

2019

SMP
MATEMATIKA



085223273373

TEORI BILANGAN

1.1 Keterbagian

Definisi:

Sebuah bilangan bulat a dikatakan membagi b (ditulis $a|b$) jika terdapat bilangan bulat k sedemikian sehingga $b = a \cdot k$.

Sifat-sifat keterbagian:

Misalkan a, b, c, x , dan y bilangan bulat, maka:

1. $a|a$ (semua bilangan bulat membagi dirinya sendiri)
2. $a|0$ (semua bilangan bulat membagi 0)
3. $1|a$ (satu membagi semua bilangan bulat)
4. Jika $a|1$ maka $a = \pm 1$
5. Jika $a|b$ maka $a|xb$
6. Jika $ab|c$ maka $a|c$ dan $b|c$
7. Jika $a|b$ dan $b|c$ maka $a|c$
8. Jika $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bx + cy)$
9. Jika $a|b$ maka $xa|xb$
10. Jika $a|b$ dan $b \neq 0$ maka $|a| \leq |b|$
11. Jika $a|b$ dan $b|a$ maka $a = \pm b$
12. Jika $a|bc$ dan $FPB(a, b) = 1$ maka $a|c$
13. $0|a$ hanya jika $a = 0$
14. Jika suatu bilangan habis dibagi a dan juga habis dibagi b , maka bilangan tersebut akan habis dibagi ab apabila a dan b relative prima ($FPB(a, b) = 1$). Berlaku sebaliknya.

1.2 FPB dan KPK

Definisi:

Misal $d = FPB(a, b)$ maka d adalah bilangan asli terbesar sedemikian sehingga $d|a$ dan $d|b$.

Misal $m = KPK(a, b)$ maka m adalah bilangan asli terkecil sedemikian sehingga $a|m$ dan $b|m$.

Berikut adalah beberapa hal yang berkaitan dengan FPB dan KPK:

1. $FPB(0,0) = 0$

2. $FPB(a, 0) = |a|$
3. $FPB(a, b) = FPB(|a|, |b|)$
4. $FPB(a, b) = FPB(b, a)$
5. $FPB(a, a + 1) = 1$
6. Jika $d = FPB(a, b)$ maka $d|a$ dan $d|b$
7. Misalkan $a = mp$ dan $b = mq$ maka $FPB(a, b) = m \cdot FPB(p, q)$
8. Jika $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ maka $0 \leq FPB(a, b) \leq \min(|a|, |b|)$
9. Misalkan $a > b > 0$ dan $a = bq + r$ untuk bilangan asli a, b, p , dan r maka $FPB(a, b) = FPB(b, r)$
10. Bezout's Lemma: Untuk setiap bilangan bulat a dan b terdapat bilangan bulat x dan y yang memenuhi $ax + by = FPB(a, b)$
11. $FPB(a, b) \cdot KPK(a, b) = a \cdot b$

1.3 Banyak Faktor Positif

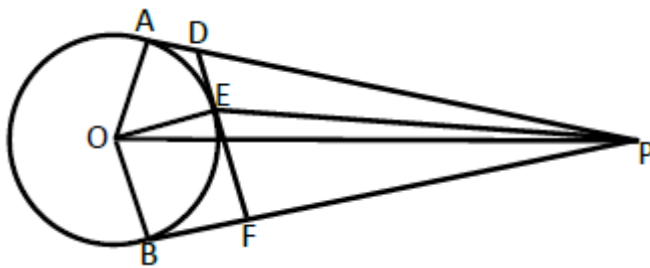
Misal x sebuah bilangan asli sedemikian sehingga $x = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$ dimana p_1, p_2, \dots, p_n adalah bilangan prima, maka banyaknya faktor positif dari x adalah $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1)$.

SOAL

1. Suku keempat, suku ketujuh, suku kesepuluh, dan suku ke-1010 suatu barisan aritmatika berturut-turut adalah $t, t^2, t + t^2$, dan 2018. Suku ke-50 dikurangi suku ke-5 barisan tersebut adalah

A. 102
B. 90
C. 75
D. 180

2. Dari gambar berikut ini diketahui $AP = 11$ cm, $OA = 2$ cm



Pernyataan yang benar adalah

A. Keliling $DEFPD$ adalah 20 cm
B. $OP = 5\sqrt{5}$ cm
C. $EP = 5\sqrt{5} - 2$ cm
D. $AD \neq DE$

3. Pada sebuah karung terdapat beberapa bola berwarna merah dan berwarna biru. Jika dua bola diambil secara acak, maka peluang terpilihnya kedua bola berwarna merah adalah $\frac{1}{2}$. Jika banyak bola berwarna biru adalah genap, maka paling sedikit bola berwarna merah adalah
- A. 12
B. 15
C. 18
D. 21
4. Rata-rata usia sepasang suami istri pada saat mereka menikah adalah 25 tahun. Rata-rata usia keluarga pada saat anak pertama mereka lahir adalah 18 tahun. Rata-rata usia keluarga pada saat anak kedua lahir adalah 15 tahun. Rata-rata usia keluarga pada saat anak ketiga

lahir (kembar) adalah 12 tahun. Jika saat ini rata-rata usia enam orang ini adalah 16 tahun, maka usia anak pertama adalah tahun.

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

5. Jika sistem persamaan

$$mx + 3y = 21$$

$$4x - 3y = 0$$

Memiliki penyelesaian bilangan bulat x dan y , maka nilai $m + x + y$ yang mungkin adalah

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12

6. Jika $0 < a < 1$ dan grafik fungsi kuadrat $y = a(x - 1)^2 + 2a$ berada di bawah grafik fungsi $y = (a^2 + 2a)(x + 1) - 2a(2a + 1)$, maka nilai x yang memenuhi adalah

- A. $0 < x < 3$
- B. $a < x < 3$
- C. $a + 1 < x < 3$
- D. $3 < x < 3 + a$

7. Nilai dari $\frac{2017 \times (2016^2 - 16) \times 2015}{2020 \times (2016^2 - 1)}$ adalah

- A. 2012
- B. 2013
- C. 2014
- D. 2015

8. Misalkan $[x]$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar daripada atau sama dengan x .

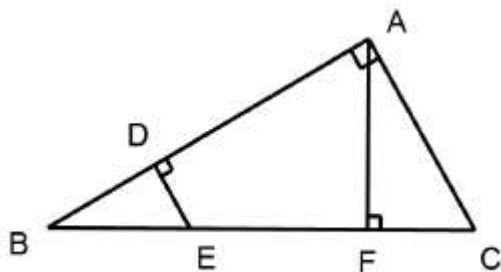
Jika $x = \frac{2}{\frac{1}{1001} + \frac{2}{1002} + \dots + \frac{10}{1010}}$, maka $[x] = \dots$

- A. 35
- B. 36
- C. 37
- D. 38

9. Di atas meja terdapat dua set kartu. Setiap set kartu terdiri atas 52 lembar dengan empat warna berbeda (merah, kuning, hijau, dan biru). Masing-masing warna terdiri atas 13 kartu bernomor 1 sampai dengan 13. Satu kartu akan diambil secara acak dari dua set kartu tersebut. Peluang terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13 adalah

- A. $\frac{1}{52}$
- B. $\frac{1}{26}$
- C. $\frac{8}{13}$
- D. $\frac{4}{13}$

10. Perhatikan gambar di samping. Jika $BE = 2 \text{ cm}$, $EF = 6 \text{ cm}$, dan $FC = 4 \text{ cm}$, maka panjang DE adalah ... cm



- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$