



Università di Pisa

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ROBOTICA E DELL'AUTOMAZIONE

HOMEWORK DI DINAMICA DEI VEICOLI

Analisi delle telemetrie di una vettura nel circuito di Barcellona

Alberto Regoli
Anno accademico 2023 - 2024
12 febbraio 2024

Indice

1	Introduzione	2
2	Conversione delle unità nel sistema SI	2
3	Analisi cinematica	4
3.1	Rappresentazione dei segnali	4
3.2	Traiettoria del centro di massa del veicolo	5
3.3	Filtraggio di \dot{r}	7
3.4	Polari	7
3.5	G-G plot	11
4	Analisi della dinamica	12
4.1	Diagramma di corpo libero	12
4.2	Forze aerodinamiche	13
4.3	Momento di imbardata N	14
4.4	Forze laterali	15
4.5	Stima del coefficiente di attrito	16
4.6	Classificazione delle curve	17

1 Introduzione

In questa relazione verranno elaborati alcuni dati dalle telemetrie di un veicolo di Formula 1 per il tracciato di Barcellona. I segnali forniti per un singolo giro sono i seguenti:

- distanza percorsa dal veicolo;
- velocità longitudinale del centro di massa G (u);
- velocità relativa tra veicolo e aria (u_{rel});
- velocità di imbardata (r);
- accelerazione longitudinale e trasversale (a_x, a_y);
- angolo di sterzo del veicolo (δ);
- angoli di deriva anteriore e posteriore (α_1, α_2);
- apertura della valvola dell'acceleratore;
- pressione sul freno.

Tra parentesi sono riportati i caratteri matematici utilizzati anche nel libro di testo [1] per indicare le corrispondenti grandezze. Nel seguito si farà sistematicamente riferimento a queste usando tali simboli.

Nell'elenco fornito, come spesso accade, non è presente la velocità laterale (v). Ciò è giustificabile considerando che il sensore da utilizzare risulta essere oneroso e si preferisce ricavarla tramite formule. Infine sono state acquisite informazioni di tipo geometrico (passo e carreggiata), inerziale (massa e momenti di inerzia) e parametri (C_x, C_z e densità) necessarie per completare lo studio della dinamica.

2 Conversione delle unità nel sistema SI

A livello industriale non vi è uniformità nella scelta delle unità di misura per esprimere i segnali raccolti, quindi questa sezione è dedicata alla conversione di essi per essere conformi al Sistema Internazionale:

- velocità in m/s;
- accelerazione in m/s²;
- angoli in rad;
- velocità angolari in rad/s;
- pressione in Pa.

Inoltre tutte le quantità in gioco hanno un segno, perciò è necessario stabilire una convenzione per definire quando devono essere positive e quando negative. La scelta è puramente arbitraria e questa genera disuniformità. Per questo studio si utilizzerà come verso positivo quello indicato nella figura 1 e il sistema di riferimento solidale al veicolo rappresentato.

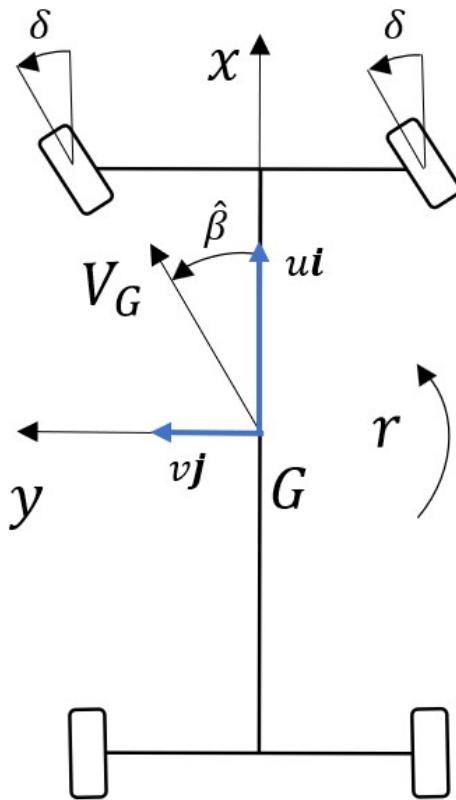


Figura 1: Convenzione adottata sul segno delle variabili in gioco

A livello pratico per verificare le unità di misura vengono disegnati gli andamenti dei segnali con il software *Mathematica* e si osserva i valori assunti: se corrispondono a quelli aspettati allora la rappresentazione è adeguata, sennò è necessario applicare un fattore correttivo per trasferirle a quelle precedentemente specificate. La correzione tiene conto del confronto tra i segni delle grandezze acquisite, la convenzione dei segni scelta e l'orientamento delle curve del circuito.

Dai diagrammi si osserva che è necessario compiere le seguenti azioni:

- dividere per 3.6 la velocità longitudinale e la velocità relativa tra veicolo e aria per convertire da km/h in m/s;
- moltiplico per 9.81 l'accelerazione longitudinale e trasversale per passare da g a m/s²;
- trasformare angolo di sterzo, angolo di deriva anteriore e posteriore da gradi a rad;
- convertire la velocità di imbardata da gradi/s in rad/s;
- moltiplicare per 6894.76 la pressione sul freno per passare da psi a Pa.

3 Analisi cinematica

Ottenuti i segnali espressi nel Sistema Internazionale, il primo passo da compiere è studiare la cinematica del veicolo osservando i grafici delle grandezze raccolte, ricostruendo la traiettoria dell'auto e disegnando luoghi geometrici come *polari* e *g-g plot*.

3.1 Rappresentazione dei segnali

In questa sezione sono riportati i grafici dei segnali significativi:

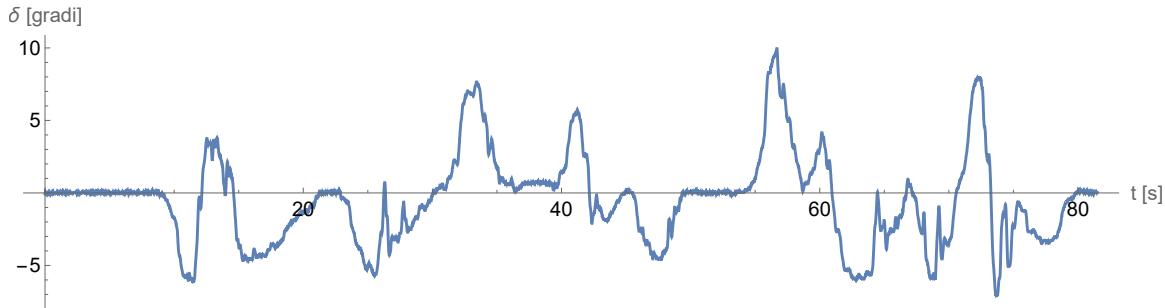


Figura 2: Andamento dell'angolo di sterzo δ al variare del tempo in un giro

In figura 2 viene rappresentato l'andamento dell'angolo δ durante il percorso. È stato scelto di mostrare questa telemetria per osservare le correzioni fatte dal pilota durante il moto ed è inoltre un indice per valutare le zone del circuito in cui è possibile migliorare il controllo del veicolo garantendo una traiettoria ottimale.

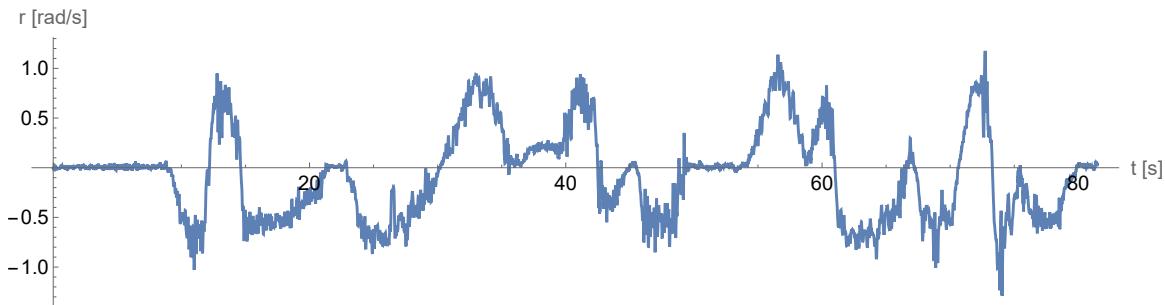


Figura 3: Andamento della velocità di imbardata r al variare del tempo in un giro

In figura 3 viene riportata la velocità r , il cui integrale fornisce l'angolo di imbardata del veicolo necessario per ricostruire la traiettoria. Il segnale è stato usato, insieme allo sterzo, anche per identificare le curve del circuito.

Dalle telemetrie è necessario computare l'angolo di assetto della vettura, poiché è un parametro fondamentale per la progettazione dell'auto e per il controllo di essa in curva. La formula per ottenerlo sono le seguenti:

$$v = u(\delta - \alpha_1) - ra_1 \quad (1)$$

$$\beta_G = \arctan(v/u) \quad (2)$$

dove a_1 indica il semi-passo anteriore e α_1 l'angolo di deriva anteriore.

Affinché il comportamento del veicolo sia corretto è necessario che il modulo di β_G sia piccolo e che la variazione nel tempo sia graduale; questo garantisce v molto minore di u e che non avvenga un testacoda. Inoltre permette di capire il tipo di curva che viene percorsa al fine di migliorare la guidabilità, ad esempio evitando fenomeni di sovra/sotto sterzo. Infine il segno assunto è sempre opposto a quello dell'angolo δ . In figura 4 è mostrato il suo andamento.

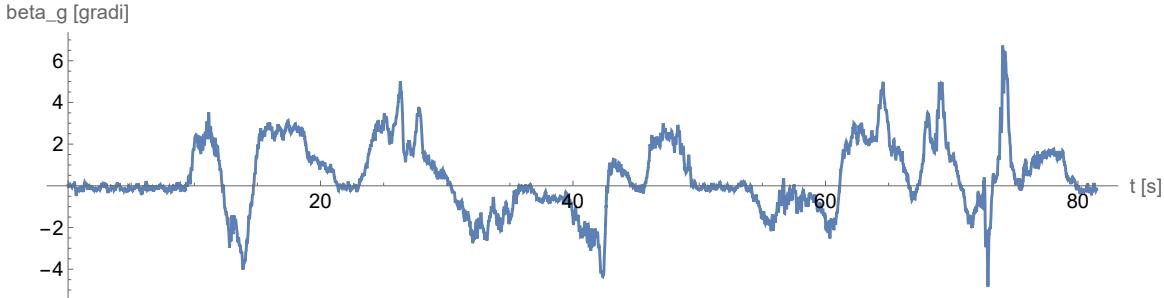


Figura 4: Andamento dell'angolo di assetto β_G al variare del tempo in un giro

A conclusione è riportata la rappresentazione dell'accelerazione longitudinale in figura 5. È possibile osservare la forte variazione di questa grandezza nel tempo, la quale dipende da due fenomeni: ai grandi picchi negativi si associa gli istanti di inizio staccata, invece per quelli più piccoli, che generano comunque una diminuzione, il cambio marcia da parte del pilota.

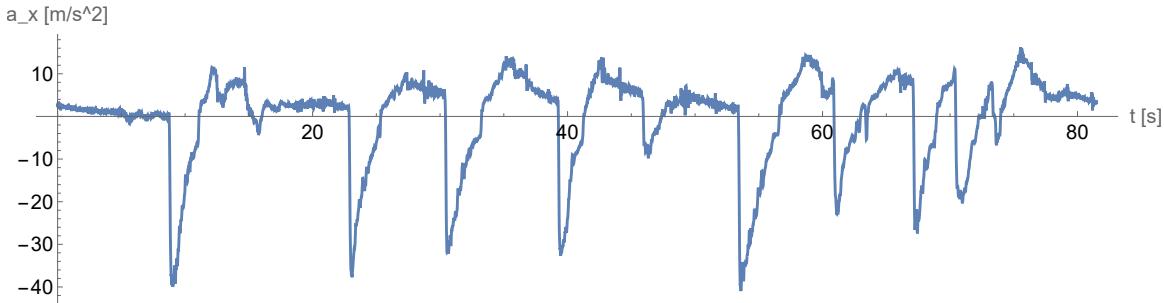


Figura 5: Andamento dell'accelerazione a_x al variare del tempo in un giro

3.2 Traiettoria del centro di massa del veicolo

Dai segnali ottenuti dalle telemetrie è possibile ricostruire la posizione del centro di massa della vettura al variare del tempo in un sistema di riferimento fisso, $x_0 - y_0$, tramite le formule:

$$\psi(t) = \psi(0) + \int_0^t r(t) dt \quad (3)$$

$$x_G^0(t) = x_G^0(0) + \int_0^t (u \cos \psi - v \sin \psi) dt \quad (4)$$

$$y_G^0(t) = y_G^0(0) + \int_0^t (u \sin \psi + v \cos \psi) dt \quad (5)$$

dove ψ è l'angolo di imbardata e $x_G^0(0)$ e $y_G^0(0)$ sono la posizione del baricentro all'istante iniziale. Le equazioni non sono semplici integrazioni dei dati raccolti, ma incorporano anche la rototraslazione presente tra il sistema solidale all'auto rappresentato in figura 1 e quello fisso. Poiché le grandezze sono discrete viene utilizzata la sommatoria per svolgere i calcoli.

Il risultato finale sarà il tracciato di Barcellona, ma è fondamentale considerare che le misure sono affette da errori, i quali saranno propagati per tutto il processo di integrazione e questo genererà una stima imprecisa del circuito. In figura 6 è possibile osservare come la traiettoria ricavata non coincida con il giro vero, soprattutto nella seconda parte; infatti la posizione del baricentro e l'orientazione risentono maggiormente dell'accumularsi delle imprecisioni nella misurazione portando a non far sovrapporre posizione iniziale e finale. È necessario far notare anche che la distanza percorsa dall'auto è inferiore alla lunghezza reale di circa 63 m, probabilmente per mancanza dei dati relativi agli ultimi metri, e questo influisce sulla discrepanza sopra citata.



Figura 6: Stima del tracciato (in rosso) con integrazione dei dati e confronto con circuito reale

Per migliorare la ricostruzione è possibile pensare di ripetere i conti, ma con integrazione nell'ordine temporale opposto a quello fornito, come se il giro fosse percorso in direzione opposta. Questo permette di avere una migliore valutazione del secondo tratto a scapito di una peggio del primo. Dopo di che, combinando le due stime fatte tramite una media pesata sull'inverso del tempo di percorrenza si otterrà una ricostruzione più accurata. In dettaglio, la tecnica consiste nel privilegiare la posizione in un dato punto, calcolata nei due casi, che è stata raggiunta per prima.



Figura 7: Stima del tracciato (in rosso) con media pesata e confronto con circuito reale

In figura 7 è possibile notare il miglioramento della traiettoria garantendo la sovrapposizione della posizione iniziale e finale. Nonostante ciò, è rilevabile nel confronto con il circuito reale la presenza di errori nella parte centrale del tracciato perché è la zona in cui i pesi sono simili e risulta difficile ridurre l'effetto degli errori. Per risolvere questa problematica potrebbe essere utile acquisire una misura di posizione a metà della traiettoria per poter inizializzare nuovamente le sommatorie e avere un contributo migliore nelle medie pesate.

3.3 Filtraggio di \dot{r}

Per l'analisi dinamica è opportuno filtrare i dati relativi all'accelerazione di imbardata, in modo da rendere più agevole l'interpretazione degli stessi e delle quantità derivanti. Questa non viene misurata, ma è ricavata tramite derivazione e tale operazione matematica per sua natura intrinseca esalta le componenti ad alta frequenza dei segnali, e quindi è necessario applicare un filtraggio passa basso.

Il grafico 8 mostra il segnale con una forte componente ad alta frequenza, la quale è necessario eliminare con un filtro passa basso per poter isolare la parte utile del segnale. Questa operazione richiede di scegliere la corretta frequenza di taglio e l'ordine del filtro, che nel caso in esame sono 2 Hz e primo ordine. Nell'immagine 9 si mostra l'effetto del filtraggio che va a ridurre la presenza di picchi sia verso l'alto che verso il basso.

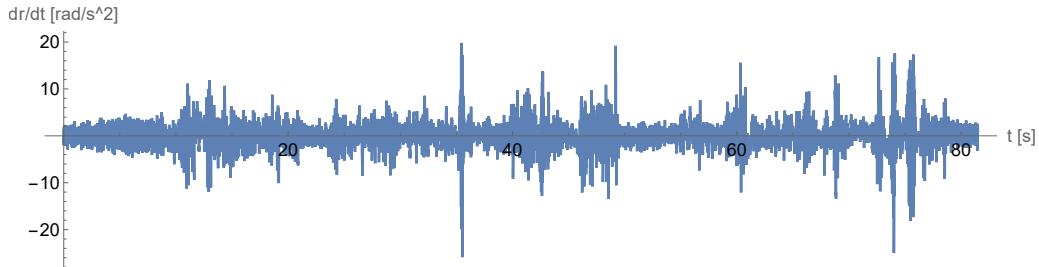


Figura 8: Accelerazione di imbardata \dot{r} senza filtraggio



Figura 9: Accelerazione di imbardata \dot{r} filtrata

Inoltre è stato applicato un filtro a media mobile anche ad altri segnali (u, v, ψ) per poter permettere una migliore stima della traiettoria e costruzione delle polari. Questo permette di ridurre l'errore di misurazione generato dalla sensoristica e generare curve più *lisce*.

3.4 Polari

Le polari sono il luogo di punti corrispondenti alla posizione del centro delle velocità (C_v) di un corpo rigido al variare del tempo. A seconda del sistema di riferimento utilizzato per valutarle si distinguono in due tipi:

- quella fissa se osservata da un sistema fisso;
- quella mobile se vista da un osservatore solidale al corpo.

L'analisi di queste curve è importante perché sono buon indice per il comportamento del veicolo in curva. In questi tratti di circuito, per un auto di Formula 1 esse assumono delle forme ben precise nel caso di corretto andamento: la prima deve essere simile ad una cuspide, la seconda invece una parabola sottile. Inoltre dalla meccanica è noto che esse devono rotolare senza strisciamento una sopra all'altra e il punto di contatto è il centro delle velocità in quell'istante di tempo. Nel caso la valutazione genera risultati diversi da quelli indicati, allora è possibile attribuire questi ad un testacoda del veicolo.

Per il calcolo delle polari è necessario valutare la posizione di C_v nel sistema solidale alla vettura rielaborando i dati delle telemetrie e utilizzando la formula fondamentale della cinematica rigida:

$$\mathbf{v}_{C_V} = \mathbf{v}_G + \mathbf{k} \wedge \mathbf{GC}_V \quad (6)$$

dove \mathbf{v}_{C_V} è la velocità del centro delle velocità, \mathbf{v}_G il vettore velocità del baricentro dell'auto e \mathbf{GC}_V la posizione di C_V . Ponendo pari a 0, per definizione, la parte sinistra dell'equazione è possibile ricavare la grandezza richiesta:

$$\begin{aligned} x_{C_V} &= S = -\frac{v}{r} \\ y_{C_V} &= R = \frac{u}{r} \end{aligned} \quad (7)$$

Da queste equazioni si ricava la polare mobile nel sistema solidale al veicolo. Per quanto riguarda la fissa è necessario scrivere le coordinate in $x_0 - y_0$, utilizzando la rototraslazione già indicata nel capitolo 3.2:

$$\begin{aligned} x_{C_V^0} &= x_G + S \cos(\psi) - R \sin(\psi) \\ y_{C_V^0} &= y_G + R \cos(\psi) + S \sin(\psi) \end{aligned} \quad (8)$$

dove x_G e y_G sono le coordinate del centro di massa nel sistema fisso. Nell'immagine 10 vengono riportate le quantità utilizzate.

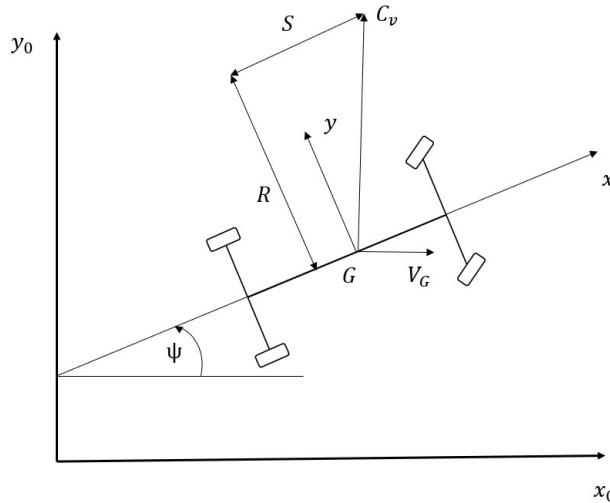


Figura 10: Rappresentazione della posizione di C_V

È necessario fare un appunto a livello implementativo, ovvero nelle formule usate la r è al denominatore e perciò devono essere esclusi dalla valutazione tutti quegli istanti in cui si annulla. Dal punto di vista fisico corrisponde a calcolare il luogo dei punti solamente per le curve e non per i rettilinei. In figura 11 sono visualizzate le polari fisse che assumono la forma a cuspide richiesta.

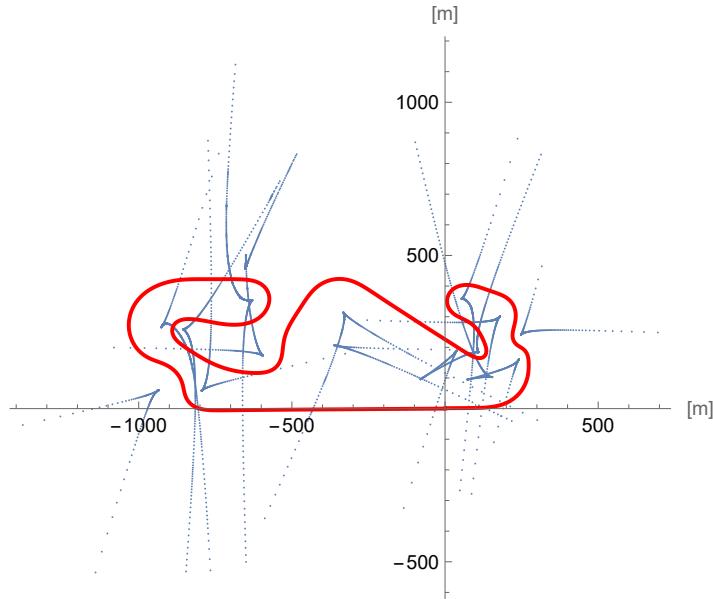


Figura 11: Rappresentazione delle polari fisse

Infine vengono riportate in sequenza 3 posizioni della polare mobile (in nero) relativa alla quinta curva del circuito (figura 7). È possibile verificare la forma corretta e il rotolamento sull'altra polare (in blu) in corrispondenza del centro delle velocità. In verde è indicata la posizione del baricentro della vettura e in rosso la curva in quell'istante di tempo.

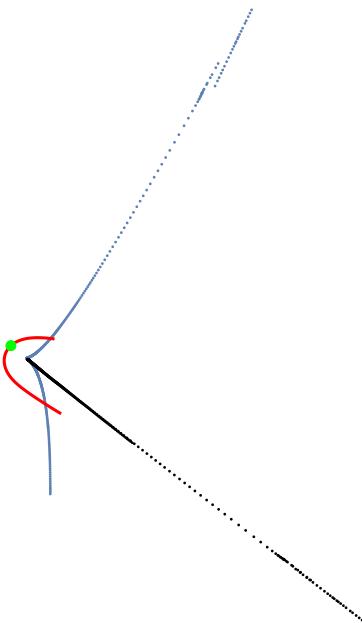


Figura 12: Rappresentazione delle polari mobile al tempo $t = 32.3$ s

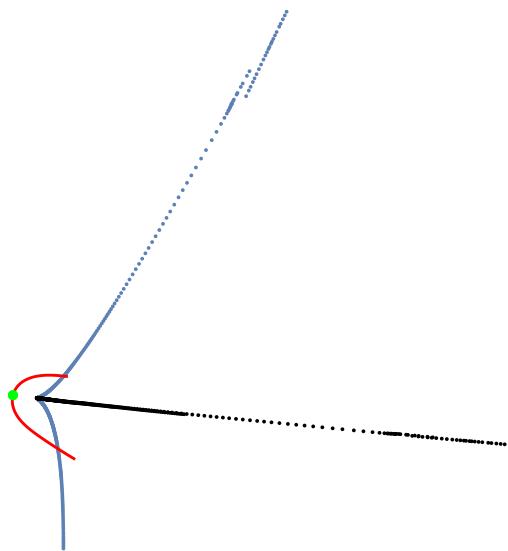


Figura 13: Rappresentazione delle polare mobile al tempo $t = 33$ s

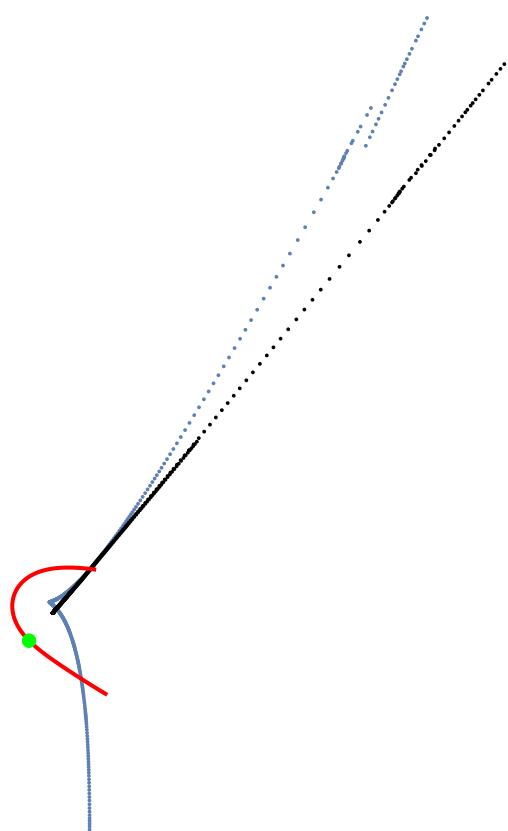


Figura 14: Rappresentazione delle polare mobile al tempo $t = 34.5$ s

3.5 G-G plot

Il $G - G$ plot è un diagramma utilizzato per confrontare i valori assunti da a_x e a_y del veicolo. Esso presenta sull'asse delle ascisse l'accelerazione longitudinale e sulle ordinate quella laterale. Il grafico è una nuvola di punti, poiché i dati forniti sono valori discreti nel tempo. Dalla teoria è previsto che a_x assuma valori in modulo più grandi in frenata che in accelerazione e che a_y sia fortemente dipendente dal circuito e dall'orientamento delle curve più veloci. In figura 15 si verificano le caratteristiche appena elencate ed è possibile osservare che i valori massimi assunti dalle due componenti sono paragonabili. Per completezza si riporta anche l'inviluppo convesso della nuvola di punti.

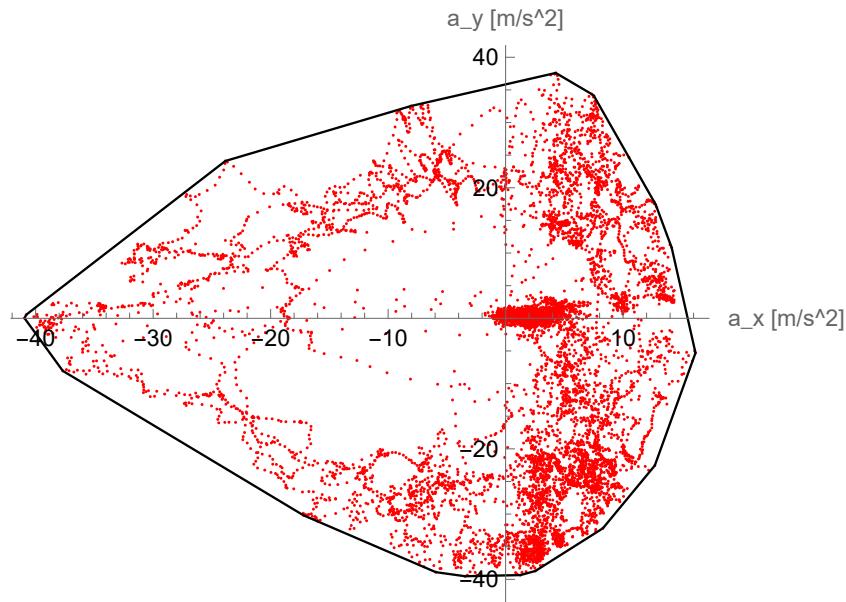


Figura 15: Inviluppo convesso G-G plot

4 Analisi della dinamica

Valutate le grandezze cinematiche del veicolo, è possibile compiere il secondo passo della relazione, ovvero studiare la dinamica del corpo. In questa sezione verranno valutate le forze e i momenti agenti sulla vettura, la stima del coefficiente di attrito e la classificazione delle curve.

4.1 Diagramma di corpo libero

Per poter valutare le azioni agenti sull'auto è necessario costruire un diagramma di corpo libero e modellarle come forze concentrate in specifici punti della vettura. Si possono distinguere in base alla loro natura: aerodinamiche, di aderenza e gravitazionali.

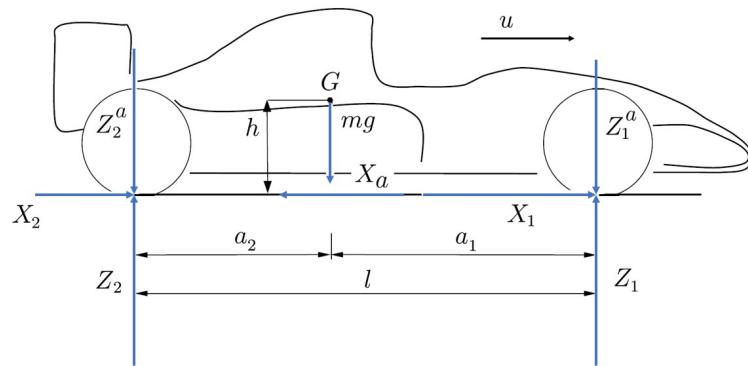


Figura 16: Diagramma di corpo libero - vista laterale

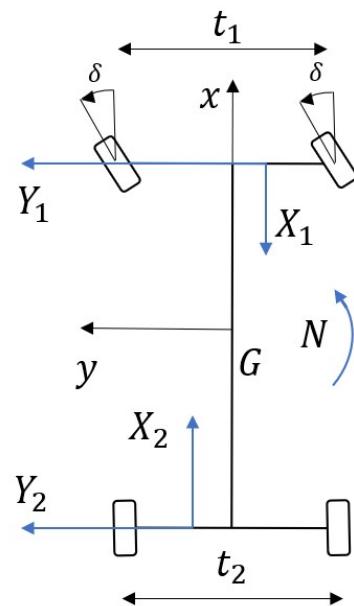


Figura 17: Diagramma di corpo libero - vista dall'alto

A questo punto è possibile impostare le equazioni della dinamica al fine di ottenere i singoli valori delle forze. Per questo caso sono necessarie solamente le direzioni X e Y per la traslazione e la Z per

la rotazione:

$$\begin{aligned} ma_x &= m(\dot{u} - vr) = X_1 + X_2 - X_a \\ ma_y &= m(\dot{v} + ur) = Y_1 + Y_2 \\ J_z \dot{r} &= Y_1 a_1 - Y_2 a_2 + N_x = N \end{aligned} \quad (9)$$

dove X_1 e X_2 sono la somma delle forze longitudinali sull'assale anteriore e posteriore date dal contatto con la strada, analogamente Y_1 e Y_2 la somma di quelle laterali, X_a la componente sul piano $x-y$ delle azioni aerodinamiche e N_x , il momento in direzione Z dato da X_1 e X_2 . Nelle successive sottosezioni verranno esplicitati i conti per ogni singolo contributo.

4.2 Forze aerodinamiche

La forza aerodinamica rappresenta la resistenza che un corpo subisce nel muoversi in un fluido, nel caso di interesse l'aria. Questa azione agisce in modo distribuito su tutto il veicolo, ma può essere modellata come una singola forza F_a concentrata, come in figura 18. Poi a sua volta essa viene scomposta in 3 termini (due perpendicolari alla strada e uno parallelo) calcolabili con le seguenti formule:

$$X_a = \frac{1}{2} \rho_a S_a C_x V_a^2 \quad Z_1^a = \frac{1}{2} \rho_a S_a C_{z1} V_a^2 \quad Z_2^a = \frac{1}{2} \rho_a S_a C_{z2} V_a^2 \quad (10)$$

dove ρ_a è la densità dell'aria, S_a la superficie frontale della vettura, C_x e C_z sono rispettivamente il coefficiente di *drag* e quello di *downforce* e infine V_a la velocità relativa fra auto e fluido.

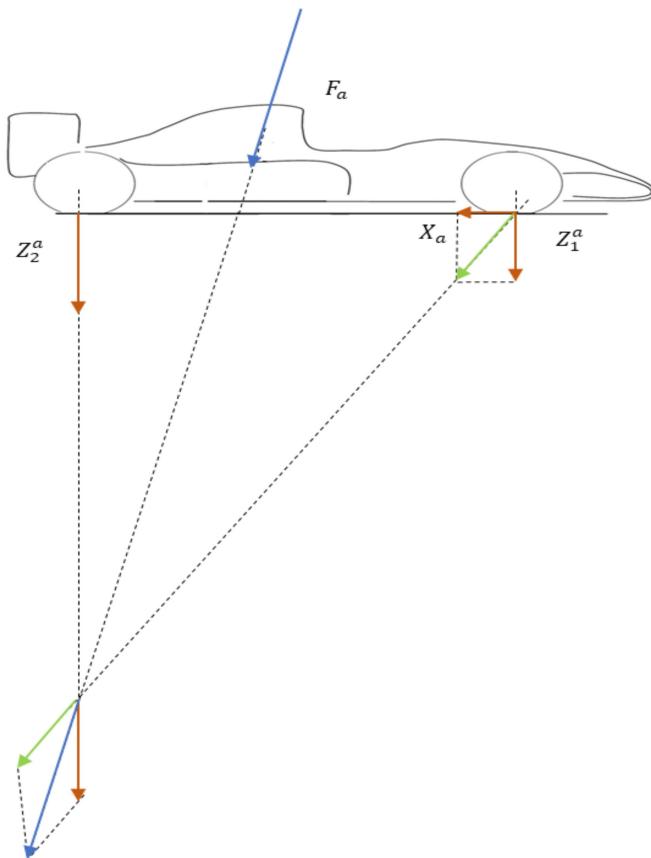
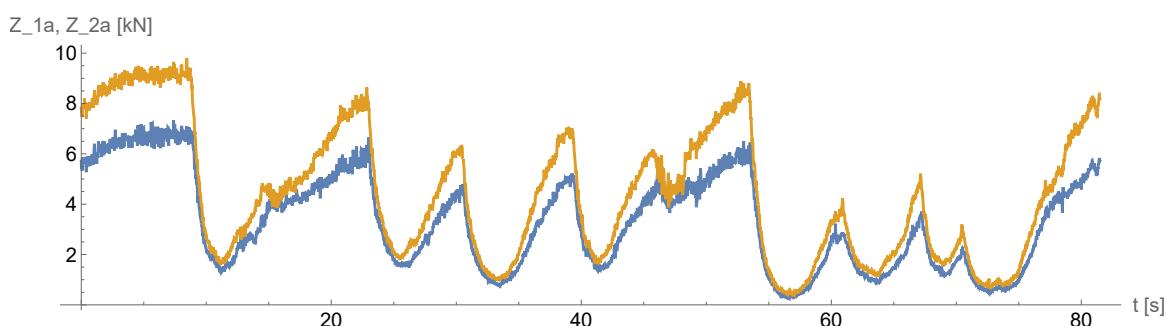
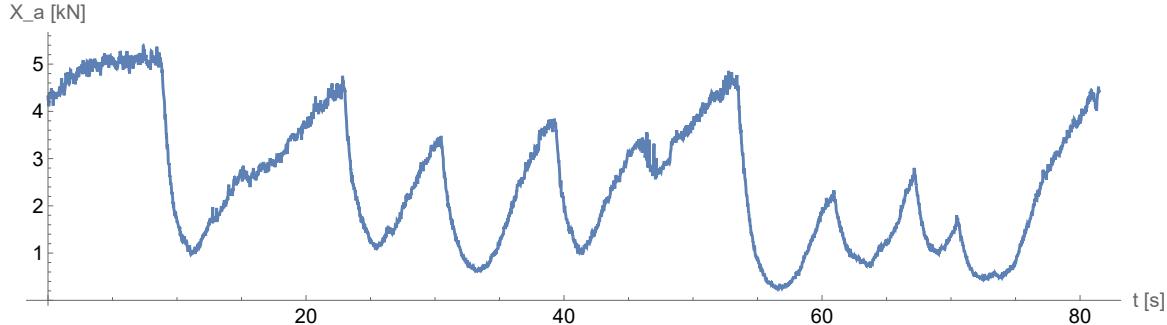


Figura 18: Scomposizione della forza aerodinamica nelle componenti parallela e perpendicolari alla strada

La progettazione di veicoli da corsa volge alla riduzione della componente lungo x attraverso la costruzione di un profilo adatto (gestendo i parametri S_a e C_x) e all'amplificazione della *downforce* per garantire maggiore aderenza tramite l'utilizzo delle ali. In particolare, per quest'ultima è possibile raggiungere valori superiori al peso negli istanti di massima velocità migliorando la tenuta.



Dai risultati riportati è possibile apprezzare le caratteristiche richieste in fase di progettazione e notare che la distribuzione del termine verticale sia mediamente il 43% sull'assale anteriore e il restante sul posteriore.

4.3 Momento di imbardata N

Il momento di imbardata è la componente lungo l'asse Z dell'azione totale che genera un effetto rotazionale sull'auto. Esso nasce dal contributo delle forze laterali Y_1 e Y_2 , dal differenziale attraverso X_{21} e X_{22} e dalle analoghe relative alle ruote anteriori.

A livello computazionale in questa relazione, però, N viene valutato utilizzando le informazioni inerziali e l'accelerazione di imbardata calcolata precedentemente. La scelta di questo metodo è stata fatta poiché la valutazione tramite le forze richiede la conoscenza del tipo di differenziale e le azioni scambiate fra pneumatici e strada.

$$N = J_z \dot{r} \quad (11)$$



Figura 21: Andamento del momento di imbardata N al variare del tempo in kNm

Il momento presenta un andamento identico a quello della derivata di r poiché il momento di inerzia J_z è una semplice costante. Quindi, saper gestire \dot{r} permette di avere un controllo migliore sulle forze che danno momento lungo l'asse Z e garantire una maggiore stabilità in curva del veicolo.

4.4 Forze laterali

Il calcolo delle forze laterali agenti sul veicolo è complesso e richiede l'utilizzo di altre formule oltre a quelle di equilibrio. Infatti solo con l'uso di queste ultime è possibile ottenere dei risultati impliciti:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{1}{l} \left[ma_2 a_y + (J_z \dot{r} - N_x) \right] = Y_1(a_y, \dot{r}, N_x) \\ Y_2 &= \frac{1}{l} \left[ma_1 a_y - (J_z \dot{r} - N_x) \right] = Y_2(a_y, \dot{r}, N_x) \end{aligned} \quad (12)$$

La dipendenza dal contributo N_x richiede l'utilizzo delle equazioni di congruenza e quelle costitutive insieme alla conoscenza delle seguenti informazioni:

- trasferimento di carico laterale Z_{ij} ;
- angolo di Camber γ_{ij} delle ruote;
- scorrimenti longitudinali $\sigma_{x_{ij}}$ e laterali $\sigma_{y_{ij}}$;
- il tipo di differenziale montato sull'auto e il suo effetto su ω_h e $\Delta\tilde{\omega}$.

I dati forniti dalle telemetrie non danno indicazioni sulle quantità indicate e quindi non è possibile valutare il valore di Y_1 e Y_2 al variare del tempo. Per avere una stima imprecisa delle azioni possono essere fatte delle assunzioni che permettono di trascurare i dati richiesti dal modello corretto ed eliminare la dipendenza da N_x . Le ipotesi richieste sono le seguenti:

- sterzatura parallela;
- differenziale aperto e quindi $F_{x_{21}} = F_{x_{22}}$;
- $F_{x_{11}} = F_{x_{12}}$;
- $a_x = 0$;
- $\sigma_{x_{ij}} = 0$.

Queste ipotesi sono verificabili solo in alcuni punti del tracciato (rettilinei e centro della curva), poiché il pilota apre volontariamente il differenziale e le quantità indicate si annullano. Il grafico 22 riporta l'andamento delle azioni laterale di Y_1 , che è identico a quello di Y_2 per differenziale aperto,

ed è possibile verificare che assume valore nullo nei rettilinei e valori concordi di segno alla velocità di imbardata durante l'esecuzione di svolte. I valori numerici relativi al centro curva sono indicati nelle tabelle sottostanti 1 e 2. La curva numero 9, in figura 23, è quella che sollecita lateralmente di più la vettura.

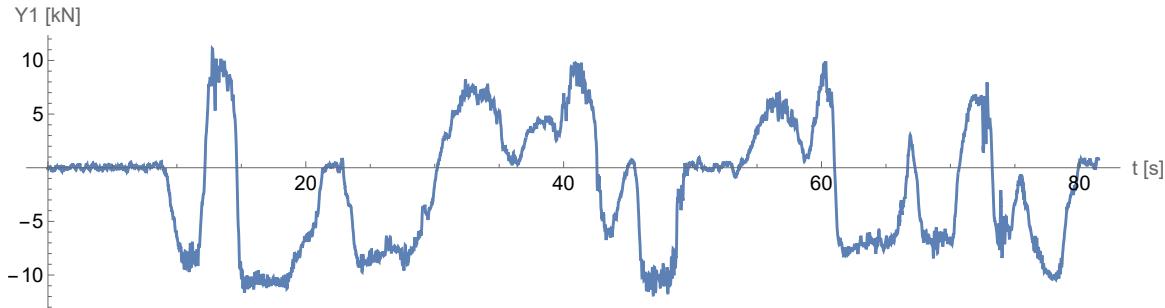


Figura 22: Andamento della componente forza laterale Y_1 con ipotesi semplificative

Curva	1	2	3	4	5	6	7	8
Y_i [kN]	-9.1	9.5	-10.8	-8.3	7.5	3.3	7.7	-5.7

Tabella 1: Andamento della componente forza laterale Y_1 al centro curva per le prime otto

Curva	9	10	11	12	13	14	15	16
Y_i [kN]	-11.5	5.6	4.6	-7.4	-6.9	3.0	-2.4	-9.6

Tabella 2: Andamento della componente forza laterale Y_1 al centro curva per le seconde otto

4.5 Stima del coefficiente di attrito

La stima del coefficiente di attrito (μ) richiede di utilizzare un modello specifico della strada, ovvero deve essere dritta, piatta e con *grip* uniforme e fare lavorare l'auto in condizioni da annullare alcune grandezze cinematiche e dinamiche:

$$\begin{aligned} a_y &= 0 & \dot{r} &= 0 & v &= 0 & r &= 0 \\ Y &= 0 & N &= 0 & \Delta X_i &= 0 & \Delta Z_i &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

dove ΔX_i è la differenza fra le forze longitudinali date da pneumatici sullo stesso assale e ΔZ_i il trasferimento di carico laterale.

L'utilizzo di queste assunzioni porta alla modifica delle equazioni di equilibrio, alle quali vengono accostate delle disequazioni per la verifica del corretto verso delle azioni di aderenza e delle reazioni verticali:

$$\begin{aligned} m\ddot{u} &= X_1 + X_2 - X_a \\ 0 &= Z_1 + Z_2 - mg - Z_1^a - Z_2^a \\ 0 &= (X_1 + X_2 - X_a)h - (Z_1 - Z_1^a)a_1 + (Z_2 - Z_2^a)a_2 \\ |X_i| &\leq \mu Z_i \\ Z_i &\geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

A questo punto il sistema viene gestito nella condizione di massima performance per la frenatura, ovvero le disequazioni diventano uguaglianze, al fine di ricavare il coefficiente di attrito. L'applicazione della teoria al tracciato in questione implica che la valutazione venga fatta solo nei rettilinei e negli istanti in cui il pilota esegue la staccata. In questi momenti il valore massimo stimabile di μ è pari a 1.532 che si ottiene al tempo $t = 54.8$ s nel tratto indicato in figura 7. A livello implementativo viene calcolata la somma di X_1 , X_2 e di Z_1 , Z_2 poiché il *grip* è lo stesso per le 4 ruote e quindi non è necessario definire le singole componenti.

4.6 Classificazione delle curve

In Formula 1, il pilota guida sempre portando al limite l'auto per poter migliorare il proprio tempo sul giro. A livello pratico questo è possibile ottenerlo attraverso il controllo della potenza del motore, del differenziale, delle ali e dei freni.

Per i rettilinei l'aumento della velocità è semplicemente relegato al pedale dell'acceleratore e all'utilizzo dei dispositivi aerodinamici nei rettilinei indicati dal regolamento. Invece, la gestione ottimale delle curve dipende, oltre al vincolo sulla potenza, dal limite di aderenza. Il primo richiede di utilizzare il più possibile al 100 % il motore, il secondo di porre l'auto in condizione di massima frenata per sfruttare tutto l'attrito stradale. Dal punto di vista implementativo quest'ultimo si esprime con le seguenti formule:

$$X_1 = \mu Z_1 \quad X_2 = \mu Z_2 \quad (15)$$

le quali combinate con le equazioni di equilibrio 14 forniscono l'accelerazione massima che può avere il veicolo:

$$|\dot{u}|_{max} = \mu \left(g + \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{m} u^2 \right) + \frac{\xi}{m} u^2 \quad (16)$$

A questo punto viene confrontato il valore trovato con l'accelerazione totale $\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ per determinare le curve *grip-limited*: se i valori coincidono, allora è l'attrito a limitare le performance di guida. Prima di analizzare i dati raccolti, si riporta in figura 23 il numero corrispondente alle curve valutate.

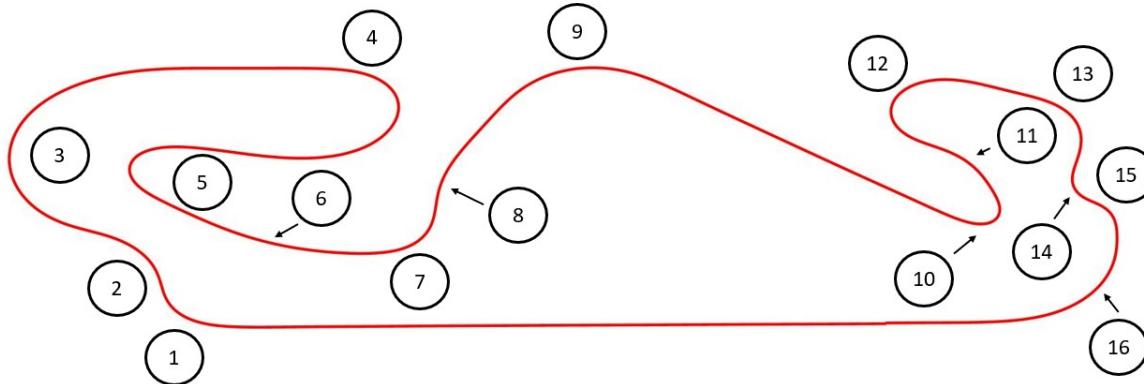
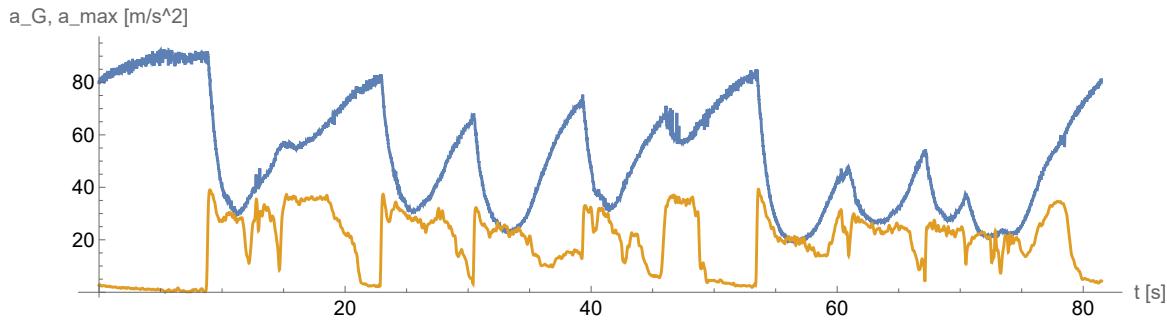


Figura 23: Curve del tracciato di Barcellona

Il grafico 24 mostra gli istanti di tempo in cui coincidono le accelerazioni dai quali vengono ricavate le curve corrispondenti. È possibile notare che il vincolo è per le svolte che modificano molto la direzione di movimento del veicolo o hanno un raggio di curvatura piccolo rispetto alle altre, ad esempio la decima ($t = 57$ s).

Figura 24: Confronto tra l'accelerazione totale (in arancione) e $|u|_{\max}$ (in blu)

Per le curve non influenzate dall'attrito, esse possono essere definite *power-limited*. A sostegno di questa affermazione può essere studiato l'apertura della valvola dell'acceleratore al variare del tempo 25; infatti per tutte quante il valore dell'area libera del condotto è sempre maggiore del 90%, come ad esempio per la terza ($t = 20$ s).

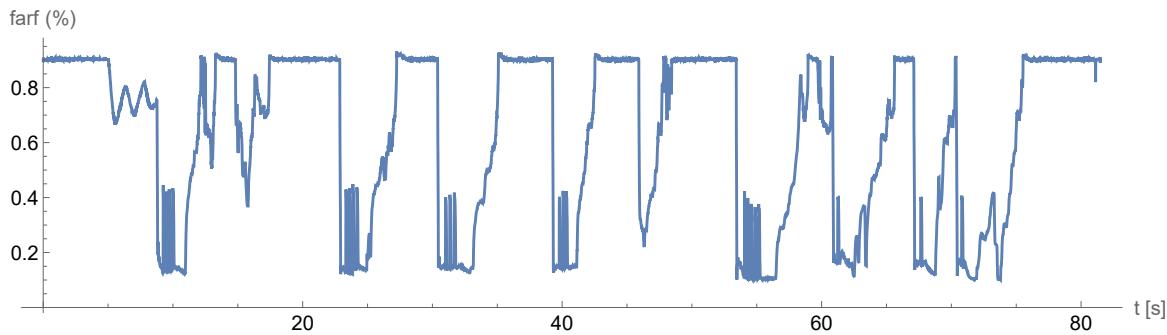


Figura 25: Apertura della valvola dell'acceleratore al variare del tempo

Infine vengono esplicite tutte le valutazioni sui limiti dei tratti interessati nella tabella 3, in cui il simbolo x indica a quale tipo di classificazione corrispondono. Il pilota, quindi per massimizzare la performance, gestisce il 56 % delle curve in base all'aderenza e il restante in base alla potenza dell'auto.

Curva	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
μ -limited	x			x	x		x			x		x	x	x	x	
power-limited		x	x			x		x	x		x				x	

Tabella 3: Classificazione delle curve

Riferimenti bibliografici

- [1] Massimo Guiggiani. *The Science of Vehicle Dynamics*. Springer, 2023.