ECO432 - Macroéconomie. Rattrapage 2024

Avril 23: 10.00-12.00. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso manuscrite.

Exercice 1 (Modèle Harrod-Domar) (10 points)

Considérons un modèle de croissance avec un taux d'épargne constant. Le temps est continu, $t \in [0, +\infty[$. Soit une économie fermée (i.e. qui n'importe ni n'exporte aucun bien), produisant un bien de consommation suivant la fonction de production:

$$Y_t = \min\{AK_t, BL_t\} \tag{1}$$

où $A, B > 0$ sont des constantes qui ne changent pas avec le temps, et K_t est le stock de capital à la date t et L_t est la quantité de travail (= population) à la date t, supposée croissant au taux exogène $n > 0$: $\forall t \geq 0, \frac{\dot{L}_t}{L_t} = n$. L'output Y_t peut être soit consommé, soit investi:

$$Y_t = C_t + I_t \tag{2}$$

où I_t est l'investissement physique mesuré en unités de consommation.

Les agents de l'économie ont un taux d'épargne constant $s \in]0, 1]$ et $I_t = sY_t$. Ainsi, l'équation d'accumulation du capital est :

$$\dot{K}_t = -\delta K_t + I_t \tag{3}$$

où $\delta > 0$ est le taux instantané de dépréciation du capital

1. (2 points) Discutez la fonction de production (1). Expliquez en termes économiques la différence entre la fonction de production habituellement observée en classe $Y_t = K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ (Cobb-Douglas) et la fonction (1).
2. (1 point) Exprimez la fonction de production en termes par habitant ($y \equiv Y/L$ et $k \equiv K/L$) et dessinez la fonction de production : montrez la relation entre y et k et commentez.
3. (1 point) Exprimez l'évolution du capital dans le temps (3) en termes de k, le capital par habitant.
4. (3 points) À partir de la question précédente, à l'aide d'un graphique, tracez $\frac{\dot{k}_t}{k_t}$ en fonction de k pour voir l'évolution du capital par habitant k. Notez qu'il existe différents cas, selon les paramètres. Trouvez sous quelle condition le capital par habitant atteint un état stationnaire $k^* > 0$. Dans ce cas, trouvez $k^* > 0$ et discutez s'il est au-dessus ou en dessous de B/A. Est-il possible que, sous d'autres paramètres, k décroisse à un rythme négatif et atteigne 0 ? Expliquez l'intuition pour les différents cas.

5. (1.5 point) Supposons que nous soyons dans le cas où $k^* > 0$ existe. Toutes les machines sont-elles utilisées dans la production? Est-il raisonnable que s reste constant dans ce cas?

6. (1.5 point) Si nous sommes dans le cas de la décroissance, y a-t-il du chômage à long terme ? Expliquez l'intuition de ce résultat et expliquez pourquoi nous n'avons pas de chômage dans le modèle standard de Solow avec production Cobb-Douglas