

Duplicatore di frequenza

Alberto Bordin, Giulio Cappelli

14-15 Dicembre 2017

Sommario

Calibrazione dell'attenuatore regolabile a disposizione.

Misura di intensità del segnale duplicato in frequenza in funzione della potenza del laser di pompa.

Stima dell'angolo di *phase matching*.

Studio della polarizzazione in ingresso e in uscita dal cristallo.

1 Teoria

1.1 Generazione di seconda armonica

In un cristallo non lineare la polarizzazione può essere sempre espressa come serie di potenze¹ nelle componenti del campo elettrico:

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots$$

In laboratorio disponiamo di un campione di LiIO_3 , che non è centrosimmetrico² e mostra effetti non lineari già al second'ordine.

Consideriamo un'onda piana $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ e mostriamo che la risposta non lineare del mezzo può generare un segnale duplicato in frequenza:

$$\chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k \cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} (\chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k) (1 + \cos(2\omega t))$$

Poichè si tratta di un effetto al second'ordine l'intensità della seconda armonica dipenderà dal quadrato dell'intensità della fondamentale:

$$I_{2\omega} \propto |\vec{P}(2\omega)|^2 \propto |\vec{E}(\omega)|^4 \propto I_\omega^2 \quad (1)$$

1.2 Phase matching

Il problema della generazione di seconda armonica nasce dal fatto che l'indice di rifrazione dipende dalla frequenza.

Posto $\Delta k := 2k(\omega) - k(2\omega)$ l'efficienza del processo di duplicazione per un cristallo di lunghezza L è

$$\eta := \frac{P(2\omega)}{P(\omega)} \propto \frac{\sin^2(\Delta k \frac{L}{2})}{(\Delta k \frac{L}{2})^2} \quad (2)$$

L'efficienza massima si ottiene nella condizione di *phase matching*: $\Delta k = 0$ o, equivalentemente,

$$n(2\omega) = n(\omega) \quad (3)$$

Per ottenere la condizione 3 l'idea del nostro apparato sperimentale è di utilizzare un cristallo birifrangente uniassiale, il LiIO_3 , che ha indici di rifrazione diversi per assi diversi

$$n_{ij} = \begin{bmatrix} n_o & 0 & 0 \\ 0 & n_o & 0 \\ 0 & 0 & n_e \end{bmatrix}$$

L'asse corrispondente a n_e verrà chiamato asse ottico.

Cercando in letteratura³ i valori degli indici di rifrazione del LiIO_3 per le lunghezze d'onda del laser IR a nostra disposizione ($\lambda = 808 \text{ nm}$) constatiamo che la condizione

$$n_o - n_e > n_i(2\omega) - n_i(\omega)$$

è soddisfatta, quindi è possibile avere la condizione di *phase matching* come indicato in Figura 1

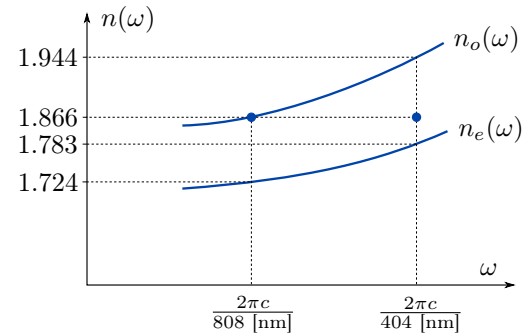


Figura 1: Andamento dell'indice di rifrazione in funzione della frequenza. I numeri riportati sono validi per un cristallo di LiIO_3 . Il primo e il secondo punto blu sono, rispettivamente, l'effettivo indice di rifrazione valido per il laser di pompa e per il segnale duplicato.

¹Utilizziamo la convenzione di Einstein (indici ripetuti sono sommati) e il sistema di unità di misura CGS, dove $\epsilon_0 = 1$.

²Nel caso di un cristallo centrosimmetrico (dove a livello atomico il potenziale è pari: $V(\vec{x}) = V(-\vec{x})$) la $\chi^{(2)}$ è nulla.

³<https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=LiIO3&page=Herbst-e>

S. Umegaki, S.-I. Tanaka, T. Uchiyama, S. Yabumoto, Refractive indices of lithium iodate between 0.4 and 2.2 μ , Optics Communications, Volume 3, Issue 4, 1971, Pages 244-245, ISSN 0030-4018, [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(71\)90013-7](https://doi.org/10.1016/0030-4018(71)90013-7).

Non è banale visualizzare la mutua posizione di asse ottico, direzione di propagazione dell'onda e polarizzazione della pompa e della seconda armonica generata che permettono di soddisfare il match di indice di rifrazione indicato in Figura 1. A questo scopo vengono in aiuto le Figure 2 e 3.

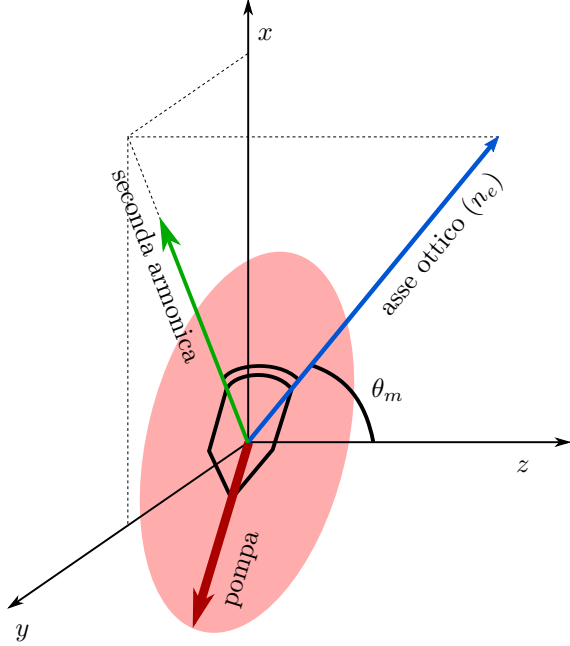


Figura 2: Assi dentro al cristallo. z è la direzione di propagazione. In rosso è indicata la polarizzazione della pompa, in verde quella della seconda armonica, entrambe giacciono nel piano x - y . In blu è indicato l'asse ottico del cristallo uniassiale: quello ad indice di rifrazione più basso (n_e). L'ellisse rossa (che giace nel piano x - y) rappresenta la luce non polarizzata (parzialmente, vedi dopo) della pompa: l'idea è che di tutta la luce incidente conta solo quella con polarizzazione ortogonale all'asse ottico, evidenziata dalla freccia rossa. Infatti data una polarizzazione dell'onda incidente sul campione la possiamo sempre scomporla nelle due componenti lungo l'asse ordinario (quello della freccia rossa, ortogonale all'asse ottico) e lungo l'asse straordinario (quello della freccia verde) tuttavia quest'ultima polarizzazione di pompa non sarà mai in grado di soddisfare la condizione di *phase matching* perchè avente indice di rifrazione già troppo basso (vedi Figura 1). Quindi conta solo⁴ la polarizzazione lungo l'asse ordinario, che corrisponde al primo punto blu di Figura 1.

⁴In realtà se $n_o - n_e > 2(n_i(2\omega) - n_i(\omega))$ è possibile che una mistura di polarizzazione lungo l'asse ordinario e polarizzazione lungo l'asse straordinario porti a soddisfare la condizione di *phase matching*. Questa eventualità prende il nome di *type II phase matching*, vedi il libro "Photonics" di Yariv e Yeh (pagina 365 della sesta edizione) per approfondire.

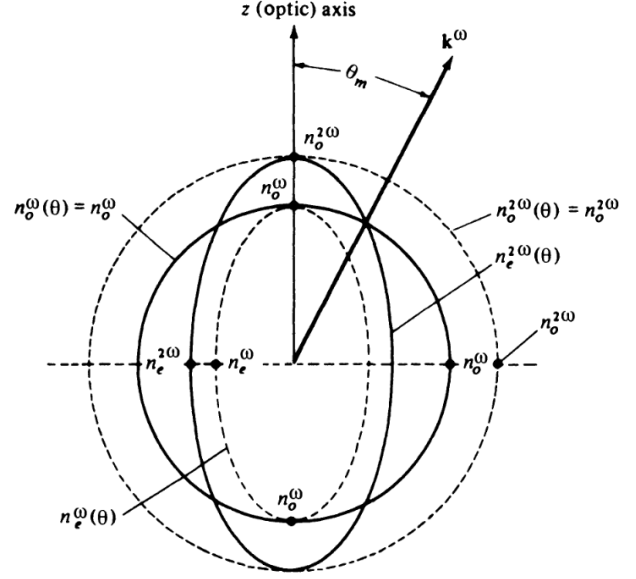


Figura 3: Angolo di *phase matching* (θ_m). Qui con z è indicato l'asse ottico e con \mathbf{k}^ω la direzione di propagazione. Dall'intersezione dell'ellisse, descritta dall'equazione $\frac{1}{n^2(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2(2\omega)} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2(2\omega)}$, con la circonferenza si evince che esiste un angolo a cui avviene il *phase matching*. Immagine tratta dal libro "Photonics" di Yariv e Yeh (pagina 365 della sesta edizione).

In mancanza di esatto *phase matching* l'intensità della seconda armonica generata segue l'andamento dell'equazione 2:

$$P(2\omega) \propto \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$$

come si nota in Figura 4.

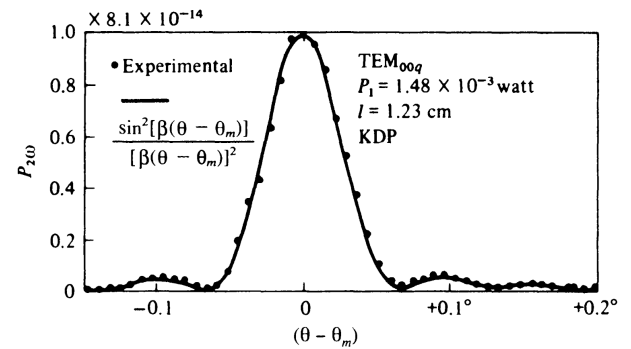


Figura 4: Campana d'intensità della seconda armonica attorno all'angolo di *phase matching*. Immagine tratta dal libro "Photonics" di Yariv e Yeh (pagina 367 della sesta edizione).

2 Apparato sperimentale

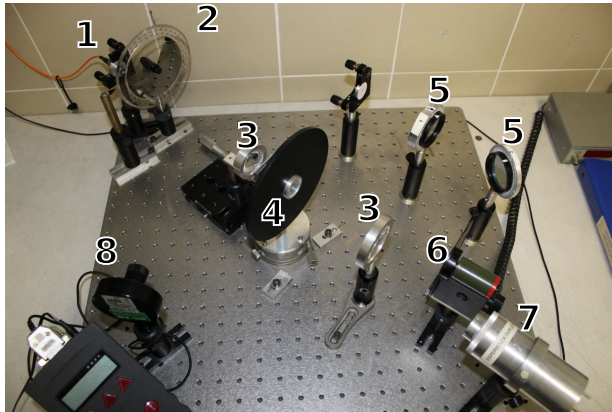


Figura 5: Foto del banco ottico

1. Sorgente del laser di pompa ($\lambda = 808 \text{ nm}$)
2. Attenuatore regolabile montato su un goniometro (in gradi centesimali).
3. Lenti
4. Campione di LiIO_3 seguito da un filtro che blocca l'IR.
5. Filtri polarizzatori
6. Chopper:
necessario alla rivelazione del segnale tramite oscilloscopio. Abbiamo l'accortezza di settarlo ad una frequenza non multipla di 50-60 Hz.
7. Rilevatore collegato all'oscilloscopio.
8. *Power meter*

3 Taratura dell'attenuatore

Per prima cosa abbiamo tarato l'attenuatore regolabile. Abbiamo misurato la potenza ogni 5 gradi centesimali. I dati raccolti sono riportati in appendice (Tabella 4) e graficati in Figura 6.

Discussione degli errori

In Figura 6 abbiamo riportato l'errore di calibrazione, che è un errore sistematico. Nelle sezioni succes-

sive talvolta è richiesto l'uso di un errore statistico. Abbiamo provato a stimare l'errore statistico guardando le fluttuazioni della derivata del grafico della taratura: risultano essere dell'1-2%, sono quindi confrontabili con l'errore di calibrazione del *power meter* (3%).

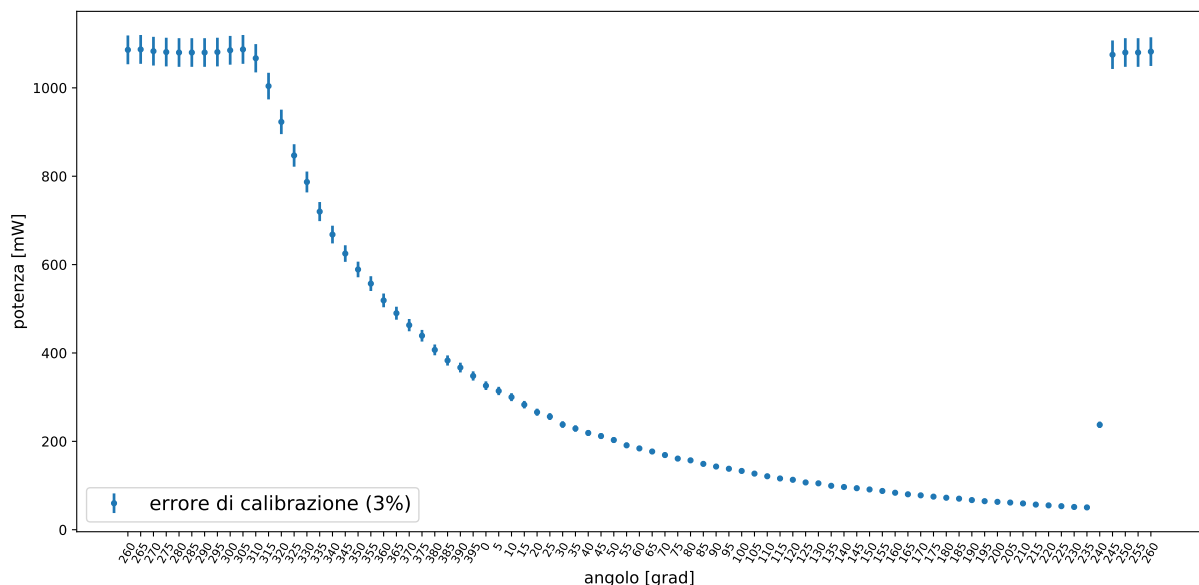


Figura 6: Taratura dell'attenuatore regolabile.

4 Segnale duplicato in funzione della potenza incidente

4.1 Presa dati

Il professore ci ha rivelato che un buon segnale all'oscilloscopio è di $\sim 600 V_{pp}$ quindi abbiamo speso le prime ore disponibili ad allineare al meglio l'apparato nella ricerca di un buon segnale, trovando al massimo $\sim 400 V_{pp}$. Infine il professore stesso ha provato ad allineare arrivando ad un segnale di $\sim 500 V_{pp}$. Non capiamo perché sia stato impossibile fare di meglio.

Secondo il modello della generazione di seconda armonica con la tecnica di *phase matching* conta una sola polarizzazione del laser di pompa. Il suo angolo è fissato dalla posizione dell'asse straordinario nel cristallo birifrangente, quindi l'orientazione della pompa non conta soltanto se il laser di pompa ha una polarizzazione uniforme. Nel dubbio che non fosse così abbiamo misurato la potenza della pompa con il *power meter* frapponendo tra laser e sensore un filtro polarizzatore. In effetti abbiamo riscontrato che il laser di pompa non ha una polarizzazione uniforme: abbiamo misurato un massimo di 284.5 mW a 29° del filtro polarizzatore e un minimo di 141.5 mW a 119° . Quindi l'intensità del segnale dipende dall'orientazione del laser di pompa. Tale fatto può spiegare il fatto che l'intensità del nostro segnale non sia ottimale, tuttavia per ricavare l'angolo ottimale serve l'analisi della sezione

6. Pertanto abbiamo deciso di accontentarci di un segnale non perfetto ed evitare di ruotare il laser (e quindi di dover riallineare da capo).

Riportiamo i dati raccolti in appendice (Tabella 2).

4.2 Analisi dati

In prima analisi per verificare la legge di potenza dell'intensità della seconda armonica abbiamo fatto un fit con la funzione $y = ax^2$ ed eseguito il test del χ^2 . Ovviamente il χ^2 dipende dalla stima degli errori⁵: l'errore di misura indicato in Tabella 2 è un errore di digitalizzazione (è pari ad una tacca dell'oscilloscopio) allora per ottenere la corretta sigma da usare per il fit e test del χ^2 bisogna moltiplicarlo per $0.68 \cdot 0.5$, per l'errore sulle x abbiamo usato l'errore di calibrazione del *power meter*. Questa scelta dà

$$\frac{\chi^2}{dof} = 0.12$$

$$p\text{-value} = 100\%$$

che conferma l'ipotesi di legge quadratica. Osserviamo che il χ^2 è molto piccolo, ciò è probabilmente dovuto ad una sovrastima degli errori sulle x . Abbiamo provato a variare l'errore sulle x tra 1 e 3%, ottenendo sempre χ^2 accettabili ($p\text{-value} \geq 5\%$)

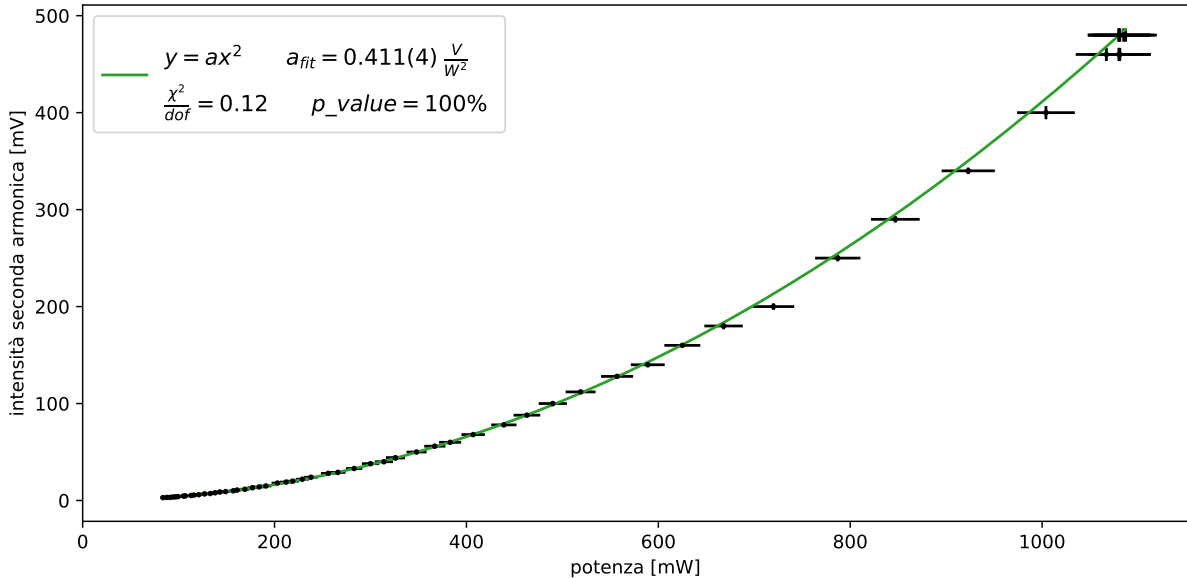


Figura 7: Fit dell'intensità della seconda armonica in funzione della potenza di pompa con $y = ax^2$. L'errore graficato è la somma in quadratura di errore di misura ed errore statistico della taratura.

⁵In presenza di errori sulle x il χ^2 viene calcolato così: $\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_y^2} + \frac{(x - x_i)^2}{\sigma_x^2}$

In seconda analisi abbiamo eseguito un fit con la funzione $y = ax^b$ (vedi Figura 8). La potenza fittata è

$$b = 1.986(11)$$

che è compatibile con 2.

Il parametro a risulta compatibile con quello ottenuto dal fit precedente.

4.3 Conclusioni

Le misure di intensità della seconda armonica generata in funzione della potenza di pompa sono in accordo con la legge di potenza quadratica $I_{2\omega} \propto I_{pompa}^2$. Tale risultato è stato confermato da un test del χ^2 e da un fit con legge $y = ax^b$ con risultato $b = 1.986(11)$, che è compatibile con 2.

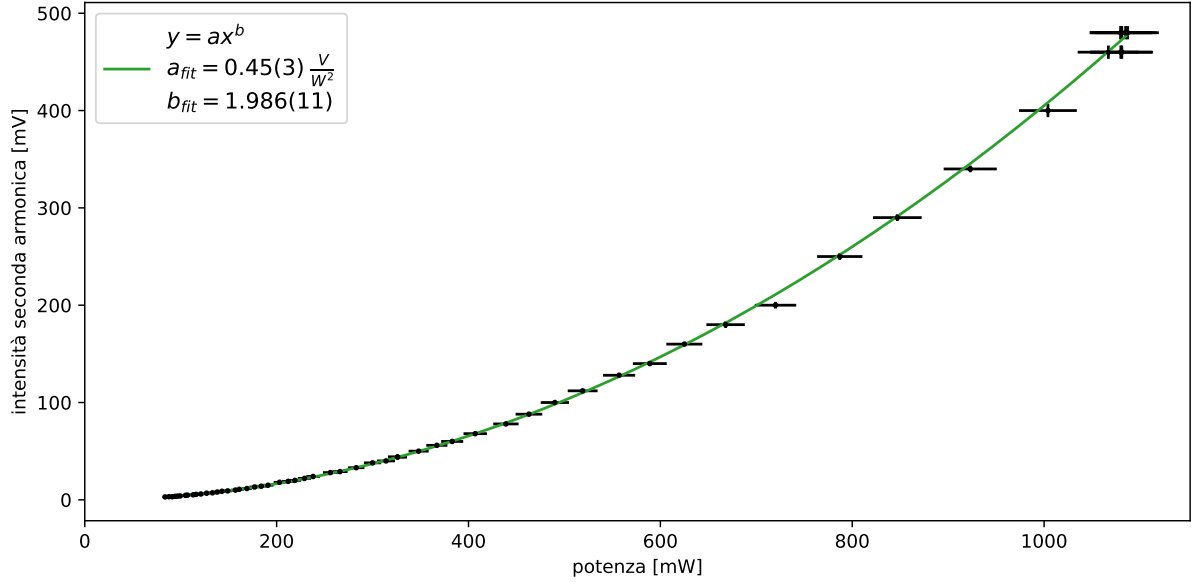


Figura 8: Fit dell'intensità della seconda armonica in funzione della potenza di pompa con $y = ax^b$.

5 Angolo di *phase-matching*

5.1 Presa dati

Il goniometro di precisione che abbiamo a disposizione si può girare normalmente oppure attraverso una vite sensibile ai primi, ma con una portata limitata: 5°. Dopo aver rilevato la portata delle vite di precisione giriamo il goniometro in modo da avere circa 2°30' prima e 2°30' dopo l'angolo a cui si ha il massimo di intensità del segnale della seconda armonica generata. In questo modo le misure che registriamo sono simmetriche intorno all'angolo di *phase matching*.

Riportiamo i dati raccolti in appendice (Tabella 3).

5.2 Analisi dati

Abbiamo eseguito un fit a tutti i dati raccolti con la funzione $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$ (vedi Figura 9, curva arancione) riscontrando una notevole discrepanza tra dati e fit. Il motivo sta nel fatto che il fit è pesantemente influenzato dalle code della campana. Infatti la curva teorica prevede che le code si annullino per certi valori di θ (vedi Figura 4) ma questo non accade per i nostri dati. Dunque abbiamo scelto di eseguire un fit senza le code della campana (vedi Figura 9, curva verde) riscontrando un accordo visibilmente migliore.

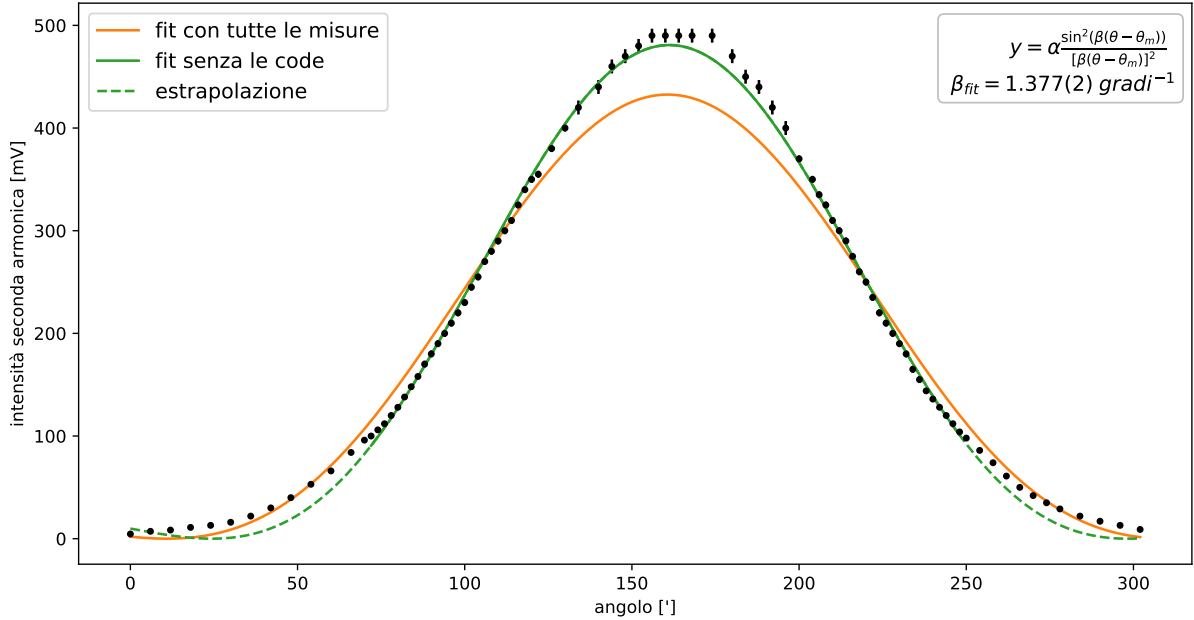


Figura 9: Fit della campana attorno all'angolo di *phase-matching* con la funzione $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$.

Per verificare che i dati siano ben riprodotti dalla curva $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$ abbiamo eseguito un test del χ^2 ottenendo

$$\frac{\chi^2}{dof} = 2.38$$

Il valore del χ^2 è molto sensibile sia alla stima degli errori che alla scelta del taglio sulle code. Il valore riportato è stato ottenuto prendendo, al solito, $\sigma_y = 0.68 \cdot 0.5$ per l'errore di digitalizzazione e tagliando le code sotto 100 mV.

Il test del χ^2 non ha smentito l'ipotesi di una legge del tipo $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$, tuttavia per ottenere

un accordo ragionevole con la teoria è stato necessario tagliare le code della campana. Purtroppo sono proprio le code di una distribuzione a campana che discriminano facilmente tra una legge e l'altra, quindi ci è venuto il sospetto che altre campane possano riprodurre bene i dati. In effetti è così: abbiamo fatto un fit dei dati (senza le code) con una campana gaussiana ottenendo un χ^2 ancora migliore:

$$\frac{\chi^2_{gaussiana}}{dof} = 1.32$$

Infatti, come si nota in Figura 10, la gaussiana sembra riprodurre i dati ancora meglio della funzione

⁶Ovviamente il fit gaussiano è stato eseguito nelle stesse condizioni del fit con $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$: errore σ_y e taglio sotto 100 mV, quindi il fatto che l'estrapolazione della gaussiana riproduca bene i dati anche sulle code è abbastanza sorprendente.

$y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$. Ancor più nettamente se si considerano le code.⁶

Per verificare che questo comportamento non sia influenzato della scelta del livello di taglio delle code la stessa analisi è stata ripetuta variandone il valore

tra 0 e 500 mV. Per qualunque livello di taglio superiore a 100 mV l'accordo tra dati a curve teoriche è accettabile (e via via migliore al crescere del livello) e la gaussiana mostra sempre un accordo (di poco) migliore rispetto alla curva $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$.

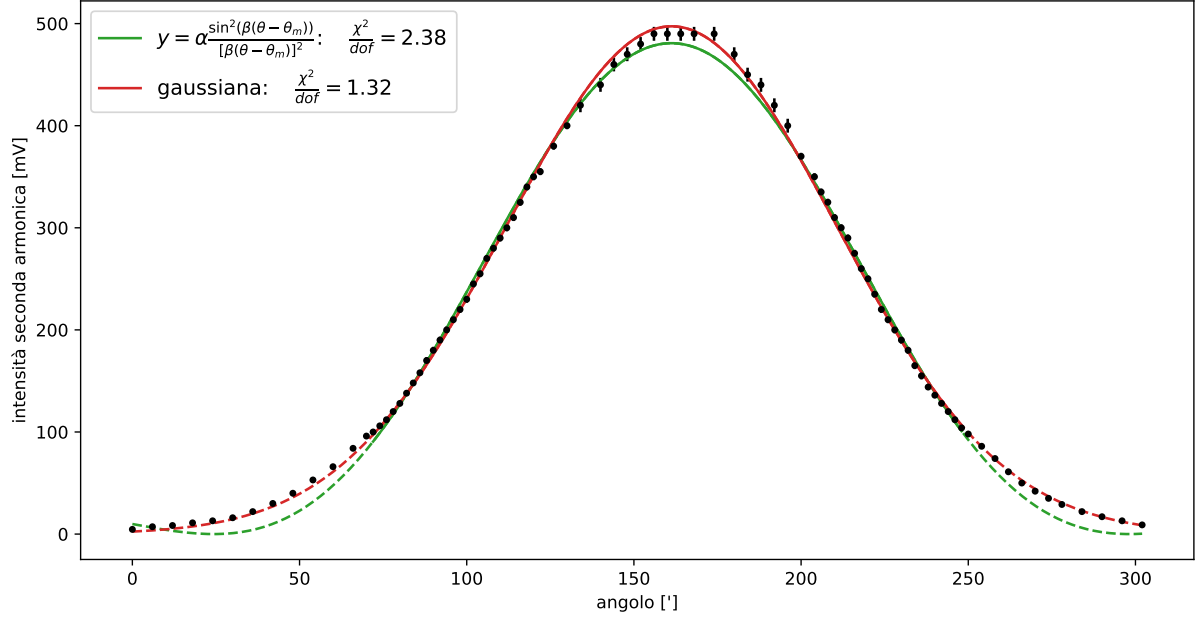


Figura 10: Confronto tra i fit con la funzione $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$ e con una gaussiana. I fit sono stati eseguiti tagliando i dati con $y \leq 100$ mV.

5.3 Conclusioni

I dati sono in accordo con la legge $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$ se si trascurano le code della campana, che non vanno a 0 come previsto dalla teoria.

Tuttavia se non si considerano le code non è pos-

sibile discriminare tra la funzione $y = \alpha \frac{\sin^2[\beta(\theta - \theta_m)]}{[\beta(\theta - \theta_m)]^2}$ e una gaussiana, perchè entrambe superano il test statistico del χ^2 e a vista riproducono bene i dati. Anzi, l'accordo con la gaussiana sembra addirittura migliore.

6 Polarizzazione

6.1 Un polarizzatore

Lo scopo di questa misura è verificare che è solo una polarizzazione della luce di pompa a generare la seconda armonica. Abbiamo inserito un filtro polarizzatore⁷ tra pompa e cristallo di LiIO_3 . Abbiamo quindi studiato l'intensità della seconda armonica generata in funzione dell'angolo φ a cui è ruotato il filtro polarizzatore. Ci aspettiamo che valga la legge di Malus per la potenza incidente e quindi che la potenza in uscita sia proporzionale a $\cos^4(\varphi)$.

6.1.1 Presa dati

Come emerge dall'analisi della sezione 5 sono le code di una distribuzione a campana a discriminare tra un andamento o un altro. Quindi al fine di verificare esplicitamente che la legge corretta sia un $\cos^4(\varphi)$ non ci accontentiamo di prendere solamente i punti attorno al massimo di intensità ma cerchiamo di variare l'angolo φ in modo da coprire più possibile di tutto l'angolo giro.

Riportiamo i dati in appendice (Tabella 5).

6.1.2 Analisi dati

La legge di proporzionalità a $\cos^4(\varphi)$ vale solo se la luce di pompa non è polarizzata. Tuttavia, come osservato nella sezione 4.1, la nostra sorgente è parzialmente polarizzata. È molto importante tenere conto di questo effetto perchè ignorarlo comporta

1. una distorsione dall'andamento $\propto \cos^4(\varphi)$,
2. uno spostamento del punto a cui si ha il massimo dell'intensità della seconda armonica ge-

nerata (la correzione di questo effetto sarà fondamentale per la sezione 6.2).

Quindi abbiamo tenuto conto di questa anomalia inserendo il *power meter* tra filtro polarizzatore e cristallo e misurando l'intensità $I(\varphi)$ della pompa in funzione dell'angolo. Dunque per ogni angolo φ abbiamo riscaldato la misura (e l'errore) dell'intensità della seconda armonica misurata di un fattore

$$\left(\frac{I_{max}}{I(\varphi)}\right)^2$$

(il quadrato è necessario perchè, come mostrato nella sezione 4, $I_{pompa} \propto I_{seconda-armonica}^2$).

Infine, abbiamo fatto un fit dell'intensità della seconda armonica generata con la legge $y = a \cdot \cos^4(x - b)$ ottenendo

$$\frac{\chi^2}{dof} = 1.80 \quad b_{fit} = -2.2 \pm 0.4^\circ$$

6.1.3 Conclusioni

È stato necessario tenere conto della parziale polarizzazione della pompa e riscaldare opportunamente le misure. Come si vede da Figura 11 i dati sono in accordo abbastanza buono con la teoria, ciò è stato confermato da un fit con la legge $y = a \cdot \cos^4(x - b)$. Abbiamo ottenuto

$$\frac{\chi^2}{dof} = 1.80 \quad b_{fit} = -2.2 \pm 0.4^\circ$$

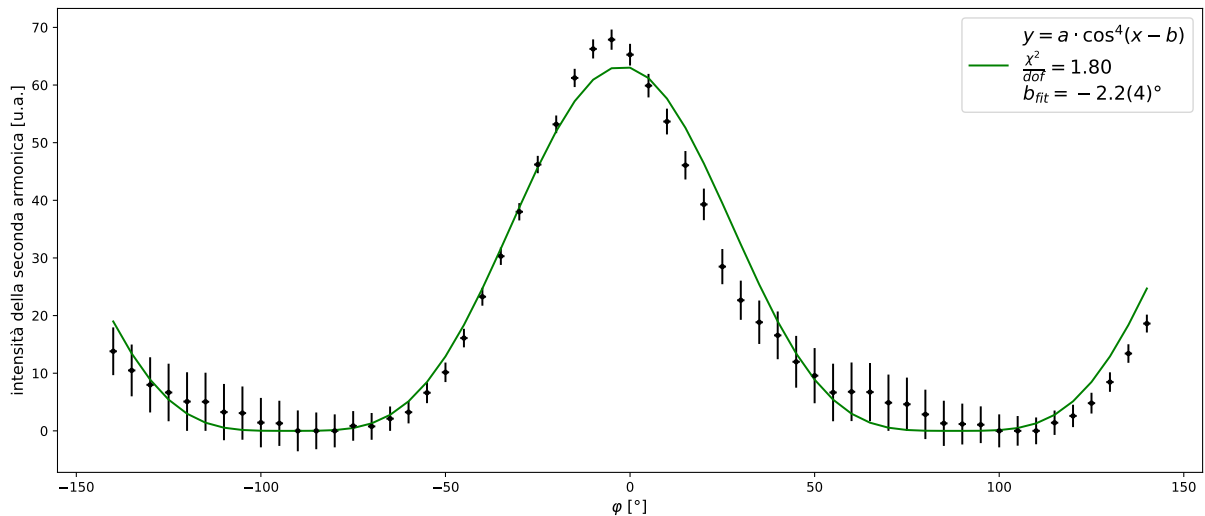


Figura 11: Fit dell'intensità della seconda armonica in funzione dell'angolo della polarizzazione incidente.

⁷Il polarizzatore, tra i due a disposizione, dotato di un filtro attenuatore che previene il deterioramento dovuto alla potenza elevata del laser di pompa.

6.2 Due polarizzatori

Lo scopo di questa misura è verificare che la polarizzazione della seconda armonica è ortogonale alla polarizzazione della pompa.

6.2.1 Presa dati

Lasciamo il primo polarizzatore tra pompa e cristallo all'angolo in cui si ha il massimo di intensità della seconda armonica generata e inseriamo un secondo filtro polarizzatore tra cristallo e rilevatore. Prendiamo i dati allo stesso modo della sezione 6.1, di nuovo con l'accortezza di coprire più possibile di tutto l'angolo giro.

6.2.2 Analisi dati

Facciamo un fit con la legge di Malus: $y = a \cdot \cos^2(x - b)$ (vedi Figura 12, curva arancione). Osserviamo una discrepanza tra fit e dati dovuta al fatto che la potenza misurata resta sempre strettamente sopra 0. È possibile che sia presente qualche piccolo offset dovuto ad un filtraggio non perfetto della luce della pompa. Oppure è possibile che la polarizzazione della seconda armonica non sia perfettamente definita ma abbia un piccolo allargamento.⁸ Quindi ha senso provare ad aggiungere un piccolo offset alla

legge di Malus per tenere conto di questi effetti (vedi figura 12, curva verde).

Discussione degli errori

Questa volta non è stata utilizzata la consueta $\sigma_y = 0.68 \cdot 0.5$ per l'errore di digitalizzazione (tipicamente $0.68 \cdot 0.5 \cdot 1$ mV, vedi Tabella 6) perché talmente piccola da risultare trascurabile in confronto alle fluttuazioni del segnale dell'oscilloscopio. Abbiamo misurato tali fluttuazioni rilevando un valore di 3 mV picco-picco, quindi per il fit abbiamo usato $\sigma_y = 1.5$ mV.

6.2.3 Conclusioni

I dati sono in accordo con la legge di Malus, come si vede in Figura 12 (vedi anche $\frac{\chi^2}{dof}$ nella legenda). La differenza tra gli angoli a cui si ha il massimo di intensità (confronta b_{fit} in Figura 11 e Figura 12) è pari a

$$92^\circ$$

che è perfettamente compatibile con 90° considerando l'errore ($\sim 1^\circ - 5^\circ$) nella calibrazione dell'orientamento dei polarizzatori. Ciò dimostra che la polarizzazione della seconda armonica generata è ortogonale alla polarizzazione della pompa.

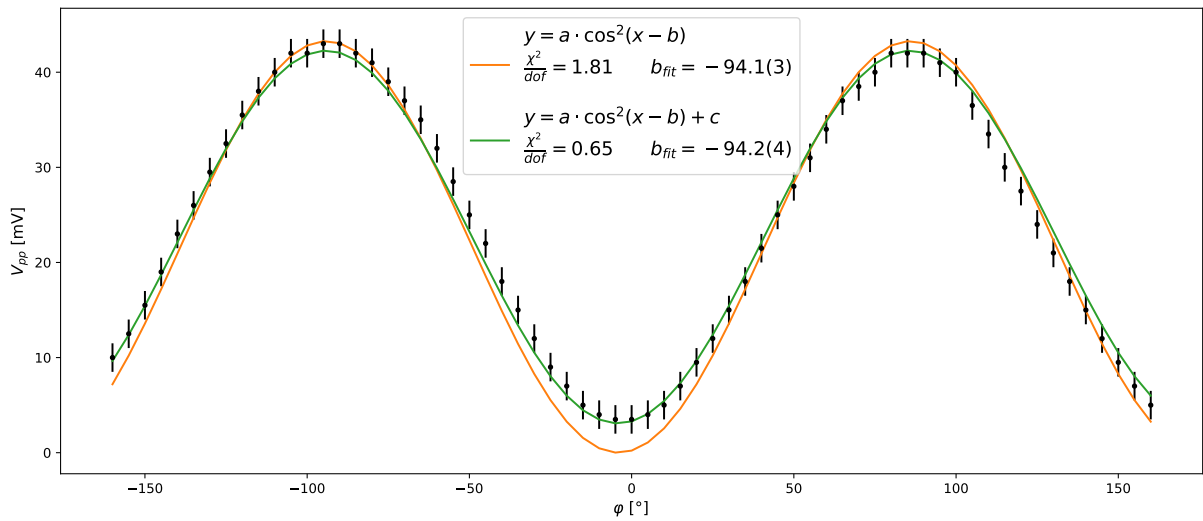


Figura 12: Fit con la legge di Malus. Gli errori indicati sono una stima della

⁸L'origine di questo "allargamento" potrebbe venire da vari motivi: diffrazione, piccoli difetti nelle interfacce del campione cristallino, difetti cristallini all'interno del LiIO₃, dal fatto che il cristallo è finito...

Appendice

ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]
260	1086	345	625	30	238	115	116	200	63.1
265	1087	350	589	35	229	120	113	205	61.5
270	1083	355	557	40	219	125	107	210	59.5
275	1081	360	519	45	212	130	105	215	56.9
280	1080	365	490	50	203	135	99.4	220	55.1
285	1080	370	463	55	191	140	96.7	225	53.3
290	1080	375	439	60	184	145	94.0	230	51.5
295	1081	380	407	65	177	150	91.1	235	50.5
300	1085	385	383	70	169	155	87.7	240	237.4
305	1087	390	367	75	161	160	83.7	245	1075
310	1067	395	348	80	157	165	80.2	250	1080
315	1004	0	326	85	149	170	77.8	255	1080
320	923	5	314	90	143	175	74.9	260	1082
325	847	10	300	95	138	180	72.4		
330	787	15	283	100	133	185	70.3		
335	720	20	266	105	127	190	67.1		
340	668	25	256	110	121	195	64.6		

Tabella 1: Taratura dell'attenuatore regolabile. Gli errori di calibrazione sulle potenze sono del 3%. L'errore sull'angolo è inferiore a 0.5 gradi centesimali, quindi è trascurabile.

ϕ [grad]	V_{pp} [mV]	ϕ [grad]	V_{pp} [mV]	ϕ [grad]	V_{pp} [mV]	ϕ [grad]	V_{pp} [mV]	ϕ [grad]	V_{pp} [mV]
275	460(20)	335	200(10)	395	50(2)	55	15(1)	115	5.6(8)
280	460(20)	340	180(10)	0	44(2)	60	14(1)	120	5.2(8)
285	480(20)	345	160(4)	5	40(2)	65	13.2(8)	125	4.8(8)
290	480(20)	350	140(4)	10	38(2)	70	11.6(8)	130	4.6(8)
295	480(20)	355	128(4)	15	33(1)	75	10.8(8)	135	4.0(8)
300	480(20)	360	112(4)	20	29(1)	80	10.0(8)	140	3.8(8)
305	480(20)	365	100(4)	25	28(1)	85	9.2(8)	145	3.6(8)
310	460(20)	370	88(4)	30	24(1)	90	8.8(8)	150	3.2(8)
315	400(20)	375	78(2)	35	22(1)	95	8.0(8)	155	3.2(8)
320	340(10)	380	68(2)	40	20(1)	100	7.2(8)	160	3.0(8)
325	290(10)	385	60(2)	45	19(1)	105	6.8(8)		
330	250(10)	390	56(2)	50	18(1)	110	6.0(8)		

Tabella 2: Intensità della seconda armonica misurata con il rilevatore al silicio. Gli errori sugli angoli sono inferiori a 0.5 gradi centesimali, gli errori dell'intensità sulle ultime cifre significative sono indicati tra parentesi.

θ	V_{pp} [mV]	θ	V_{pp} [mV]	θ	V_{pp} [mV]	θ	V_{pp} [mV]	θ	V_{pp} [mV]	θ	V_{pp} [mV]
0°0'	4.6(8)	1°18'	120(4)	1°50'	290(10)	2°44'	490(20)	3°38'	260(10)	4°10'	98(4)
0°6'	7.2(8)	1°20'	128(4)	1°52'	300(10)	2°48'	490(20)	3°40'	250(10)	4°14'	86(4)
0°12'	8.4(8)	1°22'	138(4)	1°54'	310(10)	2°54'	490(20)	3°42'	235(10)	4°18'	74(2)
0°18'	11.0(8)	1°24'	148(4)	1°56'	325(10)	3°0'	470(20)	3°44'	220(10)	4°22'	61(2)
0°24'	13(1)	1°26'	158(4)	1°58'	340(10)	3°4'	450(20)	3°46'	210(10)	4°26'	50(2)
0°30'	16(1)	1°28'	170(10)	2°0'	350(10)	3°8'	440(20)	3°48'	200(10)	4°30'	42(2)
0°36'	22(1)	1°30'	180(10)	2°2'	355(10)	3°12'	420(20)	3°50'	190(10)	4°34'	35(1)
0°42'	30(1)	1°32'	190(10)	2°6'	380(10)	3°16'	400(20)	3°52'	180(10)	4°38'	29(1)
0°48'	40(2)	1°34'	200(10)	2°10'	400(10)	3°20'	370(10)	3°54'	165(10)	4°44'	22(1)
0°54'	53(2)	1°36'	210(10)	2°14'	420(20)	3°24'	350(10)	3°56'	155(10)	4°50'	17(1)
1°0'	66(2)	1°38'	220(10)	2°20'	440(20)	3°26'	335(10)	3°58'	144(4)	4°56'	13(1)
1°6'	84(4)	1°40'	230(10)	2°24'	460(20)	3°28'	325(10)	4°0'	136(4)	5°2'	9.0(8)
1°10'	96(4)	1°42'	245(10)	2°28'	470(20)	3°30'	310(10)	4°2'	128(4)		
1°12'	100(4)	1°44'	255(10)	2°32'	480(20)	3°32'	300(10)	4°4'	120(4)		
1°14'	106(4)	1°46'	270(10)	2°36'	490(20)	3°34'	290(10)	4°6'	112(4)		
1°16'	112(4)	1°48'	280(10)	2°40'	490(20)	3°36'	275(10)	4°8'	104(4)		

Tabella 3: Angolo di *phase matching*. L'errore sull'angolo è inferiore a 0.5', quindi è trascurabile. θ_m dipende dall'orientazione del cristallo rispetto all'asse ottico e dal montaggio del goniometro quindi varia in modo non ripetibile tra le misure dei diversi gruppi di laboratorio. Pertanto non riteniamo rilevante misurare il nostro preciso θ_m e partiamo a contare l'angolo θ da un arbitrario 0.

ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]	ϕ [grad]	P [mW]
260	1086	345	625	30	238	115	116	200	63.1
265	1087	350	589	35	229	120	113	205	61.5
270	1083	355	557	40	219	125	107	210	59.5
275	1081	360	519	45	212	130	105	215	56.9
280	1080	365	490	50	203	135	99.4	220	55.1
285	1080	370	463	55	191	140	96.7	225	53.3
290	1080	375	439	60	184	145	94.0	230	51.5
295	1081	380	407	65	177	150	91.1	235	50.5
300	1085	385	383	70	169	155	87.7	240	237.4
305	1087	390	367	75	161	160	83.7	245	1075
310	1067	395	348	80	157	165	80.2	250	1080
315	1004	0	326	85	149	170	77.8	255	1080
320	923	5	314	90	143	175	74.9	260	1082
325	847	10	300	95	138	180	72.4		
330	787	15	283	100	133	185	70.3		
335	720	20	266	105	127	190	67.1		
340	668	25	256	110	121	195	64.6		

Tabella 4: Taratura dell'attenuatore regolabile. Gli errori di calibrazione sulle potenze sono del 3%. L'errore sull'angolo è inferiore a 0.5 gradi centesimali, quindi è trascurabile.

φ [°]	V_{pp} [mV]	ΔV [mV]	φ [°]	V_{pp} [mV]	ΔV [mV]	φ [°]	V_{pp} [mV]	ΔV [mV]
140	18	1	45	4	1	-50	9	1
135	12.5	1	40	6	1	-55	5.5	1
130	7.5	1	35	7.5	1	-60	2.5	1
125	4	1	30	10	1	-65	1.5	1
120	2	1	25	14	1	-70	0.5	1
115	1	1	20	21.5	1	-75	0.5	1
110	0	1	15	28	1	-80	0	1
105	0	1	10	36	1	-85	0	1
100	0	1	5	44	2	-90	0	1
95	0.5	1	0	52	2	-95	0.5	1
90	0.5	1	-5	58	2	-100	0.5	1
85	0.5	1	-10	60	2	-105	1	1
80	1	1	-15	58	2	-110	1	1
75	1.5	1	-20	52	2	-115	1.5	1
70	1.5	1	-25	46	2	-120	1.5	1
65	2	1	-30	38	1	-125	2	1
60	2	1	-35	30	1	-130	2.5	1
55	2	1	-40	22.5	1	-135	3.5	1
50	3	1	-45	15	1	-140	5	1

Tabella 5: Un solo polarizzatore tra pompa e cristallo. Intensità della seconda armonica in funzione dell'angolo del polarizzatore. φ è espressa in gradi, V_{pp} e ΔV in mV.

φ [°]	V_{pp} [mV]	ΔV [mV]	φ [°]	V_{pp} [mV]	ΔV [mV]	φ [°]	V_{pp} [mV]	ΔV [mV]
160	5	1	50	28	1	-60	32	1
155	7	1	45	25	1	-65	35	1
150	9.5	1	40	21.5	1	-70	37	1
145	12	1	35	18	1	-75	39	1
140	15	1	30	15	1	-80	41	2
135	18	1	25	12	1	-85	42	2
130	21	1	20	9.5	1	-90	43	2
125	24	1	15	7	1	-95	43	2
120	27.5	1	10	5	1	-100	42	2
115	30	1	5	4	1	-105	42	2
110	33.5	1	0	3.5	1	-110	40	2
105	36.5	1	-5	3.5	1	-115	38	1
100	40	1	-10	4	1	-120	35.5	1
95	41	2	-15	5	1	-125	32.5	1
90	42	2	-20	7	1	-130	29.5	1
85	42	2	-25	9	1	-135	26	1
80	42	2	-30	12	1	-140	23	1
75	40	2	-35	15	1	-145	19	1
70	38.5	1	-40	18	1	-150	15.5	1
65	37	1	-45	22	1	-155	12.5	1
60	34	1	-50	25	1	-160	10	1
55	31	1	-55	28.5	1			

Tabella 6: Due polarizzatori: uno tra pompa e cristallo e uno tra cristallo e rilevatore. Intensità della seconda armonica in funzione dell'angolo del secondo polarizzatore.