1 Nombres naturals, enters, racionals i irracionals

Comencem amb una explicació dels nombres. Els nombres **naturals** ($\mathbb{N}$), son aquells que pertanyen al conjunt següent: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots, \infty\}$; mentre que els nombres **enters** ($\mathbb{Z}$) son els que pertanyen al conjunt que comprén des de $-\infty$ fins a ∞ de la següent forma: $\mathbb{Z} = \{-\infty, \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots, \infty\}$.

Després trobem els nombres **racionals** ($\mathbb{Q}$). Aquest és un conjunt que representa a tots els nombres enters (que a la mateixa vegada inclou als naturals) i als nombres fraccionaris, és a dir, que es troben en forma de fracció de dos nombres enters. Com el nombre "racional" indica, els nombres que pertanyen a aquest conjunt poden **racionar-se**, és a dir, partir-los, de forma que es puga crear una fracció de nombres enters que represente al nombre.

També trobem, però, els nombres **irracionals**. Aquests són tots aquells que **no poden representar-se en forma de fracció de nombres enters**. Alguns exemples populars són el nombre *pi* ($\pi = 3,141592\dots$), el nombre e ($e = 2,718281\dots$), el *nombre auri* ($\phi = 1,618033$) o, per example, l'arrel quadrada de 2, encara que amb qualsevol nombre primer funcionaria ($\sqrt{2} = 1,414213\dots$). A la mateixa vegada, els nombres irracionals poden ser **trascendents**, si no s'hi pot crear una equació amb nombres enters que tinga com a resultat aquest nombre.

2 Probabilitat

En aquesta secció parlarem de **probabilitat condicionada** i de **(in)dependència de successos**. Imaginem un grup de 54 persones, de les quals:

- 22 són **xics**.
- 32 són **xiques**.
- D'entre els xics, 14 d'ells **tenen mòbil**.
- D'entre les xiques, 24 d'elles **tenen mòbil**.

Ara, determinem els successos A i B, i els seus successos complementaris: A^c i B^c, respectivament. Si triem una de les persones aleatòriament, tenim els següents successos.

- $A =$ La persona triada aleatòriament és una **xica**.
- $B =$ La persona triada aleatòriament **té mòbil**.
- $A^c =$ La persona triada aleatòriament és un **xic**.
- $B^c =$ La persona triada aleatòriament <u>**NO**</u> **té mòbil**.

A partir d'açò, i seguint la **Regla de Laplace**, podem determinar la probabilitat d'aquests successos. De forma que la probabilitat del succés A és:

$$p(A) = \frac{32 \text{ xiques}}{54 \text{ persones}} = 0,\widehat{592}$$

De la mateixa forma, la probabilitat del succés B és:

$$p(B) = \frac{14 \text{ xics amb mòbil} + 24 \text{ xiques amb mòbil}}{54 \text{ persones}} = \frac{38 \text{ amb mòbil}}{54 \text{ persones}} = 0,\widehat{703}$$

I si ara les combinem i formem la construïm la pregunta "*Quina és la probabilitat de què una persona que siga xica tinga mòbil?*", de forma que tenim que combinar les probabilitats de què una de les persones **siga xica** (succés A) i de què una **xica tinga mòbil** (aquest succés el podem formar, ja que coneixem que 24 de les xiques tenen mòbil; i ho fem en forma d'intersecció dels successos A i B):

$$p(B, A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \Rightarrow p(B, A) = \frac{\frac{24 \text{ xiques amb mòbil}}{54 \text{ persones}}}{\frac{32 \text{ xiques}}{54 \text{ persones}}} = 0,75$$

Al iqual que immediatament abans, si formulem la pregunta "*Quina és la probabilitat de què una persona que siga **xic** tinga mòbil?*", seguim el mateix procés, però fent ús del succés complementari d'A, és a dir, A^c:

$$p(B, A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} \Rightarrow p(B, A^c) = \frac{\frac{14 \text{ xics amb mòbil}}{54 \text{ persones}}}{\frac{22 \text{ xics}}{54 \text{ persones}}} = 0,\widehat{63}$$

Com que hem obtingut resultats diferents, i com que $p(B, A) > p(B) > p(B, A^c) \Rightarrow 0,75 > 0,\widehat{63}$; podem determinar què dins d'aquest grup de persones és més fàcil tenir mòbil si s'és xica què si s'és xic i, per tant, els successos A i B són **dependents**.

Ara, amb unes dades diferents, provarem els mateixos càlculs, per a poder determinar si els successos són dependents o independents. En aquest cas, organitzarem les mateixes dades en forma de taula:

	Mòbil	**NO mòbil**	**TOTAL**
Xics	12	3	15
Xiques	24	6	30
TOTAL	36	9	45

I calculem les probabilitats a partir dels successos definits anteriorment:

$$p(B) = \frac{36}{45} = 0,8$$

$$p(B, A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)} \Rightarrow p(B, A) = \frac{12}{15} = 0,8$$

$$p(B, A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} \Rightarrow p(B, A^c) = \frac{36}{45} = 0,8$$

Aleshores, com que $p(B) = p(B, A) = p(B, A^c) \Rightarrow 0,8 = 0,8 = 0,8$; sabem què dins d'aquest grup hi ha la mateixa probabilitat de tenir mòbil si s'és xic o xica i, per tant, els successos A i B són **independents**.