

DISCUSIÓN DE UN SISTEMA LINEAL CON UN PARÁMETRO POR EL MÉTODO DE GAUSS

En esta página web se resuelve y se discute un sistema lineal con un parámetro, utilizando el MÉTODO DE GAUSS.

La aplicación permite obtener el tipo de sistema y sus soluciones, distinguiendo entre el caso general (G) y los casos específicos del parámetro en los que el resultado puede cambiar.

La página tiene dos secciones:

- Introducción de datos
- Formulario y trabajo del usuario

GUÍA RÁPIDA (5 PASOS)

- Introduce nº de ecuaciones, nº de incógnitas y nombre del parámetro (validando cada dato con ENTER).
- Rellena el sistema (coeficientes y términos independientes), avanzando con ENTER o TAB.
- Trabaja con la matriz de Gauss aplicando transformaciones hasta obtener una matriz escalonada.
- Introduce los casos específicos del parámetro (manual o resolviendo una ecuación) y pulsa FIN.
- Estudia cada caso específico y el caso general introduciendo el valor o la letra G.

INTRODUCCIÓN DE DATOS

1) Dimensión del sistema

En primer lugar, debes introducir:

- Nº de ecuaciones: número entero entre 1 y 5.
- Nº de incógnitas: número entero entre 1 y 5.

En ambos casos, la validación se realiza pulsando la tecla ENTER del teclado.

2) Nombre del parámetro

Después, debes introducir el nombre del parámetro. Debe ser una letra minúscula (una sola letra).

La validación se realiza con ENTER.

3) Introducción del sistema

A continuación, se mostrará el sistema con casillas en blanco para introducir, en cada ecuación, los coeficientes de las incógnitas y el término independiente.

En cada casilla puedes escribir un número o una expresión algebraica que use únicamente el parámetro introducido. Debes validar con ENTER (también puedes avanzar con TAB).

Ejemplos de entradas válidas

- Números: 3, -2, 0.5, $1/2$
- Con parámetro: a , $2a-3$, $(a-1)/2$, $-(a+1)$, a^2-1

Errores típicos (no válidos)

- Paréntesis no balanceados (por ejemplo: $(a-1)$).
- Usar otra variable distinta al parámetro (por ejemplo: x si el parámetro es a).
- Casillas vacías.

Una vez introducido y validado todo el sistema, la aplicación construye la matriz de Gauss asociada y muestra dos zonas:

- El formulario para modificar la matriz.
- La zona del trabajo del usuario (matrices equivalentes obtenidas).

FORMULARIO Y TRABAJO DEL USUARIO

El objetivo de esta sección es transformar la matriz de Gauss mediante operaciones elementales hasta obtener una matriz escalonada.

Cuando se alcanza una matriz escalonada, la aplicación pasa automáticamente a la fase de estudio de casos del parámetro.

¿Qué se entiende aquí por “matriz escalonada”?

De forma operativa, la matriz se considera escalonada si:

- Las filas nulas (si existen) quedan situadas al final.
- En cada fila no nula, el primer elemento no nulo aparece más a la derecha que en la fila anterior.

Opciones disponibles en el formulario

En la zona del formulario aparecen las siguientes opciones:

- Opción 1: Permutar el orden de dos filas ($F_i \leftrightarrow F_j$).
- Opción 2: Permutar el orden de dos columnas ($C_i \leftrightarrow C_j$).
- Opción 3: Reordenar las filas bajando las que más ceros tengan a su izquierda ($F \downarrow$).
- Opción 4: Simplificar una fila dividiendo todos sus elementos por un número o expresión no nula ($F_a \rightarrow (1/m)F_a$).
- Opción 5: Cambiar una fila por una combinación lineal de ella y de otras (ej.: $F_1 = 2F_1 - 3/2F_2 + F_3$).
- Opción 6: Eliminar las filas nulas.

Debes marcar una de las opciones y confirmar pulsando el botón “Seleccionar”.

A la derecha aparece un botón “RESET” que permite cancelar la opción en curso y limpiar los campos temporales.

Opción 1 y Opción 2: Permutar filas o columnas

Al elegir una de estas opciones, aparecen dos casillas para indicar los índices i y j . Primero introduces i y validas con ENTER, y después introduces j y validas con ENTER.

Al validar el segundo dato, se muestra automáticamente la matriz resultante en el espacio de trabajo del usuario, indicando la permutación realizada.

Opción 3: Reordenar las filas bajando las que más ceros tengan a la izquierda

Al elegir esta opción, se reordenan automáticamente las filas de forma que el número de ceros a la izquierda del primer elemento no nulo sea creciente o constante.

El resultado aparece en el espacio del usuario. Si la matriz ya estaba ordenada según este criterio, se mostrará un aviso informándolo.

Opción 4: Dividir una fila por un número o expresión no nula

En esta opción debes indicar la fila F_a y el valor m por el que se va a dividir.

Condición imprescindible: m debe ser distinto de 0. Puede ser un número o una expresión con el parámetro.

Al validar, se muestra la matriz equivalente obtenida.

Opción 5: Sustituir una fila por una combinación lineal

Debes introducir una combinación lineal con el formato:

- $F1=2F1-3/2F2+F3$

Condiciones:

- La fila del primer miembro debe aparecer también en el segundo miembro con coeficiente no nulo.
- Las filas se numeran a partir de 1.
- Se recomienda escribir la combinación sin espacios.

Al validar con ENTER, se muestra la matriz equivalente obtenida en la zona del usuario.

Opción 6: Eliminar filas nulas

Elimina las filas formadas completamente por ceros (o expresiones equivalentes a cero).

Si no existe ninguna fila nula, la matriz no cambiará y se indicará mediante un aviso.

OBTENCIÓN DE LOS CASOS ESPECÍFICOS QUE SE DEBEN ESTUDIAR POR SEPARADO

Una vez conseguida una matriz escalonada, aparecen cuatro secciones:

- El sistema inicial introducido.

- El sistema simplificado.
- Una matriz escalonada de Gauss.
- La zona para introducir y estudiar los casos específicos.

¿Qué son los casos específicos?

Son valores del parámetro para los que el tipo de sistema o sus soluciones pueden cambiar (por ejemplo, porque un pivote se anula).

Cómo introducir los casos específicos

La aplicación puede proponer casos automáticos. En ese caso, debes introducirlos todos antes de continuar.

Puedes introducir casos de dos maneras:

- Manual: introduce valores racionales (por ejemplo 0.5 o $1/2$) de uno en uno, validando cada entrada con ENTER.
- Por ecuación: si necesitas resolver una ecuación para obtener casos, utiliza el botón “RESOLVER ECUACIÓN” y añade sus soluciones a la lista de casos.

Cuando hayas introducido todos los casos específicos requeridos, pulsa el botón FIN. Si falta alguno, se mostrará un aviso y deberás seguir introduciendo casos.

Estudio de casos y caso general

Tras pulsar FIN, aparecerá un recuadro para estudiar cada caso. Debes introducir el valor a estudiar y validar con ENTER.

Para estudiar el caso general, introduce la letra G. El caso general agrupa el resto de valores del parámetro distintos de los casos específicos.

A medida que vas validando casos, irán apareciendo el tipo de sistema y las soluciones correspondientes.

Nota final

Una vez estudiados todos los casos, la aplicación permite estudiar valores adicionales del parámetro si lo deseas, introduciéndolos en el recuadro correspondiente.