

# Tutorato 1 - Algebra Vettoriale

Corso di Fisica - CdL in Informatica

12 marzo 2018

## Formule Utili

- Simbologia vettoriale:  $\vec{v} \equiv \mathbf{v} \equiv \bar{v}$ . Modulo o norma:  $v \equiv |\vec{v}| \equiv \|\vec{v}\|$ .
- Vettore in coordinate cartesiane:  $\vec{v} = (x, y)$ , polari:  $\vec{v} = (\rho, \theta)$ , somma di versori:  $\vec{v} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$
- cambio da coordinate cartesiane a polari:  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$
- cambio da coordinate polari a cartesiane:  $x = \rho \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \theta$
- somma vettoriale:  $\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y)$
- prodotto scalare o interno:  $u \cdot v = u_x v_x + u_y v_y$ , in modulo:  $\|u \cdot v\| = \|u\| \|v\| \cos \phi$
- prodotto vettoriale o esterno:  $u \times v \equiv u \wedge v = (u_y v_z - u_z v_y, u_z v_x - u_x v_z, u_x v_y - u_y v_x)$   
in modulo:  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\| \sin \phi$

## Esercizi

1. Dati i vettori  $\vec{v} = (3, 7)$  e  $\vec{u} = (4, 5)$ , calcolare il relativo modulo, il vettore somma e i prodotti  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,  $\vec{v} \cdot \vec{u}$ ,  $\vec{v} \cdot \vec{v}$ . Riflettere sui risultati.
2. Dati i vettori  $\vec{v} = 3\hat{i} - 15\hat{j}$  e  $\vec{u} = (9, 0)$ , convertire le loro coordinate in coordinate polari.
3. Dati i vettori  $\vec{v} = \hat{i} - 5\hat{j} + 10\hat{k}$  e  $\vec{u} = (11, 4, 7)$ , calcolare il modulo di  $\vec{v}$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{u} + \vec{v}$ .
4. Dati i vettori  $\vec{v} = (1, 1)$  e  $\vec{u} = (3, 0)$ , calcolare il modulo del prodotto vettoriale,  $\|u \times v\|$ .
5. Dati i vettori  $\vec{v} = 11\hat{i} + 11\hat{j}$  e  $\vec{u} = (9, -9)$ , determinare se sono paralleli.  
(suggerimento: usare il prodotto vettoriale)
6. Dati i vettori  $\vec{v} = (10, 0)$  e  $\vec{u} = (3, 0)$ , calcolare il modulo del prodotto vettoriale,  $\|u \times v\|$  e il prodotto scalare  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ . Riflettere sui risultati.
7. Dati i vettori  $\vec{a} = (1, 2)$  e  $\vec{b} = (3, 7)$  trovare il vettore  $\vec{b} - \vec{a}$  e ricavare le coordinate polari, infine calcolare l'angolo fra i vettori dati. (suggerimento: usare la formula del prodotto scalare).
8. In un sistema cartesiano, sono dati i punti  $A = (0, 7)$  e  $B = (12, 2)$ . Scrivere il vettore  $\vec{r}_{AB}$  che va dal punto A al punto B e determinare il modulo. **[ESAME]**
9. In un sistema di assi cartesiani  $(x, y)$  siano dati i punti  $A = (2, 4)$ ,  $B = (6, 1)$  e  $C = (6, 4)$ . Scrivere i vettori:  $\vec{r}_{AB}$  che va dal punto A al punto B,  $\vec{r}_{AC}$  che va dal punto A al punto C. Calcolare inoltre il prodotto scalare  $\vec{r}_{AB} \cdot \vec{r}_{AC}$ . **[ESAME]**
10. In un sistema di assi cartesiani siano dati i vettori  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j}$  e  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$ . Scrivere i vettori somma  $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$  e differenza  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ . Dire se i vettori  $\vec{s}$  e  $\vec{d}$  sono perpendicolari giustificando la risposta. **[ESAME]**