AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26	Blad nummer: *Sheet number:* 1
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1	

1a) $\frac{2}{x-1} \geq \frac{1}{x+1}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{2x+2-x+1}{(x-1)(x+1)} \geq 0$ /gemensam nämnare/

$\Leftrightarrow \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} \geq 0$ $x \neq 1$ $x \neq -1$

Teckenschema:

		-3		-1		1	
$(x+3)$	−	0	+	+	+	+	+
$(x-1)$	−	−	−	−	−	ej def	+
$(x+1)$	−	−	−	ej def	+	+	+
$\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}$	−	0	+	ej def	−	ej def	+

$\Rightarrow$ Det ska vara större eller lika med noll (≥ 0)
Alltså +.

$x \in [-3,-1[\cup]1, \infty[$

Svar: $x \in [-3,-1[\cup]1, \infty[$ ok

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26	Blad nummer: *Sheet number:* 2
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1	

1b) $2|x-1| + |x-2| = 3$

$$|x-1| = \begin{cases} x \geq 1 \rightarrow x-1 \\ x \leq 1 \rightarrow -(x-1) \text{ dvs } -x+1 \end{cases}$$

$$|x-2| = \begin{cases} x \geq 2 \rightarrow x-2 \\ x \leq 2 \rightarrow -(x-2) \text{ dvs } -x+2 \end{cases}$$

Fall 1	Fall 2	Fall 3
$x \leq 1$	$1 \leq x \leq 2$	$2 \leq x$
$2(-x+1)+(-x+2)=3$	$2(x-1)+(-x+2)=3$	$2(x-1)+x-2=3$
$\Leftrightarrow -2x+2-x+2=3$	$\Leftrightarrow 2x-2-x+2=3$	$\Leftrightarrow 2x-2+x-2=3$
$\Leftrightarrow -3x=-1$	$\Leftrightarrow x=3$	$\Leftrightarrow 3x=7$
$\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$	$1 \leq 3 \leq 2$	$\Leftrightarrow x=\frac{7}{3}$
$\frac{1}{3} \leq 1$	Stämmer inte!	$2 \leq \frac{7}{3}$
Ok!		Ok!

Kontroll; $x=\frac{1}{3}$ ger

$2\left|\frac{1}{3}-1\right| + \left|\frac{1}{3}-2\right| = 3$

$\Leftrightarrow \frac{4}{3} + \frac{5}{6} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 3=3$ sant!

$x=\frac{7}{3}$ ger $2\left|\frac{7}{3}-1\right| + \left|\frac{7}{3}-2\right| = 3$

$\Leftrightarrow \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 3=3$ sant!

Svar: $x=\frac{1}{3}$ och $x=\frac{7}{3}$ OK

6

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 3

2a) $z_1 = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$ $\qquad z_2 = i$

$\boxed{z_1 \cdot z_2 \, ?}$

$z_2 = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$ $\qquad r = |z| = \sqrt{1^2} = 1$

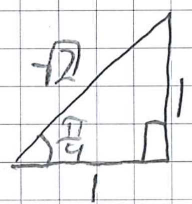
$\cos v = \frac{0}{r} \qquad \sin v = \frac{1}{r}$

$v = \frac{\pi}{2}$

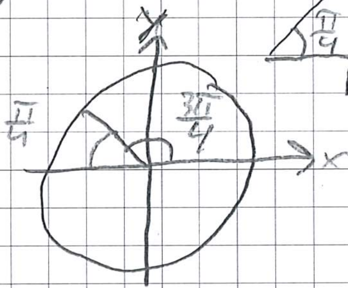
$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} =$

$= \sqrt{2}\, e^{i\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)}$

$= \sqrt{2}\, e^{i\frac{3\pi}{4}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4}\right) =$



$= \sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right) =$



$= -1 + i$

cos − i andra kvadranten

sin + − " − " − "

Svar: $z_1 \cdot z_2 = -1 + i$ OK

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

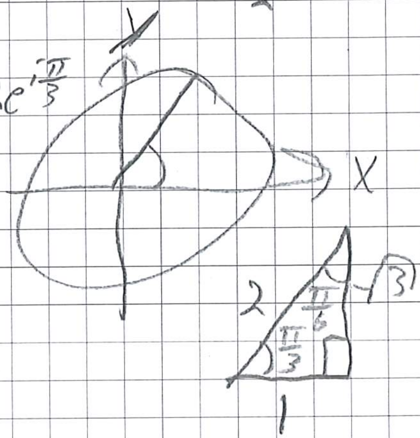
Blad nummer: *Sheet number:* 4

2b) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i}\right)^8$ $\quad z=1+i\sqrt{3} \quad r=|z|=\sqrt{1^2+\sqrt{3}^2}=2$

$\cos v=\frac{1}{2} \quad \sin v=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z=i$ ger $e^{i\frac{\pi}{2}}$

$v=\frac{\pi}{3}$ ger $2e^{i\frac{\pi}{3}}$

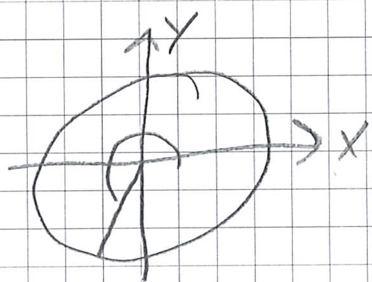


$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i}\right)^8=\left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{3}}}{e^{i\frac{\pi}{2}}}\right)^8$$

$$=2^8e^{i\left(\frac{8\pi}{3}-\frac{8\pi}{2}\right)}=2^8e^{-i\frac{8\pi}{6}}=2^8e^{-i\frac{4\pi}{3}}=$$

$$=2^8\left(\cos\frac{4\pi}{3}-i\sin\frac{4\pi}{3}\right)=2^8\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=$$

$$=-2^7+i2^7\sqrt{3}$$



Svar: $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i}\right)^8=-2^7+i2^7\sqrt{3}$ ok

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 5

2c) $\begin{cases} \operatorname{Re} z = 2 \operatorname{Im} z \\ |z-1+i| = 2 \end{cases}$ $z = x+iy$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y & ① \\ |z-1+i| = 2 & ② \end{cases}$

$|z-1+i| = 2$ | absolut belopp av $z = x+iy$ Alltså $|z|$. Är $\sqrt{x^2+y^2}$ |

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2} = 2$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+2y+1 = 4$

Från villkor 1 får vi att $x=2y$

Detta ger

$(2y)^2-2(2y)+1+y^2+2y+1=4$

$\Leftrightarrow 5y^2-2y = 2$

$\Leftrightarrow y^2-\frac{2y}{5}-\frac{2}{5}=0$

$\Leftrightarrow \left(y-\frac{1}{5}\right)^2-\frac{1}{25}-\frac{10}{25}=0$

$\Leftrightarrow \left(y-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{11}{25}$

$\Leftrightarrow y = \pm\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}$

Fall 1 ger $x=2y$

$y = \frac{\sqrt{11}+1}{5}$

ger $x = 2\left(\frac{\sqrt{11}+1}{5}\right)$

$y = -\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}$

ger $x = 2\left(-\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}\right)$

Detta ger $z = 2\left(\frac{\sqrt{11}+1}{5}\right)+i\frac{\sqrt{11}+1}{5}$

och $z = 2\left(-\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}\right)+i\left(-\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}\right)$

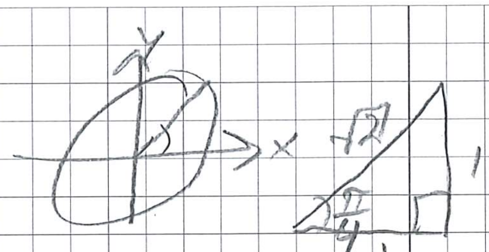
Svar: $z = 2\left(\frac{\sqrt{11}+1}{5}\right)+i\left(\frac{\sqrt{11}+1}{5}\right)$ och $z = 2\left(-\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}\right)+i\left(-\frac{\sqrt{11}}{5}+\frac{1}{5}\right)$ ok 6

LINKÖPINGS UNIVERSITET

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 6

3a) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{4}$

R

$\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{6} = \pm\frac{\pi}{4} + n \cdot 2\pi$

Fall 1 $(+)$

$3x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$

$\Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{36} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ R

Fall 2 $(-)$

$3x = \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$

$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{36} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ R

Kontroll: Fall 1

$VL = \cos\left(3 \cdot \frac{5\pi}{36} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = HL$

Stämmer!

Fall 2

$VL = \cos\left(3 \cdot \left(\frac{-\pi}{36}\right) - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} = HL$

Stämmer!

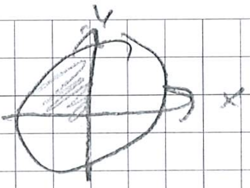
$n \in \mathbb{Z}$

Svar: $x = \frac{5\pi}{36} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ och $x = \frac{-\pi}{36} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$

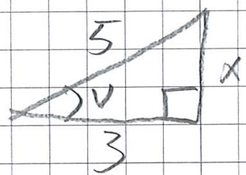
AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 7

3b) $\cos v = \frac{-3}{5}$ $\qquad \frac{\pi}{2} < v < \pi$



$\boxed{\sin v? \quad \sin 2v?}$



Pytagoras

$5^2 = 3^2 + x^2$

$x = \sqrt{16} = 4$

$\sin v = \frac{4}{5}$ R (Positiv eftersom det är andra kvadranten

$\sin 2v = 2\sin v \cos v$ (Dubbla vinkeln)

$2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{-24}{25}$ R

Svar: $\sin v = \frac{4}{5}$ $\qquad \sin 2v = \frac{-24}{25}$

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 8

3c $\cos 2x + \sin x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x = -\sin x$

$\Leftrightarrow \cos 2x = \sin(-x)$

$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ R

(Regel: $\cos v = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

$\sin v = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$)

$\Leftrightarrow 2x = \pm\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + n \cdot 2\pi$

Fall 1 (+)

$2x = \frac{\pi}{2} + x + n \cdot 2\pi$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$ R

Fall 2 (−)

$2x = -\frac{\pi}{2} - x + n \cdot 2\pi$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ R

Kontroll:

$x = \frac{\pi}{2}$ ger

$\cos \pi + \sin \frac{\pi}{2} =$

$= -1 + 1 = 0$

Sant!

$x = -\frac{\pi}{6}$ ger

$\cos -\frac{\pi}{3} + \sin -\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

Sant!

Svar: $x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$

$x = -\frac{\pi}{6} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$

6p

LINKÖPINGS UNIVERSITET

AID-nummer: / *AID-number:* 2340	Datum: / *Date:* 22-10-26	Blad nummer: / *Sheet number:* 9
Utbildningskod: / *Education code:* TNA001	Modul: / *Module:* TEN1	

4a) $L_1: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad L_2: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad s,t \in R$

Skär när $x_1 = x_2 \quad y_1 = y_2 \quad z_1 = z_2$ ok

x $\quad 1+s = 3+t$

y $\quad 1 = 2+t$ ← Här får vi $t=-1$

z $\quad 2-s = 1$ ← Här får vi att $s=1$ ok

Kontroll: $s=1$ ger $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$t=-1$ ger $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

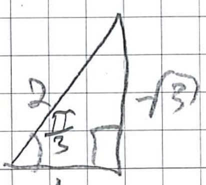
Stämmer överens
ok

V = hjälpvektorn

$$\frac{v_1 \cdot v_2}{|v_2|^2} = \cos x$$ ✓

$$\Leftrightarrow \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2+1^2}^{\,2}} = \cos x$$

$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$



$\Leftrightarrow \quad x = \frac{\pi}{3}$

Rätt av en tillfällighet.

Svar: Skärningspunkten är $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (2, 1, 1)

och vinkeln är $\frac{\pi}{3}$

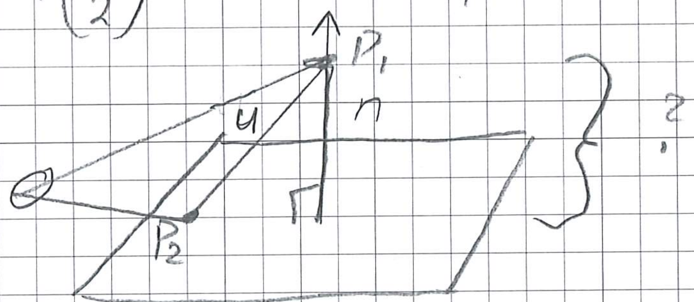
2p

LINKÖPINGS UNIVERSITET

AID-nummer: *AID-number:*	2340	Datum: *Date:*	22-10-26
Utbildningskod: *Education code:*	TNA001	Modul: *Module:*	TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 10

4b) $P_1\begin{pmatrix}3\\2\\2\end{pmatrix}$ $\pi: x-y+z=2$



$n=\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$

P_2: Punkt i planet: $\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}$ $2-0+0=2$ ok

$u=\overline{OP_1}-\overline{OP_2}=\begin{pmatrix}3\\2\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ ok

$u_{||n}$ ger vektorn mellan planet och punkten P_1.

$u_{||n}=\frac{u\cdot n}{|n|^2}\cdot n=\frac{\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}\right|^2}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ ok ok

$|u_{||n}|$ ger avståndet, längden på vektorn.

$|u_{||n}|=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ok

Svar: Det kortaste avståndet är $\frac{\sqrt{3}}{3}$ l.e. 3p

5p

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26	Blad nummer: *Sheet number:* 11
Utbildningskod: *Education code:* TNA002	Modul: *Module:* TEN1	

5a) $e^{3x}-4e^{2x}+2e^{x}+4=0$

$/e^{x}=t \quad t>0/$

$t^3-4t^2+2t+4=0$

Genom prövning får vi att $t=2$

Detta ger faktorn $(t-2)$ till polynomet

$$
\begin{array}{l}
\quad t^2-2t-2 \\
\hline
t^3-4t^2+2t+4 \;\big|\; t-2 \\
-(t^3-2t^2) \\
\hline
\quad -2t^2+2t+4 \\
-(-2t^2+4t) \\
\hline
\quad -2t+4 \\
-(-2t+4) \\
\hline
\quad 0
\end{array}
$$

$t^2-2t-2=0$

$\Leftrightarrow (t-1)^2-1-2=0$

$\Leftrightarrow t=\pm\sqrt{3}+1$

$t>0$ alltså får vi $t=\sqrt{3}+1$

$t=e^{x}$

För $t=2$ får vi

$e^{x}=2 \Leftrightarrow x=\ln 2$

För $t=\sqrt{3}+1$ får vi

$e^{x}=\sqrt{3}+1 \Leftrightarrow x=\ln(\sqrt{3}+1)$

Svar: $x=\ln 2$ och $x=\ln(\sqrt{3}+1)$ R

LINKÖPINGS UNIVERSITET

AID-nummer: / AID-number: 2340	Datum: / Date: 22-10-26
Utbildningskod: / Education code: TNA001	Modul: / Module: TEN1

Blad nummer: / Sheet number: 12

5 b) $f(x) = 3 + \ln(x-2)$ $\qquad D_f = x \in]2,\infty[$

$V_f = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y = 3 + \ln(x-2)$

$\Leftrightarrow y - 3 = \ln(x-2)$ $\qquad / \; y = \ln x \Leftrightarrow e^y = x \; /$

$\Leftrightarrow x = e^{(y-3)} + 2$

$f^{-1}(x) = e^{(x-3)} + 2$ $\qquad V_{f^{-1}} = D_f =]2,\infty[$

$D_{f^{-1}} = V_f = \mathbb{R}$

Svar: Inversen är $f^{-1}(x) = e^{(x-3)} + 2$ R

$D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ $\qquad V_{f^{-1}} =]2,\infty[$

6P

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26	Blad nummer: *Sheet number:* 13
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1	

6a) Låt $U(n)=\sum_{k=1}^{n}(2k+1+2^k)$ o $H(n)=n^2+2n+2^{n+1}-2$

Vill visa att $P(n): U(n)=H(n)$ är sant för alla $n\in\mathbb{Z}^+$

Steg 1 Visa att $P(1)$ är sant.

$U(1)=\sum_{k=1}^{1}(2k+1+2^k)=2+1+2=5$

$H(1)=1^2+2+2^2-2=5=U(1)$

$P(1)$ är alltså sant

Steg 2. Antas att $P(p)$ är sant för något $p\in\mathbb{Z}^+$

Vill även visa att $P(p+1)$ är sant

$U(p)=H(p)$ dvs $\sum_{k=1}^{p}(2k+1+2^k)=p^2+2p+2^{p+1}-2$

Antags alltså vara sant.

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 14

6a) Fortsättning

$$U(p+1) = \sum_{k=1}^{p+1}(2k+1+2^k) = \underbrace{\sum_{k=1}^{p}(2k+1+2^k)}_{U(p)} + 2(p+1)+1+2^{p+1} =$$

$$= U(p) + 2p+3+2^{p+1} \quad /\text{enligt antagande } U(p)=H(p)/$$

$$= H(p)+2p+3+2^{p+1} = p^2+2p+2^{p+1}-2+2p+3+2^{p+1} =$$

$$= p^2+4p+1+2^{p+2}$$

$$H(p+1) = (p+1)^2+2(p+1)+2^{p+1+1}-2 = p^2+2p+1+2p+2+2^{p+2}-2 =$$

$$= p^2+4p+1+2^{p+2} = U(p+1) \quad \text{VSV}$$

Steg 3 Enligt steg 1 är P(1) sant.

Enligt steg 2 är då P(1+1) dvs P(2) sant

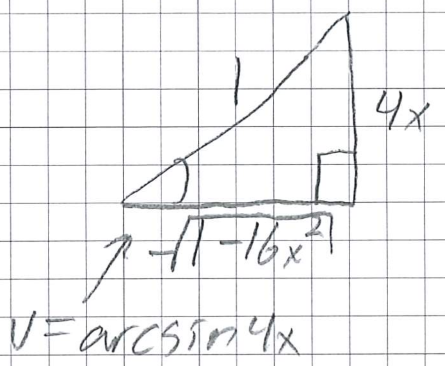
Enligt steg 2 igen är P(2+1) dvs P(3) sant

osv. Därmed är P(n) sant för alla $n \in \mathbb{Z}^+$

OK

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26	Blad nummer: *Sheet number:* 15
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1	

6b) $\arccos 3x = \arcsin 4x$



$1^2 = (4x)^2 + a^2$

$a = \sqrt{1-(4x)^2}$

$a = \sqrt{1-16x^2}$

Värdemängd!

arccos ~~definitionsmängd~~ är $v \in [0, \pi]$

arcsin — " — är $v \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

Detta innebär att de endast kan korsa varann i första kvadranten $v \in [0, \frac{\pi}{2}]$

ger $x > 0$.

$\arccos 3x = \arcsin 4x$

$\iff 3x = \cos(\arcsin 4x)$

$\iff 3x = \sqrt{1-16x^2}$ / från triangeln /

$\iff 9x^2 = 1 - 16x^2$

$\iff 25x^2 = 1$

$\iff x^2 = \frac{1}{25}$

$\iff x = \frac{1}{5}$ / kan ej vara negativt pga. definitionsmängden. $-\frac{1}{5}$ innebär att cos v måste ha $v \in]\frac{\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}[$ och sin v $v \in]\pi, 0[$.

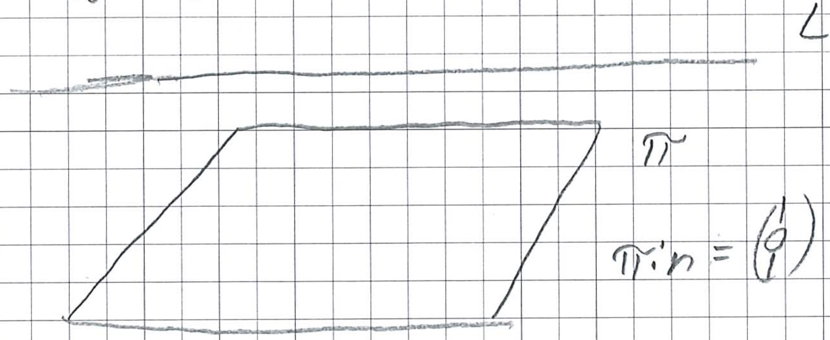
Svar: $x = \frac{1}{5}$

6

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 16

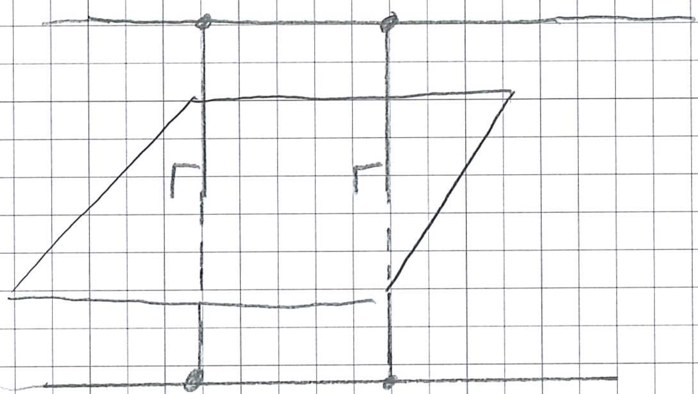
7. $L: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad \pi: x+z=2$



$\pi: n = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Är linjen parallell med planet i figuren?

Spegla 2 punkter från L i planet innebär att jag kan skapa en hjälpvektor och sedan en spegellinje.



P: Punkt i planet $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad 2+0+0=2$

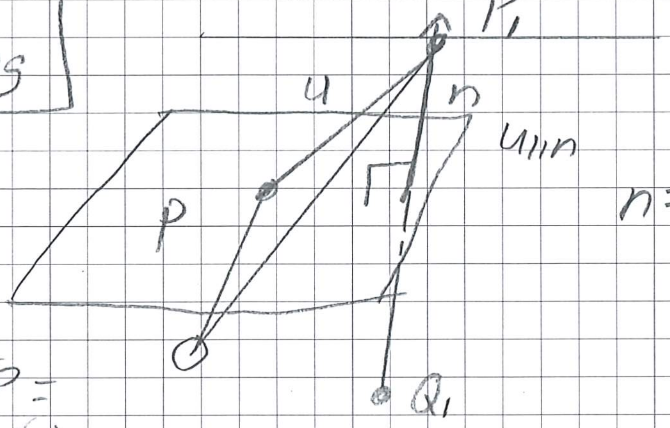
P_1: på linjen fås från dens ekvation när $s=0$

$P_1: \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

P_2: På linjen fås när $s=1 \rightarrow P_2: \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26	Blad nummer: *Sheet number:* 17
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1	

7. Fortsättning



$n = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\bar{u} = \overline{OP_1} - \overline{OP} =$

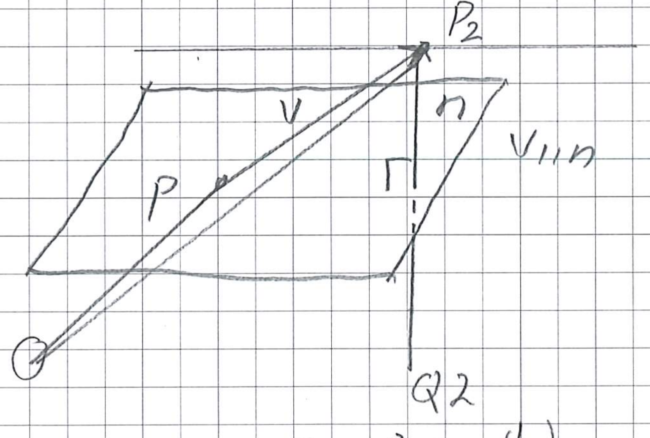
$= \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$u_{\parallel n}$ Kortaste vektorn mellan Punkt och plan.

$u_{\parallel n} = \frac{u \cdot n}{|n|^2}(n) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Q_1 sökt spegelpunkt. Q_1 punkt, ej vektor!

$\overline{OQ_1} = \overline{OP_1} - 2u_{\parallel n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - 2\left(\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



$\bar{v} = \overline{OP_2} - \overline{OP} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$v_{\parallel n}$ kortaste vektorn mellan punkt och plan

$v_{\parallel n} = \frac{v \cdot n}{|n|^2}(n) = \frac{2}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Q_2 sökt spegelpunkt

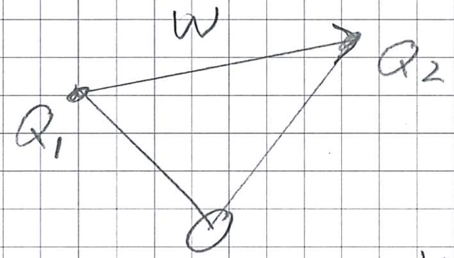
AID-nummer: *AID-number:* 2340	Datum: *Date:* 22-10-26
Utbildningskod: *Education code:* TNA001	Modul: *Module:* TEN1

Blad nummer: *Sheet number:* 18

LINKÖPINGS UNIVERSITET

7. Fortsättning

$\overline{OQ_2} = \overline{OP_2} - 2u_{\parallel v} = \begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$



w, vektorn mellan Q_1, Q_2 blir hjälpvektorn i linjen

$\overline{w} = \overline{OQ_2} - \overline{OQ_1} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$

L_2 får vara spegellinjen

Skapas med en punkt på linjen och hjälpvektorn

$L_2: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix} \quad s \in \mathbb{R}$

Svar: Spegellinjen blir $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}, \ s \in \mathbb{R}$

5