



# Uma Heurística Para o Problema de Minimização da Largura de Banda de Grafo

Gabriel Resende Gonçalves  
gabrielrg@dcc.ufmg.br



UFMG - ICEx  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

## Definição e Motivação

### Problema

- Atribuir inteiros para os vértices de um grafo de modo que a sua largura de banda seja minimizada.
- A largura de banda de um grafo é dada por:

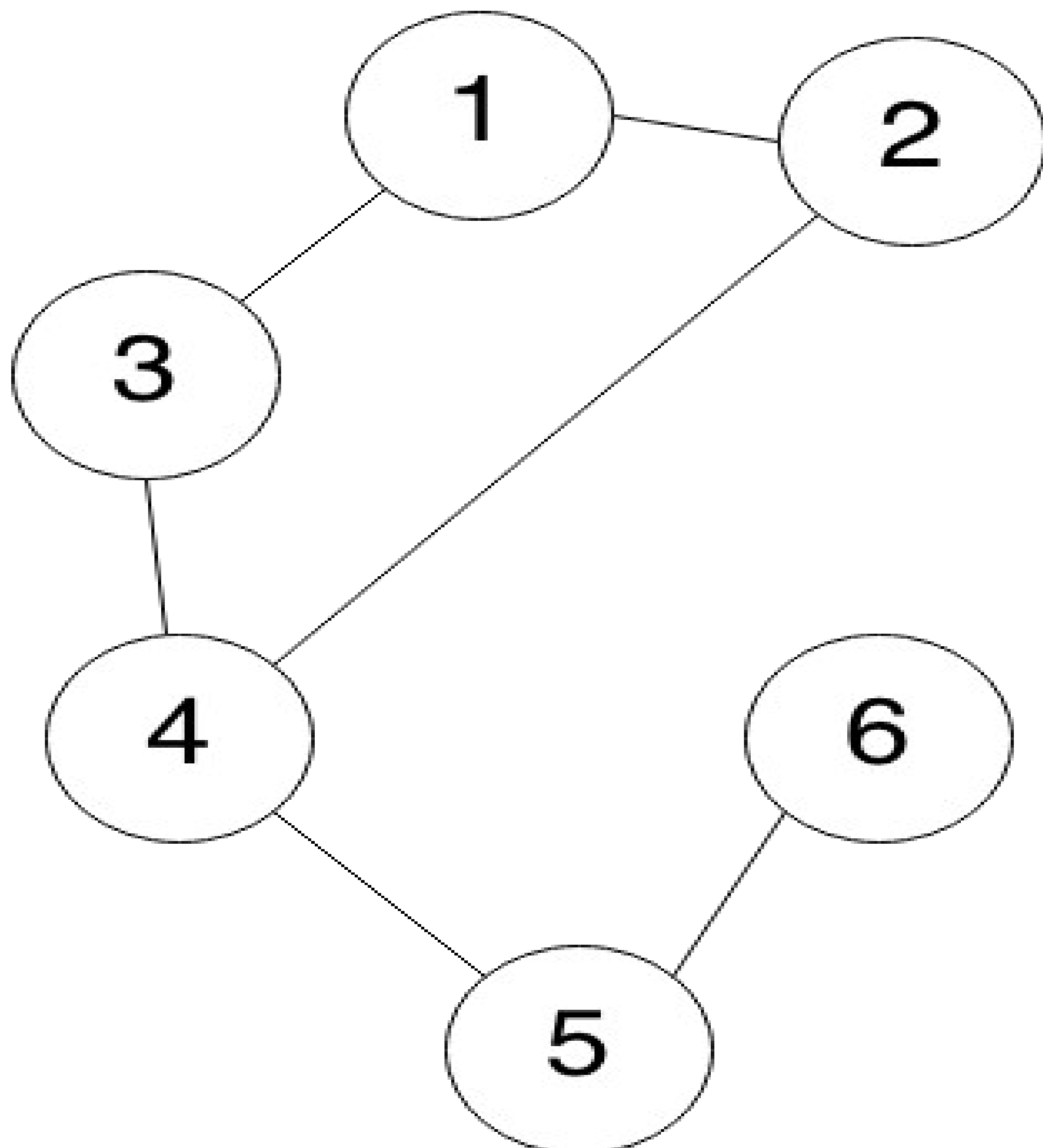
$$Band = \max(|v_i - v_j|) \forall v_i v_j \in E$$

### Motivação

- O problema não possui uma solução exata polinomial pelo fato de ser um problema comprovadamente NP-Completo [1]. Portanto, uma heurística para fazer com que uma boa solução seja encontrada em tempo hábil se faz necessária.

## Exemplo

- Para que seja fácil visualizar, o grafo abaixo demonstra como seria uma largura de banda:



Grafo com 6 vértices e 6 arestas

- Neste caso, o grafo tem largura de banda igual a 2, que foi limitado pela aresta: 2-4.

## Proposta

- A heurística foi baseada na técnica de Branch-and-Bound;
- A solução inicial a ser utilizada como limite superior foi baseada em uma solução gulosa;
- A ordem de exploração dos vértices foi decidida utilizando a ideia de algoritmos genéticos;
- Combinação de 3 ordens de exploração: baseada no grau do vértice; no grau do vértice mais os seus vizinhos; na ordem de exploração da busca em largura;
- Mutações na ordem de exploração acontecem com probabilidade de 10%.

## Experimentos

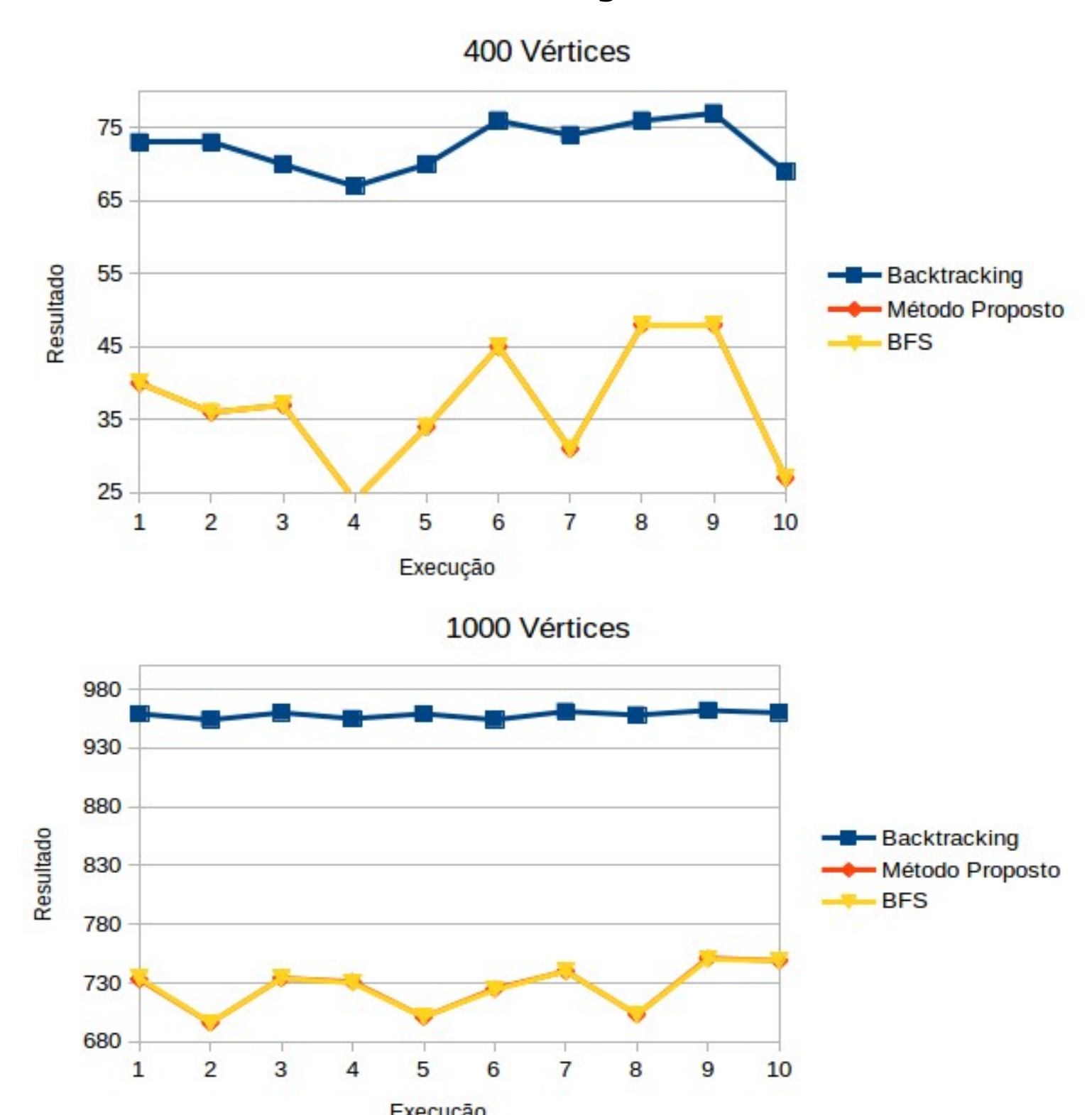
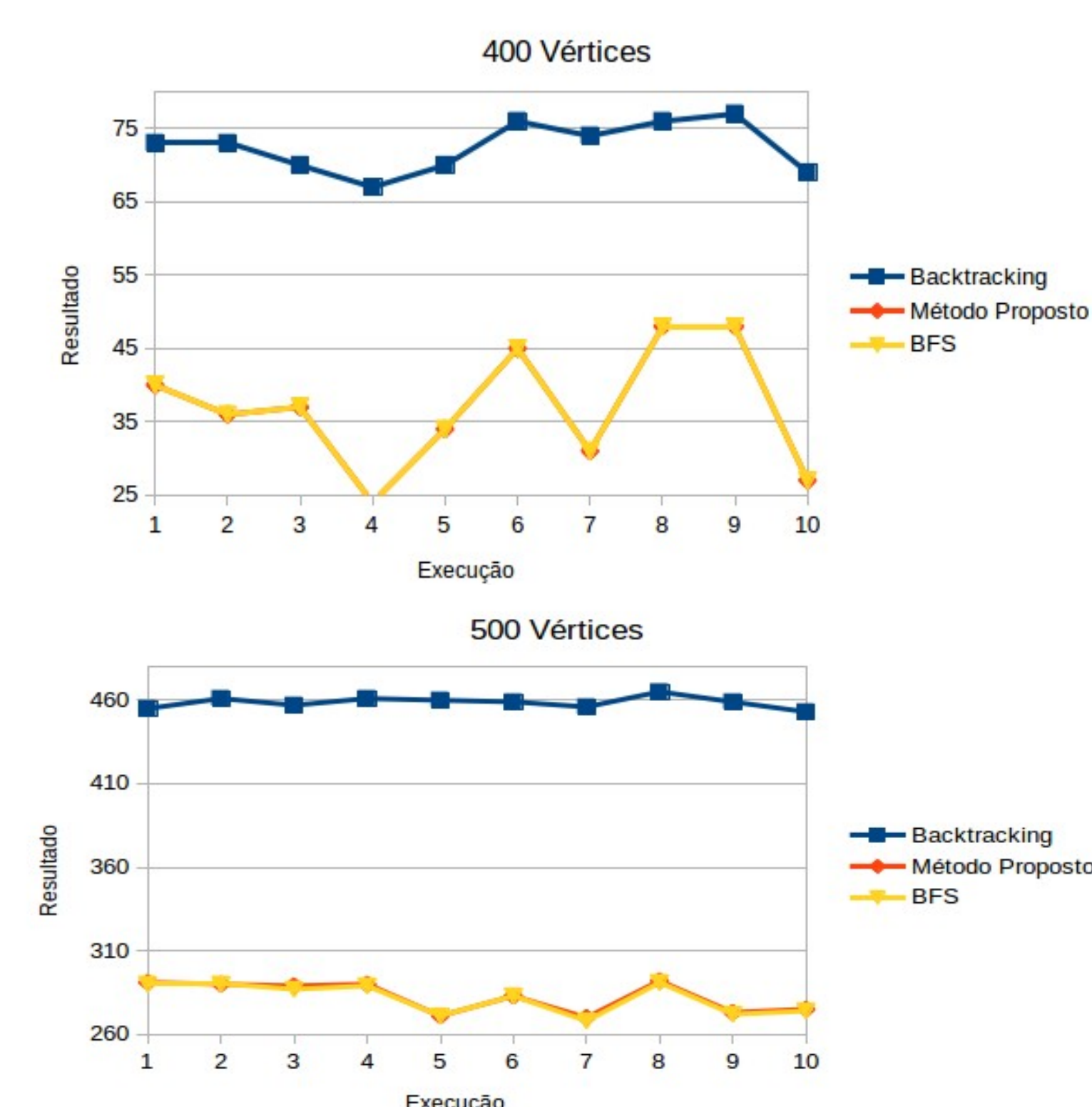
### Baselines

- Backtracking executando por meia hora;
- Solução aproximada mostrada em [2] (BFS).

### Experimentos

- Foram gerados 10 grafos esparsos dos seguintes trabalhos: 100, 400, 500 e 1000 vértices. Além da execução de : web-Stanford<sup>1</sup>, WikiTalk<sup>1</sup>, 0facebook e web-Notredame<sup>1</sup>.

- Resultados obtidos com intervalo de confiança de 95%.



- Resultados para os grafos obtidos na internet

Metodo	web-Stanford	WikiTalk	0.facebook	web-Notredame
Método Proposto	155,291	2,176,071	182	204,765
Baseline 1	281,431	2,391,206	325	324,897
Baseline 2	76,255	2,077,928	182	118,116

- O método proposto foi executado por 10 minutos.

[1] <http://snap.stanford.edu/data/index.html>

## Referências

- [1] Papadimitriou, Ch H. "The NP-completeness of the bandwidth minimization problem." Computing 16, no. 3 (1976): 263-270.
- [2] Dubey, Chandan, Uriel Feige, and Walter Unger. "Hardness results for approximating the bandwidth." Journal of Computer and System Sciences 77, no. 1 (2011): 62-90.