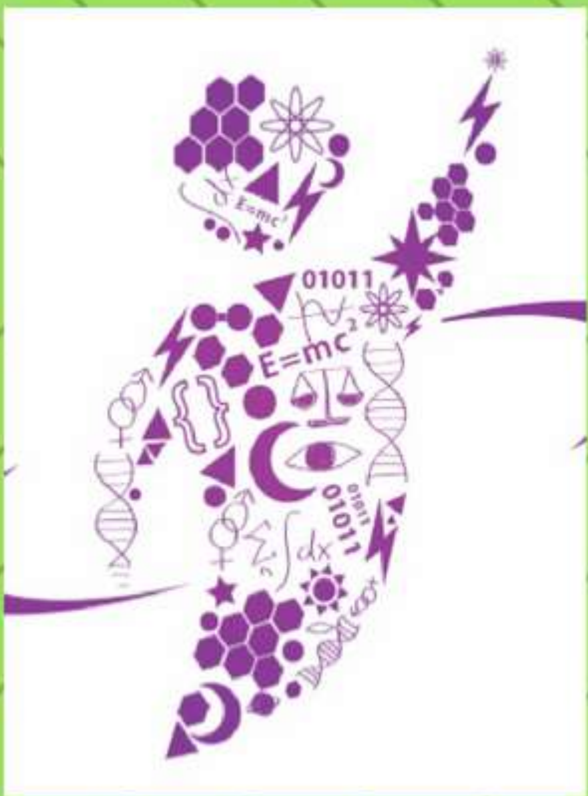
PAKET 9

PELATIHAN ONLINE

2019

SMA
FISIKA

po.alcindonesia.co.id



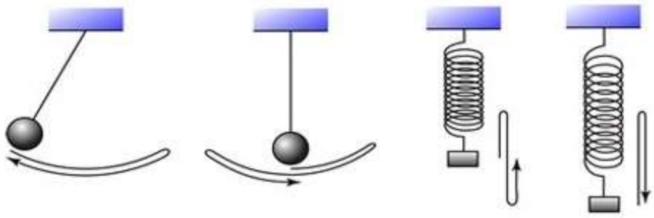
WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

OSILASI HARMONIK

Definisi dari osilasi adalah gerakan benda secara periodic. Osilasi dikatakan harmonik jika amplitudo tiap osilasinya tidak berubah sepanjang waktu. Berikut merupakan contoh gambar osilasi sederhana.



Pada gerak harmonic sederhana, akan diselesaikan dengan persamaan matematika. Tujuan dari osilasi adalah mencari persamaan yang memenuhi persamaan dibawah ini.

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$
$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$$

Dapat menggunakan 2 persamaan diatas untuk kasus tertentu. Persamaa pertama digunakan jika osilasinya terkait dengan perpindahan x. Sedangkan persaam kedua digunakan jika osilasinya terkait dengan perubahan sudut θ. Komponen ω merupakan komponen kecepatan angular (frekuensi angular) yang berhubungan dengan periode dan frekuensi osilasi.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$
$$f = \frac{1}{T}$$

Persamaa diatas merupakan hubungan antara frekuensi angular ω, frekuensi osilasi f dan periode osilasi T. Periode osilasi merupakan waktu yang dibutuhkan untuk melakukan 1 kali osilasi (satuan sekon). Sedangkan frekuensi merupakan banyaknya getaran tiap detik (satuan s^{-1} atau Hertz Hz).

Gerak harmonik (osilasi) terjadi jika adanya gaya pemulih (gaya yang mengembalikkan objek ke posisi semula) dan gaya pemulih bersifat negatif atau bisa juga torsi pemulih.

Solusi umum persamaa gerak harmonik

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

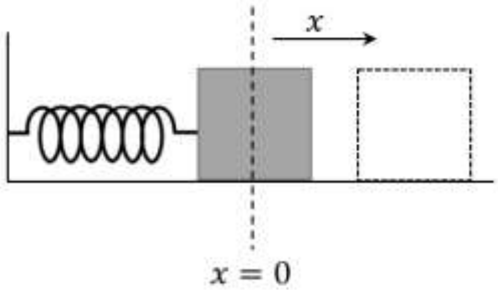
Dimana komponen A adalah amplitudo (simpangan maksimum) dan φ adalah sudut fase awal.

OSILASI HARMONIK 1 BENDA

Kita akan coba kasus yang sederhana dahulu (gunanya untuk membangkitkan *sense* kalian mengenai gaya pemulih saja). Selanjutnya, akan coba saya berikan soal yang lebih rumit.

Pegas-Massa

Terdapat sebuah pegas dan massa di bidang horizontal licin. Pegas mempunyai konstanta sebesar k dan objek bermassa m. Massa m disimpangkan ke kanan sebesar x. Tentukan periode osilasi.



Gaya yang memulihkan (mengembalikkan massa ke posisi awal) adalah gaya pegas. Maka, gaya pemulih merupakan gaya pegas (gaya yang tidak memulihkan akan bersifat positif).

$$F = m\ddot{x}$$
$$-kx = m\ddot{x}$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

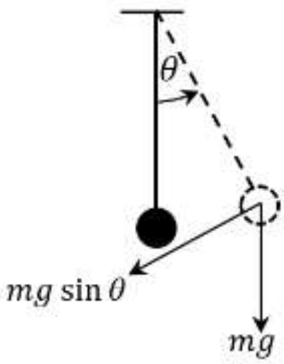
Maka dapat diketahui bahwa $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Periode osilasi sistem adalah

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Bandul Sederhana

Terdapat sebuah bandul dengan panjang tali tak bermassa L dan massa dianggap partikel m. Jika disimpangkan sebesar θ, tentukan periode osilasi.



Konsep yang sama perlu dilakukan, yaitu diagram benda bebas. Maka dapat dipastikan terdapat torsi pemulih yaitu gaya gravitasi pada massa m.

$$\tau = I\ddot{\theta}$$
$$-mg\sin\theta\, L = mL^2\ddot{\theta}$$
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$$

Persamaan diatas belum memenuhi persamaan yang diinginkan, yaitu $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$. Persamaan akan terpenuhi jika θ bernilai sangat kecil, sehingga $\sin\theta \approx \theta$.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

Maka dapat diketahui bahwa $\omega^2 = \frac{g}{L}$

Periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Kesimpulan yang kita dapatkan dari gerak bandul adalah simpangan osilasi bandul harus kecil ($\sin\theta \approx \theta$). Jika tidak, maka osilasi tidak bersifat harmonik.

PENGARUH ENERGI POTENSIAL

Untuk mengetahui apakan sistem berada dalam kesetimbangan stabil adalah dengan persamaan energi potensialnya. Kita akan lambangkan energi potensial dengan lambang $U(x)$ dimana fungsi dari perpindahan x.

$$\frac{d}{dx}U(x) = -F(x)$$

Differensial pertama terhadap x dari energi potensial adalah negatif gaya. Kita tahu bahwa kesetimbangan merupakan suatu kondisi dimana resultan dari gaya sama dengan 0. Maka dengan persamaan diatas, kita akan tahu posisi x (letak) kesetimbangan berada.

$$F(x) = 0$$

Dengan menyelesaikan akar-akar persamaannya, akan didapatkan $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n$ yang merupakan titik kesetimbangan (posisi kesetimbangan akan didaptkan sebanyak n sesuai jenis persamaan gayanya. Jika persamaan gaya merupakan persamaan kuadrat, maka ada 2 posisi kesetimbangan).

Untuk mengetahui jenis kesetimabangannya, dapat dilakukan dengan cara berikut ini.

$$\left.\frac{d^2}{dx^2}U(x)\right|_{x_n}$$

Jika $U''(x)$ disubtitusikan posisi kesetimbangan yang didapat pada persamaa gaya sebelumnya, akan terdapat 3 kondisi

- ✓ Kesetimbangan stabil jika $\left.\frac{d^2}{dx^2}U(x)\right|_{x_n} > 0$ (energi potensial minimum)
- ✓ Kesetimbangan labil jika $\left.\frac{d^2}{dx^2}U(x)\right|_{x_n} < 0$ (energi potensial maksimum)

- ✓ Kesetimbangan netral jika $\frac{d^2}{dx^2}U(x)\Big|_{x_n} = 0$ (energi potensial defleksi)

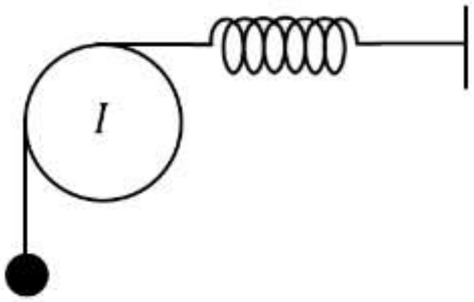
Osilasi hanya dapat terjadi jika berada pada titik kesetimbangan stabil. Karena, yang dibutuhkan osilasi adalah melakukan gerakkan secara periodik dengan kembali ke posisi awal dan tersimpang kembali (gaya pemulih. Maka dari itu, jika objek berada pada kesetimbangan labil, saat disimpangkan (diberi gangguan) maka benda tidak dapat kembali ke posisi awal dan berosilasi.

OSILASI HARMONIK N BENDA

Osilasi harmonik N benda merupakan submateri yang akan membahas osilasi suatu sistem dimana bendanya lebih dari satu. Bedanya dengan osilasi 1 benda adalah pada osilasi N benda, sangat dimungkinkan sekali adalah hubungan percepatan, gaya fiktif, gerak relatif dan lain lain dimana soal osilasi semakin menarik untuk dikerjakan.

Contoh soal

Terdapat sebuah sistem seperti gambar dibawah ini. Sistem tersusun atas katrol dengan momen inersia I dan radius R terhubung dengan massa partikel m. Katrol akan dikaitkan dengan pegas yang tak bermassa dengan besar konstanta k. Tentukan periode sistem jika massa m disimpangkan kebawah sebesar x. Tali tidak deformasi.

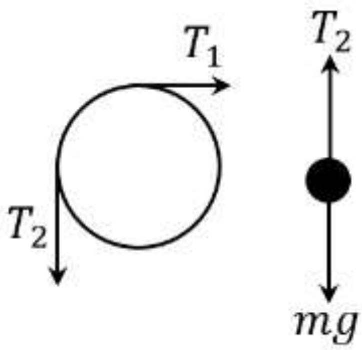


Mula-mula, kita harus mengetahui apakah sistem sudah seimbang atau belum. Besar simpangan merupakan simpangan saat sistem sudah seimbang. Maka dari itu, sebelum disimpangkan sebesar x, kita cari tahu kondisi kesetimabangannya.

Saat setimbang, pegas di ekstensi sebesar Δx akibat beban m.

$$k\Delta x = mg$$
$$\Delta x = \frac{mg}{k}$$

Lalu, bentuk diagram benda bebasnya saat disimpangkan sejauh x kebawah



Karena massa m disimpangkan kebawah, maka akan dipulihkan keatas. Karena katrol akan berotasi berlawanan jarum jam, maka akan dipulihkan searah jarum jam.

Persamaan gaya massa m

$$F = m\ddot{x}$$
$$-T_2 + mg = m\ddot{x}$$

Persamaan torsi katrol

$$\tau = I\ddot{\theta}$$
$$(-T_1 + T_2)R = I\ddot{\theta}$$

Karena tali tidak deformasi (tidak selip), maka terdapat hubungan antara x dan θ.

$$\ddot{x} = R\ddot{\theta}$$

Hubungan antara pegas dan tegangan tali

$$k(x + \Delta x) = T_1$$

Persamaan
(1) $k\Delta x = mg$
(2) $-T_2 + mg = m\ddot{x}$
(3) $(-T_1 + T_2)R = I\ddot{\theta}$
(4) $\ddot{x} = R\ddot{\theta}$
(5) $k(x + \Delta x) = T_1$

Dengan menyelesaikan persamaan diatas, akan didapatkan persamaan istimewa gerak harmonik.

$$\ddot{x} + \frac{k}{m + \frac{I}{R^2}} x = 0$$

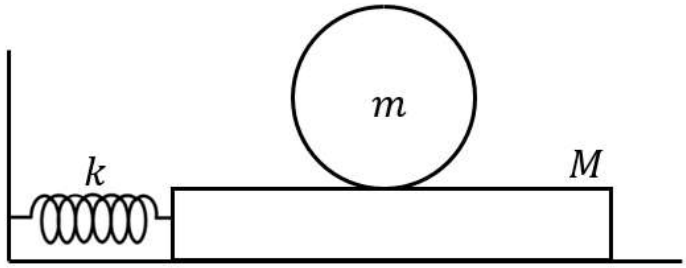
Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{I}{R^2}}{k}}$$

SOAL

Untuk nomor 1, 2 dan 3

Sebuah kereta dengan massa M dapat bergerak bebas tanpa gesekan di tanah. Kereta ini dihubungkan ke dinding menggunakan sebuah pegas dengan konstanta pegas k. Diatas kereta terdapat bola pejal dengan massa m dan jari-jari r. Bola dapat menggelinding tidak selip akibat gaya gesek pada kereta.



1. Jika kereta diberi simpangan kecil, maka sistem akan berosilasi. Tentukan besar periode osilasi sistem.
   a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+5M}{5k}}$
   b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+3M}{2k}}$
   c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m+7M}{7k}}$
   d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+3m}{k}}$
   e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$

2. Hitung amplitudo maksimum osilasi keret agar bola tidak selip jika koefisien gesek pada kereta sebesar μ.
   a. $\frac{m+5M}{5}\frac{\mu g}{k}$
   b. $\frac{2m+7M}{2}\frac{\mu g}{k}$
   c. $\frac{2m+3M}{4}\frac{\mu g}{k}$
   d. $\frac{m+M}{7}\frac{\mu g}{k}$
   e. $\frac{m+5M}{2}\frac{\mu g}{k}$

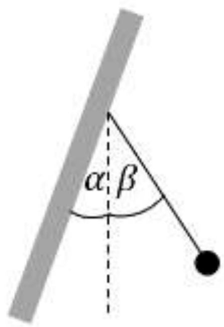
3. Asumsikan sistem semuanya licin, tak terkecuali kereta dengan bola pejal, juga licin. Tentukan periode sistem baru untuk berosilasi jika disimpangkan.
   a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+5M}{5k}}$
   b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+3M}{2k}}$

c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m+7M}{7k}}$

d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+3m}{k}}$

e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$

4. Terdapat sebuah sistem seperti gambar dibawah ini. Bandul sederhana dengan panjang tali tak bermassa L disimpangkan sejauh β (sudut kecil). Namun, di sisi osilasi yang lain, terdapat sebuah dinding elastik dan membentuk sudut sebesar α, dimana $\alpha < \beta$. Tentukan periode osilasi sistem.



a. $T = \frac{17}{9}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

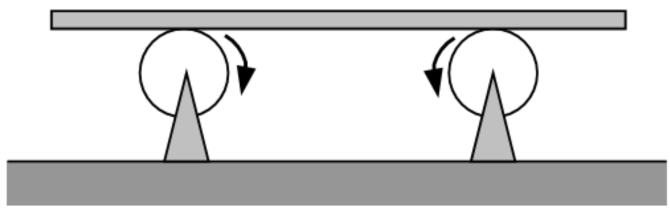
b. $T = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}\left(\pi - \arctan\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right)$

c. $T = \sqrt{\frac{L}{g}}(\pi + \sin(\alpha))$

d. $T = \sqrt{\frac{L}{g}}\left(\pi + \arcsin\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right)$

e. $T = \frac{7}{4}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

5. Sebuah batang uniform bermassa m diletakkan diatas 2 buah roda yang sedang berputar dengan arah yang saling berlawanan dengan besar kecepatan sudut konstan ω. Koefisien gesek antara batang dengan roda adalah μ dan jarak antar pusat massa roda adalah d. Mula-mula, batang pusat massa batang tepat berada di tengah. Tentukan periode osilasi sistem jika batang diberi gangguan arah horizontal.



a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{2\mu g}}$

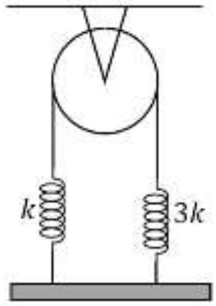
b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{\mu g}}$

c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2d}{\mu g}}$

d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3d}{2\mu g}}$

e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3d}{\mu g}}$

6. Sistem massa pegas di bawah ini terdiri dari suatu balok dengan massa m dan dua pegas dengan kosntanta pegas k dan $3k$. Massa m dapat berosilasi secara vertikal, tetapi orientasinya dipertahankan mendatar. Kedua pegas dihubungkan dengan suatu tali tak bermassa melalui katrol licin. Tentukan periode sistem.



a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

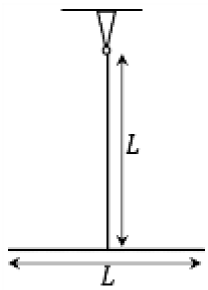
b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

c. $T = \pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$

d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$

e. $T = \pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

7. Terdapat 2 buah batang identik bermassa M dengan panjang L yang dibentuk menjadi huruf T. Batang terhubungan dengan suatu poros dan disimpangkan sejauh θ (sudut kecil). Tentukan besar frekuensi osilasi sistem.



a. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{3L}}$

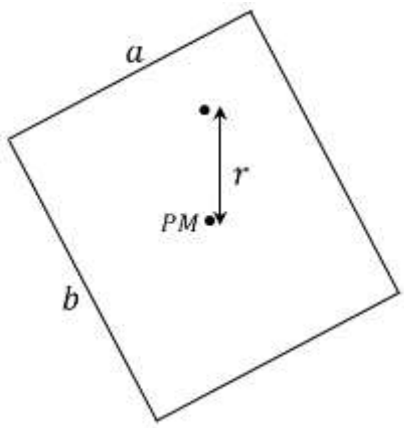
b. $f = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{4g}{13L}}$

c. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{12g}{5L}}$

d. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{18g}{17L}}$

e. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$

Untuk nomor 8 dan 9
Sebuah benda berbentuk persegi panjang dengan panjang b dan lebar a. Bidang persegi ini homogen dengan massa per satuan luas sebesar σ. Poros rotasi berada pada titik r dari pusat massa.



8. Tentukan periode osilasi jika persegi panjang disimpangkan sejauh θ (sudut kecil).

a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2+12r^2}{3gr}}$

b. $T = 4\pi r\sqrt{\frac{1}{g(a+b)}}$

c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{3g(a+b)}}$

d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{5(a^2+b^2)+6r^2}{12gr}}$

e. $T = \pi\sqrt{\frac{a^2+b^2+12r^2}{3gr}}$

9. Tentukan nilai r agar periode menjadi maksimum.

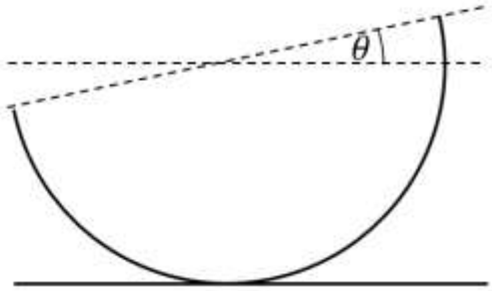
a. $r = \sqrt{\frac{1}{12}(a^2+b^2)}$

b. $r = \frac{1}{2}\sqrt{(a^2+b^2)}$

c. $r = \frac{1}{12}\sqrt{(a^2+b^2)}$

d. $r = \frac{1}{6}\sqrt{(a^2 + b^2)}$
e. $r = \sqrt{(a^2 + b^2)}$

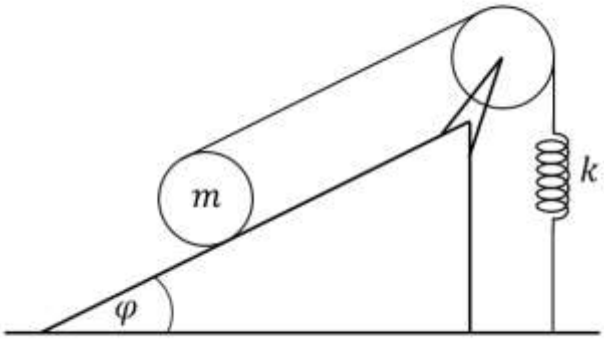
Untuk nomor 10 dan 11
Terdapat sebuah massa homogen berbentuk setengah lingkaran dengan massa per satuan panjang sebesar λ dan berjari-jari R. Lalu, dalam keadaan vertikal (tegak), benda disimpangkan sebesar θ.



10. Jika lantai licin, tentukan periode osilasi.
    a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$
    b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$
    c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2\pi g}}$
    d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi R}{2g}}$
    e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi R}{g}}$
11. Jika lantai kasar sehingga massa setengah lingkaran bergerak tidak selip dengan tanah, tentukan besar periode sistem.
    a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$
    b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$
    c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2\pi g}}$
    d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi R}{2g}}$
    e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi R}{g}}$

Untuk nomor 12 dan 13
Terdapat segitiga statik (tidak bergerak terhadap tanah) dengan sudut kemiringan sebesar φ. Diatas segitiga terdapat silinder pejal dengan massa M dan radius R yang dililitkan tali tak

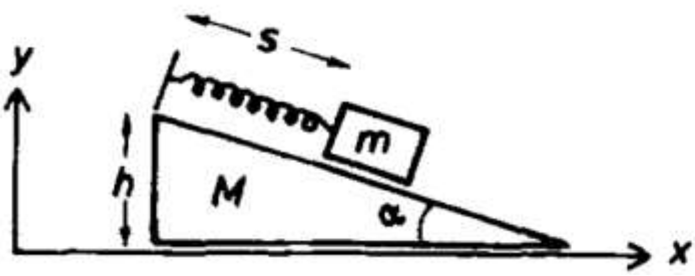
bermassa (tali tidak deformasi). Di sisi lain, tali juga terhubung dengan pegas tak bermassa dengan konstanta k (asumsikan katrol licin).



12. Tentukan periode osilasi sistem jika silinder diberi gangguan (asumsikan silinder selalu bergerak tidak selip terhadap bidang miring).
    a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{8k}}$
    b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$
    c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{5k}}$
    d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$
    e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{7k}}$

13. Tentukan besar simpangan yang diberikan untuk silinder agar tali selalu tegang.
    a. $A = \frac{mg}{k}$
    b. $A = \frac{3}{8}\frac{mg}{k}$
    c. $A = \frac{2}{7}\frac{mg}{k}$
    d. $A = \frac{mg\sin\varphi}{2k}$
    e. $A = \frac{1}{2}\frac{mg\tan\varphi}{k}$

14. Sebuah segitiga bermassa M dengan kemiringan α dapat bergerak bebas di lantai yang licin. Diatas segitiga, terdapat sebuah massa m yang dikaitkan dengan pegas berkonstanta k. Saat keadaan sudah setimbang, massa m diberi simpangan sejajar bidang miring ke bawah. Tentukan periode osilasi sistem.



a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m(M+m\,sin^2\alpha)}{k(M+m)}}$

b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$

c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k\cos\alpha}}$

d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M(M-m\,cos^2\alpha)}{2k(M-m)}}$

e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{5m(M+m\,tan^2\alpha)}{2k(M+m)\sin\alpha}}$

15. Tentukan periode osilasi bandul dimana sudut kecil tidak bisa diabaikan. Aproksimasi sampai sudut θ^2 untuk sudut simpangannya.

a. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

b. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}(1-\sin\theta)$

c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{\theta^2}{12}\right)$

d. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1-\frac{\theta}{4}\right)$

e. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g\left(1-\frac{\theta^2}{3!}\right)}}$