

Funkcja sigmoidalna (sigmoid) jest zdefiniowana jako:

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Aby znaleźć jej pochodną, stosujemy regułę różniczkowania:

1. Najpierw przekształcamy sigmoid do postaci bardziej wygodnej do różniczkowania:

$$\sigma(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$$

2. Różniczkujemy, korzystając z reguły pochodnej funkcji potęgowej i pochodnej funkcji wykładniczej:

$$\sigma'(x) = -(1 + e^{-x})^{-2} \cdot (-e^{-x})$$

Upraszczając:

$$\sigma'(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

3. Wykorzystując własność $\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, możemy przedstawić pochodną w bardziej eleganckiej formie:

$$\sigma'(x) = \sigma(x)(1 - \sigma(x))$$