ECO432 – Macroéconomie
Examen de remplacement / rattrapage
Jeudi 6 septembre 2018, 10h-12h

Sans document ni calculatrice

Exercice 1 (13 points)

On considère le modèle de Solow avec capital humain suivant. Le temps est discret : $t = 1, 2...$, et chaque génération d'individus vit exactement une période. Un individu dispose d'une unité de temps de travail au cours de sa vie, dont une fraction u est passée à se former (et le reste à travailler). La fonction de production agrégée est donnée par :

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} {H_t}^{1-\alpha}, \quad \alpha \in \left]0,1\right[, \tag{1}$$

avec K_t le stock de capital physique, A_t un terme de progrès technique et H_t le stock de capital humain dans l'économie qui est disponible pour la production. Celui-ci est donné par :

$$H_t = h\,(1-u)\,L_t, \tag{2}$$

avec L_t la population active, u la durée des études (supposée constante dans le temps) et h le capital humain par individu. Celui-ci est donné par :

$$h = \mathrm{e}^{\phi u}, \ \phi > 1. \tag{3}$$

La population active croît au taux $n > 0$ et le progrès technique au taux $g_A > 0$, avec $L_0 > 0$ et $A_0 > 0$. Les agents épargnent une fraction $s \in \left]0,1\right[$ du revenu agrégé Y_t. La dépréciation du capital est complète et l'économie est fermée, de sorte qu'on a :

$$K_{t+1} = sY_t.$$

1. Interpréter les équations (2) et (3). (2 points)
2. Définir de manière appropriée les variables intensives du modèle y_t et k_t, puis écrire sous forme intensive la fonction de production et la loi d'évolution du capital [Indice : la première est de la forme $y_t = f(k_t)$ et la seconde de la forme $k_{t+1} = \Omega f(k_t)$, avec f une fonction et Ω une constante, les deux étant à déterminer]. (4 points)
3. Calculer le taux de croissance de la production par travailleur Y_t/L_t le long du sentier de croissance équilibré (c'est-à-dire tel que Y_t/L_t croît à taux constant), puis montrer que ce sentier est globalement stable (c'est-à-dire que le taux de croissance de Y_t/L_t tend asymptotiquement vers ce taux constant pour tout (A_0, L_0)). (4 points)
4. Calculer les niveaux du taux d'épargne s et de la durée des études u qui maximisent le niveau de consommation par travailleur de l'économie le long du sentier de croissance équilibré. Expliquer intuitivement la manière dont ces grandeurs optimales dépendent des paramètres α et ϕ. (3 points)

Exercice 2 (7 points)

Selon les économistes Augustin Landier et David Thesmar, l'entrée de Free sur le marché des opérateurs mobiles aurait conduit à la création de 16000 à 30000 emplois en France.

1. En s'appuyant sur le modèle OA-DA, étudier analytiquement et graphiquement l'impact à court et à long terme d'une intensification de la concurrence sur les marchés des biens, et expliquer intuitivement les mécanismes économiques en jeu (on supposera que la banque centrale cible l'inflation zéro et le produit naturel, et que ces objectifs sont toujours atteints à long terme). (4 points)

2. Expliquer comment et pourquoi l'effet de court terme du choc est modifié lorsque la banque centrale réagit plus fortement aux écarts de l'inflation à sa cible. (3 points)

Note : on rappelle que le modèle OA-DA est donné par :

$$
\begin{aligned}
\text{DA} &: \quad y_t = \theta_t - \sigma\gamma\left(\pi_t - \bar{\pi}\right) \\
\text{OA} &: \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \kappa\left(y_t - y_t^n\right),\ y_t^n = z_t - \xi\mu^*,
\end{aligned}
$$

avec y_t le produit (en log), π_t l'inflation, θ_t un paramètre de demande agrégée, σ l'élasticité de la demande privée au taux d'intérêt réel, γ l'élasticité du taux d'intérêt réel à l'inflation, y_t^n le produit naturel, z_t la productivité, ξ l'élasticité de l'offre de travail, μ^* le taux de marge optimal et κ un paramètre qui dépend (entre autre) du degré de rigidité nominale.

Réponses

1. $\phi =$ semi elasticité du capital par rapport à la durée des études. L'expression de H reflète l'arbitrage entre allongement des études (ce qui augmente l'efficacité du travail brut) et temps de travail (qui augmente le nombre d'unités de travail brut)

2. On peut se ramener à un cas connu en définissant $A_t \equiv B_t^{1-\alpha}$, de sorte que la fonction de production s'écrive

$$\frac{Y_t}{B_t H_t} = \frac{K_t^{\alpha}}{(B_t H_t)^{\alpha}}$$

Ainsi, si on définit

$$y_t = \frac{Y_t}{B_t H_t} = \frac{Y_t}{A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} H_t}, \quad k_t = \frac{K_t}{B_t H_t} = \frac{K_t}{A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} H_t}$$

on peut écrire

$$\begin{aligned} y_t &= k_t^{\alpha} \\ k_{t+1} &= \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}^{\frac{1}{1-\alpha}} H_{t+1}} = \frac{sY_t / A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} H_t}{A_{t+1}^{\frac{1}{1-\alpha}} H_{t+1} / A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} H_t} = \underbrace{\left[\frac{s}{(1+g_A)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1+n)} \right]}_{:=\Omega} k_t^{\alpha} \end{aligned}$$

3. L'état stationnaire de cette dynamique est donné par :

$$k^* = \Omega \left(k_t^*\right)^{\alpha} \Rightarrow k^* = \Omega^{\frac{1}{1-\alpha}}, \; y^* = (k^*)^{\alpha} = \Omega^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

On rappelle que

$$y_t = \frac{Y_t}{A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} H_t} = \frac{Y_t}{A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} h\,(1-u)\, L_t}$$

Ce qui implique, le long du SCE:

$$\frac{Y_t}{L_t} = y^* A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} h\,(1-u) = \Omega^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h\,(1-u)\, A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

et donc

$$1 + g_{Y/L}^* = \frac{\frac{Y_{t+1}}{L_{t+1}}}{\frac{Y_t}{L_t}} = \left(\frac{1}{1+n}\right) \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = (1+g_A)^{\frac{1}{1-\alpha}} \Rightarrow g_{Y/L}^* = (1+g_A)^{\frac{1}{1-\alpha}} - 1$$

Par ailleur, la dynamique $k_{t+1} = \Omega k_t^{\alpha}$ est globalement stable, donc l'économie converge vers ce sentier

4. Le long du SCE la consommation par travailleur est donnée par:

$$\frac{C_t}{L_t} = \frac{(1-s)\, Y_t}{L_t} = (1-s)\, \Omega^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \mathrm{e}^{\phi u} (1-u)\, A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

La durée optimale des études résoud :

$$\frac{\partial \mathrm{e}^{\phi u} (1-u)}{\partial u} = 0 \Rightarrow u = 1 - \frac{1}{\phi} > 0$$

Le taux d'épargne optimal résoud :

$$\frac{\partial\, (1-s)\, s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\partial s} = 0 \Rightarrow s = \alpha$$

La durée optimale des études est d'autant plus élevée que l'est la productivité des études. Le taux d'épargne optimal est d'autant plus élevé que la productivité marginal du capital l'est, et celle-ci dépend de α.