1 Descuento quasi-hiperbólico

Comúnmente, las preferencias intertemporales son modeladas con descuento exponencial.

$$U^t(u_t, ..., u_T) = \sum_{\tau=t}^{T} \delta^\tau u_\tau$$

Donde $U^t(.)$ representa las preferencias intertemporales desde la perspectiva del momento t, u_τ es el flujo de utilidad instantánea, y $\gamma \in (0, 1]$ es un factor de descuento.

Por otro lado, el descuento quasi-hiperbólico castiga con un factor de descuento de corto plazo $\beta < 1$ a todos los periodos distintos del actual. De este modo, las preferencias intertemporales pueden incorporar el sesgo hacia el presente de la siguiente manera.

$$U^t(u_t, ..., u_T) = \delta^t u_t + \beta \sum_{\tau=t+1}^{T} \delta^\tau u_\tau$$

2 Modelo: doing it once

A veces las personas cuentan con T periodos para realizar por única vez una tarea. Por ejemplo, ...

Los costos y recompensas de realizar la actividad en $1, 2, ..., T$ son especificados en $\mathbf{c} = (c_1, ..., c_T)$ y $\mathbf{v} = (v_1, ..., v_T)$. Nos interesan dos tipos de actividades, las de costos inmediatos (recompensas atrasadas) y las de recompensas inmediatas (costos atrasados). Los vectores $\mathbf{c}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}_+^T$ solo indican las recompensas y los costos de realizar la actividad en un momento determinado, mas no el momento en el que se perciben.

Considerando el caso de costos inmediatios y asumiendo $\delta = 1$[1], desde la perspectiva del momento t, la utilidad del individuo de realizar la actividad en algún periodo $\tau \geq t$ viene dada por

$$U^t(\tau) = \begin{cases} \beta v_\tau - c_\tau, & \text{si } \tau = t \\ \beta v_\tau - \beta c_\tau, & \text{si } \tau > t \end{cases}$$

Cuando $\tau = t$ el individuo realiza la actividad en ese momento, por lo que incurre en los costos inmediatos y recibe la recompensa en el futuro (castigada por β). Si posterga la actividad ($\tau \geq t$) simplemente percibe tanto costos como recompensas en el futuro (ambos castigados por β). Analogamente, cuando las recompensas son inmediatas,

$$U^t(\tau) = \begin{cases} v_\tau - \beta c_\tau, & \text{si } \tau = t \\ \beta v_\tau - \beta c_\tau, & \text{si } \tau > t \end{cases}$$

Para resolver el problema, los sujetos optan por una "estrategia perfecta en preferencias" $\mathbf{s} = (s_1, ..., s_T)$ donde $s_t \in \{Y, N\}$. El componente s_t indica si, asumiendo que todavía no se ha realizado la tarea, el individuo la realiza en dicho momento t ($s_t = Y$), o si decide postergar la actividad para algún otro periodo $\tau > t$ ($s_t = N$). Dado que la tarea debe realizarse dentro de los T periodos, $s_T = Y$.

2.1 Perfiles - Time-consistent e ingenuos

Se estudian 3 tipos de perfiles: los time-consistent (tc), los ingenuos (n), y los sofisticados (s). El primer perfil carece de un sesgo hacia el presente, con lo que sus preferencias son únicamente $U^t(\tau) = v_\tau - c_\tau$, $\forall \tau \geq t$. Los otros dos sí cuentan con preferencias (β, δ). Tanto los time-consistent como los ingenuos optan por seguir la siguiente estrategía.

$$s_t = Y \iff \forall \tau > t, \;\; U^t(t) \geq U^t(\tau)$$

[1] este supuesto se puede relajar modificando los valores de $\mathbf{v}$ y $\mathbf{c}$

En otras palabras, los tc y n deciden hacer la actividad ahora si y solo si el hacerlo ahora les otorga una mayor utilidad (desde el punto de vista del momento t) que hacerlo algun periodo posterior ($\tau > t$)
Si bien optan por seguir la misma estrategia, dado que poseen distintas preferencias, rara vez coinciden en el momento en el que realizan la actividad. Es fácil demostrar que cuando los costos son inmediatos los ingenuos procastinan ($\tau_n \geq \tau_{tc}$), mientras que cuando las recompensas son inmediatas los ingenuos preoperan ($\tau_n \leq \tau_{tc}$).

Ejemplo 1. Recompensas inmediatas con $\mathbf{v} = (3, 5, 8, 13)$, $\mathbf{c} = \mathbf{0}$, y $\beta = 1/2$. Las estrategias son $\mathbf{s}^{tc} = (N, N, N, Y)$, $\mathbf{s}^n = (N, N, Y, Y)$, con lo cual $\tau_n = 3$ y $\tau_{tc} = 4$.

Lo que ocurre con este ejemplo es que los time-consistent prefieren realizar la actividad en el periodo $\tau = 4$. Esta decisión es consistente en el tiempo, pues para $t = 1, 2, 3$ siempre es preferible esperar hasta el final para recibir 13 de utilidad. Por otro lado, durante los momentos $t = 1, 2$ los ingenuos prefieren esperar[2] tal como lo hacen los time-consistent. Sin embargo, en t=3 esperar al periodo 4 para realizar la actividad deja de ser preferido sobre los demás periodos posibles, pues $U^3(3) = 8 > (1/2) * 13 = U^3(4)$. Todo esto es debido al sesgo hacia el presente, el cual provoca que en t=3 el individuo ingenuo no pueda aguantarse hasta $\tau_{tc} = 4$ y acabe preoperando.

Ejemplo 2. Costos inmediatos con $\mathbf{v}^3 = (\bar{v}, \bar{v}, \bar{v}, \bar{v})$, $\mathbf{c} = (3, 5, 8, 13)$, y $\beta = 1/2$. Las estrategias son $\mathbf{s}^{tc} = (Y, Y, Y, Y)$, $\mathbf{s}^n = (N, N, N, Y)$, con lo cual $\tau_n = 4$ y $\tau_{tc} = 1$.

En este caso los time-consistent hacen la actividad lo antes posible, pues $\tau_{tc} = 1$ maximiza $v_\tau - c_\tau$. En cuanto a los ingenuos, para $t = 1, 2, 3$ siempre prefieren postergar la actividad para el siguiente periodo: $U^1(1) < U^1(2)$, $U^2(2) < U^2(3)$, $U^3(3) < U^3(4)$. Lógicamente, para $t = 4$ ya deben realizar la actividad.

Nótese que, para los ingenuos, realizar la actividad en el último periodo era la opción menos preferida desde la perspectiva de t=1 (sin contar la opción de hacerlo inmediatamente en el momento), mientras que realizarla en el periodo $\tau = 2$ era la mejor opción. Sin embargo, llegado $t = 2$ esta preferencia cambia, y ahora es $\tau = 3$ la mejor opción. En resumen, los ingenuos no cuentan con preferencias consistentes en el tiempo, pero optan por una estrategia $\mathbf{s}^n$ que sigue el mismo criterio que la estrategia $\mathbf{s}^{tc}$ que siguen aquellos con prefrencias que sí son consistentes en el tiempo, y por ese motivo se producen estos resultados. Cada periodo que los ingenuos deciden si postergar o no, lo hacen en base a lo que sus yo-actuales prefieren (e.g. en $t = 1$ el yo actual prefiere realizar la actividad en $\tau = 2$, por lo tanto posterga, en el momento 2 prefiere hacerlo en 3, ...).

A pesar de esto, es posible que una persona pueda interiorizar este comportamiento (que sus yo-futuros procastinan/preoperan), de modo que decida si postergar o no en base a lo que su yo-futuro haría en caso postergue hoy. Este perfil de sujetos son los sofisticados.

2.2 Perfiles - Ingenuos y Sofisticados

Los sofisticados siguen la siguiente estrategia

$$s_t^s \iff U^t(t) \geq U^t(\tau')$$

donde $\tau' = min\{\tau > t : s_\tau^s = Y\}$. Básicamente, τ' es el momento en el que el individuo (su yo-futuro) realiza la actividad, en caso postegue hoy (en t). Como $s_T = Y$ implica $\{\tau > t : s_\tau^s = Y\} \neq \emptyset$, dicho τ' existe. De hecho, apartir de que $s_T = Y$ se construye la estrategia de los sofisticados.

Ejemplo 3. Costos inmediatos con $\mathbf{v} = (\bar{v}, \bar{v}, \bar{v}, \bar{v})$, $\mathbf{c} = (3, 5, 8, 13)$, y $\beta = 1/2$. Las estrategias son $\mathbf{s}^n = (N, N, N, Y)$, $\mathbf{s}^s = (N, Y, N, Y)$, con lo cual $\tau_n = 4$ y $\tau_s = 2$.

Para construir $\mathbf{s}^s$ se parte de que $s_4 = Y$. Luego, con $\tau' = min\{\tau > 3 : s_\tau = Y\} = 4$ se observa que $U^3(3) < U^3(4)$, con lo cual $s_3 = N$. Similarmente, con $\tau' = min\{\tau > 2 : s_\tau = Y\} = 4$ se tiene $U^2(2) \geq U^2(4)$, con lo cual $s_2 = Y$. Por último, con $\tau' = min\{\tau > 1 : s_\tau = Y\} = 2$ se tiene $U^1(1) < U^1(2)$, con lo cual $s_1 = N$. De este modo $\mathbf{s}^s = (N, Y, N, Y)$.

[2] para t=1 la relación de preferencias son $4 \succ 3 \succ 1 \succ 2$; para t=2, $4 \succ 2 \succ 3$

[3] considerar $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ o cualquier otro vector constante no altera las estrategias por los que optan los individuos de cada perfil

Lo que sucede con el ejemplo es que los sofisticados son concientes que, por el sesgo hacia el presente, van a procastinar hasta $\tau_n = 4$. Desde t=1 son concientes de que si no lo han hecho para $\tau = 3$, lo dejarán para el peor momento de todos ($\tau_n = 4$), donde los costos de la procasticación son los mayores. Por ello, para evitar incurrir en estos costos tan altos de procastinación deciden ya haber realizado la actividad para el periodo $\tau = 3$. Esto puede conseguirse realizando la actividad ya sea en 1 o en 2.

En el momento $t = 2$, ya no comparan $U^2(2)$ con $U^2(3)$ (pues saben que jamás lo harán en 3), sino $U^2(2)$ con $U^2(4)$ (la utilidad de hacerlo cuando realmente lo harán). Como $U^2(2) \geq U^2(4)$ deciden que, si aún no realizan la actividad para $t = 2$, la realizarán en $t = 2$ ($s_2 = Y$). Nótese que igualmente los sofisticados pueden procastinar. No la realizan en 1 como los time-consistent ya que, a diferencia ellos, tienen preferencias sesgadas hacia el presente, lo que implica para el ejemplo $U^1(1) < U^1(2)$ y que $s_1 = N$.

Ejemplo 4. Recompensas inmediatas con $\mathbf{v} = (3, 5, 8, 13)$, $\mathbf{c} = \mathbf{0}$, y $\beta = 1/2$. Las estrategias son $\mathbf{s}^n = (N, N, Y, Y)$, $\mathbf{s}^s = (Y, Y, Y, Y)$, con lo cual $\tau_n = 3$ y $\tau_{tc} = 1$.

Se construye $\mathbf{s}^s$ del mismo modo.

$$U^3(3) = 8 \geq 13/2 = U^3(\tau' = 4) \longrightarrow s_3 = Y$$

$$U^2(2) = 5 \geq 8/2 = U^3(\tau' = 3) \longrightarrow s_2 = Y$$

$$U^1(1) = 3 \geq 5/2 = U^3(\tau' = 2) \longrightarrow s_1 = Y$$

Lo que ocurre en el ejemplo es que los sofisticados saben desde un inicio que no podrán realizar la actividad en $\tau = 4$ que es cuando más lo prefieren (desde la perspectiva de $t = 1$). Esto porque en $t = 3$ el sesgo hacia el presente no permitirá que esperen hasta $\tau = 4$. Con esto, los sofisticados interiorizan que jamás van a esperar hasta 4. Por ello, evaluando la decisión en $t = 2$, comparan $U^2(2)$ con $U^2(3)$ (ya no con $U^2(4)$ como lo haría un ingenuo), de donde se opta por $s_2 = Y$. Nuevamente, esto implica que jamás esperar hasta 3, por lo que en $t = 1$ comparan $U^1(1)$ con $U^1(2)$ (ya no con $U^1(3)$ o $U^1(4)$ como lo haría un ingenuo), de donde se opta por $s_1 = Y$.

Nótese que en este caso el sofisticado está peor que el naivo, pues $U^{\tau_s}(\tau_s) = U^1(1) = 3$ mientras que $U^{\tau_n}(\tau_n) = U^3(3) = 8$. Si bien para el caso de costos inmediatos el ser sofisticado evitaba que el individuo incurra en costos demasiado altos de procastinar, en este caso el ser sofisticado exacerba la preoperación que tenía el ingenuo. Un sofisticado hace esto por lo explicado anteriormente. Sabe que de postergar la actividad hasta $t = 3$, su yo-futuro de $t = 3$ no esperará hasta $\tau = 4$. Esto "elimina" la posibilidad de realizar la actividad en $\tau = 4$, con lo cual en $t = 2$ ya no tiene sentido ilusionarse con postergar para realizar la actividad en $\tau = 4$. Decide entonces que $s_2 = Y$, es decir, no esperará hasta 4 ni 3. Siendo conciente de que sus yo-futuros no esperarán a 4 ni a 3, la decisión en $t = 1$ radica entre realizar la actividad en 2 o en 1, donde termina prefiriendo realizarla en 1 por el sesgo hacia el presente (y el valor de las recompensas obviamente). En otras palabras, el sofisticado es pesimista respecto a su comportamiento en el futuro (no cree ser capaz de esperar al momento oportuno para realizar la actividad), lo que lo lleva a exacerbar su preoperación.

Observación 1. Es fácil demostrar que independientemente del timing de los costos y recompensas, $\tau_s \leq \tau_n$. Intuitivamente, esto ocurre porque cuando los costos son inmediatos, los sofisticados anticipan su comportamiento futuro y es más probable que realizan la actividad antes para evitar costos muy altos de procastinación. Cuando las recompensas son inmediatas, mientras los igenuos postergan con la idea de esperar hasta el periodo preferido, los sofisticados saben que no esperarán hasta tal periodo (son pesimistas), con lo cual es más probable que decidan realizar la actividad en el presente en lugar de esperar.