

Ecole polytechnique

Eco 432 - Macro économie

PC 7. Le biais inflationniste

Correction

### Première partie : la fonction d'offre agrégée

1. Les entrepreneurs résolvent

$$\max_{L_t} \sqrt{2e^{\epsilon_t} L_t} - \frac{W_t}{P_t} L_t$$

La condition de premier ordre donne :

$$\frac{1}{\sqrt{2e^{\epsilon_t} L_t}} e^{\epsilon_t} = \frac{W_t}{P_t}$$

On obtient la demande de travail et production de biens :

$$\begin{aligned} L_t &= \frac{e^{\epsilon_t}}{2 (W_t/P_t)^2} \\ Y_t &= \frac{e^{\epsilon_t}}{W_t/P_t} \end{aligned}$$

Une augmentation du salaire réel réduit la demande de travail et la production. En passant en log, on obtient la relation d'offre globale :

$$y_t = p_t - w_t + \epsilon_t$$

2. En passant en log, on a  $w_t = p_t^a$ . En introduisant cette relation dans l'équation d'offre globale, on obtient

$$\begin{aligned} y_t &= p_t - p_t^a + \epsilon_t \\ &= p_t - p_{t-1} - (p_t^a - p_{t-1}^a) + \epsilon_t \end{aligned}$$

En utilisant l'approximation suivante (valable pour des taux d'inflation proches de zéro) :

$$p_t - p_{t-1} = \ln(P_t/P_{t-1}) = \ln(1 + \pi_t) \simeq \pi_t,$$

on obtient :

$$y_t = \pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t$$

Compte tenu du salaire nominal fixé à la période précédente (et sur la base du niveau des prix anticipé), un choc inflationniste non anticipé réduit le salaire réel et stimule l'emploi et la production.

### Deuxième partie : discrétion et règle dans la conduite de la politique monétaire

3. La Banque Centrale considère comme données les anticipations d'inflation des agents et minimise sa fonction de perte connaissant le fonctionnement de l'économie :

$$\begin{cases} \min_{\pi_t, y_t} L_t = \pi_t^2 + b(y_t - y^*)^2 \\ s.t. : y_t = \pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t \end{cases}$$

Après substitution, la condition du premier ordre s'écrit :

$$\pi_t = \frac{1}{1+b}(b\pi_t^a - b\epsilon_t + by^*)$$

4. Les agents ont des anticipations rationnelles et anticipent donc la fonction de meilleure réponse de la Banque Centrale :

$$\begin{aligned}\pi_t^a &= E_{t-1}\pi_t \\ \Leftrightarrow \pi_t^a &= by^* > 0\end{aligned}$$

Avec cette politique discrétionnaire, il se crée un biais inflationniste positif lié au fait que les agents anticipent que la Banque Centrale a intérêt à fixer un taux d'inflation positif.

L'inflation effective est alors :

$$\pi_t = by^* - \frac{b}{1+b}\epsilon_t$$

et la production :

$$y_t = \frac{1}{1+b}\epsilon_t$$

En espérance on a :

$$\begin{aligned}E(\pi_t) &= by^* \\ E(y_t) &= 0\end{aligned}$$

La discrétion conduit donc à un biais inflationniste sans diminuer l'output gap en espérance. En termes de variance :

$$\begin{aligned}Var(\pi_t) &= \left(\frac{b}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2 \\ Var(y_t) &= \left(\frac{1}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2\end{aligned}$$

La banque centrale fait face à un arbitrage stabilisation de l'inflation/stabilisation du PIB : si elle accorde moins de poids à l'output gap ( $b$  diminue), la variance de l'inflation (et l'inflation espérée en niveau) diminue mais celle de l'output augmente.

5. A la date  $(t-1)$ , la Banque centrale annonce une règle de conduite de la forme :

$$\pi_t = \rho_0 + \rho_1\epsilon_t$$

qui implique une inflation anticipée :

$$\pi_t^a = \rho_0$$

La perte anticipée pour la Banque centrale s'écrit :

$$\begin{aligned}E_{t-1}L_t &= E_{t-1}\{(\rho_0 + \rho_1\epsilon_t)^2 + b(\rho_1\epsilon_t + \epsilon_t - y^*)^2\} \\ &= \rho_0^2 + [\rho_1^2 + b(\rho_1 + 1)^2]\sigma_\epsilon^2 + b y^{*2}\end{aligned}$$

Les conditions du premier ordre du programme de minimisation de la perte anticipée impliquent les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}\rho_0 &= 0 \\ \rho_1 &= \frac{-b}{1+b}\end{aligned}$$

Avec cette règle, l'inflation et l'output gap sont définis par :

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{-b}{1+b} \epsilon_t \\ y_t &= \frac{1}{1+b} \epsilon_t\end{aligned}$$

et les moments :

$$\begin{aligned}E_{t-1}\pi_t &= 0 \\ E_{t-1}y_t &= 0 \\ Var_{t-1}\pi_t &= \left(\frac{b}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2 \\ Var_{t-1}y_t &= \left(\frac{1}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2\end{aligned}$$

Avec cette règle, il n'y a plus de biais inflationniste car les agents savent que la Banque centrale ne va pas faire de l'inflation pour augmenter l'activité. Par rapport au cas discrétionnaire, la volatilité de l'inflation et de l'output sont inchangées. La perte de la Banque Centrale est plus petite ; la possibilité de s'engager ex ante a donc bien un impact positif pour la Banque Centrale.

### Troisième partie : délégation de la politique monétaire à un banquier central “conservateur”

**6-8.** Quand la Banque Centrale a sa propre fonction de perte, l'inflation et l'output sont fonction du paramètre  $b_i$  :

$$\begin{aligned}\pi_t &= b_i y^* - \frac{b_i}{1+b_i} \epsilon_t \\ y_t &= \frac{1}{1+b_i} \epsilon_t\end{aligned}$$

La fonction de perte sociale anticipée vaut :

$$\begin{aligned}E_{t-1}L_t &= E_{t-1} \left\{ \left( b_i y^* - \frac{b_i}{1+b_i} \epsilon_t \right)^2 + b \left( \frac{1}{1+b_i} \epsilon_t - y^* \right)^2 \right\} \\ &= (b_i^2 + b) y^{*2} + \frac{b_i^2 + b}{(1+b_i)^2} \sigma_\epsilon^2\end{aligned}$$

qui est minimum pour  $b_i$  tel que :

$$b_i \frac{y^{*2}}{\sigma_\epsilon^2} = \frac{b - b_i}{(1+b_i)^3}$$

qui implique  $0 < b_i < b$ . La société a donc intérêt à choisir un banquier central “conservateur” qui est moins sensible aux fluctuations de l'output (mais pas insensible puisque le  $b_i$  optimal est strictement positif).

Le choix d'un banquier central conservateur et indépendant implique une inflation moyenne et une volatilité des prix plus faible mais une volatilité de l'output plus élevée. Ce résultat semble assez cohérent avec les données.