Ecole Polytechnique

Eco 432 - Macroéconomie

PC 4. Stock de pétrole, taxe carbone et croissance économique

Dans cette PC, nous nous interrogeons sur l'impact de la rareté des ressources naturelles, comme le pétrole par exemple, sur la possibilité d'une croissance économique à long terme. Il va de soi qu'il est extrêmement difficile de répondre à cette question. Notre objectif est d'identifier les paramètres qui joueront un rôle crucial dans la réponse.

On considère le modèle de croissance suivant. La fonction de production agrégée est donnée par :

$$Y(t) = A(t)K(t)^{\alpha}E(t)^{\gamma}L(t)^{1-\alpha-\gamma}$$

avec $\alpha, \gamma \in (0,1)$ et $1-\alpha-\gamma > 0$. Dans cette expression $Y(t)$ désigne le produit, $A(t)$ la productivité totale des facteurs, $K(t)$ le stock de capital, $L(t)$ le nombre de travailleurs et $E(t)$ la quantité de pétrole utilisée dans la production. $A(0)$ et $L(0)$ sont donnés, et $A(t)$ et $L(t)$ croissent à taux constant:

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = g_A$$

$$\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n$$

Le capital s'accumule selon la loi d'évolution habituelle :

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$$

avec $s \in (0,1)$ le taux d'investissement et $\delta > 0$ le taux d'amortissement du capital (tous deux constants). On note $R(t)$ le stock de pétrole à la période t et $R(0) > 0$ son stock initial. A chaque instant du temps, l'économie utilise une fraction constante $s_E < g_A/\gamma$ du stock de pétrole, de sorte que :

$$E(t) = s_E R(t) = -\dot{R}(t)$$

1. Commentez la fonction de production et le rôle du pétrole dans celle-ci.

2. Conjecturer que le ratio $z(t) = K(t)/Y(t)$ est constant (à $z(t) = \bar{z}$) le long du sentier équilibré de croissance (où toutes les variables croissent à taux constant) et en déduire la valeur de ce ratio.

3. Exprimer l'équation différentielle caractérisant l'évolution de z(t). Montrer que cette équation implique une convergence globale de z(t) vers $\bar{z}$ et expliquer intuitivement la logique de cette convergence.

4. Calculer le PIB par travailleur en log ($\ln(Y(t)/L(t))$) en fonction de z(t), de t et des constantes du modèle ; expliquer intuitivement les effets du taux d'utilisation du pétrole s_E sur $\ln(Y(t)/L(t))$.

5. Calculer le taux de croissance du PIB par travailleur le long du sentier équilibré de croissance. Dans quelles conditions est-il positif ?

6. On suppose que l'économie se trouve sur son sentier équilibré de croissance (c'est-à-dire tel que $z(t) = \bar{z}$) jusqu'à l'instant $T > 0$, où une taxe carbone est mise en place et conduit à une réduction permanente du rythme d'utilisation du pétrole de s_E à $s'_E < s_E$. Discuter les effets à de cette réforme à l'impact puis sur la croissance future de l'économie. Tracer la trajectoire de $\ln(Y(t)/L(t))$ dans le temps avant et après la réforme.

Ecole Polytechnique

Eco 432 - Macroéconomie

PC 4. Correction

1. La fonction de production est une Cobb Douglas à trois inputs. Quelques remarques :

   (a) La fonction de production présente des rendements d'échelle constants. Considérons le problème de la firme. Lorsque l'énergie est un facteur de production, le problème de la firme est :

$$\max_{\{E,L,K\}} \Pi = AK^{\alpha}E^{\gamma}L^{1-\alpha-\gamma} - wL - pE - RK$$

   où p est le prix de l'énergie. On obtient les conditions de première ordre suivantes :

$$\alpha\frac{Y}{K} = R \tag{1}$$

$$(1-\alpha-\gamma)\frac{Y}{L} = w \tag{2}$$

$$\gamma\frac{Y}{E} = p \tag{3}$$

   En utilisant la dernière condition du premier ordre, on obtient

$$\gamma = \frac{pE}{Y} \tag{4}$$

   Comme la fonction de production présente des rendements d'échelle constants, le théorème d'Euler s'applique : γ représente la part de la production destinée à rémunérer l'input E(t). Dans les données, γ peut être estimé à moins de 10%. Ce niveau de γ est faible et implique qu'une diminution de E aura un effet limité sur la production.

   (b) Avec une fonction Cobb-Douglas, si $E = 0$, nous avons une production nulle. Cependant, il est à noter que, avec une fonction Cobb-Douglas, si $E \to 0$, il est possible de produire une quantité donnée en augmentant les autres intrants à l'infini. Cela ne serait pas possible si la technologie était une fonction de production de Leontief, où le degré de substituabilité des inputs est nul. Lorsque $Y(t) = min\{K(t), E(t), L(t)\}$ (Leontief), il n'y a aucun moyen de substituer l'énergie par d'autres intrants et si l'énergie diminue, la production diminue de manière proportionnelle ("one to one").

   (c) La discussion sur le degré de substituabilité entre l'énergie et les autres inputs a suscité un débat animé en Allemagne en 2022, lorsque plusieurs économistes allemands ont été accusés d'être trop optimistes quant à l'effet des sanctions contre la Russie sur le PIB allemand. Les industriels allemands ont affirmé que ce degré de substituabilité était proche de zéro et ont donc prédit que l'impact sur le PIB allemand aurait été beaucoup plus important que ce que les économistes avaient prédit, plaidant en faveur de sanctions moins sévères à l'encontre de la Russie. Le Chancelier Scholz a également commenté : "Les économistes se trompent ! Et il est honnêtement irresponsable de manipuler des modèles mathématiques qui finalement ne fonctionnent pas vraiment." Une fois de plus, le débat s'est transformé en un débat sur la question de savoir si les modèles mathématiques abstraits utilisés par les économistes sont utiles (par opposition aux modèles de bon sens des industriels). La vraie question est plutôt que nous devons trouver les bons modèles mathématiques. Si vous êtes intéressé, cliquez ici pour consulter des diapositives préparées par l'économiste allemand Benjamin Moll (professeur à la London School of Economics) sur les effets des sanctions contre la Russie. Il montre que même avec une très faible substituabilité, les pertes de production sont loin du cas de Leontief avec une substituabilité nulle.

Le degré de substituabilité est difficile à estimer (et il peut également varier en fonction de l'horizon temporel - à long terme, le degré de substituabilité est susceptible d'être plus élevé). Il est probablement inférieur à celui d'une fonction de production de type Cobb-Douglas, mais il est irréaliste de penser qu'il est exactement nul comme dans le cas d'une Leontieff. Dans l'analyse suivante, nous allons considérer le cas de la production de type Cobb-Douglas.

2. Tout d'abord, on note que
$$\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = -s_E \Rightarrow R(t) = R(0)e^{-s_E t}$$
et donc
$$E(t) = s_E R(0)e^{-s_E t} \Rightarrow \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} = -s_E$$
$$\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = -s_E$$
D'après la loi d'accumulation du capital, si $K(t)/Y(t) = \bar{z}$ alors :
$$\bar{g}_K = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{s}{\bar{z}} - \delta$$
Par ailleurs, d'après la fonction de production quand l'économie se trouve sur son sentier équilibré de croissance
$$Y(t)^{1-\alpha} = A(t)\bar{z}^\alpha E(t)^\gamma L(t)^{1-\alpha-\gamma} \Rightarrow \bar{g}_Y = \frac{g_A - \gamma s_E + (1-\alpha-\gamma)n}{1-\alpha}$$
montrant que la croissance de la production sera inférieure à long terme lorsque s_E est plus élevé (extraction plus rapide).

Si z est constant on a $g_K = g_Y$ et donc
$$\frac{s}{\bar{z}} - \delta = \frac{g_A - \gamma s_E + (1-\alpha-\gamma)n}{1-\alpha}$$
$$z = \frac{s}{\delta + \frac{g_A - \gamma s_E + (1-\alpha-\gamma)n}{1-\alpha}}$$

3. D'après la définition de $z(t)$ on a :
$$\frac{\dot{z}(t)}{z(t)} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)}$$
La loi d'évolution du capital se réécrit :
$$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{s}{Z(t)} - \delta$$
alors que la fonction de production donne:
$$Y(t)^{1-\alpha} = A(t)z(t)^\alpha E(t)^\gamma L(t)^{1-\alpha-\gamma} \Rightarrow (1-\alpha)\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + \alpha\frac{\dot{z}(t)}{z(t)} - \gamma s_E + (1-\alpha-\gamma)n$$

Ainsi, l'équation différentielle pour z (t) est donnée par :

$$\dot{z}(t) = (1-\alpha)s(1-\frac{z(t)}{\bar{z}}) := f(z(t)$$

f(.) est strictement décroissante de z(t) pour tout $z(t) > 0$ et coupe l'axe des x en $z(t) = \bar{z}$. La dynamique est donc globalement stable. Lorsque z(t) est faible le stock de capital est faible (relativement au produit) et donc la productivité marginale du capital est élevée ; à taux d'investissement donné le capital s'accumule rapidement, ce qui conduit à une hausse du ratio capital/produit vers sa valeur d'état stationnaire z. C'est l'inverse lorsque z(t) est élevé. C'est donc la concavité de la fonction de production en K(t) (c'est-à-dire son rendement marginal décroissant) qui est responsable de la convergence globale de la dynamique.

4. D'après la fonction de production on a:

$$Y(t)^{1-\alpha} = A(t)z(t)^{\alpha}E(t)^{\gamma}L(t)^{1-\alpha-\gamma} \Leftrightarrow (Y(t)/L(t))^{1-\alpha} = A(t)z(t)^{\alpha}E(t)^{\gamma}L(t)^{-\gamma}$$

$$\Leftrightarrow (Y(t)/L(t)) = A(t)z(t)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}(s_E R(0)e^{-s_E t})^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}L(t)^{\frac{-\gamma}{1-\alpha}}$$

On obtient :

$$\Leftrightarrow \ln(Y(t)/L(t)) = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{A(0)+R(0)+\ln s_E}{1-\alpha} + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln z(t) + \frac{g_A - \gamma(s_E+n)}{1-\alpha}t$$

Le taux d'utilisation du pétrole intervient deux fois : il impacte positivement le niveau de $Y(t)/L(t)$ (une utilisation plus intense du stock élève la production) mais négativement sa croissance (cette utilisation plus intense réduit plus rapidement le stock de ressources futures disponibles pour la production).

5. Le taux de croissance du PIB par travailleur le long du sentier équilibré de croissance peut être obtenu à partir de l'équation précédente, en rappelant que dans une trajectoire de croissance équilibrée, $z(t)$ est constant

$$\bar{g}_{Y/L} = \frac{g_A - \gamma(s_E+n)}{1-\alpha}t$$

Avec une ressource fixe, la croissance démographique freine la croissance de la production par travailleur. De plus, étant donné que les ressources renouvelables s'épuisent, nous avons un frein supplémentaire à la croissance en raison de s_E. La croissance de y n'est positive que si $g > \gamma(s_E+n)$, ou si le changement technologique est suffisamment rapide.

On peut estimer $n = 0.01$, s_E= 0.005, c'est-à-dire que nous utilisons 1/2 de 1% des ressources chaque année, et $\gamma = 0.1$ (cf Nordhaus, 1992). Donc, $\gamma(s_E+n)$ est assez faible: la rareté des ressources naturelles n'exerce qu'un léger frein sur la croissance. Notez que les résultats sont valables si la production n'est pas trop différente d'une fonction de production Cobb-Duglas. Si l'élasticité de substitution entre le pétrole et les autres intrants est faible (proche de Léontieff), il peut être plus difficile de maintenir une croissance positive à long terme.

6. La baisse de s_E a trois effets. Tout d'abord, et comme le montre l'expression déduite à la question 3, elle engendre une chute instantanée de $Y(t)/L(t)$ liée à la moindre utilisation de pétrole ; autrement dit, la mise en place de la taxe provoque une récession. En dérivant l'expression déduite à la question 3 par rapport au temps, on obtient :

$$g_{Y/L}(t) = \underbrace{\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\dot{z}(t)}{z(t)}}_{croissance\ transitionnelle} + \underbrace{\frac{g_A - \gamma(s_E + n)}{1-\alpha}}_{croissance\ \grave{a}terme}$$

L'effet sur la croissance à long terme est positif : en utilisant moins de pétrole en proportion du stock existant, celui-ci se réduit moins vite, ce qui permet d'en utiliser davantage à l'avenir (en dépit d'un taux d'utilisation des ressources plus faible). Comment s'opère la transition entre l'effet instantané (négatif) de la taxe carbone et son effet de long terme (positif) ? La baisse de s_E déplace le graphe de la dynamique ($f(z(t))$) vers le bas ; de manière équivalente, elle fait chuter z. Ainsi, $\dot{z}(t)$ et négatif juste après l'introduction de la taxe et donc le PIB par travailleur croît transitoirement moins vite qu'il ne le fera à long terme. L'évolution de ln $[Y(t)/L(t)]$ est tracée ci-dessous.