

ICPC PTIT 2025

## BÀI A. XÂU ABC

Time limit: 2s.

Cho một xâu  $S$  có độ dài bằng  $N$ , chỉ gồm các ký tự in hoa và  $Q$  truy vấn. Mỗi truy vấn được mô tả như sau:

Cho vị trí  $X$  và ký tự  $C$ , hãy đổi ký tự thứ  $X$  của xâu  $S$  thành ký tự  $C$  mới. Sau đó, bạn cần in ra số lần xuất hiện của xâu con  $ABC$  trong xâu  $S$  mới thu được.

### Input

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên dương  $N$  và số lượng truy vấn  $Q$  ( $1 \leq N, Q \leq 200000$ ).
- Dòng tiếp theo gồm xâu  $S$ , chỉ gồm các ký tự in hoa. Chỉ số vị trí xâu được đánh số từ 1.
- $Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một truy vấn.

### Output

- Với mỗi truy vấn in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Sample input	Sample output
10 4 ABCDEABCFA 5 B 3 A 5 C 8 G	2 1 1 0
3 3 CBA 1 A 2 B 3 C	0 0 1

## BÀI B. PHẦN TỬ TRUNG VỊ

Time limit: 2s.

Cho dãy số  $A$  có  $N$  phần tử. Phần tử trung vị của dãy là phần tử ở giữa, hay có vị trí thứ  $(N/2 + 1)$  sau khi dãy số  $A$  được sắp xếp tăng dần.

Ví dụ, phần tử trung vị của dãy số  $(1, 3, 2)$  là 2, phần tử trung vị của dãy số  $(1, 3, 2, 4)$  là 3.

Với dãy số  $A$  cho trước và các cặp chỉ số  $(L, R)$ , dãy số  $B$  là tập hợp của các phần tử trung vị của dãy con liên tiếp  $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$ . Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định giá trị phần tử trung vị trong dãy số  $B$  mới thu được.

### Input

- Đòng đầu tiên nhập số nguyên dương  $N$  là số lượng phần tử của dãy số ( $1 \leq N \leq 100000$ ).
- Đòng tiếp theo nhập  $N$  số nguyên  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq 10^9$ ).

### Output

- In ra một số nguyên là phần tử trung vị của dãy số  $B$ .

Sample input	Sample output
3 1 3 2	3
1 5	5
10 1 10 2 8 3 7 4 6 5 9	6

*Giải thích test 1:*

Phần tử trung vị của dãy  $(1)$  là 1.

Phần tử trung vị của dãy  $(3)$  là 3.

Phần tử trung vị của dãy  $(2)$  là 2.

Phần tử trung vị của dãy  $(1, 3)$  là 3.

Phần tử trung vị của dãy  $(3, 2)$  là 3.

Phần tử trung vị của dãy  $(1, 3, 2)$  là 2.

Phần tử trung vị của dãy thu được  $(1, 3, 2, 3, 3, 2)$  là 3.

## BÀI C. SỐ LẬP PHƯƠNG ĐỐI XỨNG

Time limit: 2s.

Cho một số nguyên dương  $N$ . Nhiệm vụ của bạn là cần tìm số lập phương đối xứng lớn nhất không vượt quá  $N$ .

Giả sử đáp án là  $K$  thì số  $K$  cần thỏa mãn 2 tính chất:

- Tồn tại số nguyên dương  $X$  sao cho  $X^3 = K$ .
- $K$  là một số đối xứng.

### Input

- Dữ liệu đầu vào là một số nguyên dương  $N$  có không quá 18 chữ số.

### Output

- In ra số nguyên là số lập phương đối xứng lớn nhất tìm được.

Sample input	Sample output
375	343
9	2
1012345	1331

Giải thích test 1:

$$7^3 = 343.$$

## BÀI D. BIẾN ĐỔI DÃY SỐ BẰNG PHÉP XOR

Time limit: 2s.

Cho dãy số  $A$  có  $N$  phần tử không âm. Bạn được phép thực hiện một số thao tác như sau:

Gọi  $X$  là kết quả phép XOR của tất cả các phần tử của dãy số  $A$ , sau đó thay thế phần tử  $A_i$  nào đó bằng giá trị  $X$ .

Nhiệm vụ của bạn là sử dụng ít thao tác nhất để có thể biến đổi dãy số  $A$  thành dãy số  $B$ .

### Input

- Dòng đầu tiên là số lượng phần tử  $N$  ( $2 \leq N \leq 100000$ ).
- Dòng thứ hai gồm  $N$  số nguyên là phần tử dãy  $A$ .
- Dòng thứ ba gồm  $N$  số nguyên là phần tử dãy  $B$  ( $0 \leq A_i, B_i \leq 2^{30}$ ).

### Output

- Nếu có thể biến đổi dãy  $A$  thành dãy  $B$  thì hãy in ra số thao tác ít nhất. Ngược lại, in ra  $-1$ .

Sample input	Sample output
3 0 1 2 3 1 0	2
3 1 2 3 1 2 3	0
2 0 0 1 1	-1
4 3 2 1 0 1 2 0 3	3

Giải thích test 1:

Bước 1: kết quả phép XOR ba số bằng 3. Thay  $A_1 = 3$ , thu được  $(3, 1, 2)$ .

Bước 2: kết quả phép XOR ba số bằng 0. Thay  $A_3 = 0$ , thu được  $(3, 1, 0)$ .

## BÀI E. THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG

Time limit: 2s.

Cho đồ thị  $G$  vô hướng có  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Đồ thị  $GG$  được xây dựng theo quy tắc như sau:

- Các đỉnh sẽ được gán nhãn  $(a, b)$  với  $1 \leq a, b \leq N$ .
- Nối đỉnh  $(a, b)$  và  $(c, d)$  nếu như trong đồ thị  $G$  có cạnh  $(a, c)$  và  $(b, d)$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định xem trong đồ thị mới  $GG$  có bao nhiêu thành phần liên thông?

### Input

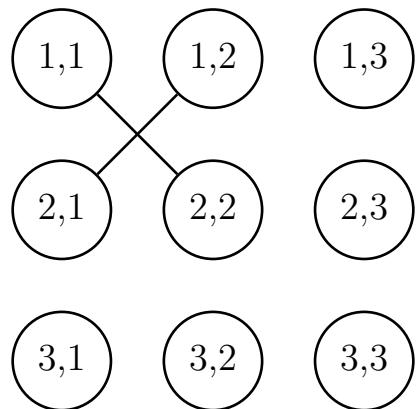
- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên  $N$  và  $M$  ( $2 \leq N \leq 100000, M \leq 200000$ ).
- $M$  dòng tiếp theo mỗi dòng gồm hai số nguyên  $u$  và  $v$  biểu diễn một cạnh của đồ thị  $G$ .

### Output

- In ra một số nguyên là số lượng thành phần liên thông của đồ thị  $GG$ .

Sample input	Sample output
3 1	7
1 2	
10 0	100
6 4 1 2 3 4 4 5 2 6	8

Giải thích test 1:



## BÀI F. SỐ 357

*Time limit: 2s.*

Cho số nguyên dương  $N$ . Bạn hãy đếm số lượng các số 357, là các số chỉ chứa đúng ba loại chữ số là 3, 5, 7 trong phạm vi  $[1...N]$ .

### Input

- Dữ liệu đầu vào là một số nguyên dương  $N$  duy nhất ( $1 \leq N \leq 10^9$ ).

### Output

- In ra một số nguyên là số lượng các số 357 tìm được.

Sample input	Sample output
577	44
4000	18
1000000	732

*Giải thích test 1:*

Có 4 số thỏa mãn là 357, 375, 537 và 573.

## BÀI G. THÚ TỰ XÂU

Time limit: 2s.

Cho  $N$  xâu  $S_i$ , trong đó không có xâu nào là một tiền tố của xâu khác. Chọn ra  $K$  xâu rồi ghép chúng lại với nhau, bạn có thể tạo ra tất cả  $T = N \times (N - 1) \times (N - 2) \times \dots \times (N - K + 1)$ .

Cho xâu  $X$  là một xâu có tồn tại trong tập hợp  $T$ . Hãy in ra thứ tự của xâu  $X$  trong tập  $T$  sau khi đã được sắp xếp lại theo thứ tự từ điển. Vì đáp án có thể rất lớn, hãy in ra kết quả theo modulo  $10^9 + 7$ .

### Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên  $N$  và  $K$  ( $1 \leq K \leq N \leq 10^6$ ).
- $N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một xâu  $S_i$ . Tổng độ dài của tất cả xâu này không vượt quá  $10^6$ .
- Dòng cuối cùng là xâu  $X$  cần kiểm tra.

### Output

- Hãy in ra thứ tự từ điển của xâu  $X$ .

Sample input	Sample output
4 3 a b c d acb	3
6 5 ab bc cd ef eh f abefcdbcf	56

Giải thích test 1:

Các xâu được tạo ra là:  $abc, abd, \mathbf{acb}, acd, adb, adc, \dots$

## BÀI H. ĐỔI CHỖ QUÂN BÀI

Time limit: 2s.

Cho  $N$  quân bài, quân bài thứ  $i$  có ghi số  $A_i$  ở mặt trước và  $B_i$  ở mặt sau. Ban đầu, các quân bài được đặt ngửa (hiển thị giá trị  $A_i$ ) và sắp xếp theo thứ tự từ 1, 2, ..,  $N$ .

Bạn được thực hiện một số thao tác như sau:

- Chọn chỉ số  $i$  nào đó, đổi chỗ hai quân bài thứ  $i$  và thứ  $i + 1$  cho nhau, rồi lật hai quân bài lại.

Nhiệm vụ của bạn là hãy dùng ít thao tác nhất để thu được một dãy số không giảm hiển thị trên các lá bài.

### Input

- Dòng đầu tiên chứa một xâu  $S$  có không quá 100000 ký tự thường.

### Output

- In ra số thao tác ít nhất cần làm.

Sample input	Sample output
3 3 4 3 3 2 5	1
3 1 2 3 4 5 6	0
5 3 26 17 8 23 13 12 18 17 27	2

Giải thích test 1:

Đổi chỗ quân bài thứ nhất và thứ hai rồi lật bài lại, ta thu được dãy số (2, 3, 3);

## BÀI I. THU THẬP KHO BÁU

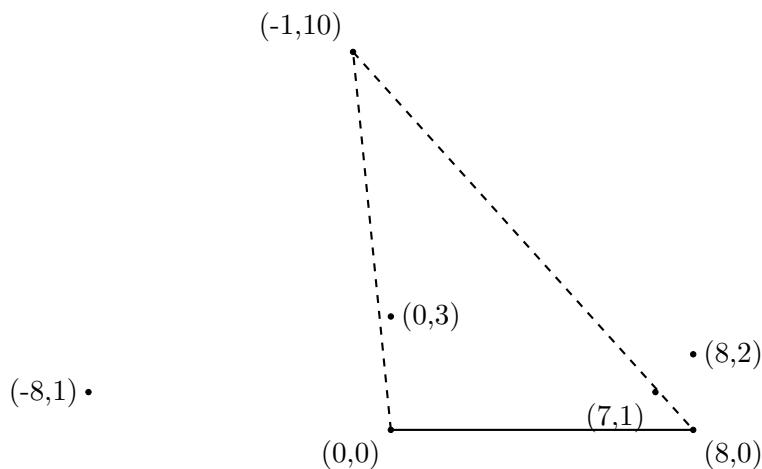
Time limit: 2s.

Gần đây, nông dân John phát hiện ra có kho báu được chôn giấu trên đất nông trại của mình. Có rất nhiều kho báu! Anh ấy nhanh chóng quyết định dựng hàng rào xung quanh khu đất để tránh những người khác đào trộm mất kho báu của mình.

Không may thay, nông dân John chỉ có một cọc rào duy nhất! Anh ấy cần phải đi vào thị trấn để mua thêm vật liệu, điều này mất khá nhiều thời gian. Để tránh có ai nhòm ngó trong thời gian mình đi vắng, anh ta quyết định dựng một hàng rào tạm thời để bảo vệ một phần kho báu.

Phương án đưa ra là sẽ đặt chiếc cọc rào xuống đất và giăng dây thép theo đường thẳng giữa hai điểm mốc trên tường của trang trại và cọc rào để chia thành một khu vực hình tam giác. Bức tường của trang trại được mô tả là đoạn thẳng từ tọa độ  $(0, 0)$  tới vị trí  $(X, 0)$ . Hơn nữa, đất rất cứng; chỉ những nơi được đào lên để chôn kho báu mới đủ mềm để có thể nhanh chóng đóng chiếc cọc xuống.

Nông dân John muốn chọn một vị trí đặt chiếc cọc rào tối ưu, sao cho tổng giá trị của tất cả kho báu được bao quanh bởi hàng rào là lớn nhất. Lưu ý rằng kho báu dưới cột được chọn là vị trí không thể đóng cọc rào xuống, nó có thể không an toàn vì ai đó có thể sẽ đào bới xung quanh cột.



### Input

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên dương  $N$  là số lượng điểm kho báu và giới hạn tọa độ bức tường  $X$  ( $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq X \leq 10^9$ ).
- $N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số nguyên  $x, y, w$  cho biết tại vị trí  $(x, y)$  có một kho báu có giá trị bằng  $w$  ( $-10^9 \leq x \leq 10^9, 1 \leq y \leq 10^9, 1 \leq w \leq 10^9$ ). Dữ liệu đảm bảo không có hai tọa độ nào trùng nhau, và sẽ không có kho báu nào nằm trên hàng rào theo phương án xây dựng như mô tả.

### Output

- Với mỗi vị trí kho báu, hãy in ra tổng giá trị các kho báu mà nông dân John có thể thu được nếu như anh ấy đặt chiếc cọc tại vị trí này. Lưu ý rằng giá trị của kho báu chôn ở dưới chiếc cọc rào ở vị trí này không được tính vào đây.

<b>Sample input</b>	<b>Sample output</b>
5 8	0
-8 1 3	14
-1 10 1	0
0 3 5	0
7 1 9	9
8 2 16	
6 6	0
0 1 10	30
2 3 20	0
3 1 30	50
2 5 40	50
3 5 50	30
4 5 60	

*Giải thích test 1:*

Hình tam giác bao gồm điểm  $(-1, 10)$  bao quanh đúng hai điểm kho báu khác có tổng giá trị là  $5 + 9 = 14$

## BÀI J. TỔNG CÁC CHỮ SỐ

Time limit: 2s.

Với số nguyên dương  $x$ , gọi  $f(x)$  là tổng các chữ số của  $x$ . Ví dụ,  $f(10) = 1 + 0 = 1$ , hay  $f(123) = 1 + 2 + 3 = 6$ .

Cho dãy số gồm  $N$  phần tử, nhiệm vụ của bạn là hãy tính giá trị của biểu thức:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N f(A_i + A_j)$$

### Input

- Dòng đầu tiên là số  $N$ , số lượng phần tử của dãy số ( $1 \leq N \leq 200000$ ).
- Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq 10^{15}$ ).

### Output

- In ra một số nguyên là kết quả tìm được.

Sample input	Sample output
2	36
58 23	
5	269
12 23 34 45 56	
1	27
999	

Giải thích test 1:

$$f(58 + 58) + f(58 + 23) + f(58 + 23) + f(23 + 23) = f(116) + f(81) + f(81) + f(46) = 8 + 9 + 9 + 10 = 36.$$

## BÀI K. DÃY SỐ TRISEQ

Time limit: 2s.

Ba số nguyên dương  $X, Y, Z$  thỏa mãn bất đẳng thức tam giác nếu các điều kiện sau thỏa mãn:

$X + Y > Z, Y + Z > X, Z + X > Y$ . Một dãy nguyên dương  $A_1, A_2, \dots, A_N$  được gọi là dãy TRISEQ nếu ba số bất kỳ trong dãy đều thỏa mãn bất đẳng thức tam giác.

Với một số nguyên dương  $N$ , xét các dãy số thỏa mãn tính chất:

- Dãy gồm  $N$  phần tử, mỗi phần tử có giá trị thuộc phạm vi  $[1 \dots N]$ .
- Dãy số là dãy TRISEQ.

Tiến hành sắp xếp các dãy trên theo thứ tự từ điển, đánh số bắt đầu từ 1. Cụ thể dãy  $A_1, A_2, \dots, A_N$  được xếp trước dãy  $B_1, B_2, \dots, B_N$  nếu tồn tại chỉ số  $i$  sao cho:  $A_1 = B_1, A_2 = B_2, \dots, A_{i-1} = B_{i-1}$  và  $A_i < B_i$ .

Ví dụ với  $N = 3$ , ta có 15 dãy được sắp xếp theo thứ tự từ điển như sau:

- |            |             |             |
|------------|-------------|-------------|
| 1) 1, 1, 1 | 6) 2, 2, 2  | 11) 3, 2, 2 |
| 2) 1, 2, 2 | 7) 2, 2, 3  | 12) 3, 2, 3 |
| 3) 1, 3, 3 | 8) 2, 3, 2  | 13) 3, 3, 1 |
| 4) 2, 1, 2 | 9) 2, 3, 3  | 14) 3, 3, 2 |
| 5) 2, 2, 1 | 10) 3, 1, 3 | 15) 3, 3, 3 |

Cho số nguyên dương  $N$ , hãy giải quyết bài toán sau:

- Đếm số lượng dãy số thỏa mãn.
- Cho số thứ tự  $T$ , hãy xác định dãy có thứ tự thứ  $T$ .
- Cho một dãy  $A_1, A_2, \dots, A_N$ , tìm thứ tự của dãy.

### Input

- Dòng đầu tiên là số nguyên  $N$  ( $N \leq 18$ ).
- Dòng thứ hai chứa một số nguyên  $T$ .
- Dòng thứ ba là dãy số  $A_1, A_2, \dots, A_N$ .

### Output

- Dòng thứ nhất in ra số lượng dãy thỏa mãn.
- Dòng thứ hai in ra  $N$  số mô tả dãy có thứ tự thứ  $T$ .
- Dòng thứ ba chứa một số là thứ tự của dãy số  $A$  đã nhập vào.

Sample input	Sample output
3	15
4	2 1 2
2 1 2	4

## BÀI L. THAO TÁC TRÊN DỮ LIỆU DẠNG CÂY

Time limit: 2s.

Cấu trúc dữ liệu dạng cây là một cấu trúc dữ liệu quan trọng trong ngành khoa học máy tính. Trong bài toán này, dữ liệu được tổ chức có dạng là một cây có gốc, gồm  $n$  đỉnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới  $n$ , trong đó đỉnh 1 là đỉnh gốc. Mỗi cạnh của cây có trọng số là một số nguyên dương không quá  $10^9$ . Ban đầu, mỗi đỉnh nhận một trong hai màu: đen hoặc trắng.

Có  $q$  thao tác cần được thực hiện một cách tuần tự, mỗi thao tác thuộc một trong ba loại sau:

**Thao tác loại 1:** Nhận vào một đỉnh  $u$ , tiến hành đổi màu đỉnh  $u$ , nếu đỉnh  $u$  đang là màu trắng thì đổi thành màu đen và ngược lại, nếu đỉnh  $u$  đang là màu đen thì đổi thành màu trắng.

**Thao tác loại 2:** Nhận vào một đỉnh  $u$ , xét cây con gốc  $u$ , xây dựng một đồ thị vô hướng đầy đủ, có trọng số, trong đó mỗi đỉnh của đồ thị này tương ứng với một đỉnh màu đen thuộc cây con gốc  $u$ . Trong đồ thị này, số của cạnh nối hai đỉnh trên đồ thị này là khoảng cách giữa hai đỉnh màu đen tương ứng trên cây. Khoảng cách giữa hai đỉnh được tính bằng tổng trọng số các cạnh nằm trên đường đi đơn duy nhất giữa hai đỉnh trên cây. Trên đồ thị đầy đủ vừa xây dựng, tiến hành tìm một chu trình có độ dài nhỏ nhất. Chu trình xuất phát từ một đỉnh bất kì, đi qua tất cả các đỉnh còn lại, mỗi đỉnh qua đúng một lần và quay về đỉnh xuất phát. Độ dài chu trình được tính bằng tổng trọng số của các cạnh thuộc chu trình.

**Thao tác loại 3:** Nhận vào một đỉnh  $u$ , xét cây con gốc  $u$ , xây dựng một đồ thị vô hướng đầy đủ, có trọng số tương tự như trong thao tác loại 2. Trên đồ thị đầy đủ vừa xây dựng, tiến hành tìm một đường đi có độ dài nhỏ nhất. Đường đi xuất phát từ một đỉnh bất kì, đi qua tất cả các đỉnh còn lại, mỗi đỉnh đi qua đúng một lần. Độ dài của đường đi được tính bằng tổng trọng số của các cạnh thuộc đường đi.

**Yêu cầu:** Hãy viết chương trình xử lý  $q$  thao tác được cho.

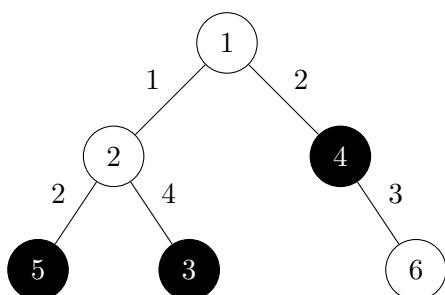
### Input

- Dòng thứ nhất chứa một số nguyên dương  $n$  ( $2 \leq n \leq 200000$ );
- Dòng thứ hai chứa một xâu nhị phân độ dài  $n$  trong đó kí tự thứ  $i$  là 1 nếu ban đầu đỉnh  $i$  có màu đen, ngược lại kí tự thứ  $i$  là 0;
- Tiếp theo là  $n - 1$  dòng, mỗi dòng chứa ba số nguyên dương  $u, v, c$  mô tả có một cạnh nối giữa hai đỉnh  $u, v$  trên cây với trọng số  $c$ . Dữ liệu bảo đảm các cạnh này đã tạo thành một cây;
- Dòng tiếp theo chứa một số nguyên dương  $q$  ( $2 \leq q \leq 200000$ );
- Tiếp theo là  $q$  dòng, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $t$  và  $u$  ( $1 \leq u \leq n$ ) mô tả một thao tác, trong đó  $t = 1$  hoặc  $t = 2$  hoặc  $t = 3$  tương ứng là loại thao tác loại 1 hoặc loại 2 hoặc loại 3 và  $u$  là đỉnh được cho trong thao tác hiện tại. Dữ liệu bảo đảm đối với thao tác loại 2 và loại 3 có ít nhất một đỉnh màu đen thuộc cây con gốc  $u$ .

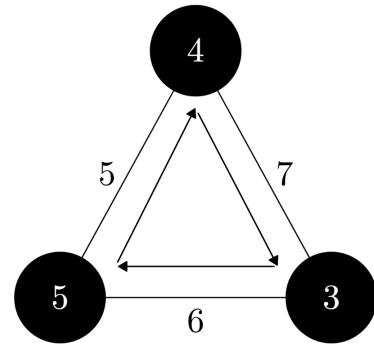
### Output

- Ghi ra một số dòng, mỗi dòng là kết quả của các thao tác loại 2 hoặc loại 3 theo đúng thứ tự trong dữ liệu vào.

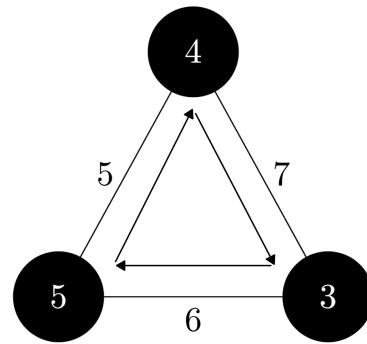
Sample Input	Sample Output
6 001110 1 2 1 1 4 2 4 6 3 2 5 4 2 3 2 9 1 1 1 4 2 1 1 2 1 1 2 2 1 4 2 2 2 5	18 12 24 12 12 0
6 001110 1 2 1 1 4 2 4 6 3 2 5 2 2 3 4 9 3 1 1 4 3 1 1 1 3 1 3 2 1 2 3 2 1 4 3 5	11 6 14 6 6 0



Trạng thái cây ban đầu trong cả hai ví dụ.



Hình 1: Chu trình có độ dài nhỏ nhất tìm được trong đồ thị đầy đủ ở thao tác đầu tiên, trong ví dụ 1.



Hình 2: Đường đi có độ dài nhỏ nhất tìm được trong đồ thị đầy đủ ở thao tác đầu tiên, trong ví dụ 2.