École Polytechnique - Eco 432 - Macroéconomie

PC 3 - Coûts de catalogue - Correction

On considère le modèle suivant de concurrence monopolistique avec rigidités nominales sur le marché des biens. Les firmes forment un continuum de longueur 1, indexé par $i \in [0, 1]$. Chaque firme maximise son profit réel et fait face à la fonction de demande

$$Y_i = Y\left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\eta} \eta > 1 \tag{1}$$

où Y_i firme i, P_i le prix de vente nominal du bien qu'elle produit, P le niveau général de prix défini par

$$P = \left(\int_i P_i^{1-\eta}\,\mathrm{d}i\right)^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{2}$$

et Y la demande agrégée. Les firmes sont dotées de la fonction de production $Q_i = L_i$ où L_i est le travail employé par la firme i. On note $L^d = \int_i L_i\,\mathrm{d}i$ la demande de travail totale.

Pour simplifier, on ne micro-fondera pas ici l'offre de travail. On suppose simplement qu'elle est donnée par:

$$L^o = A\left(\frac{W}{P}\right)^{\xi} \tag{3}$$

où $\xi > 0$ est l'élasticité de l'offre de travail au salaire, W le salaire nominal et

$$A = \left(\frac{\eta}{\eta - 1}\right)^{\xi} > 0 \tag{4}$$

une constante d'échelle.

Enfin, on suppose que la demande agrégée, est donnée par:

$$y = \theta - p \tag{5}$$

où θ est un choc de demande. Par convention, les lettres minuscules désignent le logarithme des lettres majuscules correspondantes.

Dans cet exercice, on raisonnera toujours au voisinage de l'équilibre symétrique où toutes les firmes fixent le même prix de vente, ce qui implique que le log de l'indice des prix $p = \ln P$ est en première approximation égal à la moyenne des prix de vente individuels en log $p_i = \ln P_i$ de sorte que l'on a:

$$p \simeq \int_0^1 p_i\,\mathrm{d}i \tag{6}$$

et de même pour la demande de travail totale en log :

$$l^d \simeq \int_0^1 l_i\,\mathrm{d}i \tag{7}$$

Première partie : prix de vente optimal et équilibre naturel

1. Interpréter les équations du modèle.

> *L'équation (1) est la demande relative adressée au secteur i sur un marché de concurrence monopolistique ou les biens sont imparfaitement substituables. La demande relative pour le bien i , Y_i/Y, est décroissante de son prix relatif P_i/P. L'impact d'une variation de prix relatif sur la demande relative dépend de η, qui paramétrise l'élasticité de substitution entre les biens. L'équation de demande agrégée*

(5) est une version simplifiée de la demande agrégée vu dans le cours, avec le niveau de prix au lieu du taux d'inflation (mais rappelez-vous $\pi_t \approx p_t - p_{t-1}$); la relation négative entre p et y est obtenue parce que la banque centrale augmente le taux d'intérêt réel lorsque les prix augmentent, ce qui déprime la production.

2. Calculer le prix de vente optimal de la firme, $P^\star$, en fonction du salaire nominal W, et interpréter.

La firme i choisit le prix de vente P_i qui maximise son profit Θ_i sous deux contraintes (sa fonction de production et la demande relative pour le bien i) et en prenant Y et P comme donnés. Elle maximise donc

$$\Theta_i = \frac{P_i}{P} Q_i - \frac{W}{P} L_i \tag{8}$$

sous les contraintes

$$Q_i = L_i \ , \quad Q_i = Y_i = Y \left(\frac{P_i}{P} \right)^{-\eta} \tag{9}$$

Autrement dit, la firme résoud :

$$\max_{P_i} = Y \left(\frac{P_i}{P} \right)^{-\eta} \left(\frac{P_i}{P} - \frac{W}{P} \right) \tag{10}$$

La CPO donne le prix réel optimal suivant :

$$\frac{P^*}{P} = \left(\frac{\eta}{\eta - 1} \right) \frac{W}{P} \tag{11}$$

où $\eta/(\eta - 1)$ est le facteur de marge. Soit, en log,

$$p^* = \ln \left(\frac{\eta}{\eta - 1} \right) + w \tag{12}$$

Dans ce qui suit, exprimez toutes les variables en logarithme.

3. Utiliser l'équilibre sur le marché du travail pour exprimer le prix réel optimal $p^\star - p$ en fonction de y et expliquer le résultat obtenu.

Comme la fonction de production en log s'écrit $q_i = l_i$ et que la firme i produit une quantité de bien égale à la demande qui lui est adressée ($q_i = y_i$), la demande de travail de la firme i en log est égale à y_i. La demande totale de travail dans l'économie est donc, en utilisant l'équation (1)[1] :

$$\begin{aligned} l^d \simeq \int_0^1 l_i \ \mathrm{d}\ i = \int_0^1 y_i \ \mathrm{d}\ i &= y - \eta \left(\int_0^1 p_i \ \mathrm{d}\ i - p \right) \\ = & \quad y. \end{aligned} \tag{13}$$

Pour passer à la dernière ligne de ce calcul, on a utilisé le fait qu'on était (par hypothèse) au voisinage de l'équilibre symétrique, de sorte que le log de l'index des prix est en première approximation donné par la moyenne des prix en log :

$$p \simeq \int_0^1 p_i \ \mathrm{d}\ i. \tag{14}$$

L'équilibre sur le marché du travail (en log) implique donc :

[1] La demande totale de travail est donnée par $L^d \simeq \int_0^1 L_i \,\mathrm{d}i$. Cependant, comme on raisonne au premier ordre et au voisinage de l'équilibre stationnaire, on a également :

$$\ln L^d \simeq \int_0^1 \ln L_i \ \mathrm{d}\ i.$$

$$\underbrace{y}_{l^d} = \underbrace{\xi \ln\left(\frac{\eta}{\eta-1}\right) + \xi(w-p)}_{l^o} \tag{15}$$

Par ailleurs, le prix optimal satisfait (cf. question 2) :

$$p^* = \ln\left(\frac{\eta}{\eta-1}\right) + w \tag{16}$$

En utilisant la seconde équation pour éliminer w de la premiere, on trouve

$$p^* - p = \frac{1}{\xi} y \tag{17}$$

Un niveau de production (y) plus élevé fait augmenter la demande de travail (l^d), ce qui exerce une pression à la hausse sur les salaires réels (déplacement de la demande de travail, qui est verticale dans le plan $(l, w-p)$, le long de la courbe d'offre de travail, qui est linéaire et croissante dans le plan $(l, w-p)$. Cette pression est d'autant plus élevée que l'élasticité de l'offre de travail, ξ, est faible (dans le plan $(l, w-p)$, la pente de l^o est d'autant plus élevée que ξ est faible). La règle de marge implique que cette hausse du coût marginal se répercute sur le prix réel optimal $p^* - p$.

En utilisant la DA, nous obtenons:

$$p^* = p + \frac{1}{\xi}(\theta - p) \tag{18}$$

Le prix optimal dépend du niveau de prix (sauf si $\xi = 1$). Lorsque p augmente, il y a deux effets. Premièrement, en utilisant l'équation du marché du travail (15), nous obtenons que pour un y donné, un niveau de prix plus élevé p conduit à un salaire plus élevé, ce qui augmente le prix optimal. Deuxièmement, un niveau de prix plus élevé p baisse la demande globale ($y = \theta - p$), ce qui diminue le prix optimal. Lorsque $\xi = 1$ les deux effets s'annulent et p^* ne dépend pas du niveau de prix. Ce cas simplifiera l'analyse dans la deuxième partie de l'exercice.

4. Calculer l'équilibre de prix flexibles (y^n, p^n) lorsque $\theta = \theta_0 = 0$.

Sur l'équilibre de prix flexibles on a $p_i = p^* = p$ (toutes les firmes choisissent le prix optimal, qui est donc le prix moyen dans l' économie). On a ainsi :

$$\begin{aligned} y = \quad & y^n = 0 \quad (\Rightarrow Y^n = e^{y^n} = 1\ ) \\ p^n = \theta_0 - & y^n = 0 \quad (\Rightarrow P^n = e^{p^n} = 1\ ) \end{aligned} \tag{19}$$

Deuxième partie : coûts de catalogue hétérogènes et pente de l'arbitrage

On suppose dans cette partie que $\xi = 1$, et que l'économie est à l'équilibre naturel (y^n, p^n) avant un choc de demande de taille $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$ $(= \theta_1)$. Les firmes font face à des coûts fixes de changement de prix (coûts de catalogues), de sorte qu'elles peuvent rationnellement choisir de maintenir leur prix de vente au niveau p^n même après le choc. Les coûts de catalogue diffèrent d'une firme à l'autre : en classant les firmes $i \in [0, 1]$ par ordre croissant de coût de catalogue, on suppose que la firme i fait face au coût :

$$z(i) = \overline{z} i \tag{20}$$

où $\overline{z}$ est une constante positive.

5. Le choix d'un prix de vente $p_i \neq p^\star$ engendre une perte de profit. Au voisinage de l'équilibre symétrique (où $p^\star \simeq p$) la perte est de second ordre et égale à $K(p_i - p^\star)^2$, où $K > 0$ est une constante positive.[2] Plus l'écart entre le prix courant et le prix optimal est important, plus la perte est importante. Calculer la proportion $\omega \in [0, 1]$ de firmes maintenant leur prix inchangé en fonction du nouveau prix optimal $p^\star$ prévalant après le choc, et interpréter.

[2] Il n'est pas nécessaire de dériver ce résultat.

Puisqu'on était à l'équilibre naturel avant le choc $\Delta\theta$, la perte de profit associée au maintien de l'ancien prix alors que le nouveaux prix optimal est p^* est donnée par $K\left(p^n - p^*\right)^2 = K\left(p^*\right)^2$. La firme i ne change son prix de vente que si cette perte dépasse le cût de catalogue $\overline{z}i$. Si on suppose qu'une firme indifférente change son prix de vente, la règle de décision est donc donnée par :

$$\begin{cases} K\left(p^*\right)^2 \geq \overline{z}i \Rightarrow \text{la firme ajuste son prix de vente à } p^* \\ K\left(p^*\right)^2 < \overline{z}i \Rightarrow \text{la firme maintient son prix à } \ p^n \quad (=0) \end{cases} \tag{21}$$

Puisque toute les firmes telles que $K\left(p^*\right)^2 \geq \overline{z}i$ ajustent leur prix, la proportion de ces firmes satisfait (voir graphique) :

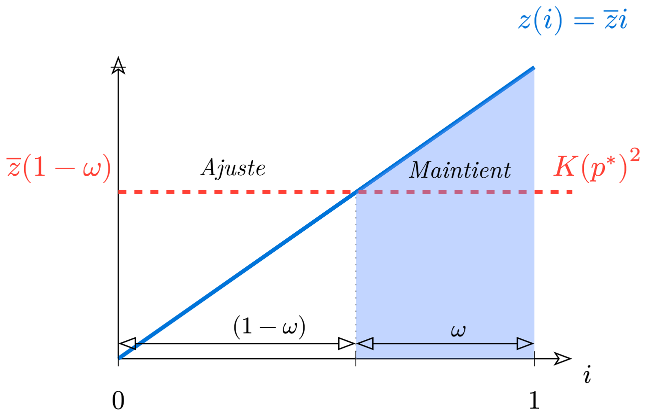
$$K\left(p^*\right)^2 = \overline{z}(1-\omega) \tag{22}$$

soit

$$1 - \omega = \left(\frac{K}{\overline{z}}\right)\left(p^*\right)^2 \tag{23}$$

Plus le nouveau prix optimal p^* s'écarte du prix naturel $p^n = 0$, que ce soit à la hausse ou à la baisse, plus la proportion de firmes à prix flexibles, $1-\omega$, augmente.

Comme nous l'avons vu plus haut, lorsque $\xi = 1$, p^* est indépendant de p (donc de ω). Cela simplifie notre analyse car la partie droite de (23) n'est pas elle-même une fonction de ω (via p). En conséquence, l'équilibre ω sera unique. Nous verrons dans la troisième partie que lorsque $\xi > 1$ il peut y avoir plusieurs équilibres pour ω.



6. Calculer le niveau général des prix p en fonction de $p^\star$, et en déduire la relation entre p, ω et y. Interpréter le résultat obtenu.

On rappelle qu'on est au voisinage de l'équilibre symétrique, de sorte que le og ldu prix moyen est en première approximation égal à la moyenne des prix en log. Avec $p^n = 0$ on a donc :

$$p = \int_0^1 p_i \text{ d } i = \omega p^n + (1-\omega)p^* = (1-\omega)p^* \tag{24}$$

où

$$p^* = \frac{1}{\xi}y + p = y + p \tag{25}$$

On obtient ainsi :

$$p = (1-\omega)(y+p) = \left(\frac{1-\omega}{\omega}\right)y \tag{26}$$

Interprétation *: un niveau de production (y) élevé est associé à des coûts salariaux $(w-p)$ élevés, ce qui fait monter le prix de vente des firmes qui ajustent leur prix (p^*) et donc le niveau général des prix (p). L'impact sur le niveau g énéral des prix est d'autant plus important que le nombre de firmes à prix fixes (ω) est faible.*

7. Utiliser les réponses aux questions 5 et 6 pour montrer que la courbe d'offre agrégée peut s'écrire

$$y(p) = \left(\left(\frac{\overline{z}}{K}\right)^{\frac{1}{3}} |p|^{-\frac{2}{3}} - 1\right) p \tag{27}$$

et représenter graphiquement cette fonction dans le plan (y, p). Commentez la pente de la courbe.

On part des relations

$$\begin{aligned} 1-\omega &= \left(\frac{K}{\overline{z}}\right)(p^*)^2 \\ p &= \quad (1-\omega)p^* \\ p &= \left(\frac{1-\omega}{\omega}\right) y \end{aligned} \tag{28}$$

On peut éliminer p^* dans ces équations :

$$1-\omega = \left(\frac{K}{\overline{z}}\right)\left(\frac{p}{1-\omega}\right)^2 \Rightarrow (1-\omega)^3 = \left(\frac{K}{\overline{z}}\right) p^2 \tag{29}$$

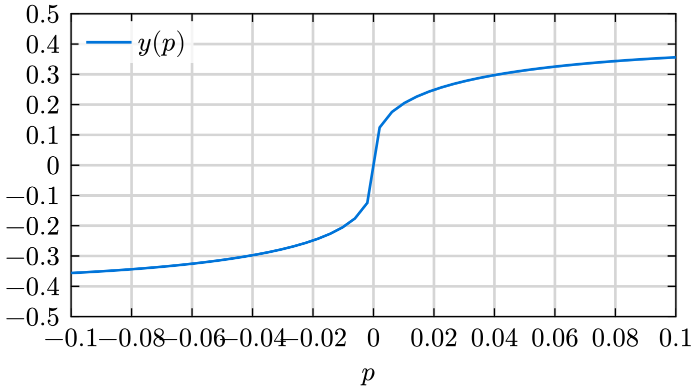
soit

$$1-\omega(p) = \left(\frac{K}{\overline{z}}\right)^{\frac{1}{3}} |p|^{\frac{2}{3}} \quad \text{et} \quad \omega(p) = 1 - \left(\frac{K}{\overline{z}}\right)^{\frac{1}{3}} |p|^{\frac{2}{3}} \tag{30}$$

On peut enfin réécrire

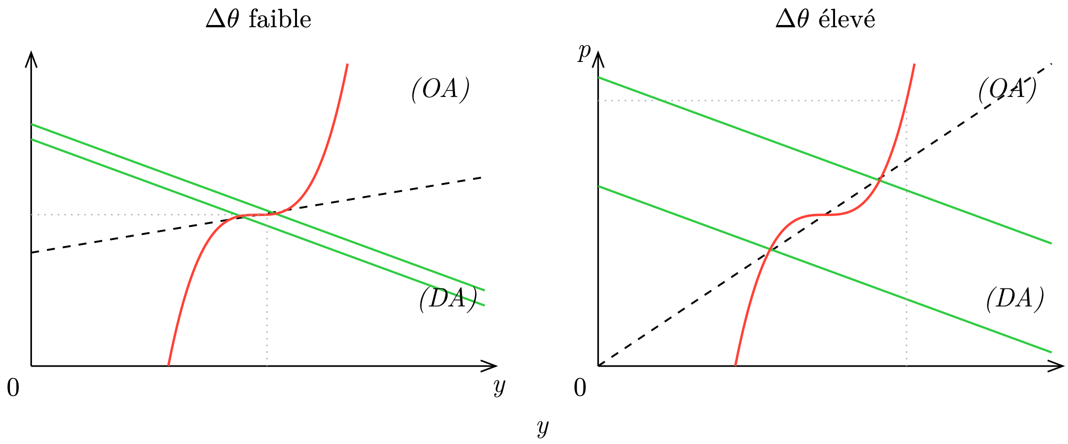
$$y(p) = \left(\frac{\omega(p)}{1-\omega(p)}\right) p = \left((\overline{z}/K)^{\frac{1}{3}} |p|^{-\frac{2}{3}} - 1\right) p \tag{31}$$

Avec $\overline{z}/K = 1$ on obtient par exemple, dans le plan (p, y) :

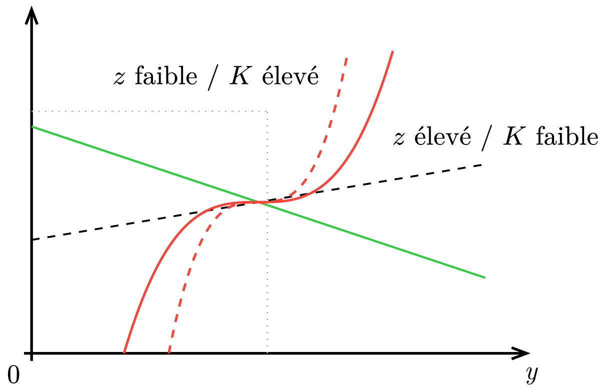


et donc l'inverse dans le plan (y, p). Quand les chocs $(\Delta\theta)$ sont faibles, la pente moyenne observée de la courbe (OA) (telle que mesurée par la droite des moindres carrés, par exemple) est faible, car peu de firmes ajustent leur prix suite à un choc.

A la limite, quand $\Delta\theta \to 0$ on a $y \to 0$ et la pente de (OA) devient nulle (la proportion de firmes changeant ses prix tend vers zero). Inversement, lorsque les chocs sont importants, la pente moyenne observée est élevée car un plus grand nombre de firmes ajuste ses prix suite à un choc.



La pente moyenne observée de (OA) est donc une fonction croissante de la volatilité de la demande agrégée. Une valeur de $\overline{z}$ élevée est associée à des coûts de catalogue plus importants pour toutes les firmes, ce qui réduit la pente de (OA) pour toute valeur de $\Delta\theta$. De la même manière, une valeur de K élevée augmente le coût d'opportunité associé au maintien d'un prix constant, ce qui réduit la pente de (OA) pour toute valeur de $\Delta\theta$.



On note que $K = \eta(\eta-1)/2$ est lié au degré substituabilité entre les biens (η) et donc à l'intensité de la concurrence sur ce marché. Une concurrence plus forte tend à élever la pente de OA, et donc à réduire l'impact des chocs de demande sur le produit.

Troisième partie (facultatif) : coûts de catalogue et multiplicité d'équilibres

On suppose maintenant que $\xi > 1$, et que toutes les firmes font face au même coût de catalogue $\overline{z}$. Comme dans la deuxième partie, l'économie est initialement à l'équilibre naturel et on s'interroge sur les incitations qu'ont les firmes à changer leur prix suite au choc $\Delta\theta$.

8. Exprimer p, y et $p^\star$ en fonction de $\Delta\theta$ et $1-\omega$

L'équilibre après le choc est caractérisé par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} p = & \quad (1-\omega)p^* \quad \text{(prix moyen, avec } \; p^n = 0) \\ p^* = & \quad \frac{1}{\xi}y + p \quad \text{(prix optimal, cf. question 3)} \\ y = \Delta\theta - p & \quad \text{(demande agrégée avec } \; \theta_1 = \Delta\theta \text{)} \end{aligned} \tag{32}$$

Ce qui donne :

$$p = \left(\frac{1-\omega}{1-\omega(1-\xi)}\right)\Delta\theta$$
$$y = \left(\frac{\omega\xi}{1-\omega(1-\xi)}\right)\Delta\theta \tag{33}$$
$$p^* = \left(\frac{1}{1-\omega(1-\xi)}\right)\Delta\theta$$

9. Calculer $K(p^\star)^2$ en fonction de ω, et interpréter le résultat obtenu.

La perte proportionnelle de profit $K(p^*)^2$ est donnée par :

$$K(p^*)^2 = K\left(\frac{\Delta\theta}{1-\omega(1-\xi)}\right)^2 \tag{34}$$

Il est important de noter que p^* (et donc la perte de ne pas ajuster le prix) dépend de ce que font les autres entreprises lorsque $\xi > 1$. Avec $\xi > 1$ (offre de travail relativement élastique), une hausse de ω diminue la perte liée au fait de maintenir un prix constant; il y a donc des complémentarités stratégiques dans les décisions de prix. On dit qu'il y a des complémentarités stratégiques dans un jeu si l'incitation du joueur à entreprendre une certaine action est renforcée lorsque les autres joueurs font la même action.

Dans ce modèle, les décisions des firmes de modifier les prix (ou de les maintenir inchangés) peuvent se renforcer mutuellement. Pour voir cela, utilisez (32) pour obtenir

$$p^* = p\left(\frac{\xi-1}{\xi}\right) + \frac{\Delta\theta}{\xi} \tag{35}$$

Cette équation montre que lorsque $\xi > 1$, nous avons que p^* doit augmenter davantage si p augmente davantage. Autrement dit, si plus d'entreprises augmentent les prix après un choc $\Delta\theta$, p croîtra davantage, de sorte que p^* devra croître davantage, poussant les entreprises à modifier les prix

10. Calculer les valeurs de $\Delta\theta$ pour lesquelles
    - $\omega = 0$ est le seul équilibre de Nash symétrique
    - $\omega = 1$ est le seul équilibre de Nash symétrique
    - les deux équilibres de Nash sont possibles.

Contrairement à la deuxième partie, puisque le coût $\overline{z}$ est le même pour toutes les firmes, l'équilibre sera symétrique: soit toutes les firmes changent de prix, soit toutes les firmes gardent le même prix. Considérons les deux équilibres potientiels tour à tour.

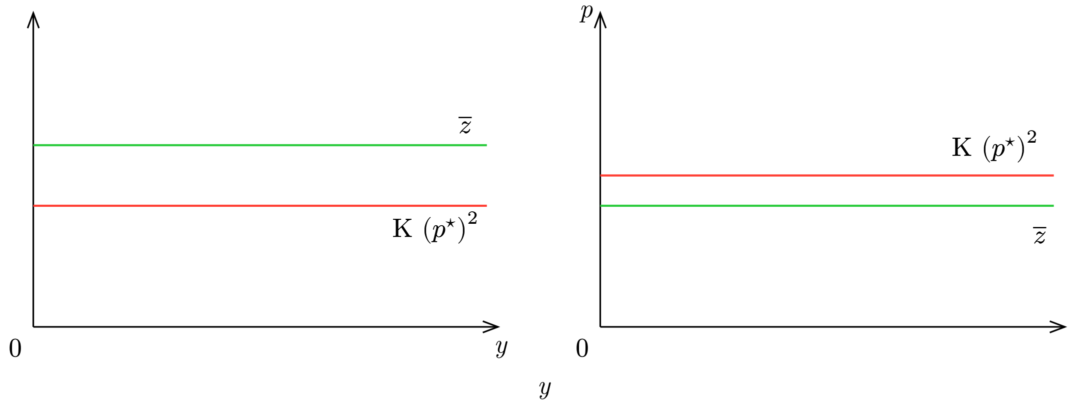
- *Supposons que chaque firme anticipe $\omega = 1$. Cet équilibre est auto-réalisé si la perte individuelle de profit (en niveau) associ ée au maintien d'un prix constant est inférieure au coût de catalogue :*

$$K(p^\star)^2 = K\left(\frac{\Delta\theta}{\xi}\right)^2 < \overline{z} \Leftrightarrow (\Delta\theta)^2 < \xi^2\frac{\overline{z}}{K} \tag{36}$$

- *Supposons que chaque firme anticipe $\omega = 0$. Cet équilibre est auto-réalisé si la perte individuelle de profit associée au maintien d'un prix constant est supérieure au coût de catalogue :*

$$K(p^*)^2 = K(\Delta\theta)^2 > \overline{z} \Leftrightarrow (\Delta\theta)^2 > \frac{\overline{z}}{K} \tag{37}$$

- *Comme $\xi > 1$, une multiplicité d'équilibres est possible pour des valeurs intérmédiaires de $(\Delta\theta)^2$.*



Dans la figure de gauche, nous avons que lorsque les entreprises s'attendent à ce que $\omega = 0$ (c'est-à-dire qu'aucune entreprise ne garde les prix inchangés), la perte de ne pas changer les prix (la ligne rouge) est supérieure à $\overline{z}$ (ligne verte): les anticipations sont confirmées et il est en effet optimal de modifier les prix pour toutes les entreprises. Dans la figure de droite, nous woyons que lorsque les entreprises s'attendent à ce que $\omega = 1$ (c'est-à-dire qu'aucune entreprise ne change de prix), la perte de ne pas changer les prix est inférieure à $\overline{z}$: il est optimal de maintenir les prix inchangés.

La multiplicité des équilibres implique que le cas keynésien ($\omega = 1$) ou le cas classique ($\omega = 0$) sont tous deux possibles dans la même économie: le résultat dépend des anticipations.

Les anticipations auto-réalisatrices ont des conséquences sur la production: dans le cas keynésien, le choc de demande agrégée a un effet potentiellement important sur la production car les entreprises ne changent pas de prix. Dans le cas classique, le choc n'a aucun effet sur la production, car les entreprises réagissent en modifiant les prix et non les quantités. Enfin, notez que les équilibres multiples ne se produisent pas lorsque les chocs $\Delta\theta$ sont soit très élevés, soit très faibles. Dans le premier cas, toutes les entreprises changent de prix indépendamment des attentes. Dans le second cas, toutes les entreprises maintiennent les prix inchangés quelles que soient leurs attentes.