

# Ecole Polytechnique

## Eco 432 - Macroéconomie

### PC 5. La demande de consommation

#### CORRECTION

##### Exercice : Choix de consommation

1. Pour obtenir la contrainte budgétaire intertemporelle (CBI), on utilise les contraintes budgétaires de chaque période  $t = 0, 1$ :

$$\begin{aligned}t = 0 : C_0^j + A_0^j &= A_{-1}^j (1 + r_{-1}) + h_0^j \\t = 1 : C_1^j + A_1^j &= A_0^j (1 + r_0) + h_1^j\end{aligned}$$

La consommation au-delà de la période 1 n'étant pas valorisée, il n'aurait aucun sens de choisir  $A_1^j > 0$ . De plus, comme le ménage n'a pas de revenu salarial au-delà de la période 1, personne n'accepterait d'être son créancier, il est donc impossible que  $A_1^j < 0$ . On a donc nécessairement  $A_1^j = 0$ . En utilisant la seconde ligne pour éliminer  $A_0^j$  de la première, on obtient:

$$\underbrace{C_0^j + \frac{C_1^j}{1 + r_0}}_{\text{valeur présente des flux de consommation}} = \underbrace{A_{-1}^j (1 + r_{-1})}_{\text{patrimoine et intérêts}} + \underbrace{h_0^j + \frac{h_1^j}{1 + r_0}}_{\text{valeur présente du revenu salarial net d'impôt}} \quad (1)$$

richesse totale

On denote la richesse totale par  $W_0^j$ .

2. Le Lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{U}_0 + \Lambda^j \left\{ A_{-1}^j (1 + r_{-1}) + h_0^j + \frac{h_1^j}{1 + r_0} - C_0^j - \frac{C_1^j}{1 + r_0} \right\}$$

avec  $\Lambda^j$  le multiplicateur de Lagrange associé à la CBI. Les conditions de premier ordre associées au choix de  $C_0^j$  et  $C_1^j$  sont données par :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial C_0^j} = \frac{1}{C_0^j} - \Lambda^j = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial C_1^j} = \left( \frac{1}{1 + \rho} \right) \frac{1}{C_1^j} - \frac{\Lambda^j}{1 + r_0} = 0 \quad (2)$$

En utilisant ces deux équations pour éliminer  $\Lambda^j$ , on trouve que la consommation d'un ménage ricardien satisfait :

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{(1 + \rho)(C_1)}(1 + r_0) \quad (3)$$

L'agent choisit sa consommation de manière à égaliser les utilités marginales de la période courante et de la période suivante (actualisée) : à l'équilibre, l'individu est indifférent entre la consommation et l'épargne. Le terme de gauche représente le supplément d'utilité que l'on obtient en consommant une unité supplémentaire de biens dans le présent. Le terme de droite représente le coût de cette unité supplémentaire : l'épargne et les intérêts auxquels on renonce en consommant une unité supplémentaire dans le présent, ce qui diminue la consommation future d'un montant de  $1 + r_0$  et, par conséquent, diminue l'utilité dans le futur. Le modèle prédit que seule la consommation

passée sert à prévoir celle du présent ; en particulier, le revenu n'intervient pas directement, car toute l'information est déjà contenue dans  $C_0$ . Cela est dû au fait que les marchés des capitaux sont parfaits.

Écrivons

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{1 + r_0}{1 + \rho} \quad (4)$$

La relation précédente est appelée la *règle de Keynes-Ramsey*. Cette règle reflète le phénomène de "substitution intertemporelle de consommation" en réponse à un changement de  $r_0$ . Une hausse de  $r_0$  augmente la pente du chemin de consommation, car elle incite les ménages à consommer moins à la période courante afin d'épargner davantage (ou réduire leur endettement) et ainsi consommer davantage à l'avenir. En revanche, une baisse de  $r_0$  décourage l'épargne, réduisant ainsi la pente du chemin de consommation. L'équation (4) nous donne la pente du chemin de consommation, mais elle ne nous donne pas les valeurs absolues de  $C_0$  et  $C_1$ .

3. En utilisant l'expression (4) on peut éliminer  $C_1$  de l'expression de la valeur présente des flux de consommation dans la CBI:

$$C_0 + \frac{C_0(1 + r_0)}{(1 + r_0)(1 + \rho)} = W_0 \quad (5)$$

$$C_0 = W_0 \frac{1 + \rho}{2 + \rho} \quad (6)$$

Le ménage consomme une fraction de sa richesse totale (entendue comme la somme de son patrimoine accumulé et de la valeur présente de ses flux de revenu disponibles). Cette fraction est croissante en  $\rho$ . Un consommateur très impatient ( $\rho \rightarrow \infty$ ) fait des emprunts importants et consomme toute sa richesse en  $t=0$ . La richesse  $W_0$  baisse quand  $r_0$  augmente:  $C_0$  est donc décroissant en  $r_0$ .

En utilisant l'expression (4)

$$C_1 = \frac{1 + r_0}{2 + \rho} W_0 \quad (7)$$

Supposez maintenant que  $\rho = r_0$ . Dans ce cas ci on a un lissage parfait de la consommation:

$$C_1 = C_0 = \frac{1 + \rho}{2 + \rho} W_0 \quad (8)$$

En utilisant la contraintes budgétaire en  $t = 0$  et en supposons que  $r_0 = \rho$  et  $A_{-1} = 0$ , on obtient que le patrimoine est

$$A_0 = h_0 - \frac{1 + \rho}{2 + \rho} \left[ h_0 + \frac{h_1}{1 + \rho} \right]$$

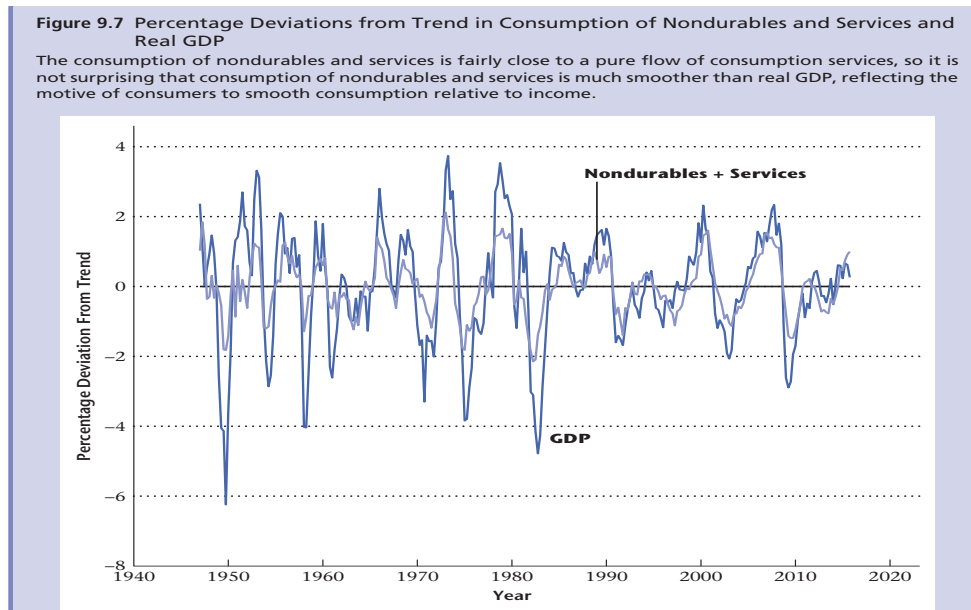
ce qui donne:

$$A_0 = \frac{h_0 - h_1}{2 + \rho} \quad (9)$$

Les consommateurs qui s'attendent à des revenus plus faibles à l'avenir (par exemple, les personnes proches de la retraite) épargnent: à partir de l'équation (9), quand  $h_0 > h_1$  on a  $A_0 > 0$ . Par contre, les consommateurs qui s'attendent à des revenus plus élevés à l'avenir (par exemple, les étudiants) empruntent: quand  $h_0 < h_1$ , on a  $A_0 < 0$ . Dans ce cadre, les institutions financières améliorent l'utilité en permettant aux consommateurs d'emprunter et de prêter, ce qui les aide à lisser la consommation dans le temps.

Comment la consommation varie-t-elle en cas de changement de revenu ? Une augmentation de  $h_0$  et/ou de  $h_1$  augmente la richesse de l'individu. Comme la consommation est un bien normal,  $C_1$  et  $C_0$  augmentent. En utilisant l'équation (8), on remarque que  $C_0$  augmente moins que l'augmentation de  $h_0$  : une augmentation de  $h_0$  entraîne une augmentation de l'épargne, ce qui permet de consommer davantage en  $t = 1$ . Si le revenu attendu  $h_1$  augmente, l'épargne diminue pour permettre à  $C_0$  d'augmenter.

En d'autres termes, les consommateurs ricardiens lissent leur consommation par rapport à leurs revenus. Il est également important de noter que lorsque le revenu courant change, il importe beaucoup si ce changement de revenu est temporaire (c'est-à-dire que le changement se produit en une seule période) ou permanent. La Figure 1 montre qu'il y a moins de variabilité dans la consommation de biens non durables et de services que dans le PIB réel. Cependant, les économistes estiment que la corrélation entre la consommation et les fluctuations du revenu est plus élevée que ce que la théorie prédisait. Cela est probablement dû au fait que certains individus sont exclus du marché du crédit et ne peuvent pas lisser leur consommation. Par conséquent, leur consommation est très sensible aux variations de revenus.<sup>1</sup>



4. D'après la contrainte budgétaire, un ménage keynésien consomme :

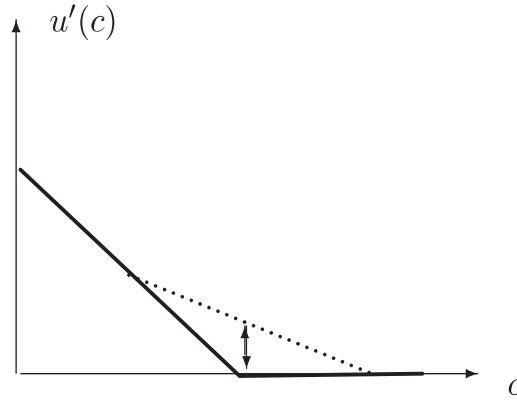
$$C_0^K = \underbrace{\frac{-\bar{D}_0}{1+r_0}}_{\text{nouvelle dette émise}} + \underbrace{\frac{W_0}{P_0} \bar{L}_0^K}_{\text{revenu salarial}} \quad (10)$$

Une hausse du taux d'intérêt réel réduit la capacité d'endettement courante du ménage, ce qui le contraint à réduire sa consommation (toutes choses étant égales par ailleurs). Il est important de noter que, contrairement aux consommateurs ricardiens, les consommateurs keynésiens sont "hand-to-mouth" : si leur revenu courant augmente de 1 euro, leur consommation augmente également de 1 euro (la propension marginale à consommer est de 100 %).

<sup>1</sup>Nous excluons la consommation de biens durables (par exemple les automobiles) de la série chronologique de la consommation car l'achat de biens durables produit un flux de services de consommation sur toute sa durée de vie et s'apparente davantage à un investissement.

## Exercice : Épargne de précaution

1. L'utilité est strictement croissante pour tout  $C \leq a/b$  et constante lorsque  $C \geq a/b$ . L'utilité marginale est convexe et est dessinée ci-dessous:



La convexité de l'utilité marginale joue un rôle important pour les résultats ci-dessous. En prenant la dérivée par rapport à  $A_0$ , la condition d'optimalité est

$$U'(\frac{a}{b} - A_0) = \frac{1}{2} \underbrace{U'(A_0 + \frac{a}{b} - \sigma)}_{\text{U marg si } h_1 \text{ est bas}} + \frac{1}{2} \underbrace{U'(A_0 + \frac{a}{b} + \sigma)}_{\text{U marg si } h_1 \text{ est élevée}} \quad (11)$$

Si  $\sigma = 0$  la condition de première ordre devient

$$U'(\frac{a}{b} - A_0) = U'(A_0 + \frac{a}{b}) \quad (12)$$

Il est immédiat que la solution est  $A_0 = 0$ , ce qui permet un lissage parfait de la consommation ( $C_0 = C_1 = a/b$ ). Supposons maintenant que  $\sigma > 0$ .

Nous trouvons la solution en deux étapes.

Étape 1: Nous montrons que lorsque  $\sigma > 0$ ,  $A_0 = 0$  n'est pas optimal. En fait, évaluez (11) à  $A_0 = 0$ . Nous montrons que la condition de première ordre n'est pas satisfaite. Le côté gauche de (11) est zéro. Pour déterminer la valeur du côté droit, remarquez que lorsque  $A_0 = 0$ , lors de la deuxième période l'agent consomme soit  $\frac{a}{b} + \sigma$  (qui donne une utilité marginale nulle) soit  $\frac{a}{b} - \sigma$  (qui donne une utilité marginale positive). En examinant le graphique, le côté droit est strictement positif car l'utilité marginale est convexe. Par conséquent, la condition d'optimalité n'est pas satisfaite. Lorsque  $\sigma > 0$ , l'agent est incité à épargner dans la première période, c'est-à-dire  $A_0 > 0$  et  $C_0 < a/b$ , ce qui élève l'utilité marginale à  $t = 0$  au-dessus de zéro.

Étape 2: Puisque  $A_0 > 0$ , on sait maintenant que l'utilité marginale quand  $h_1$  est élevé est zéro (car  $A_0 + \frac{a}{b} + \sigma > a/b$ ). Rappelant que lorsque  $C < a/b$  l'utilité marginale est  $a - bC$ , l'équation (11) devient

$$a - b(\frac{a}{b} - A_0) = \frac{1}{2}[a - b(A_0 + \frac{a}{b} - \sigma)] \quad (13)$$

ce qui permet de résoudre:

$$A_0 = \frac{\sigma}{3} \quad (14)$$

Ensuite, en utilisant les contraintes budgétaires

$$C_0 = \frac{a}{b} - \frac{\sigma}{3} \quad (15)$$

$$C_1 = \begin{cases} a/b + \sigma + \frac{\sigma}{3} & \text{avec probabilité } 1/2 \\ a/b - \sigma + \frac{\sigma}{3} & \text{avec probabilité } 1/2 \end{cases} \quad (16)$$

Face au risque, l'agent a tendance à épargner, ce qui réduit le niveau de consommation courante. Plus  $\sigma$  est élevé, plus  $A_0$  est élevé.

La crise liée à la COVID-19 a accru la propension à épargner, comme le montre le graphique illustrant un pic de la propension (déclarée) à épargner des ménages français pendant et après le confinement. La théorie prédisait qu'en réponse à un choc temporaire négatif sur le revenu, les individus devraient moins épargner. Alors, pourquoi la propension à épargner a-t-elle augmenté ? Une partie de l'explication réside dans l'épargne forcée : certaines dépenses n'étaient pas possibles pendant le confinement. Cependant, une autre partie de l'explication tient à l'épargne de précaution : la COVID-19 a accru l'incertitude (concernant l'inféctiosité du virus, le temps nécessaire pour développer des vaccins, les implications économiques, etc.).

