

**ECO432 - Macroéconomie Mardi 14 février 2023: 9-12h**

*Aucun document autorisé (dictionnaires papier seulement)*

**Exercice 1: le capital humain**

On suppose une fonction de production Cobb-Douglas identique pour tous les pays:

$$Y_t = H_t^\gamma K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha-\gamma} \text{ avec } 0 < \alpha < 1, 0 < \gamma < 1, \text{ et } \alpha + \gamma < 1$$

ou  $K$  et  $H$  sont les stocks de capital physique et humain;  $L$  est la quantité de travail utilisé dans la production. La quantité de travail  $L$  et son efficacité  $A$  croissent à taux constant  $n$  et  $g$ , soit :

$$L_t = L_0 e^{nt} \quad \text{et} \quad A_t = A_0 e^{gt}$$

Les stocks de capital s'accumulent selon les lois d'évolution suivantes:

$$\dot{K}_t = s_K Y_t - \delta K_t$$

$$\dot{H}_t = s_H Y_t - \delta H_t$$

ou  $s_K$  et  $s_H$  sont les fractions de revenu que les ménages consacrent à l'accumulation de capital physique et humain, et  $\delta$  est le taux de dépréciation (supposé identique pour les deux types de capital). Les niveaux initiaux de capital ( $K_0$ ,  $H_0$ ) et  $L_0$  sont donnés. Les taux d'épargne  $s_H$ ,  $s_K$  sont exogènes et constants.

L'output peut être consommé ou investi pour produire soit du capital physique ou humain:

$$Y_t = C_t + I_t$$

où  $I_t = s_H Y_t + s_K Y_t$

1. Commentez brièvement la fonction de production. La firme représentative loue le capital physique et humain au prix respectivement de  $R_K(t)$  et  $R_H(t)$ ; la firme embauche des travailleurs au salaire  $w(t)$ . Pensez-vous que la firme fera des profits? **[1.5 points]**
2. En définissant les variables intensives  $k = K/AL$ ,  $h = H/AL$  et  $y = Y/AL$ , écrire la fonction de production sous forme intensive. **[1 point]**
3. Ecrire les équations décrivant la dynamique de  $k$  et  $h$ , et en déduire les valeurs d'état stationnaire  $k^*$ ,  $h^*$  et  $y^*$ . **[2.5 points]**
4. Comment la croissance démographique ( $n$ ) affecte-t-elle les niveaux de revenu par habitant à long terme? Expliquer l'intuition. **[0.5 point]**

5. Quel est le taux de croissance de  $Y/L$  et  $C/L$  à long terme ? Expliquer l'intuition. [0.5 point]
6. Tracer le diagramme des phases dans le plan  $(k, h)$  en dessinant les isoclines-zéros, c'est-à-dire dessinez l'ensemble des points  $(k, h)$  tels que  $\dot{k}$  et  $\dot{h}$  sont respectivement égaux à zéro. Montrer qu'à partir de conditions initiales  $(k_0, h_0)$  quelconques, on atteint  $(k^*, h^*)$ : l'état stationnaire est donc globalement stable. Aide: Pour un graphique plus simple, vous pouvez dessiner le diagramme des phases en échelle logarithmique, dans le plan  $(\ln k, \ln h)$ . [2 points]
7. Supposons maintenant que  $\gamma + \alpha = 1$  et qu'il n'y ait pas de progrès technologique.  $Y/L$  peut-il croître à long terme ? Expliquer l'intuition de votre résultat. [2 points]

## Exercice 2: la croix keynésienne

On considère une économie simplifiée où l'équilibre dépend de la production totale  $Y$  et du taux d'intérêt *réel*  $r$ . Il s'agit d'un modèle de court terme de sorte que l'on omet les indices temporels. Tout au long de cet exercice, nous supposons que les prix sont fixes (nous faisons donc abstraction de l'offre agrégée). Les composantes de la demande agrégée sont:

- la consommation totale des ménages:  $C = C(Y, r)$
- l'investissement total des entreprises:  $I = I(r)$
- les dépenses gouvernementales  $G$  choisies de manière exogène par le gouvernement  $G$

### La croix keynésienne

- (a) **Écrire la relation définissant l'équilibre sur le marché des biens à l'état stationnaire  $(\bar{Y}, \bar{r})$ . Justifier brièvement, sans calcul, le signe des dérivées  $C'_Y(\bar{Y}, \bar{r})$ ,  $C'_r(\bar{Y}, \bar{r})$  et  $I'(\bar{r})$ .** [2 points]

Nous analysons la détermination de la production d'équilibre au moyen d'un graphique (diagramme à 45 degrés, aussi appelé croix keynésienne): la demande est représentée sur l'axe vertical et la production est représentée sur l'axe horizontal. Dans la croix keynésienne, on suppose que le taux d'intérêt  $r$  est une variable exogène. La production d'équilibre est donnée par l'égalité entre la production et la demande. Noter que le revenu  $Y$  conditionne la demande, mais celle-ci le détermine aussi. Graphiquement, le niveau d'équilibre de la production est donné par l'intersection entre les dépenses prévues et la droite à 45 degrés. (Noter qu'étant donné que la propension marginale à consommer est inférieure à un, la pente de la droite des dépenses prévues est aussi inférieure à un)

- (a) **On suppose maintenant que le gouvernement augmente ses dépenses d'une quantité infinitésimale  $\Delta G$  sans effet sur les**

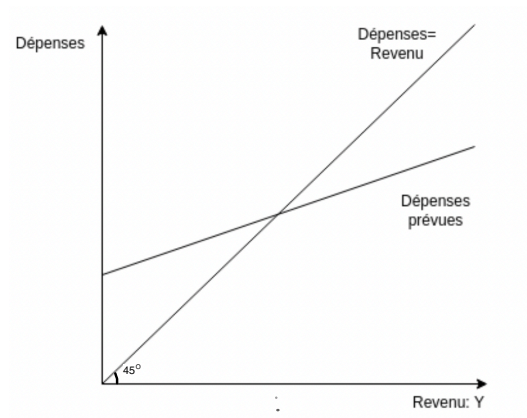


Figure 1: Croix Keynesienne

taux d'intérêt. Quelle est l'augmentation  $\Delta Y$  de la production d'équilibre ? Calculer le multiplicateur fiscal  $\frac{\Delta Y}{\Delta G}$ . Représenter cette augmentation sur le diagramme à 45 degrés. [2 points]

- (b) Dans la question précédente, on n'a pas précisé comment était financée la dépense supplémentaire (peut-être par un emprunt remboursé dans le futur). On suppose maintenant que le gouvernement impose une taxe forfaitaire  $\Delta T$  sur le revenu des ménages pour financer ses dépenses ( $\Delta T = \Delta G$ ). Avec ces taxes, la consommation totale des ménages est une fonction du revenu disponible  $C = C(Y - \Delta T, r)$ . De combien augmente la production d'équilibre et quel est le nouveau multiplicateur fiscal? Comment interpréter le résultat? [1.5 points]
- (c) Calculer et représenter sur un graphe du même type l'effet d'une baisse des taux d'intérêt nominaux en supposant que les prix sont fixes à court terme. [1 point]

### Agents hétérogènes

On suppose maintenant que les agents sont répartis en 2 groupes: les agents de type  $H$  (hand-to-mouth), pour une fraction  $\lambda$ , et les agents de type  $S$  (savers) pour une fraction  $1 - \lambda$ . Les agents  $H$  n'ont pas accès aux marchés financiers et tous leurs revenus proviennent du travail. Les agents  $S$  (pour savers) peuvent lisser leur consommation par l'épargne. Ces derniers reçoivent en plus de leur travail, les revenus du capital et les profits des firmes. Les différents revenus seront définis plus bas.

- (a) On suppose que les fonctions de consommation des deux

groupes sont données par:

$$C^H(Y^H, r) = c_0^H + c_Y^H Y_H \quad \text{avec} \quad 1 \approx c_H^1 < 1 \quad (1)$$

$$C^S(Y^S, r) = c_0^S + c_Y^S Y_S + c_r^S (r - \bar{r}) \quad \text{avec} \quad 0 < c_1^S \approx 0 \quad (2)$$

où  $Y_H$  (resp  $Y_S$ ) est le revenu disponible à l'équilibre par les agents  $H$  (resp  $S$ ) (ce revenu comprend les impôts et/ou les transferts)

- (b) **Justifier *intuitivement* les hypothèses sur  $c_Y^H$  et  $c_Y^S$ . A-t-on assez d'informations pour calculer la propension marginale à consommer agrégée<sup>1</sup> comme dans la question 1? [1 point]**

On fait maintenant les hypothèses suivantes sur la répartition du revenu total:

- tous les agents travaillent au même salaire  $W$
  - une fraction  $\alpha_L$  des revenus totaux revient aux travailleurs, une fraction  $\alpha_K$  aux détenteurs du capital et une fraction  $\alpha_\pi$  est payée sous forme de profits au détenteurs des firmes. On a bien sûr  $\alpha_L + \alpha_K + \alpha_\pi = 1$
  - le gouvernement taxe les profits et les revenus du capital à un taux  $\tau$ , pour les redistribuer aux agents  $H$
- (a) **Calculer la propension marginale à consommer agrégée. Peut-elle être plus grande que 1? Quel est le multiplicateur fiscal. [2.5 points]**

---

<sup>1</sup>La propension marginale à consommer agrégée est l'augmentation de la consommation prévue totale, lorsque le revenu total augmente d'une unité.