot{x_2} + k_3(x_2 - L_2) - k_2(x_2 - L_2 + L_1 - x_1) \tag{5}$$

3. Resultados

Dandole los valores de

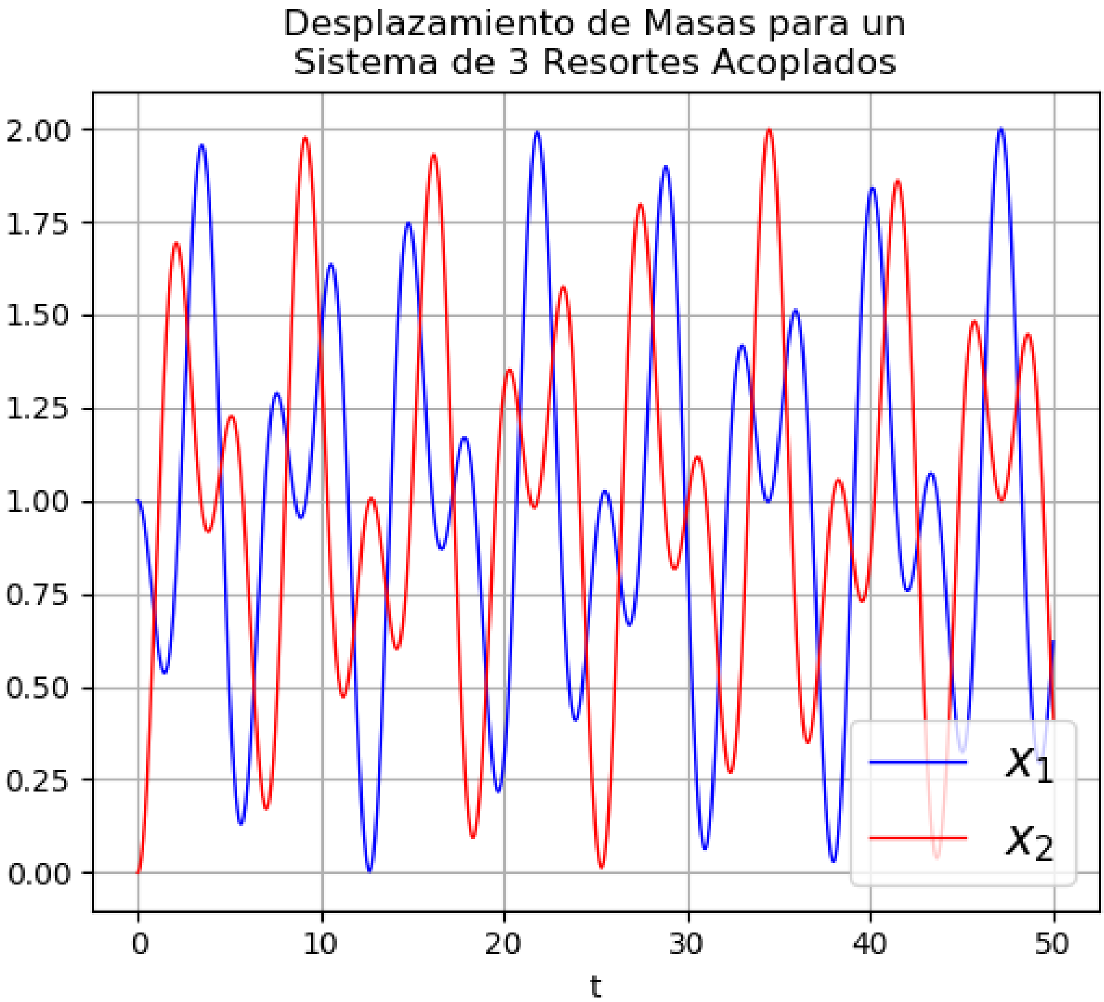
$$k_1 = k_2 = k_3 = 1 \tag{6}$$

$$m_1 = m_2 = 1 \tag{7}$$

$$L_1 = L_2 = 1 \tag{8}$$

$$b_1 = b_2 = 0 \tag{9}$$

$$x_1 = 1, y_1 = x_2 = y_2 = 0 \tag{10}$$



4. Referencias

•*Twospring − coupledmasses.Recuperadoel27demayodesde*
http : //farside.ph.utexas.edu/teaching/315/Waves/node18.html
•*ThorntonStephen, MarionJerry : ClassicalDynamicsofparticlesandsystems*, 2004*Brooks/cole*
•*Ticonabustillos, A.R.*(2008)"*Simulacindepndulosacoplados*", *RevistaBolivianadefsica*, 14.*Recuperadoe*

http : //www.scielo.org.bo/scielo.php?pid = *S*1562−38232008000100012*script* = sci_a*rttexttlng* =
en

Referencias