Ecole Polytechnique

Eco 432 - Macroéconomie

PC 4. La demande de consommation

CORRECTION

Exercice : Choix de consommation

1. Pour obtenir la contrainte budgétaire intertemporelle (CBI), on utilise les contraintes budgétaires de chaque période $t = 0, 1$:

$$t = 0 : C_0^j + A_0^j = A_{-1}^j (1 + r_{-1}) + h_0^j$$
$$t = 1 : C_1^j + A_1^j = A_0^j (1 + r_0) + h_1^j$$

La consommation au-delà de la période 1 n'étant pas valorisée, cela n'aurait aucun sens de choisir $A_1^j > 0$; et comme le ménage n'a pas de revenu salarial au-delà de la période 1 personne n'accepterait d'être son créditeur, il est donc impossible que $A_1^j < 0$. On a donc nécessairement $A_1^j = 0$. En utilisant la seconde ligne pour éliminer A_0^j de la première, on obtient :

$$\underbrace{C_0^j + \frac{C_1^j}{1 + r_0}}_{\text{valeur présente des flux de consommation}} = \underbrace{\underbrace{A_{-1}^j (1 + r_{-1})}_{\text{patrimoine et intérêts}} + \underbrace{h_0^j + \frac{h_1^j}{1 + r_0}}_{\text{valeur présente du revenu salarial net d'impôt}}}_{\text{richesse totale}} \tag{1}$$

On denote la richesse totale par W_0^j.

2. Le lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{U}_0 + \Lambda^j \left\{ A_{-1}^j (1 + r_{-1}) + h_0^j + \frac{h_1^j}{1 + r_0} - C_0^j - \frac{C_1^j}{1 + r_0} \right\}$$

avec Λ^j le multiplicateur de Lagrange associé à la CBI. Les conditions de premier ordre associées au choix de C_0^j et C_1^j sont données par :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial C_0^j} = \frac{1}{C_0^j} - \Lambda^j = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial C_1^j} = \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \frac{1}{C_1^j} - \frac{\Lambda^j}{1 + r_0} = 0 \tag{2}$$

En utilisant ces deux équations pour éliminer Λ^j, on trouve que la consommation d'un ménage ricardien satisfait :

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{(1 + \rho)(C_1)}(1 + r_0) \tag{3}$$

L'agent choisit sa consommation de facon a egaliser les utilites marginales de la periode courante et de la periode suivante (actualisee): a l equilibre, l'individu est indifferent entre consommation et epargne. Le terme de gauche represente le supplement d'utilite que l'on obtient en consommant une unite supplementaire de consommation dans le present. Le terme de droite represent le cout de cette unite supplementaire: l'epargne et les interets auxquels on renonce en consommant une unite supplementaire dans le present ce qui diminue la consommation future d'un montant $1 + r_0$ et par suite l'utilite dans le futur. Le modele predit que seule la consommation d'hier sert a prevoir celle d'aujourd'hui, en particulier, le revenu n'intervient pas directement, toute l'information etant deja contenue dans C_0. Ceci tient au fait que les marches des capitaux sont parfaits.

Ecrivons

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{1+r_0}{1+\rho} \tag{4}$$

La relation précédente s'appelle la *règle de Keynes-Ramsey*. Cette regle traduit le phénomène de *substitution intertemporelle de consommation* suite à un changement de r_0. Une hausse de r_0 augmente la pente du sentier de consommation, car elle pousse les ménages à consommer moins à la période courante de manière à épargner davantage (ou réduire leur endettement) et ainsi consommer plus à l'avenir. Inversement, une baisse de r_0 décourage l'épargne : la pente du sentier de consommation se réduit.

3. En utilisant l'expression (**??**) on peut éliminer C_1^R de l'expression de la valeur présente des flux de consommation dans la CBI:

$$C_0 + \frac{C_0(1+r_0)}{(1+r_0)(1+\rho)} = W_0 \tag{5}$$

$$C_0 = W_0 \frac{1+\rho}{2+\rho} \tag{6}$$

Le ménage consomme une fraction de sa richesse totale (entendue comme la somme de son patrimoine accumulé et de la valeur présente de ses flux de revenu disponibles). Cette fraction est croissante en ρ. Un consommateur tres impatient ($\rho \to \infty$) fait des emprunts importants et consomme toute sa richesse en t=0. La richesse W_0 baisse quand r_0 augmente: C_0 est donc decroissant en r_0.

En utilisant l'expression (**??**)

$$C_1 = \frac{1+r_0}{2+\rho} W_0 \tag{7}$$

Supposez maintenant que $\rho = r_0$. Dans ce cas ci on a un lissage parfait de la consommation:

$$C_1 = C_0 = \frac{1+\rho}{2+\rho} W_0 \tag{8}$$

En utilisant la contraintes budgétaire en $t = 0$ et en supposons que $r_0 = \rho$ et $A_1 = 0$, on obtient que le patrimoine est

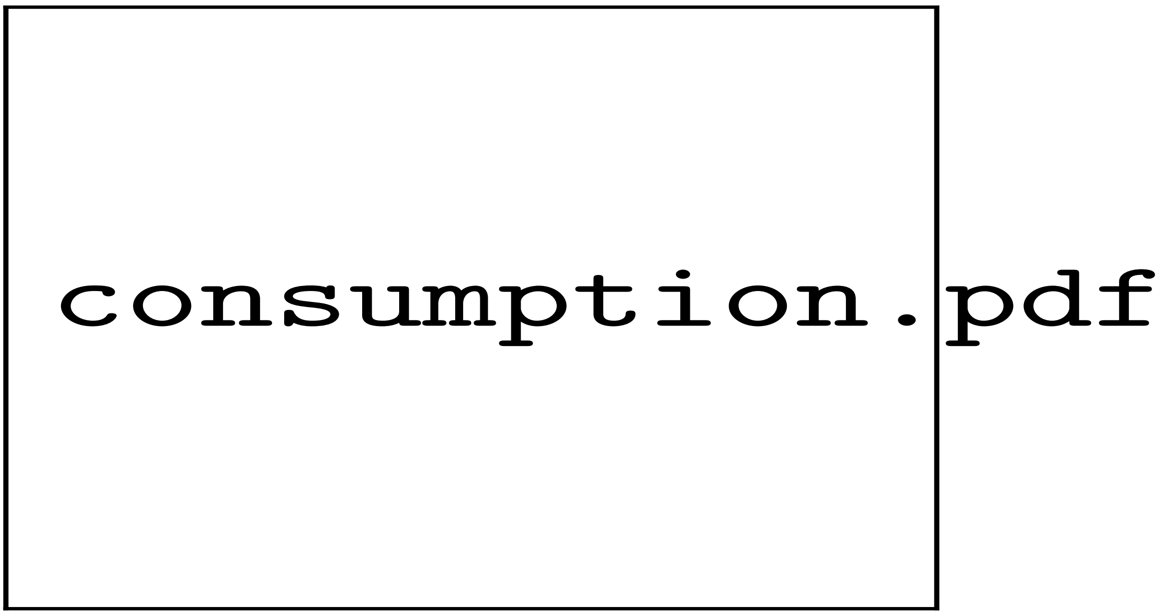
$$A_0 = h_0 - \frac{1+\rho}{2+\rho}\left[h_0 + \frac{h_1}{1+\rho}\right]$$

ce qui donne:

$$A_0 = \frac{h_0 - h_1}{1+\rho} \tag{9}$$

Si $h_0 > h_1$, le consommateur epargne ($A_0 > 0$); si $h_0 < h_1$ le consommateur emprunte ($A_0 < 0$) Une augmentation de h_0 ou de h_1 augmente la richesse de l'individu. Comme la consommation est un bien normal, C_1 et C_0 augmentent. En utilisant (**??**) remarquez que C_0 augmente moins que l'augmentation de h_0: une augmentation de h_0 fait augmenter l'eparge, ce qui permet de consommer plus en $t = 1$. Si le revenue attendue h_1 augmente, l'epargne baisse afin de permettre a C_0 d augmenter.[1] In other words, Ricardian consumers smooth consumption relative to their income. Notice also that when a consumer receives a change in his or her current income, it matters a great deal for his or her current consumption-savings choice whether this change in income is temporary (i.e., the change occurs in one period only) or permanent. The difference between the effects of temporary and permanent changes in income on consumption was articulated by Milton Friedman in his permanent income hypothesis. Friedman argued that a primary determinant of a consumer's current consumption is his or her permanent income, which is closely related to the concept of lifetime wealth in our model. Changes in income that are temporary yield small changes in permanent income (lifetime wealth), which have small effects on current consumption, whereas changes in income that are permanent have large effects on permanent income (lifetime wealth) and current consumption.

Figure 1 shows the percentage deviations from trend in the consumption of nondurables and services and in real GDP.[2] Here, clearly there is much less variability in the consumption of nondurables and services. Still, economists believe that the correlation between consumption and income fluctuations is higher than what the permanent income hypothesis (PIH) would predict. A possible explanation is that the PIH theory relies on the assumption that individuals have access to credit markets. If some individuals are excluded by the credit market, these individuals cannot smooth consumption because they cannot borrow in a recession. As a result, their consumption is very sensitive to income changes.



4. D'après la contrainte budgétaire, un ménage keynésien consomme :

$$C_0^K = \underbrace{\frac{-\bar{D}_0}{1+r_0}}_{\text{nouvelle dette émise}} + \underbrace{\frac{W_0}{P_0}\bar{L}_0^K}_{\text{revenu salarial}} \tag{10}$$

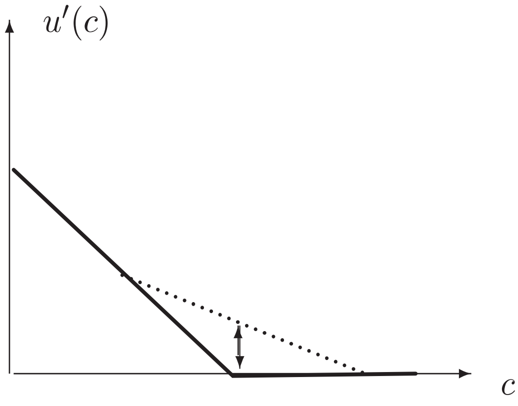
Une hausse du taux d'intérêt réel réduit la capacité d'endettement courante du ménage, ce qui le force à couper sa consommation (toute chose égale par ailleurs).

[1] Remark: in this exercise we study the effect on individual consumption of a change of individual income, taking the interest rate given (i.e., ceteris paribus analyis). However, if the income of all individuals go up and if all individuals want to save more, interest rates would have to adjust so that S=I.

[2] We exclude consumption of durable goods (e.g. automobiles) from the consumption time series because the purchase of a durable yields a flow of consumption services over its entire lifetime and is more akin to investment

Exercice : Epargne de precaution

1. Utility is strictly increasing for all $C \leq a/b$ and constant when $C \geq a/b$. The marginal utility is convex and is drawn below:



Convexity of the marginal utility will play an important role for the results below.

Taking derivatives with respect to A_0, the optimality condition is

$$U'(\frac{a}{b} - A_0) = \frac{1}{2}\underbrace{U'(A_0 + \frac{a}{b} - \sigma)}_{\text{Marg. U in bad state}} + \frac{1}{2}\underbrace{U'(A_0 + \frac{a}{b} + \sigma)}_{\text{Marg. U in good state}} \tag{11}$$

If $\sigma = 0$ the first order condition becomes

$$U'(\frac{a}{b} - A_0) = U'(A_0 + \frac{a}{b}) \tag{12}$$

It is immediate that the solution is $A_0 = 0$, which allows perfect consumption smoothing ($C_0 = C_1 = a/b$). Suppose now that there is income risk in the second period. We find the solution following two steps.

Step 1: We show that when $\sigma > 0$, $A_0 = 0$ is not optimal. In fact, evaluate (**??**) at $A_0 = 0$. We show that the foc is not satisfied. The left-hand side in (**??**) is zero. To see the value of the righ-hand side, notice that when $A_0 = 0$, in the second period the agent consumes either $\frac{a}{b} + \sigma$ (with zero marginal utility) or $\frac{a}{b} - \sigma$ (with positive marginal utility) with equal probability. Looking at the Figure, the right hand side is strictly positive because marginal utility is convex. Therefore, the optimality condition is violated. When $\sigma > 0$ the agent is induced to save in the first period: $A_0 > 0$ and $C_0 < a/b$, which raises the time-0 marginal utility above zero.

Step 2: Since $A_0 > 0$, we now know that the marginal utility in the good state is zero (because $A_0 + \frac{a}{b} + \sigma > a/b$). Recalling that when $C < a/b$ marginal utility is $a - bC$, (**??**) becomes

$$a - b(\frac{a}{b} - A_0) = \frac{1}{2}[a - b(A_0 + \frac{a}{b} - \sigma)] \tag{13}$$

which allows to solve for

$$A_0 = \frac{\sigma}{3} \tag{14}$$

Then, using the budget constraints

$$C_0 = \frac{a}{b} - \frac{\sigma}{3} \tag{15}$$

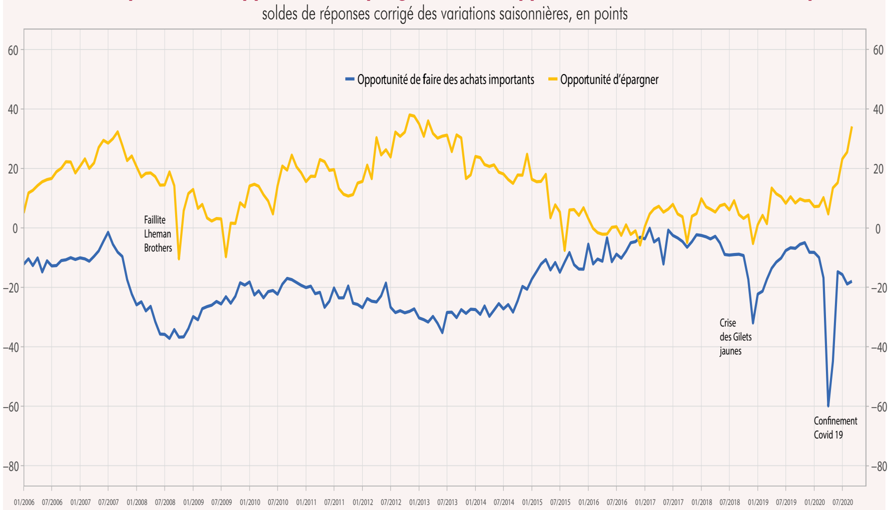
Consumption in the second period is a random variable:

$$C_1 = \begin{cases} a/b + \sigma + \frac{\sigma}{3} & avec \quad probabilite\ 1/2 \\ a/b - \sigma + \frac{\sigma}{3} & avec\ probabilite\ 1/2 \end{cases} \tag{16}$$

Face au risque, l'agent a tendance a epargner, ce qui abaisse le niveau de consommation courante. The higher σ is, the higher A_0. The Covid crisis has increased the propensity to save. See graph, showing a spike in the (declared) propensity to save of French households during and after the spring lockdown. The PIH would predict that facing a temporary negative shock on income, individuals should save less. So, why has saving propensity increased? Part of the explanation is forced saving: some expenditures were not possible during the lockdown, consumers do not feel confortable travelling, etc. However, part of the explanation is the precautionary motive. In fact, the COVID-19 pandemic has triggered a massive spike in uncertainty (about the the infectiousness of the virus, how long it will take to develop effective vaccines, the economic implications, etc).

1 - Soldes d'opinion sur l'opportunité d'épargner et sur l'opportunité de faire des achats importants

soldes de réponses corrigé des variations saisonnières, en points



Source : calculs Insee