"El saber de mis hijos hará mi grandeza"

Lic. en Física
Solución Númerica de Ecuaciones Diferenciales

Física Computacional
Universidad de Sonora- Departamento de ciencias exactas y naturales, licenciatura en Física, México

Alberto Medina Campuzano
pepe88beto@hotmail.com

27. Mayo 2019

Abstract

El siguiente documento utilizara de nuestros conocimientos obtenidos de la actividad anterior, solución de ecuaciones diferenciales, Para obtener la solución de la ecuación de Duffing, la cual es una ecuaciónn no lineal que describe el movimiento de un oscilador con amortiguamiento, coeficiente de elasticidad no lineal y al cual se le aplica un forzamiento periodico.

1 Contexto

Se llama ecuación de duffing a la ecuacion diferencial:

$$\ddot{X} + \delta\dot{X} - X + X^3 = \gamma cos(\omega t) \tag{1}$$

que refleja las oscilaciones de un resorte no lineal, sometido a la acción de una fuerza periódica de frecuencia ω e intensidad γ. El resorte está sometido a razonamiento, propocional a la velocidad, de acuerdo con el término $\delta\dot{X}$.

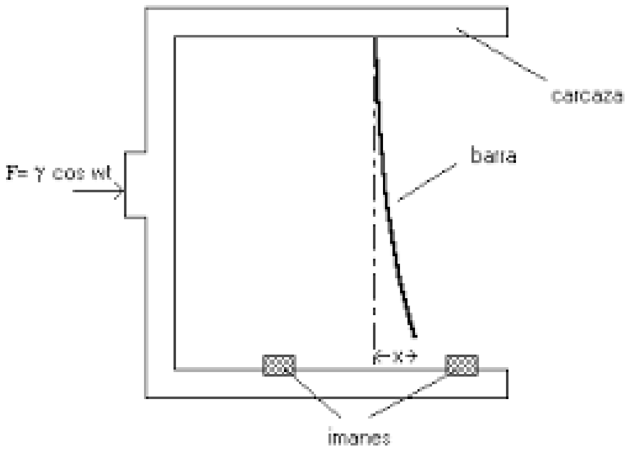


Figure 1:

En nuestro caso tenemos que α es la rigidez, β es la no linealidad, γ es la amplitud de forzamineto, δ amortiguamiento y ω fecuenia de rozamiento. Todas estas son constantes.
En esta actividad se pide $\alpha = \gamma = 1$ y amortiguamiento $\delta = 0.1$.

1.1 Histeresis

La histéresis es la tendencia de un material a conservar una de sus propiedades, en ausencia del estímulo que la hagenerado. Podemos encontrar diferentes manifestaciones de este fenómeno. Porextensión se aplica a fenómenos que no dependen sólo de las circunstanciasactuales, sino también de cómo se ha llegado a esas circunstancias.

otro concepto el cual será necesario definir es:

1.2 Runge Kutta

Los métodos de *Runge-Kutta* son un conjunto de métodos generales que nos ayudan a encontrar la solución de una ecuación diferencial ordinaria. Logran una exactitud del procedimiento de una serie de taylor, sin requerir el cálculo de derivadas superiores. Es uno de los métodos más difundidos y exactos para obtener la solución númerica del problema de valor inicial.
Para llevar a cabo el método se tiene que asegurar de contar con los siguientes elementos:

$$y' = f(x, y) \tag{2}$$

$$y(x_0) = y_0 \tag{3}$$

$$a < x < b \tag{4}$$

La solución del problema del valor inicial es:

$$y_i + 1 = y_i + \frac{1}{6}h(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \tag{5}$$

donde

$$K_1 = f(x_i, y_i) \tag{6}$$

$$K_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}K_1) \tag{7}$$

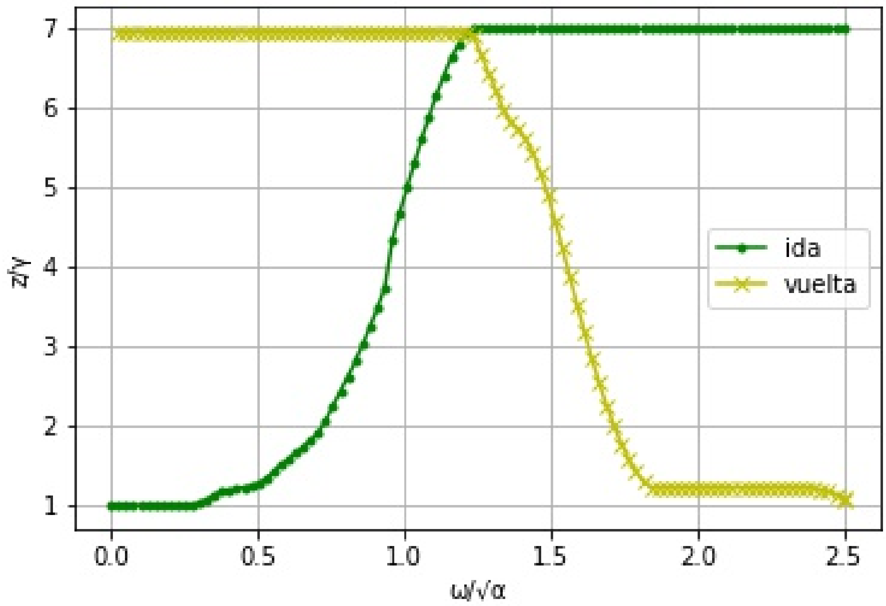
$$K_3 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}K_2) \tag{8}$$

$$K_4 = f(x_i + h, y_i + hK_3) \tag{9}$$

2 Method

Primeramente se adaptará la ecuación diferencial a nuestro caso particular. Una vez definida la ecuación, definiremos lo parámetros. Con los cuales gracias al conocimiento obtenido de la actividad pasada, los usaremos junto con las bibliotecas de python, para resolver la ecuación dada.

3 Results



4 Conlcusiones

Se observa el fenomeno de la histeresis, prognosticado, mediante la ecuacion diferencial no lineal. Se Observo la facilidad con la que python nos permite resolver este tipo de sistemas y ecuaciones no lineales gracias a sus bibliotecas y su gran comunidad de usuarios de lenguaje python. Python es una fuerte herramienta que nos facilita el estudio de sistemas fisicos sin ningun problema de resolver ecuaciones diferenciales de cualquier tipo.

5 Referencias

The duffing oscilator, Consultado el 27 de mayo del 2019, disponible en
https://scipython.com/blog/the-duffing-oscillator/

Exact Solution to Duffing Equation and the Pendulum Equation, consultado el 27 de mayo del 2019, disponible en:
http://www.m-hikari.com/ams/ams-2014/ams-173-176-2014/salasAMS173-176-2014.pdf

Histeresis, consultado el 27 de mayo del 2019, disponible en:
https://es.wikipedia.org/wiki/Hist%C3%A9resis

stackoverflow, consulatod el 27 de mayo del 2019, disponible en :

https://stackoverflow.com/questions/16239678/how-to-use-dorpi5-or-dop853-in-python16240484

A Modified Phase-Fitted Runge–Kutta Method for the Numerical Solution of the Schrödinger Equation, conslutado el 27 de mayo del 2019, disponible en:
https://link.springer.com/article/10.1023%2FA%3A1013185619370

References