ECO432 - Macroéconomie. Rattrapage 2024

Avril 23: 10.00-12.00. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso manuscrite.

Exercice 1 (Modèle Harrod-Domar) (10 points)

Considérons un modèle de croissance avec un taux d'épargne constant. Le temps est continu, $t \in [0, +\infty[$. Soit une économie fermée (i.e. qui n'importe ni n'exporte aucun bien), produisant un bien de consommation suivant la fonction de production:

$$Y_t = \min\{AK_t, BL_t\} \tag{1}$$

où $A, B > 0$ sont des constantes qui ne changent pas avec le temps, et K_t est le stock de capital à la date t et L_t est la quantité de travail (= population) à la date t, supposée croissant au taux exogène $n > 0$: $\forall t \geq 0$, $\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n$. L'output Y_t peut être soit consommé, soit investi:

$$Y_t = C_t + I_t \tag{2}$$

où I_t est l'investissement physique mesuré en unités de consommation.

Les agents de l'économie ont un taux d'épargne constant $s \in]0, 1]$ et $I_t = sY_t$. Ainsi, l'équation d'accumulation du capital est :

$$\dot{K}_t = -\delta K_t + I_t \tag{3}$$

où $\delta > 0$ est le taux instantané de dépréciation du capital

1. (2 points) Discutez la fonction de production (**??**). Expliquez en termes économiques la différence entre la fonction de production habituellement observée en classe $Y_t = K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ (Cobb-Douglas) et la fonction (**??**).
2. (1 point) Exprimez la fonction de production en termes par habitant ($y \equiv Y/L$ et $k \equiv K/L$) et dessinez la fonction de production : montrez la relation entre y et k et commentez.
3. (1 point) Exprimez l'évolution du capital dans le temps (**??**) en termes de k, le capital par habitant.
4. (3 points) À partir de la question précédente, à l'aide d'un graphique, tracez $\frac{\dot{k}_t}{k_t}$ en fonction de k pour voir l'évolution du capital par habitant k. Notez qu'il existe différents cas, selon les paramètres. Trouvez sous quelle condition le capital par habitant atteint un état stationnaire $k^* > 0$. Dans ce cas, trouvez $k^* > 0$ et discutez s'il est au-dessus ou en dessous de B/A. Est-il possible que, sous d'autres paramètres, k décroisse à un rythme négatif et atteigne 0 ? Expliquez l'intuition pour les différents cas.

5. (1.5 point) Supposons que nous soyons dans le cas où $k^* > 0$ existe. Toutes les machines sont-elles utilisées dans la production? Est-il raisonnable que s reste constant dans ce cas?

6. (1.5 point) Si nous sommes dans le cas de la décroissance, y a-t-il du chômage à long terme ? Expliquez l'intuition de ce résultat et expliquez pourquoi nous n'avons pas de chômage dans le modèle standard de Solow avec production Cobb-Douglas