

# Rango de una matriz con un parámetro

## Método de Gauss

---

En esta página se introduce una matriz cuyos elementos pueden depender de un único parámetro (por ejemplo,  $a$ ,  $t$ ,  $k$ , ...). A partir de la matriz introducida se realizan operaciones elementales para obtener una matriz escalonada. Una vez escalonada, se determinan los valores del parámetro que obligan a estudiar casos por separado y se calcula el rango en cada caso, incluido el caso general.

La página se organiza en tres fases:

- Introducción de datos (dimensión, parámetro y matriz).
- Escalonado por operaciones (trabajo del usuario).
- Estudio de casos (casos específicos y caso general).

### 1) Introducción de datos

La validación de los datos se realiza con la tecla ENTER del teclado.

#### 1.1) Dimensión de la matriz

- Se introduce el número de filas (entre 1 y 6) y se valida con ENTER.
- Se introduce el número de columnas (entre 1 y 8) y se valida con ENTER.

#### 1.2) Nombre del parámetro

- Se introduce el nombre del parámetro. Debe ser una única letra minúscula.
- Se valida con ENTER.

#### 1.3) Introducción de la matriz

Se muestra una tabla con casillas en blanco. En cada casilla se introduce un número o una expresión algebraica en la que solo puede aparecer el parámetro elegido.

- Cada elemento se valida con ENTER y el cursor avanza a la casilla siguiente.
- Si se introduce un carácter no permitido, si la casilla queda vacía o si los paréntesis no están balanceados, se muestra un aviso y se debe reintroducir el valor.

#### Formato de escritura admitido

- Números: enteros, decimales y fracciones (por ejemplo,  $2/3$ ).
- Expresiones con el parámetro:  $a$ ,  $2a$ ,  $a+1$ ,  $(a-1)/2$ ,  $3*(a+2)$ ,  $a^2$ , etc.
- Se recomienda evitar espacios en blanco; la página admite tanto punto como coma decimal en la entrada.

## 1.4) Matriz simplificada y eliminación de denominadores

Tras introducir el último elemento, la matriz se simplifica y, cuando aparecen fracciones, se puede mostrar una matriz equivalente sin denominadores. Los valores del parámetro que anulan algún denominador se guardan como valores excluidos (matriz no definida en esos valores).

## 2) Escalonado por el usuario

Una vez introducida la matriz, se muestran dos representaciones: la matriz introducida y la matriz simplificada. A continuación, aparece un espacio de trabajo donde se van encadenando las transformaciones aplicadas y la matriz resultante tras cada paso.

### 2.1) Opciones disponibles

Se marca una opción y se pulsa el botón «Seleccionar». El botón «RESET» anula la opción en curso y limpia los campos de entrada.

- Opción 1: Permutar el orden de dos filas ( $F_i \leftrightarrow F_j$ ).
- Opción 2: Permutar el orden de dos columnas ( $C_i \leftrightarrow C_j$ ).
- Opción 3: Reordenar las filas bajando las que más ceros tengan a la izquierda ( $F \downarrow$ ).
- Opción 4: Cambiar una fila por una combinación lineal de ella y de otras (ej.:  $F_1 = 2F_1 + 3F_2 - 4F_3$ ).
- Opción 5: Eliminar las filas nulas.

### 2.2) Detalle de cada opción

#### Opción 1 y Opción 2: permutar filas o columnas

- Se introducen los índices  $i$  y  $j$  (enteros dentro del rango).
- La permutación se valida con ENTER en la segunda casilla.
- La transformación se registra en el espacio de trabajo mediante el símbolo correspondiente.

#### Opción 3: reordenar filas ( $F \downarrow$ )

- Se reordenan automáticamente las filas para colocar más abajo las que tienen más ceros a la izquierda.
- La transformación se registra en el espacio de trabajo.

#### Opción 4: combinación lineal de filas

- Se introduce una operación del tipo  $F_1 = 2F_1 + F_2 - 3F_3$  y se valida con ENTER.
- La fila del primer miembro debe aparecer también en el segundo miembro con coeficiente distinto de 0.
- Si la expresión no es válida, se muestra un aviso y se debe reintroducir.

#### Opción 5: eliminar filas nulas

- Se eliminan las filas formadas por todo ceros.
- Si no existe ninguna fila nula, se muestra un aviso.

## 2.3) Finalización del escalonado

Cuando la matriz alcanzada ya es escalonada, la página muestra un mensaje de finalización y presenta la matriz escalonada. A partir de ese momento se activa el estudio de casos para determinar el rango según los valores del parámetro.

## 3) Estudio de casos y cálculo del rango

Con la matriz ya escalonada se muestran cuatro zonas: la matriz introducida, la matriz simplificada, la matriz escalonada y la zona para gestionar los casos específicos del parámetro.

### 3.1) Casos específicos

Los casos específicos son valores del parámetro que pueden cambiar el rango (por ejemplo, al anularse un pivote).

### 3.2) Tres formas de introducir los casos

- Opción 1: Introducir los casos manualmente.
- Opción 2: Resolver una ecuación e introducir sus soluciones de forma automática.
- Opción 3: Obtener los casos de forma automática (no recomendado).

#### Opción 1: casos manuales

- Se introducen los valores uno a uno validando con ENTER.
- Se admiten decimales (0.5) y fracciones ( $1/2$ ).
- No se admiten valores excluidos (matriz no definida).
- Cuando se han introducido todos los casos necesarios, se pulsa «FIN».

#### Resolver ecuación (apoyo dentro de la opción manual)

- Se puede pulsar el botón «RESOLVER ECUACIÓN» para abrir una ventana y resolver una ecuación.
- Al validar la ecuación con ENTER se muestran sus soluciones y se pueden añadir a la lista de casos.

#### Opción 3: casos automáticos

- La página añade automáticamente a la lista todos los casos específicos propuestos.
- A continuación se estudia cada caso introduciendo el valor y validando con ENTER.

### 3.3) Estudio del caso general (G) y de los casos específicos

Una vez preparados los casos, se estudian uno a uno. Para estudiar el caso general se introduce la letra G y se valida con ENTER. Para estudiar un caso específico se introduce el valor del parámetro y se valida con ENTER.

- En el caso general se entiende que el parámetro no toma ninguno de los valores de la lista de casos, ni valores excluidos.
- En cada caso se sustituye el parámetro por el valor elegido, se escalona si es necesario y se eliminan filas nulas.
- El rango se obtiene como el número de filas no nulas de la matriz escalonada.

### 3.4) Estudio adicional

Cuando ya se han estudiado todos los casos (incluido el general), se ofrece una casilla adicional para estudiar valores concretos del parámetro fuera de la lista, si se desea.

Nota: el botón “Otro sistema” reinicia la página y permite resolver otro problema.