Algorítmica 2019/20

Práctica 2:

Matriz Traspuesta con divide y vencerás

Índice:

1-.Traspuesta mediante fuerza bruta
- 1.1-.Análisis teórico.
- 1.2-.Análisis empírico.
- 1.3-.Análisis híbrido.

2-.Traspuesta mediante divide y vencerás
- 2.1-.Algoritmo y caso de ejecución
- 2.2-.Análisis teórico.
- 2.3-.Análisis empírico.
- 2.4-.Análisis híbrido.

3-.Comparación y umbral

4-.Valoración sobre el trabajo de cada miembro

Grupo: ***JAMA***

Alberto Robles Hernández
Ahmed Brek Prieto
Jorge Medina Romero
Mohammed Lahssaini Nouijah

1-.Traspuesta mediante fuerza bruta

La aproximación del algoritmo mediante fuerza bruta es recorrer la parte superior de la matriz, lo que vendría a ser el triángulo que se queda encima de la matriz identidad mediante dos bucles y realizar los intercambios correspondientes, intercambiar el elemento M[i][j] por M[j][i].

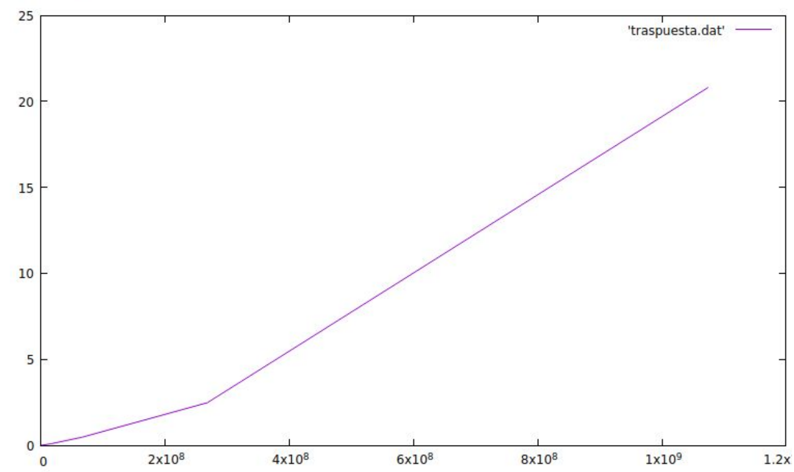
1.1-.Análisis teórico.

Debido a que el algoritmo está compuesto de dos bucles anidados la eficiencia teórica es $O(n^2)$.

1.2-.Análisis empírico.

Tras ejecutar el algoritmo para para matrices con 2^n elementos y que sean cuadradas el resultado es:

Número de elementos	Tiempo(s)
4	3e-06
16	4e-06
64	2e-06
256	2e-06
1024	2e-06
4096	2e-06
16384	1.1e-05
65536	4.1e-05
262144	0.000225
1048576	0.003809
4194304	0.019231
16777216	0.092375
67108864	0.471909
268435456	2.4778
1073741824	20.7897

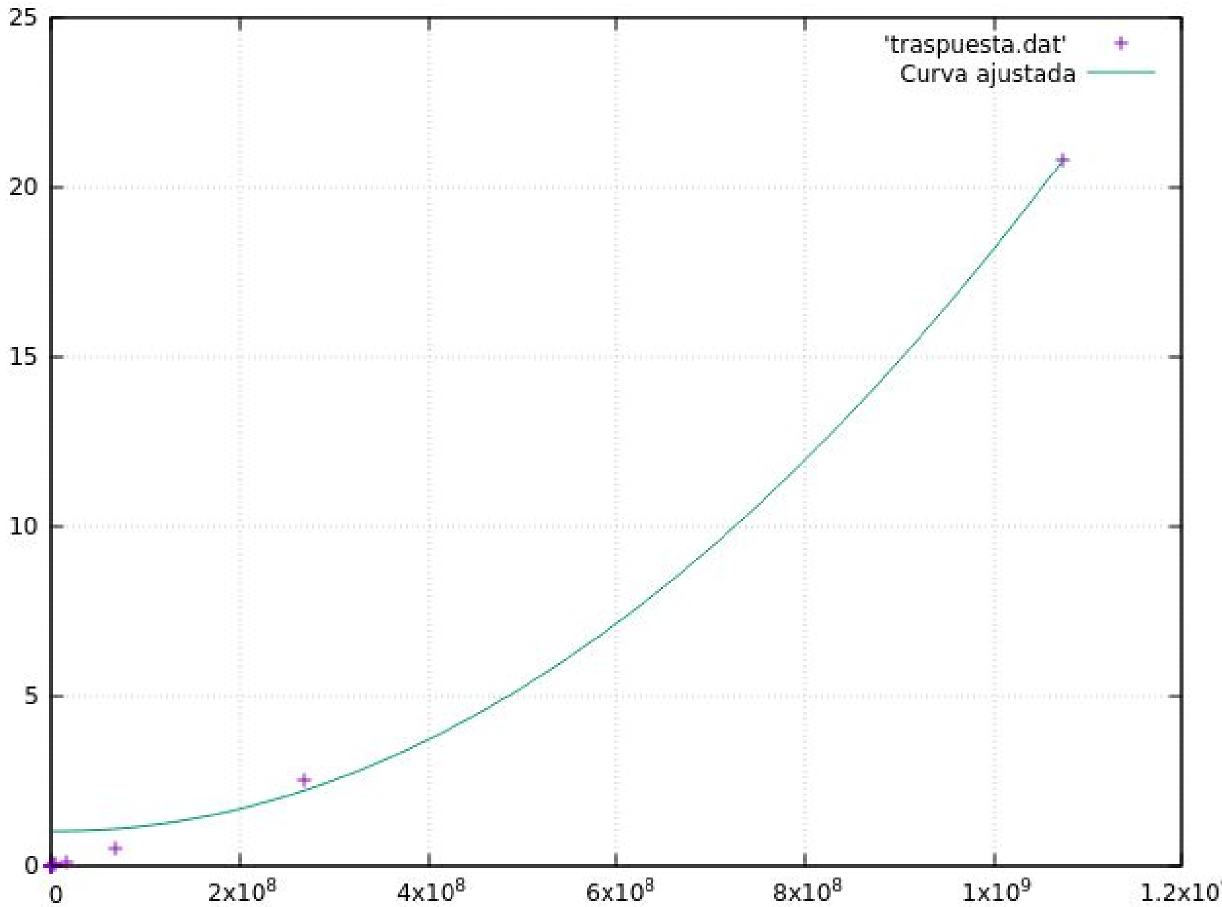


1.3-.Análisis híbrido.

Ajustando los datos obtenidos en el análisis empírico a $a0x^2+a1x+a2$, obtenemos que la curva ajustada queda:

$f(x)= 1.25532e-17*x^2+5.88305e-09*x-0.000342399$

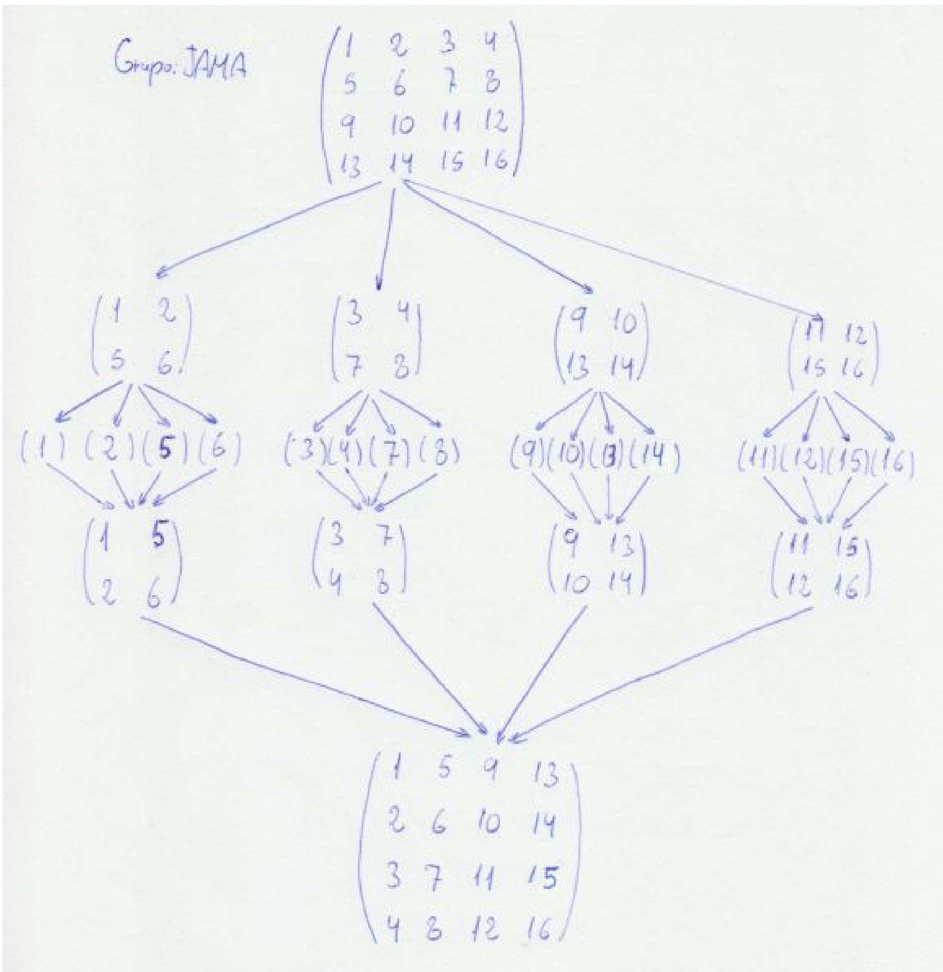
$R^2=0.9999985177$



2-.Traspuesta mediante divide y vencerás

2.1-.Algoritmo y caso de ejecución

Al ejecutar el algoritmo se subdivide la matriz en 4 partes iguales recursivamente hasta que el número de elementos de cada submatriz es igual a 1. En ese momento, se combinan las soluciones de los resultados obtenidos de manera que cada submatriz se posiciona en su lugar correspondiente para formar la traspuesta, es decir, se intercambian la submatriz[i] [j], por la submatriz[j] [i] (excepto los de la diagonal principal, ya que es innecesario), y se devuelve la matriz resultado.



```
Original:
         1          2          3          4
         5          6          7          8
         9         10         11         12
        13         14         15         16
```

```
Matriz 1:
1 2
5 6
Matriz 2:
3 4
7 8
Matriz 3:
9 10
13 14
Matriz 4:
11 12
15 16


Matriz 1:
1
Matriz 2:
2
Matriz 3:
5
Matriz 4:
6
Subtraspuesta
1 5
2 6
```

```
Matriz 1:
3
Matriz 2:
4
Matriz 3:
7
Matriz 4:
8
Subtraspuesta
3 7
4 8


Matriz 1:
9
Matriz 2:
10
Matriz 3:
13
Matriz 4:
14
Subtraspuesta
9 13
10 14
```

```
Matriz 1:
11
Matriz 2:
12
Matriz 3:
15
Matriz 4:
16
Subtraspuesta
11 15
12 16
Subtraspuesta
1 5 9 13
2 6 10 14
3 7 11 15
4 8 12 16


Traspuesta:
         1          5          9         13
         2          6         10         14
         3          7         11         15
         4          8         12         16
```

2.2-.Análisis teórico.

$$T(n) \begin{cases} c_1 & \text{si } n = 1 \\ 4T(n/2) + n^2 & \text{si } n > 1,\ n=2^k \end{cases}$$

De donde obtenemos la ecuación característica:

$(x-4)^2 = 0$

$t_k=c1*4^k+c2*k*4^k$

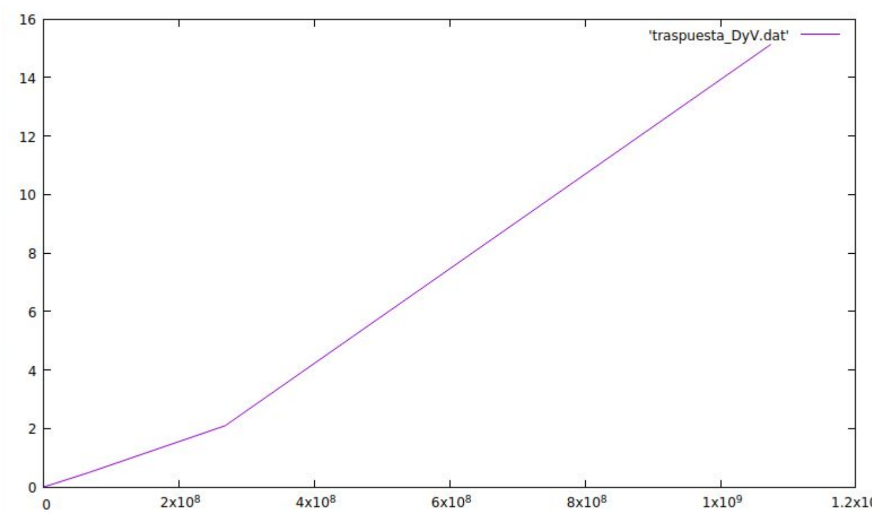
Deshaciendo el cambio de variable:

$T_n = 2c_1 * n^2 + 2c_2 * n^2 * \log(n)$

Por lo que la eficiencia es $O(n^2*\log(n))$

2.3-.Análisis empírico.

Número de elementos	Tiempo(s)
4	1e-06
16	2e-06
64	2e-06
256	3e-06
1024	7e-06
4096	2.3e-05
16384	8.7e-05
65536	0.000379
262144	0.001557
1048576	0.006946
4194304	0.027783
16777216	0.117109
67108864	0.491004



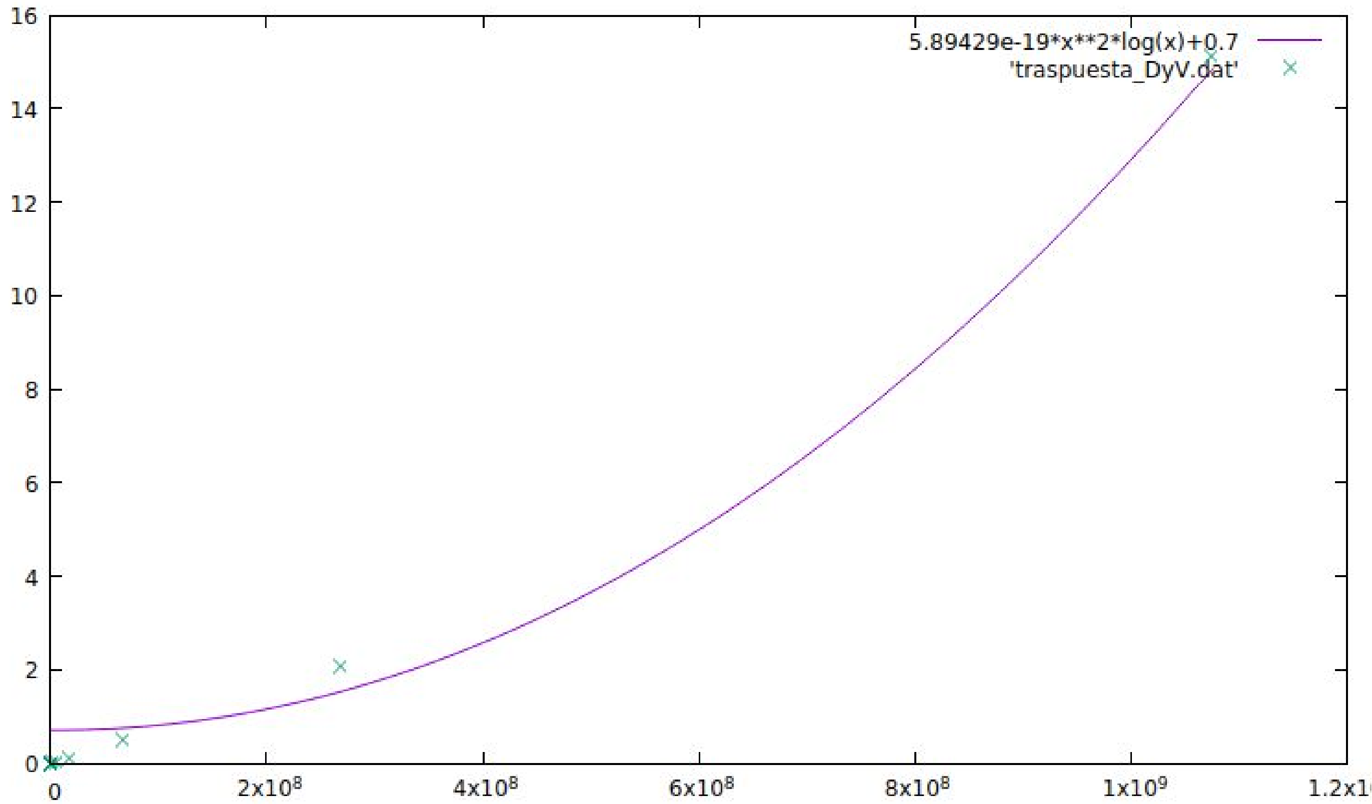
268435456	2.09068
1073741824	15.1177

2.4-.Análisis híbrido.

Ajustando los datos obtenidos en el análisis empírico a a0x²*log(x)+a1, obtenemos que la curva ajustada queda:

f(x)=5.89429e-19*x²*log(x)+ 0.7

R^2=0.997631



3-.Comparación y umbral

Al resolver el sistema de ecuaciones formado por las dos eficiencias hibridas:

$f(x)=5.89429e-19*x^2*\log(x)+ 0.7$
$g(x)= 1.25532e-17*x^2+5.88305e-09*x-0.000342399$

Obtenemos que si vamos a usar menos de 1.15397×10^8 elementos es más eficiente utilizar la fuerza bruta para hacer la traspuesta, en caso de que sea mayor utilizamos divide y vencerás.