

Analizzatore di spettro

Alberto Bordin, Giulio Cappelli

27-28 novembre 2017

Sommario

Misura della separazione in frequenza dei modi di un laser HeNe.
Misura della finezza di un Fabry-Perot.

1 To do

- dire nella teoria che FSR e $\Delta\nu$ li riportiamo per semplicità in unità di tempo

2 Teoria

2.1 Laser HeNe

2.2 Fabry-Perot

3 Apparato sperimentale

4 Modi del laser HeNe

Analizziamo la separazione in frequenza dei modi del laser HeNe a nostra disposizione.

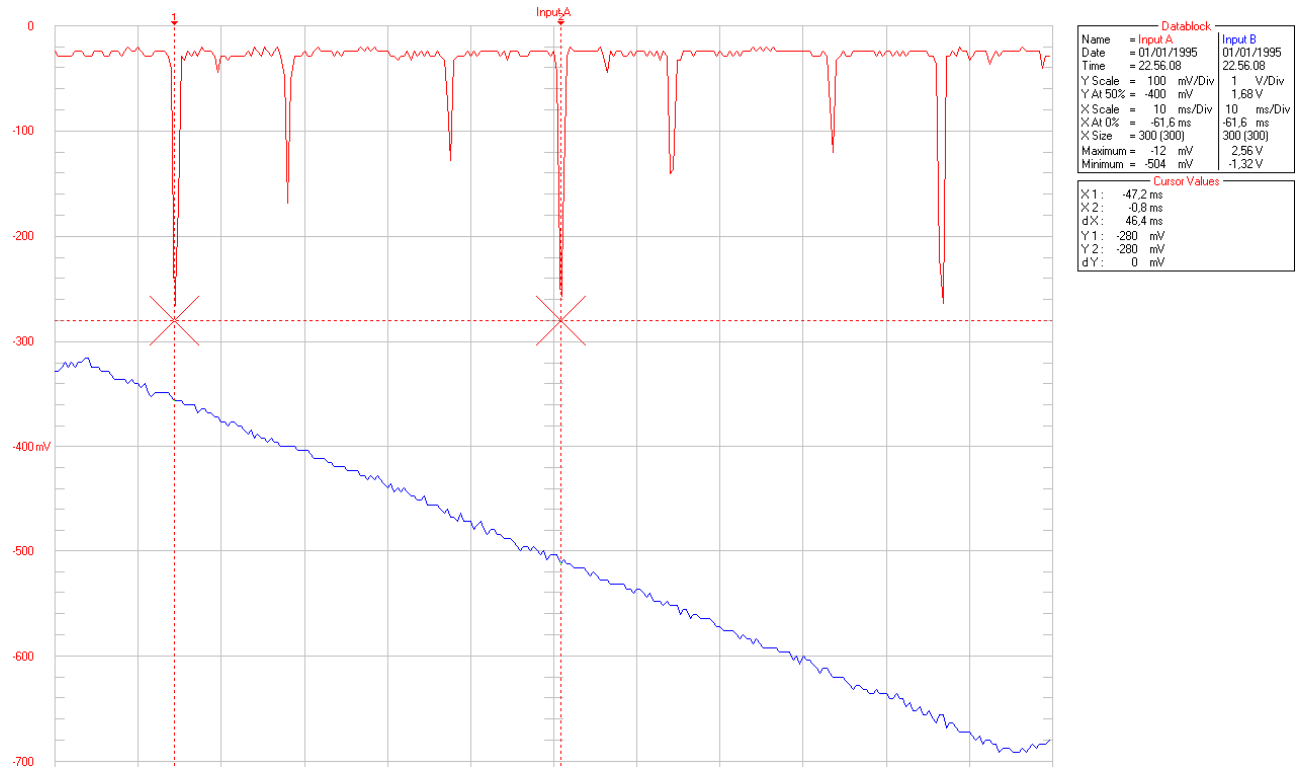


Figura 1: Due ordini dell'analizzatore. In rosso i picchi di trasmissività della cavità Fabry-Perot e in blu la rampa del generatore di funzioni.

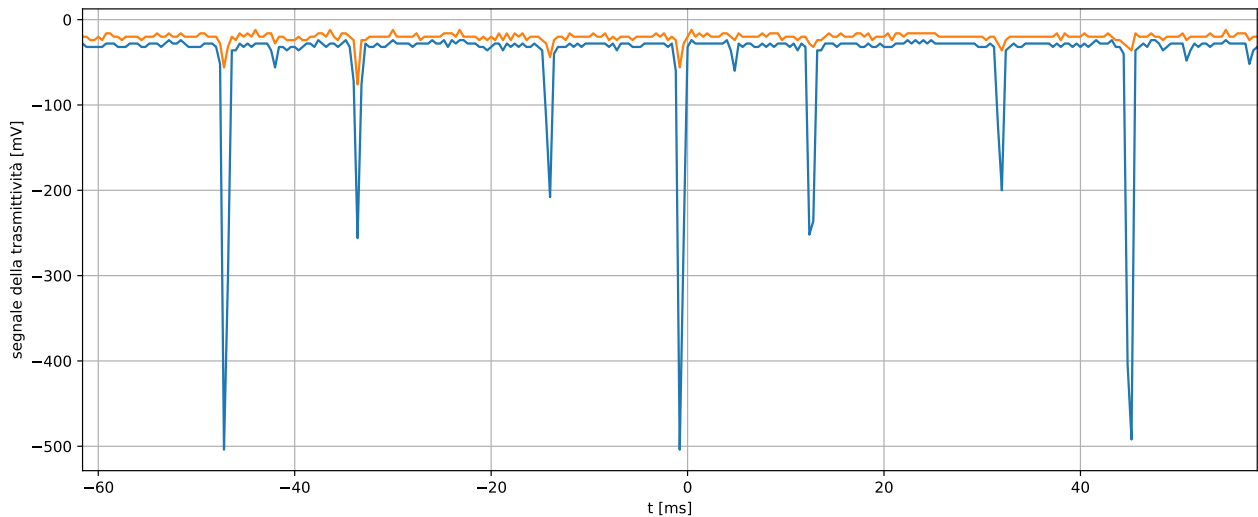


Figura 2: Due ordini dell'analizzatore. Segnale di trasmissività salvato nel file .txt.

4.1 Presa dati

In Figura 1 vediamo un esempio del segnale letto dall'oscilloscopio e visualizzato al PC, e che salviamo anche in formato .txt. Sia per la trasmissività che per la rampa il file di testo riporta due diversi valori di tensione (vedi Figura 2). Notiamo che il segnale visualizzato all'oscilloscopio è la media dei due. Inoltre, confron-

tando varie prese dati, notiamo che la discrepanza tra i due valori di tensione diminuisce notevolmente all'aumentare della larghezza del picco. Poiché per la misura della separazione in frequenza dei modi è importante la precisione sul tempo di ogni picco scegliamo di utilizzare il segnale più ampio al posto della media dei due. In Figura 3 è riportato un ordine dell'analizzatore.

4.1.1 Accorgimenti sperimentali

- Regoliamo il generatore di funzioni e il fondo scala dell'oscilloscopio in modo da vedere poco più di una rampa dell'onda triangolare. Così facendo massimizziamo la risoluzione e possiamo misurare a posteriori l'ampiezza dell'onda triangolare.
- Come consigliato dal professore¹ impostiamo l'onda triangolare con $V_{pp} \leq 5$ V e $f \leq 18$ Hz per evitare effetti di non linearità del generatore e del piezoelettrico. Abbiamo scelto $V_{pp} \simeq 4$ V e $f \simeq 9$ Hz oppure $f = 4.50$ Hz.

- La regione lineare del piezoelettrico si trova a metà del range di funzionamento, i cui estremi sono però sconosciuti.² Sul controller del piezoelettrico possiamo regolare i valori di *amplitude* e *offset* e ci aspettiamo che gli estremi del range di funzionamento del piezoelettrico si raggiungano con ampiezza alta e offset massimo oppure minimo. Quindi impostiamo entrambi su valori intermedi.³
- Per evitare eventuali sistematiche per circa metà delle prese dati utilizziamo la rampa in salita, per le restanti la rampa in discesa.

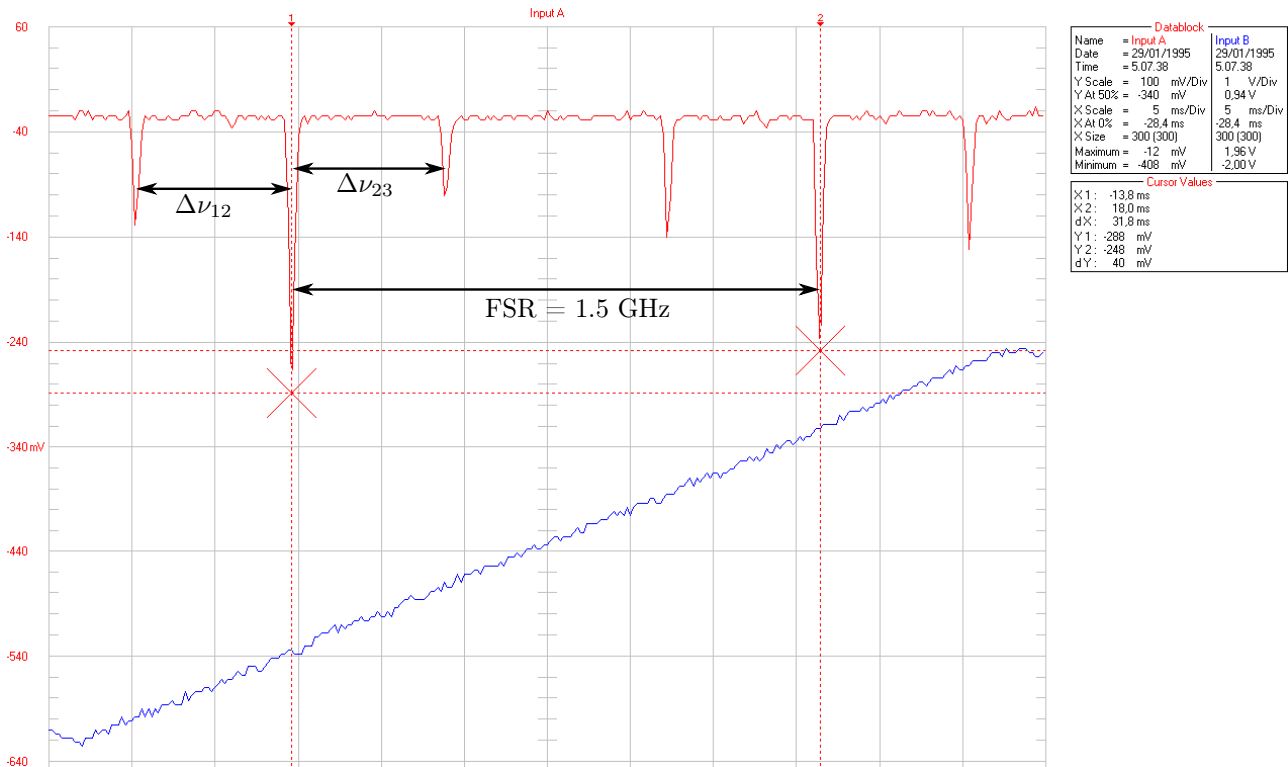


Figura 3: Un ordine dell'analizzatore. Per la rampa in discesa i $\Delta\nu$ sono invertiti: $\Delta\nu_{12}$ è a destra e $\Delta\nu_{23}$ è a sinistra del picco principale.

4.2 Analisi dati

La FSR può essere stimata banalmente facendo la differenza tra i tempi di due picchi principali consecutivi. Avendo più di un ordine si può migliorare questa stima ad esempio facendo la media delle varie differenze tra picchi consecutivi oppure prendendo la differenza di tempo tra il primo e l'ultimo e dividendola per il numero di ordini, ma una stima ancora più precisa si può ottenere con un fit. Di seguito (e in Figura 4) riportiamo il procedimento seguito:

- tramite uno script in python estraiamo i tempi di

ogni picco,

- facciamo un grafico "numero di ordine" - "tempo del picco",
- eseguiamo un fit lineare.

Come si deduce dalla presenza di tre rette parallele in Figura 4 lo stesso procedimento è seguito per ognuno dei 3 modi visibili. Il coefficiente angolare della retta fittata è la FSR, mentre la differenza tra le intercette è il tempo corrispondente al $\Delta\nu$. Quindi ricaviamo $\Delta\nu$

¹onnisciente

²Dall'esperienza sull'interferometro di Michelson sappiamo che il range di funzionamento è dell'ordine dei 100 V, tuttavia non abbiamo dati precisi sullo specifico piezoelettrico dell'analizzatore. Inoltre è laborioso stabilire quale sia la tensione effettiva a cui il piezoelettrico viene sottoposto in quanto è la composizione dell'onda triangolare e di *amplitude* e *offset* del controller.

³In verità per le prese dati 1, 4, 5, 10, 11 visibili in nelle Figure 7 e 8 l'*amplitude* (ma non l'*offset*) è stata aumentata. Poiché i risultati di queste misure sono compatibili con i restanti li abbiamo lasciati

con la formula

$$\Delta\nu \text{ [Hz]} = 1500 \frac{\Delta\nu \text{ [ms]}}{FSR \text{ [ms]}}$$

Per ridurre ulteriormente l'errore, nel caso in cui le rette non fossero esattamente parallele, per la FSR prendiamo la media dei 3 coefficienti angolari misurati e la differenza tra le intercette la prendiamo a metà delle rette.

Fit e calcoli sono stati eseguiti con python 3, per brevità riportiamo solo il valore di $\Delta\nu$ e lasciamo a disposizione il codice dello script al link in nota.⁴

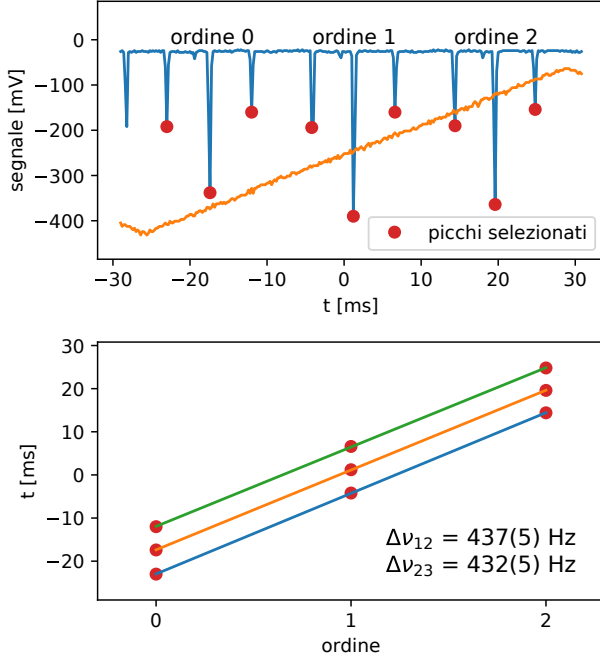


Figura 4: Esempio di analisi. In appendice sono riportate anche le restanti prese dati. La rampa del plot in alto è riscalata per questioni estetiche.

4.2.1 Discussione dei risultati

La media pesata delle 24 prese dati eseguite dà

$$\Delta\nu_{12} = 436.0 \pm 1.0 \text{ Hz}$$

$$\Delta\nu_{23} = 433.0 \pm 1.0 \text{ Hz}$$

dove $\Delta\nu_{12}$ e $\Delta\nu_{23}$ sono definiti come nella didascalia di Figura 3. La loro differenza è

$$\Delta\nu_{12} - \Delta\nu_{23} = 2.9 \pm 1.4 \text{ Hz}^5$$

ed è compatibile con 0 entro poco più di 2 sigma ($p_value = 3\%$). La differenza riscontrata è da imputarsi al solo errore sperimentale perché dal punto di

vista teorico $|\Delta\nu_{12} - \Delta\nu_{23}| \sim 10^{-5} \Delta\nu_{12}$, che è trascurabile. Pertanto ha senso calcolare la media di $\Delta\nu_{12}$ e $\Delta\nu_{23}$:

$$\Delta\nu_{medio} = 434.5 \pm 0.7 \text{ Hz}$$

che è compatibile con quanto riportato nel datasheet ($\Delta\nu_{nominale} = 435 \text{ Hz}$).

4.2.2 Discussione degli errori

La compatibilità tra $\Delta\nu_{12}$ e $\Delta\nu_{23}$ e tra $\Delta\nu_{medio}$ e $\Delta\nu_{nominale}$ dipende fortemente dalla scelta degli errori utilizzati per i fit di Figura 8. Un fit di minimi quadrati ha senso se gli errori sulle y sono delle deviazioni standard.

Possiamo ragionevolmente supporre che l'errore sui tempi dell'oscilloscopio derivi dalla sola digitalizzazione.⁶ Supponiamo quindi che se la risoluzione dell'oscilloscopio è 1 ms un valore 0.49 viene letto 0 e il valore 0.51 viene letto 1, quindi l'errore assoluto è metà della risoluzione. Inoltre avrà una distribuzione uniforme tra $-0.5 \cdot \text{risoluzione}$ e $+0.5 \cdot \text{risoluzione}$: quindi la deviazione standard sarà

$$\sigma = 0.68 \cdot 0.5 \cdot \text{risoluzione} \quad (*)$$

Usando la $*$ per gli errori sulle y nei fit di Figura 8 e propagando gli errori sui parametri fittati si ottiene l'errore su $\Delta\nu$.

Per testare la validità della $*$ abbiamo anche calcolato a posteriori la deviazione standard tra i valori misurati nelle 24 diverse prese dati. In Figura 5 è graficato il confronto tra i due approcci. L'accordo è ottimo.

⁴<https://github.com/albord95/relazioni-lab-ottica-quantistica/tree/master/Analizzatore%20di%20spettro/dati%20e%20script> Scaricare tutta la cartella ed eseguire il file `modi_laser_HeNe.py`. È necessario python 3 con i pacchetti `pylab`, `scipy`, `uncertainties` e `gvar`.

⁵La differenza riportata non è 3.0 ma 2.9 perché i calcoli sono stati eseguiti con più cifre di quelle mostrate. Lo script `modi_laser_HeNe.py` citato in nota 4 stampa sul terminale anche le cifre aggiuntive. La propagazione degli errori è gestita col pacchetto `gvar` di python.

⁶Il datasheet dell'oscilloscopio indica una risoluzione massima di 0.4 ns, quindi la supposizione fatta è ragionevole poiché per le frequenze da noi utilizzate la digitalizzazione è $0.2 \div 0.4 \text{ ms}$.

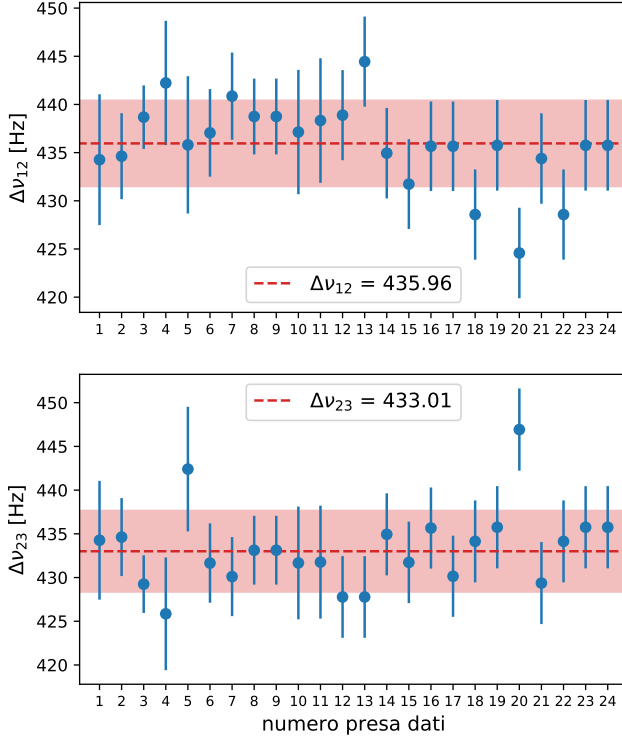


Figura 5: Confronto tra gli errori stimati dal fit (barre blu) per ciascuna presa dati e deviazione standard calcolata tra i valori delle 24 prese dati (banda rossa).

Per verificare che non ci fossero evidenti sistematiche tra i $\Delta\nu$ calcolati con la rampa in salita e quelli calcolati con la rampa in discesa abbiamo graficato

entrambi in Figura 6. Non si osservano discrepanze.

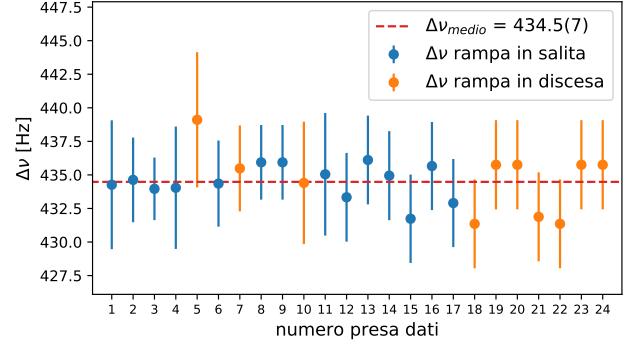


Figura 6: Confronto tra le misure di $\Delta\nu$ tra prese dati con la rampa in salita e con la rampa in discesa. Per ogni presa dati è graficata la media tra $\Delta\nu_{12}$ e $\Delta\nu_{23}$.

4.3 Conclusioni

Abbiamo ottenuto

$$\Delta\nu_{12} = 436.0 \pm 1.0 \text{ Hz}$$

$$\Delta\nu_{23} = 433.0 \pm 1.0 \text{ Hz}$$

la cui media è

$$\Delta\nu_{medio} = 434.5 \pm 0.7 \text{ Hz}$$

che è compatibile con quanto riportato nel datasheet del laser HeNe ($\Delta\nu_{nominale} = 435 \text{ Hz}$).

Non sono state osservate incompatibilità né tra $\Delta\nu_{12}$ e $\Delta\nu_{23}$ né tra i $\Delta\nu$ con rampa in salita e con rampa in discesa.

Gli errori statistici, discussi ampiamente nella sezione dedicata, seguono la distribuzione attesa.

5 Finezza del Fabry-Perot

Appendice

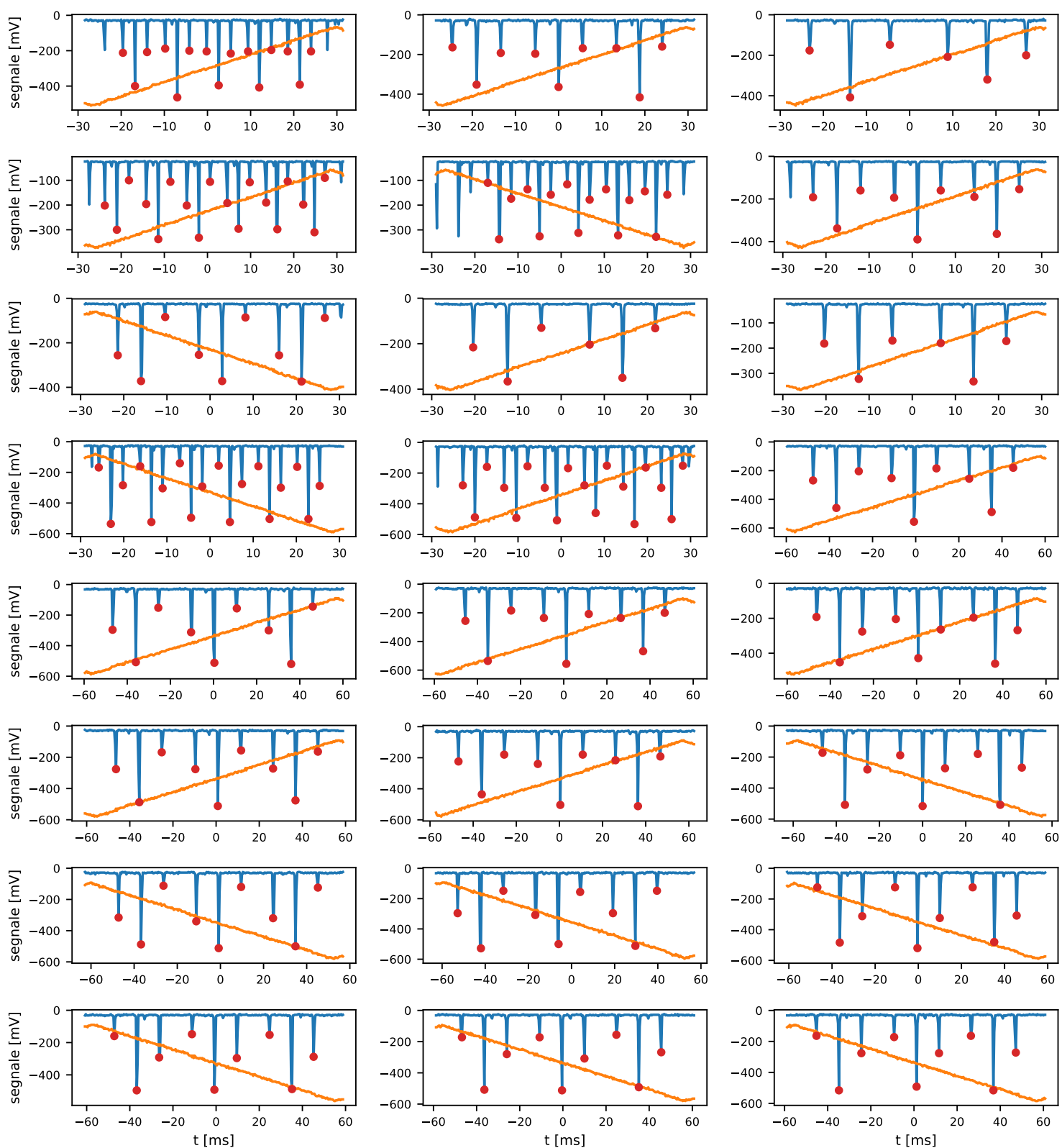


Figura 7: Selezione dei tempi per i fit di Figura 8.

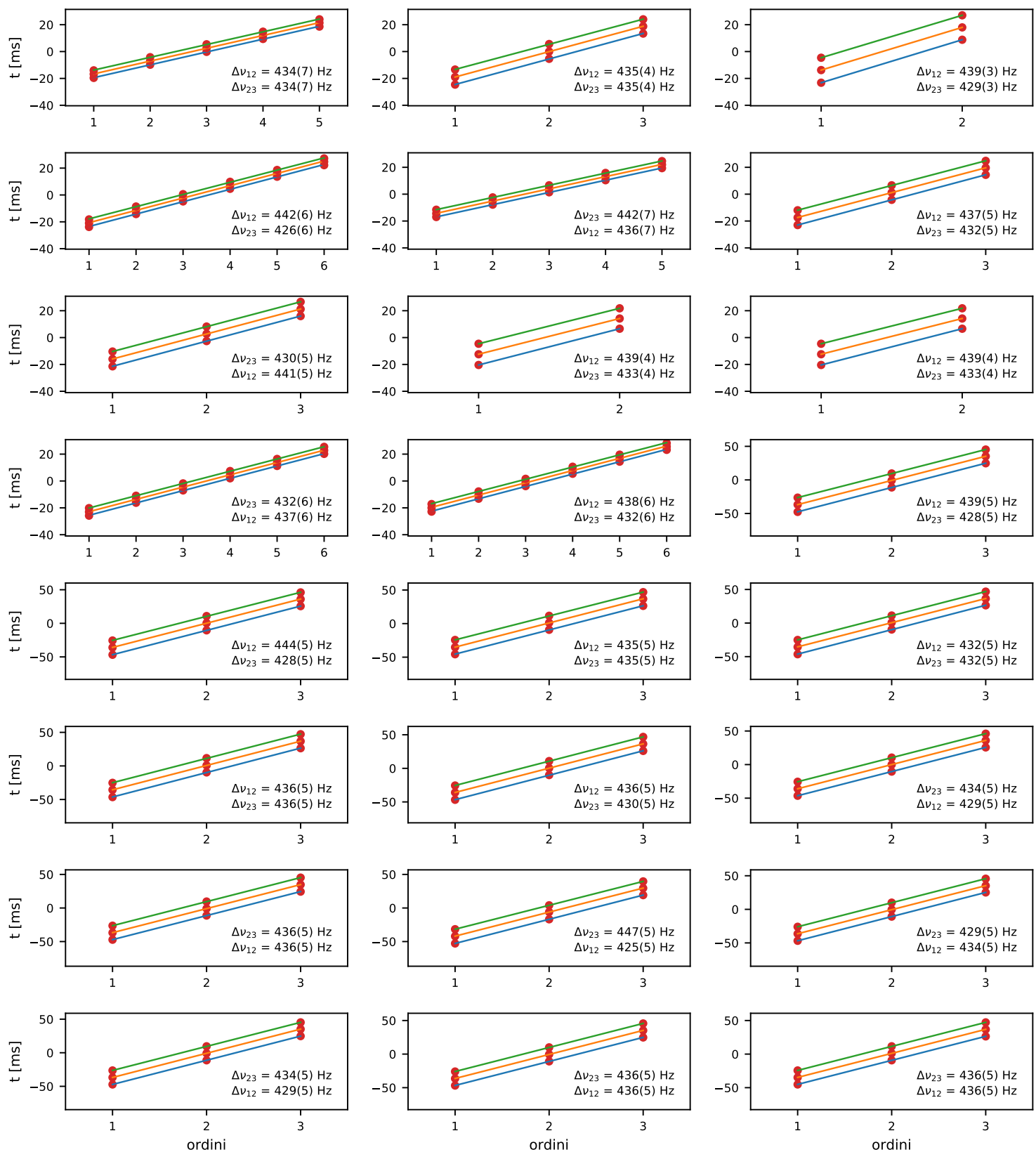


Figura 8: Fit e calcolo dei $\Delta\nu$.