Ecole Polytechnique
Eco 432 - Macroéconomie

PC 4. La demande de consommation

Exercice : Choix de consommation

On étudie les choix de consommation de ménages qui maximisent leur utilité intertemporelle. On raisonne sous l'hypothèse de prévisions parfaites, de sorte que les ménages anticipent parfaitement les valeurs futures de leur revenu.

Les individus vivent deux périodes. L'utilité intertemporelle du ménage j à partir de la période $t = 0$ est donnée :

$$\mathcal{U}_0 = \ln C_0^j + \left(\frac{1}{1+\rho}\right) \ln C_1^j, \tag{1}$$

avec C_t^j la consommation du ménage et $\rho > 0$ son "taux de préférence pour le présent" (plus ρ est élevé, moins la consommation future est valorisée relativement à la consommation présente).

Le ménage fait face, à chaque période $t = 0, 1$, à la contrainte budgétaire suivante :

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{consommation}}}{C_t^j} + \underbrace{A_t^j - A_{t-1}^j}_{\text{épargne financière nette } S_t^j} = \underbrace{r_{t-1} A_{t-1}^j}_{\text{revenus du patrimoine}} + \underbrace{\frac{W_t}{P_t} \bar{L}_t^j}_{\text{revenu salarial}} \tag{2}$$

avec $\bar{L}_t^j$ est la quantité de travail fournie par le ménage (ici exogène), A_t^j son patrimoine (en fin de période t), W_t/P_t le salaire réel et r_t le taux d'intérêt réel entre les périodes t et $t+1$. $(W_t/P_t)\bar{L}_t^j$ est donc le revenu salarial du ménage. Par la suite, on écrira le revenu salarial $h_t^j = (W_t/P_t)\bar{L}_t^j$. Par souci de simplicité on fait ici abstraction des impôts. Le patrimoine initial A_{-1}^j est donné car il est le résultat de décisions passées

Les ménages peuvent par ailleurs être sujets à une contrainte d'endettement de la forme :

$$A_t^j \geq \frac{\bar{D}_t}{1+r_t}, \text{ avec } \bar{D}_t \leq 0, \tag{3}$$

de sorte qu'ils ne peuvent s'endetter que jusqu'au point où la dette à rembourser (capital et intérêt) est égale à $-\bar{D}_t$.

1. Expliquer intuitivement pourquoi $A_1^j = 0$ [indice : distinguer les cas $A_1^j < 0$ et $A_1^j > 0$]; en déduire la contrainte budgétaire intertemporelle du ménage :

$$C_0^j + \frac{C_1^j}{1+r_0} = A_{-1}^j (1 + r_{-1}) + h_0^j + \frac{h_1^j}{1+r_0} \tag{4}$$

et interpréter cette expression.

2. Un ménage *ricardien* (R) est un ménage dont les choix de consommation ne sont jamais contraints par la contrainte d'endettement (**??**). Ecrire le lagrangien correspondant au problème de maximisation d'un ménage ricardien et en déduire que ses choix satisfont la condition :

$$\frac{C_1^R}{C_0^R} = \frac{1+r_0}{1+\rho},$$

et interpréter cette relation.

3. Utiliser les réponses précédentes pour calculer C_0^R et C_1^R en fonction de ρ et de la richesse totale, le côté droit de l'équation (**??**), et expliquer intuitivement l'expression obtenue. Considerons le cas $\rho = r_0$ et $A_{-1} = 0$. Étudiez comment C_0^R et A_0^R changent lorsqu'il y a une augmentation de h_0^j (revenu courant) ou de h_1^j (revenu futur).

4. Un ménage *keynésien* (K) est un ménage dont la consommation courante est systématiquement contrainte par l'équation (**??**). Calculer sa consommation, et expliquer pourquoi elles est décroissante du taux d'intérêt réel.

Exercice : Épargne de précaution

Considérons le choix de consommation d'un individu qui vit pendant deux périodes, $t = 0, 1$. Supposons que l'utilité à chaque période soit

$$u(C_t) = \begin{cases} ac - \frac{b}{2}(C_t)^2 & if \quad C_t \in [0, a/b] \\ a^2/(2b) & C_t \geq a/b \end{cases} \tag{5}$$

Le revenu de la première période est h_0. Le revenu de la deuxième période est h_1. À chaque $t = 0, 1$, la contrainte budgétaire est

$$C_t + A_t - A_{t-1} = r_{t-1}A_{t-1} + h_t \tag{6}$$

On suppose que $r_0 = r_{-1} = 0$ et que le patrimoine initiale soit nul: $A_{-1} = 0$. Sachant que à l'équilibre les individus choisissent $A_1 = 0$, les contraintes budgétaires peuvent s'écrire:

$$C_0 + A_0 = h_0 \tag{7}$$

$$C_1 = A_0 + h_1 \tag{8}$$

Le revenu de la première période est $h_0 = a/b$. Une caractéristique importante de cet exercice est que le revenu de la deuxième période est stochastique:

$$h_1 = \begin{cases} a/b + \sigma & avec \quad probabilit\acute{e}\ 1/2 \\ a/b - \sigma & avec \quad probabilit\acute{e}\ 1/2 \end{cases} \tag{9}$$

Aujourd'hui ($t = 0$), les individus ne savent pas quel sera le revenu de la période suivante, mais on suppose que ils connaissent la distribution de probabilité (**??**). Une augmentation de σ ne change pas la valeur espérée du revenu, mais peut être interprétée comme une augmentation de l'incertitude ("mean-preserving spread"). Plus de dispersion signifie que le revenu est plus risqué.

Le consommateur maximise, à la date 0, l'espérance de la somme des utilités futures actualisées. On suppose que $\rho = 0$ (les individus sont infiniment patients). En utilisant les contraintes budgétaires, nous écrivons l'utilité intertemporelle espérée:

$$\mathcal{U}_0 = \underbrace{u(h_0 - A_0)}_{\text{utilité aujourd'hui}} + \frac{1}{2}\underbrace{u(A_0 + \frac{a}{b} - \sigma)}_{\text{utilité si } h_1 \text{ est bas}} + \frac{1}{2}\underbrace{u(A_0 + \frac{a}{b} + \sigma)}_{\text{utilité si } h_1 \text{ est élevé}} \tag{10}$$

1. Tracez l'utilité marginale $u'(C_t)$ en fonction de la consommation.

2. Tout d'abord, supposons que $\sigma = 0$ (aucun risque). Trouvez l'épargne optimale A_0; puis, calculez C_0 et C_1. Deuxièmement, supposons que le revenu h_1 soit incertain. Étudiez comment σ affecte les choix optimaux de A_0, C_0 et C_1. Comparez les deux cas ($\sigma = 0$ et $\sigma > 0$). Y a-t-il plus d'épargne lorsque le revenu est incertain? Expliquez.