

Visibile

A. Bordin, G. Cappelli

4-5 Dicembre 2017

Sommario

Verificare che in regime di bassa potenza di pompaggio la radiazione visibile segua un andamento di tipo quadratico.

Verificare che in regime di alta potenza di pompaggio la radiazione visibile segua un andamento di tipo lineare.

Misurare lo spettro di emissione del cristallo LiY F₄ drogato con ioni di Er³⁺.

1 Teoria

L'*up-conversion* è un meccanismo di *energy-transfer*, cioè un cambio di stato senza emissione o assorbimento di foton. Ioni di Er³⁺ hanno diversi livelli energetici.

È possibile spiegare questo fenomeno considerando un cristallo drogato con degli ioni di una terra rara e studiandone la struttura dei livelli energetici. In quest'esperienza utilizziamo un cristallo di LiY F₄ drogato al 30% con ioni di Er³⁺ i cui livelli sono mostrati in Figura 1.

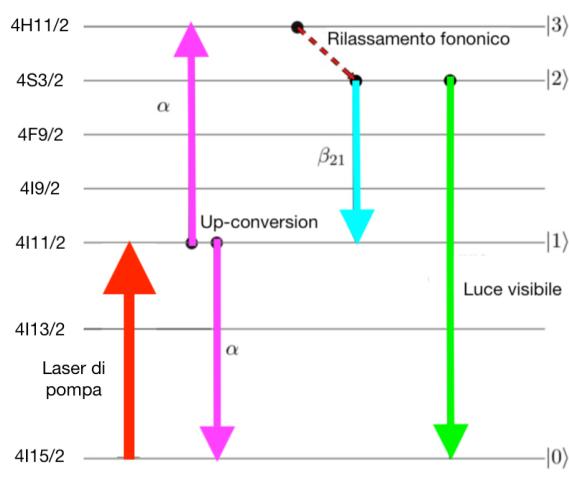


Figura 1: Schema dei livelli energetici dell'Er³⁺

I meccanismi *energy-transfer*, come quello in esame, sono causati dalle interazioni di tipo *Van der Waals* (dipolo-dipolo, dipolo - quadrupolo, ecc..) fra gli ioni della terra rara. Questo effetto è quindi molto sensibile alla percentuale del droggaggio dato che le interazioni avvengono fra ioni vicini.

Facendo riferimento alla Figura 1 eccitando la transizione dell'Er³⁺ da |0> a |1> con un laser di pompa si ha, per *up-conversion*, un decadimento al fondamentale |0> e la conseguente eccitazione del livello |3> per

la conservazione dell'energia. Quest'ultimo livello eccitato decade rapidamente nel livello |2> in modo non radiativo. A questo punto si ha che il decadimento per emissione spontanea dominante è |2> → |0> che corrispondente a λ=551 nm. In questo modo si riesce a convertire luce infrarossa in luce visibile.

Scrivendo le equazioni di rate per i livelli |1> e |2>, in condizioni stazionarie, si ha:

$$\begin{cases} 0 = \frac{dN_2}{dt} = \alpha N_1^2 - \beta \frac{N_2}{\tau_2} - (1 - \beta) \frac{N_2}{\tau_2} \\ 0 = \frac{dN_1}{dt} = P - \frac{N_1}{\tau_1} + \beta \frac{N_2}{\tau_2} - 2\alpha N_1^2 \end{cases} \quad (1)$$

dove N_i e τ_i sono la popolazione e la vita media del livello |i>, P è il pompaggio, β è il branching ratio del decadimento |2> → |1> e α è il coefficiente di up-conversion.

Consideriamo ora due regimi in cui risolvere queste equazioni, cioè di basso e alto pompaggio.

Nel primo caso si ha che il livello |1> è poco popolato, cioè $\alpha N^2 << \frac{N_1}{\tau_1}$ e si ricava, nel limite per $P \rightarrow 0$:

$$N_2 = \alpha \tau_2 \tau_1^2 P^2 \quad (2)$$

Nel caso di alto pompaggio, invece si ha che il livello |1> è molto popolato e il fenomeno dell'*up-conversion* è dominante sull'emissione spontanea, cioè $\alpha N^2 >> \frac{N_1}{\tau_1}$ e si ricava:

$$N_2 = \frac{\tau_2}{\beta + 2} P \quad (3)$$

Assumendo che l'intensità della luce verde sia proporzionale ad N_2 abbiamo ci aspettiamo un andamento quadratico per bassa potenza di pompa e un andamento lineare nel regime di alta potenza di pompa.

2 Apparato sperimentale

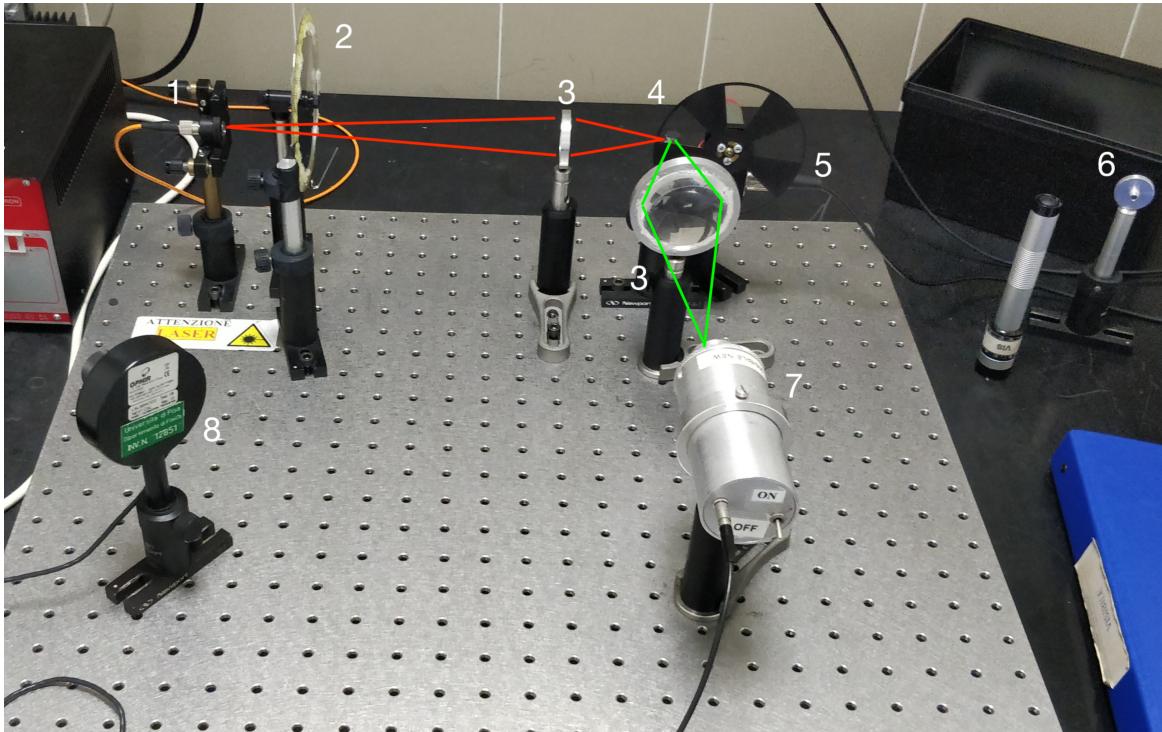


Figura 2: Apparato sperimentale

In quest'esperienza avevamo a disposizione:

1. Un laser a diodo con una lunghezza d'onda $\lambda=975.9(2.9)$ nm e di potenza ~ 1 W
2. Un attenuatore variabile dotato di goniometro
3. Due lenti convergenti
4. Un cristallo di LiYF₄ drogato con Er³⁺
5. Un chopper ottico che permette di osservare il segnale come onda quadra per eliminare dalle misure qualsiasi tipo di background
6. Un supporto per la fibra ottica per portare il segnale all'analizzatore di spettro
7. Un rivelatore collegato all'oscilloscopio
8. Un power meter al silicio

Come si può vedere in Figura 2 il fascio proveniente dal laser attraversa l'attenuatore e viene focalizzato sul cristallo che emette così luce verde in modo isotropo. Questo ci permette di rilevare la luce emessa dal cristallo a 90° rispetto alla direzione di propagazione del laser di pompa così da poterlo escludere dalle misure.

La luce emessa dal cristallo attraversa quindi il chopper ottico e viene focalizzata sul rivelatore collegato all'oscilloscopio dove leggiamo l'ampiezza picco-picco di un'onda quadra.

3 Taratura attenuatore

Per prima cosa eseguiamo la taratura dell'attenuatore variabile.

Sull'attenuatore è montato un goniometro così da permetterci di registrare, attraverso il power meter, la potenza del fascio laser di pompaggio una volta attraversato l'attenuatore. Abbiamo registrato le misure variando l'angolo ogni volta di 2°.

I valori misurati sono riportati in Tabella 1 in Appendice.

Così facendo abbiamo ottenuto una curva di conversione (Figura 3) che ci permette, misurando l'angolo a cui 'è posizionato il goniometro, di conoscere la potenza incidente sul cristallo.

Dato che il laser a nostra disposizione è nell'infra-rosso, utilizziamo una cartina che rivela l'IR per allineare il laser nel power meter che abbiamo posto ad una distanza di ~ 1 cm dall'attenuatore.

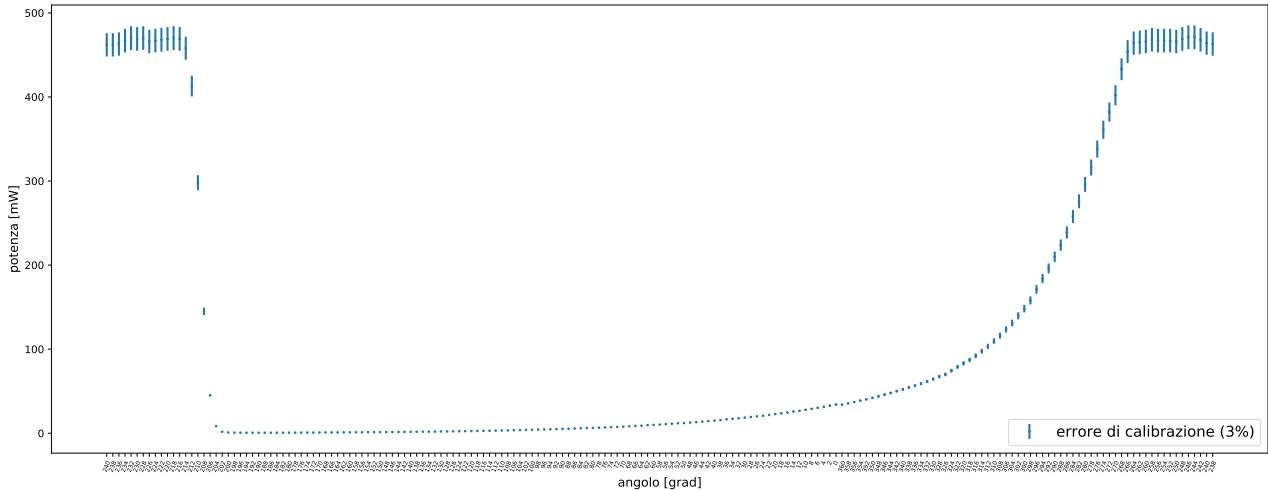


Figura 3: Taratura dell’attenuatore variabile

Discussione degli errori

In Figura 3 abbiamo riportato l’errore di calibrazione, che è un errore sistematico. Nelle sezioni successive talvolta è richiesto l’uso di un errore statistico. Abbiamo provato a stimare l’errore statistico guardando le fluttuazioni della derivata del grafico della taratura: risultano essere dell’1-2%, sono quindi confrontabili con l’errore di calibrazione del *power meter* (3%).

4 Potenza emessa in funzione del pompaggio

Una volta effettuata la taratura abbiamo misurato la tensione relativa alla luce emessa dal cristallo in funzione della potenza incidente.

4.1 Acquisizione dati

Per fare queste misure abbiamo letto sull’oscilloscopio, utilizzando i cursori, l’ampiezza picco picco dell’onda quadra ottenuta con il chopper impostato ad una frequenza di ~ 75 Hz.

Prima di registrare le misure ci siamo preoccupati di spegnere la luce ambientale in quanto si vedevano i battimenti con la 50 Hz. Abbiamo quindi utilizzato una pila per illuminare il goniometro presente sull’attenuatore; la luce proveniente dalla pila era irrilevante in quanto produceva solamente un offset costante al segnale.

Durante la presa dati abbiamo notato che, mentre il massimo restava costante, il minimo del segnale proveniente dal chopper si spostava a causa di effetti 1/f non trascurabili che portavano a variazioni anche del 10%.

I valori ottenuti sono riportati nella Tabella 2 in Appendice e in Figura 4.

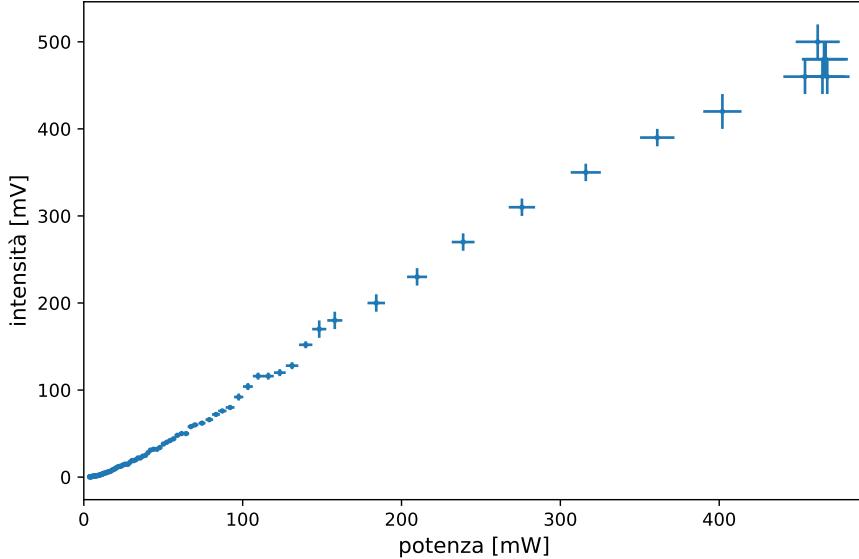


Figura 4: Come errore sulla tensione è riportata la digitalizzazione dell'oscilloscopio, mentre sulla potenza è indicato il 3% della calibrazione.

5 Analisi dati

Facendo riferimento alla Figura 4 non è possibile distinguere in modo preciso i due regimi di basso e alto pompaggio. Analizziamo quindi i dati per dare una stima degli intervalli in cui le equazioni ?? e ?? sono valide.

Osservando invece la Figura 10 si notano molti picchi a diverse lunghezze d'onda. Cerchiamo quindi di identificare se alcuni di essi corrispondono a delle transizioni dell' Er^{3+} .

5.1 Bassa potenza

Come discusso nella sezione di teoria in regime di bassa potenza di pompaggio ci aspettiamo, al limite per $P \rightarrow 0$, un andamento quadratico.

Abbiamo quindi cercato di verificare in che intervallo quest'approssimazione è giustificata facendo dei fit e guardando i χ^2 .

Ovviamente il χ^2 dipende dalla stima degli errori¹: l'errore di misura indicato in Tabella 2 è un errore di digitalizzazione (è pari ad una tacca dell'oscilloscopio) allora per ottenere la corretta sigma da usare per il fit e test del χ^2 bisogna moltiplicarlo per $0.68 \cdot 0.5$, per l'errore sulle x abbiamo usato l'errore di calibrazione del *power meter*.

In prima analisi abbiamo eseguito un fit con la funzione $y = ax^2$ variando il numero di dati considerati per il fit, partendo da $P_{max}=5$ mW fino a $P_{max}=41$ mW e aumentando ad ogni iterazione di 2 mW.

I risultati ottenuti sono riportati in Figura 14 in Appendice; mentre in Figura 5 è riportato il fit corrispondente a $P_{max}=13$ mW come esempio.

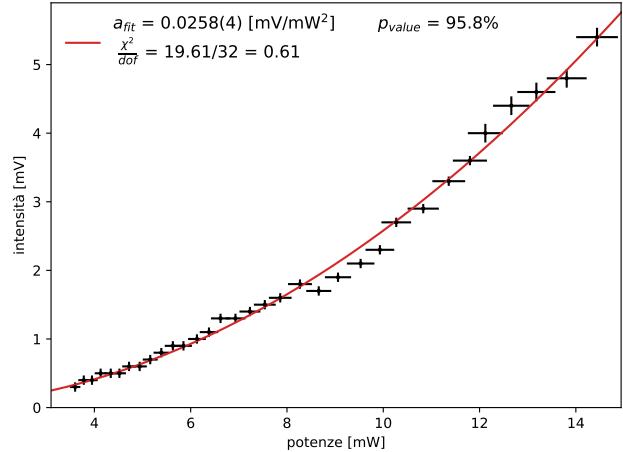


Figura 5: Esempio fit $y = ax^2$ fino a $P=13$ mW

I valori di χ^2 e p_{value} ottenuti ci indicano una stima della potenza fino alla quale l'andamento quadratico è compatibile coi dati sperimentali. Osservando i grafici in Figura 14 si deduce che l'approssimazione di bassa potenza è verificata fino a ~ 30 mW.

In seconda analisi abbiamo eseguito un fit con la funzione $y = ax^b$ con le stesse modalità precedenti.

I risultati ottenuti sono riportati in Figura 15 in Appendice; mentre in Figura 6 è riportato il fit corrispondente a $P_{max}=13$ mW come esempio.

¹In presenza di errori sulle x il χ^2 viene calcolato così: $\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_y^2} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}$

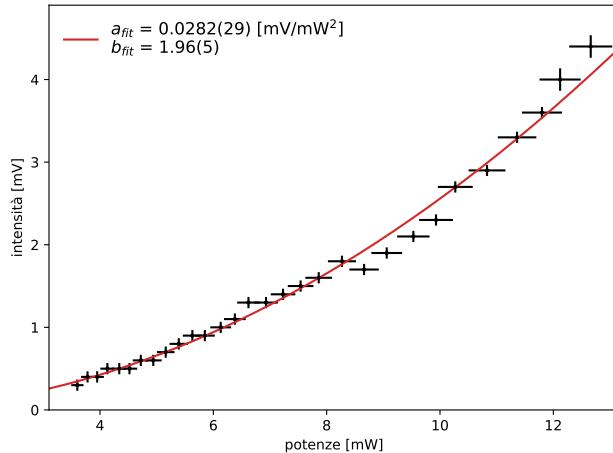


Figura 6: Esempio fit $y = ax^b$ fino a $P=13$ mW

Come mostrato in Figura 15 il valore di b ottenuto dal fit è in accordo, entro due sigma, con quello atteso finché P_{max} è minore di $\sim 20/25$ mW.

È possibile comprendere in modo migliore l'intervallo in cui è valido il regime di basso pompaggio se si osservano i grafici in Figura 7 e in Figura 8.

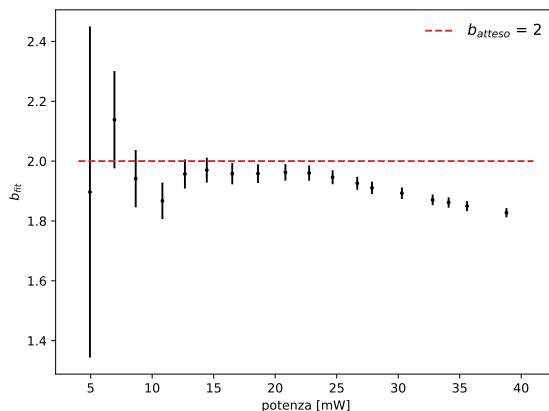


Figura 7: Andamento di b in funzione del cut

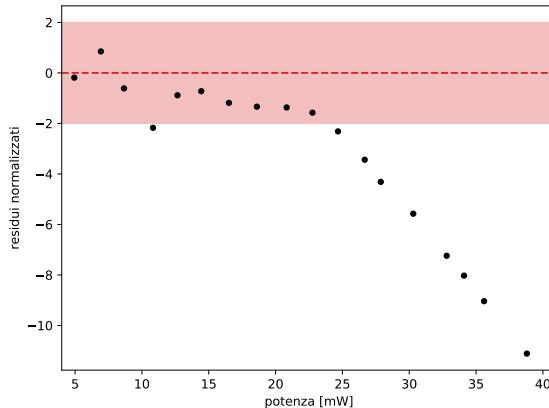


Figura 8: Residui normalizzati di b_{fit}

In Figura 7 è mostrato l'andamento dell'esponente b in funzione della potenza massima fino a cui è stato eseguito il corrispondente fit. I valori di b_{fit} si discostano sempre più dal valore atteso all'aumentare della potenza come previsto dal fatto che l'equazione 2 è valida per $P \rightarrow 0$.

Nel grafico in Figura 8 sono invece mostrati i residui normalizzati $\frac{(b_{fit}-2)}{\Delta b_{fit}}$.

I valori ottenuti sono compatibili con zero, entro due sigma, fino ad una potenza di 23 mW. Oltre questo valore la legge quadratica non è più rispettata.

5.1.1 Conclusioni

Solo pochi valori sono compatibili, entro l'errore, con il valore atteso $b = 2$; questo perchè, come già specificato, l'equazione 2 è vera solo al limite per $P \rightarrow 0$. È comunque possibile dare una stima dell'intervallo in cui l'approssimazione di bassa potenza è giustificata. Facendo quindi riferimento ai risultati riportati in precedenza è ragionevole considerare che il regime di bassa potenza sia valido fino a ~ 20 mW.

5.2 Alta potenza

In regime di alta potenza di pompaggio ci aspettiamo una dipendenza lineare dell'intensità emessa dal cristallo da P. Abbiamo quindi cercato di verificare in che intervallo quest'approssimazione è giustificata. Per fare questo abbiamo eseguito un fit con la funzione $y = mx + q$ variando il numero di dati considerato partendo da $P_{min}=40$ mW e aumentando ad ogni iterazione di 40 mW.

I risultati ottenuti sono riportati in Figura 9:

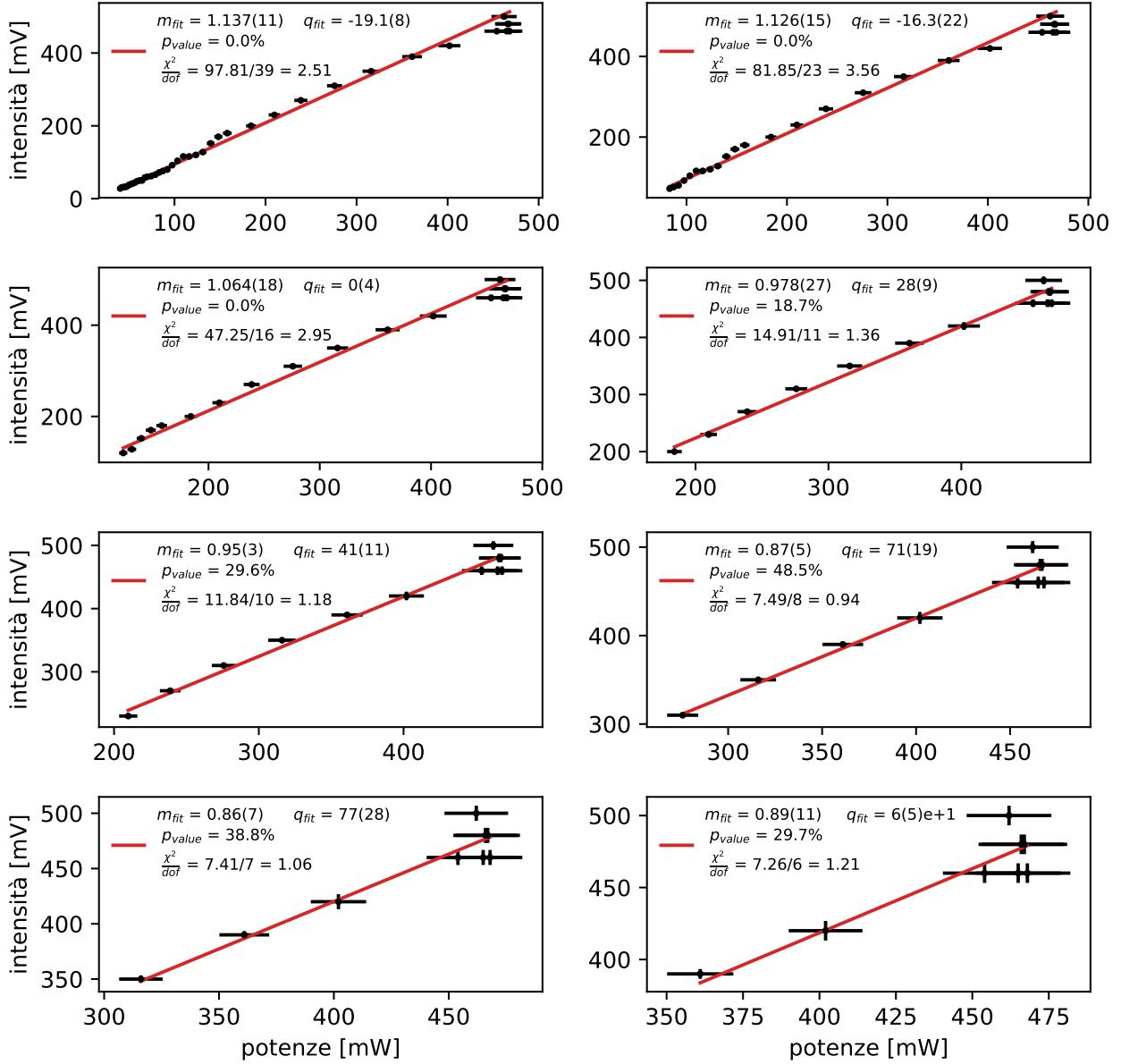


Figura 9: Fit lineare nella regione di alta potenza

I valori di χ^2 e p_{value} ottenuti ci indicano una stima della potenza fino alla quale l'andamento lineare è compatibile coi dati sperimentali. Osservando i grafici in Figura 9 si deduce che l'inizio del regime di alta potenza può essere considerato intorno a 200 mW.

6 Spettro di emissione

6.1 Acquisizione spettro

Tramite una fibra ottica, abbiamo portato la luce emessa dal cristallo all'analizzatore di spettro e acquisito lo spettro della radiazione.

Per evitare la saturazione e quindi l'impossibilità di visualizzare il picco abbiamo attenuato il laser di pompa. Le misure sono state effettuate con un'integrazione sullo spettrometro di 500 ms e sono riportate in Figura 10.

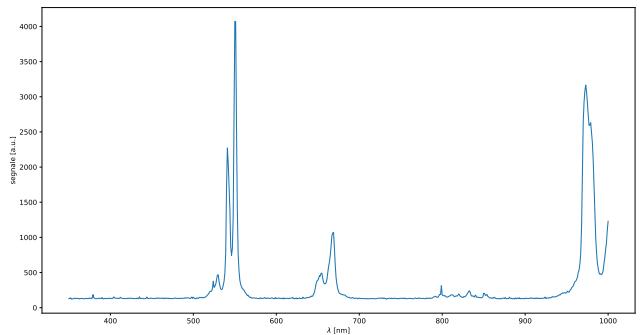


Figura 10: Spettro di emissione del cristallo

Abbiamo quindi misurato le lunghezze d'onda relative ai picchi visibili sullo schermo del pc.

6.2 Analisi spettro

In Figura 11 possiamo notare che il cristallo emette prevalentemente nel verde alla lunghezza d'onda di 551 ± 1 nm, che è la lunghezza d'onda corrispondente alla transizione ${}^4S_{3/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$. È inoltre presente anche il picco corrispondente alla transizione causata dal laser di pompa corrispondente a $\lambda = 976$ nm.

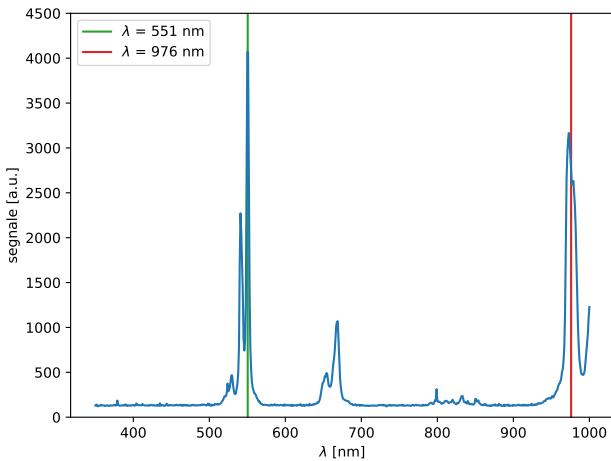


Figura 11: Picchi relativi alle transizioni ${}^4S_{3/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ e ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$

Però si notano anche altri picchi; quindi per evidenziarli abbiamo acquisito lo spettro una seconda volta attenuando meno il laser di pompa e impostando il tempo di integrazione a 300 ms ottenendo quanto mostrato in Figura 12.

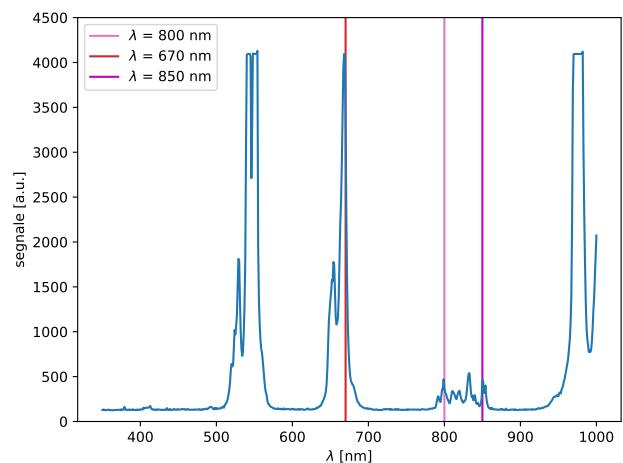


Figura 12: Picchi relativi alle transizioni ${}^4F_{9/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$, ${}^4I_{9/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ e ${}^4S_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$

La presenza di questi picchi è probabilmente dovuta a fenomeni che abbiamo trascurato nello studiare l'up-conversion e che portano all'eccitazione di altri livelli.

Abbiamo quindi cercato in letteratura trovando che alcune lunghezze d'onda evidenziate in Figura 12 possono essere associate a quelle relative alle transizioni dello ione Er^{3+} , come mostrato in Figura 13.

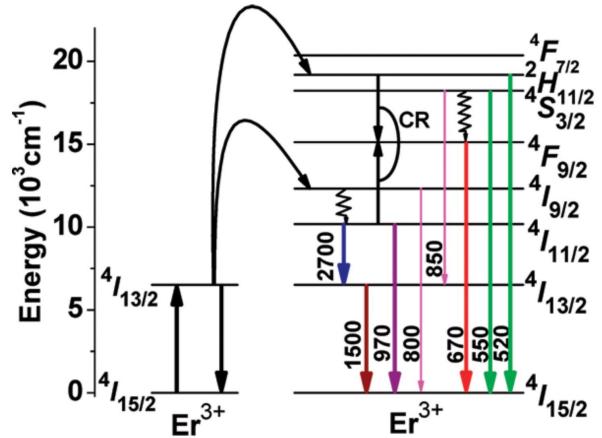


Figura 13: Transizioni dello ione Er^{3+}

Appendice

θ [deg]	P [mW]								
240	462	166	941	92	4.72	20	21.77	308	116.1
238	462	164	980	90	4.94	18	22.76	306	123.4
236	463	162	1.021	88	5.16	16	23.70	304	131.1
234	467	160	1.062	86	5.39	14	24.67	302	139.7
232	470	158	1.111	84	5.63	12	25.87	300	148.2
230	469	156	1.154	82	5.85	10	26.67	298	158.0
228	470	154	1.216	80	6.13	8	27.87	296	171.1
226	466	152	1.271	78	6.38	6	29.05	294	184.1
224	467	150	1.320	76	6.62	4	30.3	292	196.0
222	468	148	1.391	74	6.93	2	31.5	290	209.8
220	469	146	1.440	72	7.23	0	32.8	288	223.8
218	470	144	1.510	70	7.54	358	34.1	286	238.8
216	469	142	1.586	68	7.86	356	35.6	284	257.8
214	458	140	1.668	66	8.27	354	37.1	282	275.8
212	413	138	1.744	64	8.66	352	38.8	280	296.0
210	298	136	1.839	62	9.06	350	40.4	278	316
208	145.0	134	1.913	60	9.53	348	42.0	276	338
206	45.2	132	1.988	58	9.93	346	43.9	274	361
204	8.42	130	2.078	56	10.27	344	46.0	272	382
202	1.763	128	2.171	54	10.83	342	47.9	270	402
200	897	126	2.270	52	11.36	340	50.1	268	433
198	724	124	2.383	50	11.80	338	52.2	266	454
196	624	122	2.497	48	12.12	336	54.3	264	464
194	589	120	2.614	46	12.66	334	56.5	262	465
192	586	118	2.733	44	13.18	332	58.9	260	466
190	598	116	2.858	42	13.81	330	61.6	258	468
188	614	114	3.01	40	14.44	328	64.4	256	467
186	629	112	3.14	38	15.08	326	67.4	254	467
184	650	110	3.29	36	15.67	324	70.0	252	467
182	672	108	3.46	34	16.51	322	74.4	250	466
180	696	106	3.60	32	17.22	320	79.0	248	469
178	725	104	3.78	30	17.83	318	83.2	246	471
176	755	102	3.95	28	18.60	316	87.2	244	471
174	787	100	4.13	26	19.29	314	92.1	242	468
172	821	98	4.34	24	20.05	312	97.5	240	464
170	856	96	4.52	22	20.83	310	103.3	238	463
168	898	94	4.72						

Tabella 1: Dati relativi alla taratura dell’attenuatore variabile. Gli errori di calibrazione sulle potenze sono del 3%. L’errore sull’angolo è inferiore a 0.5 gradi centesimali, quindi è trascurabile.

θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}	θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}	θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}	θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}
240	500	20	322	66	2	12	14.8	0.8	60	2.3	0.2
250	480	20	324	62	2	14	14.8	0.8	62	2.1	0.2
254	480	20	326	60	2	16	14.0	0.8	64	1.9	0.2
258	460	20	328	58	2	18	12.8	0.8	66	1.7	0.2
262	460	20	330	50	2	20	12.4	0.8	68	1.8	0.2
266	460	20	332	50	2	22	12.0	0.8	70	1.6	0.2
270	420	20	334	48	2	24	11.2	0.8	72	1.5	0.2
274	390	10	336	44	2	26	10.0	0.8	74	1.4	0.2
278	350	10	338	42	2	28	9.2	0.8	76	1.3	0.2
282	310	10	340	40	1	30	8.8	0.8	78	1.3	0.2
286	270	10	342	38	1	32	8.0	0.8	80	1.1	0.2
290	230	10	344	34	1	34	7.2	0.8	82	1.0	0.2
294	200	10	346	32	1	36	6.4	0.4	84	0.9	0.2
298	180	10	348	32	1	38	6.2	0.4	86	0.9	0.2
300	170	10	350	31	1	40	5.8	0.4	88	0.8	0.2
302	152	4	352	28	1	42	5.4	0.4	90	0.7	0.2
304	128	4	354	25	1	44	4.8	0.4	92	0.6	0.2
306	120	4	356	24	1	46	4.6	0.4	94	0.6	0.2
308	116	4	358	22	1	48	4.4	0.4	96	0.5	0.2
310	116	4	360	22	1	50	4.0	0.4	98	0.5	0.2
312	104	4	2	20	1	52	3.6	0.2	100	0.5	0.2
314	92	4	4	19	1	54	3.3	0.2	102	0.4	0.2
316	80	2	6	19	1	56	2.9	0.2	104	0.4	0.2
318	76	2	8	17	1	58	2.7	0.2	106	0.3	0.2
320	72	2	10	14.8	0.8						

Tabella 2: Dati relativi alla prima presa dati. Gli errori ΔV_{pp} sono relativi alle tacche dell’oscilloscopio. L’errore sull’angolo è inferiore a 0.5 gradi centesimali, quindi è trascurabile.

θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}	θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}	θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}	θ [deg]	V_{pp} [mV]	ΔV_{pp}
270	2400	100	316	520	20	24	62	2	80	6.2	0.4
280	1800	100	318	500	20	26	58	2	82	6.6	0.2
284	1600	40	320	480	20	28	52	2	84	5.6	0.2
288	1440	40	322	440	20	30	48	2	86	5.4	0.2
292	1200	40	324	420	20	32	46	2	88	5.0	0.2
296	1120	40	326	390	10	34	40	2	90	4.8	0.2
300	960	40	328	370	10	36	38	2	92	4.6	0.2
302	880	40	330	330	10	38	38	1	94	4.2	0.2
240	2900	100	332	320	10	40	36	1	96	3.8	0.2
250	2700	100	334	300	10	42	34	1	98	3.4	0.2
256	2600	100	336	270	10	44	33	1	100	3.0	0.1
260	2700	100	338	250	10	46	31	1	102	2.8	0.1
264	2600	100	340	240	10	48	27	1	104	2.5	0.1
268	2500	100	342	230	10	50	24	1	106	2.5	0.1
272	2400	100	344	220	10	52	23	1	108	2.2	0.1
276	2100	100	346	200	10	54	21	1	110	2.1	0.1
282	1700	100	348	180	10	56	19	1	112	1.9	0.1
286	1600	40	350	170	10	58	16	0.4	114	1.7	0.1
290	1360	40	354	160	4	60	16	0.4	116	1.5	0.1
294	1200	40	358	140	4	62	15.2	0.4	118	1.3	0.1
298	1040	40	2	120	4	64	14	0.4	120	1.2	0.1
302	920	40	6	116	4	66	13.2	0.4	122	1.1	0.1
304	840	40	10	100	4	68	12.4	0.4	124	1.0	0.1
306	760	40	12	92	4	70	10	0.4	126	0.9	0.1
308	720	40	16	80	4	72	8.8	0.4	128	0.8	0.1
310	680	40	18	74	2	74	8.2	0.4	130	0.7	0.1
312	640	40	20	68	2	76	8.0	0.4	132	0.7	0.1
314	600	40	22	64	2	78	7.8	0.4	136	0.6	0.1

Tabella 3: Dati relativi alla seconda presa dati. Gli errori ΔV_{pp} sono relativi alle tacche dell'oscilloscopio. L'errore sull'angolo è inferiore a 0.5 gradi centesimali, quindi è trascurabile.

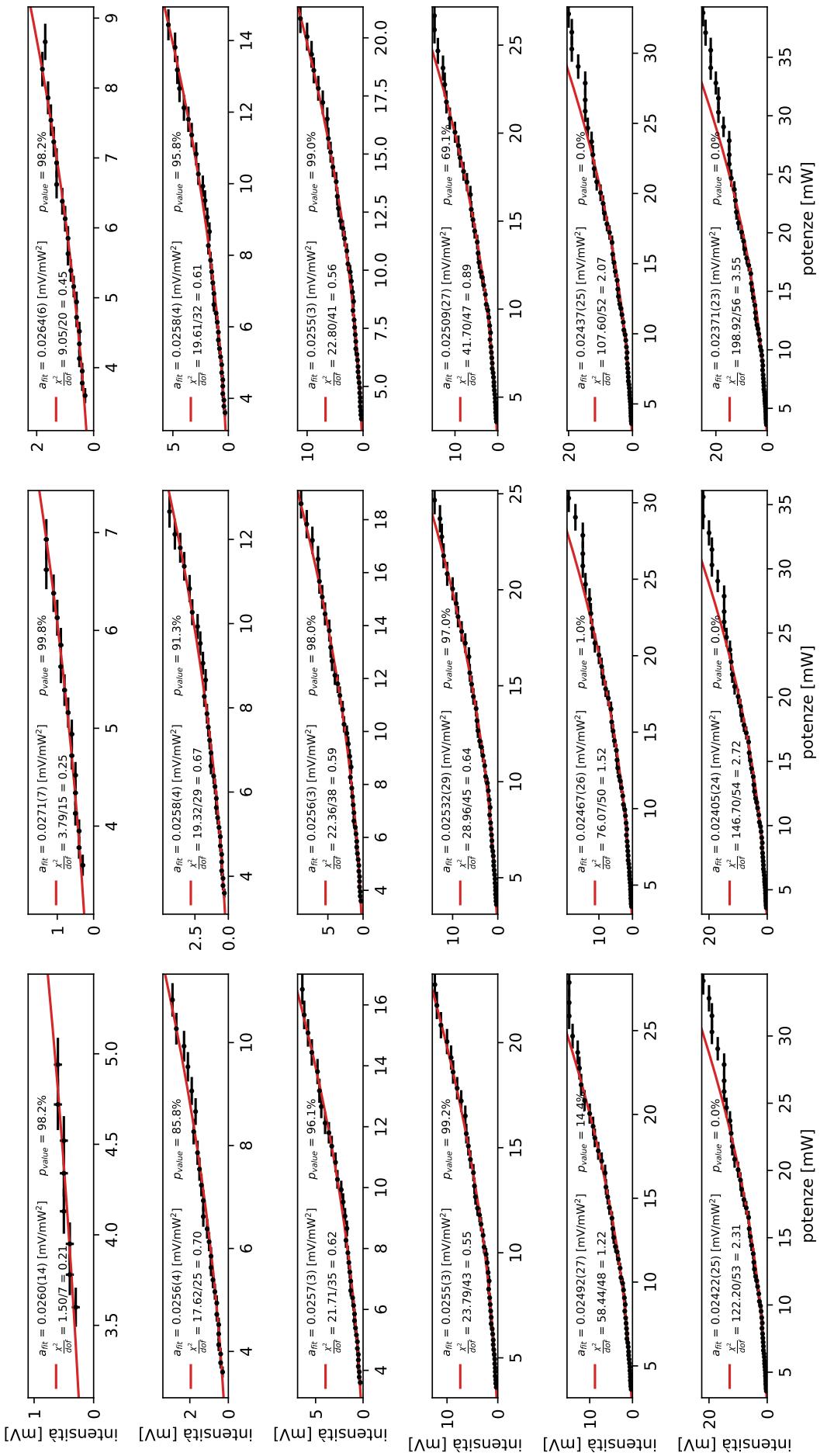


Figura 14

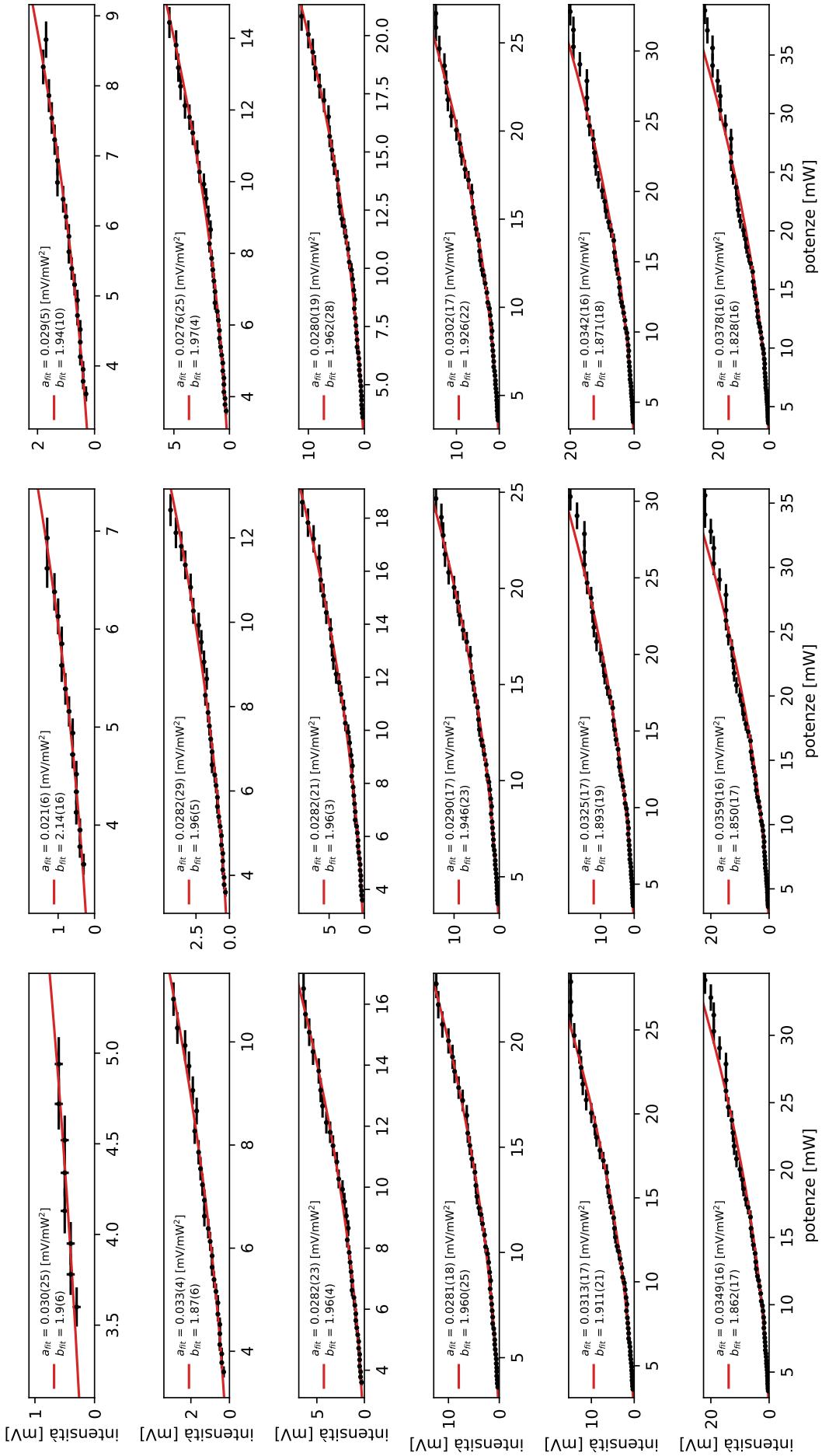


Figura 15