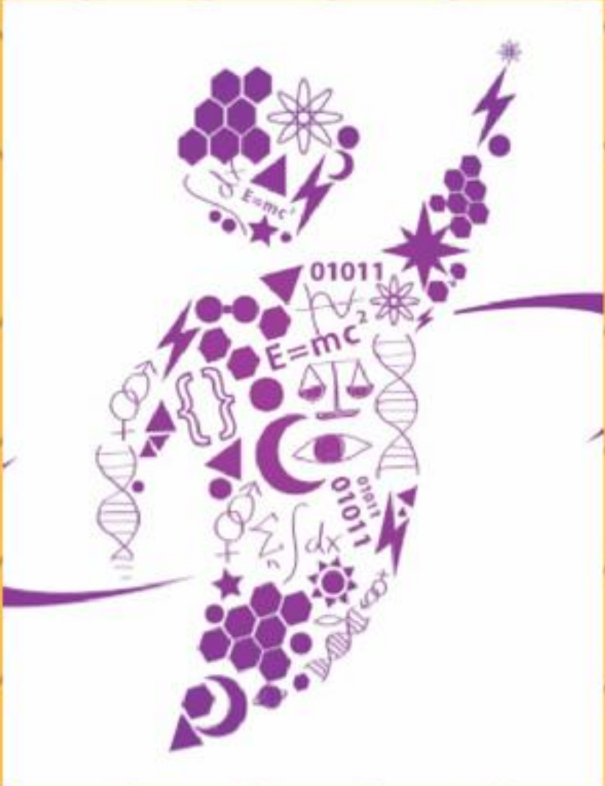
PAKET 13

PELATIHAN ONLINE

2019

SMP
MATEMATIKA

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 13

1. Solusi : B
   Misalkan kode 6 digit adalah $abcdef$
   Dengan ketentuan dari tiga hal didapat bahwa $a = 2f$ dan $b = c$
   Sehingga banyak susunan yang didapat ke-enam digit kode tersebut sama halnya dengan menyusun 4 digit $bdef$, yaitu $10 \times 10 \times 10 \times 4 = 4000$
   Jadi, banyaknya susunan angka kode yang mungkin adalah ada 4000

2. Solusi : C
   $145152 = 2^8.3^4.7$
   $544320 = 2^6.3^5.5.7$
   Jika diperhatikan FPB dari dua bilangan tersebut adalah $2^6.3^4.7$. Ini berarti faktor persekutuan kedua bilangan yang memuat bilangan 2 memiliki pangkat maksimalnya 6, dan yang memuat bilangan 3 pangkat maksimalnya 4, dan 7 pangkat maksimalnya 1.
   Kasus 1:
   Faktor persekutuan yang merupakan bilangan genap positip yaitu 6 bilangan genap:
   $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$, dan 2^6
   Kasus 2:
   Faktor yang lain didapat dengan memperhatikan sifat perkalian Ganjil x Ganjil = Ganjil, dan Ganjil x Genap = Genap. Ada 9 kemungkinan bilangan ganjil berbeda yang dapat dibuat yaitu :
   $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 7, 3.7, 3^2.7, 3^3.7, 3^4.7$. Faktor persekutuan yang merupakan bilangan genap positip diperoleh dari perkalian bilangan ganjil tersebut dengan bilangan genap yang diperoleh pada kasus 1, banyaknya adalah 9 x 6 = 54
   Dari kasus 1 dan 2 maka diperoleh 60 faktor persekutuan yang merupakan bilangan genap positip

3. Solusi : B
   $Diketahui$:
   $\frac{2}{x+y} + \frac{6}{x-y} = 2 \quad \ldots\ldots$ (1)
   $\frac{4}{x+y} - \frac{9}{x-y} = -1 \ldots\ldots$ (2)
   $Persamaan$ 1 :

$\frac{2}{x+y} + \frac{6}{x-y} = 2$

$\frac{2.(x-y)+6.(x+y)}{(x+y)(x-y)} = 2$

$\frac{2x-2y+6x+6y}{x^2-y^2} = 2$

$\frac{8x+4y}{x^2-y^2} = 2$

$8x + 4y = 2.(x^2 - y^2)$

$4x + 2y = x^2 - y^2 \ldots(3)$

$Persamaan$ 2 :

$\frac{4}{x+y} - \frac{9}{x-y} = -1$

$\frac{4.(x-y)+9.(x+y)}{(x+y)(x-y)} = -1$

$\frac{4x-4y+9x+9y}{x^2-y^2} = -1$

$\frac{-5x-13y}{x^2-y^2} = -1$

$-5x - 13y = -1.(x^2 - y^2)$

$-5x - 13y = -x^2 + y^2 \ldots(4)$

$Tambahkan\ persamaan$ 3 $dan\ persamaan$ 4, diperoleh :

$-x - 11y = 0$

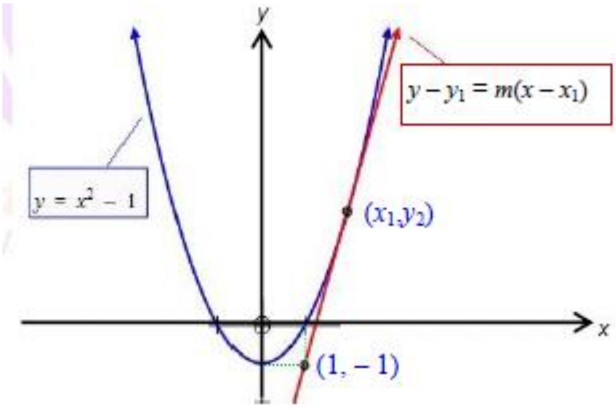
$-11y = x$

$-11 = \frac{x}{y}$

$\frac{x}{y} = -11$

$Jadi\ nilai\ \frac{x}{y}\ yang\ memenuhi\ dua\ persamaan\ tersebut\ adalah - 11$

4. Solusi : A



Suatu garis k yang menyinggung kurva $y = f(x) = x^2 - 1$ pada satu titik (x_1, y_1) memiliki gradien garis singgung $m = f'(x_1)$, sehingga didapat $m = 2x_1$ dan $y_1 = x_1^2 - 1$. Sedangkan gradien garis k yang melalui titik (x_1, y_1) dan titik $(1, -1)$ adalah $m = \frac{y_1+1}{x_1-1}$, dimana persamaan garis singgungnya adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$. Berdasarkan persamaan $m = 2x_1$ dan $m = \frac{y_1+1}{x_1-1}$, maka didapat

$2x_1 = \frac{x_1^2}{x_1-1}$
$2x_1(x_1 - 1) = x_1^2$
$\rightarrow 2x_1^2 - 2x_1 = x_1^2$
$\rightarrow x_1^2 - 2x_1 = 0$
$\rightarrow x_1(x_1 - 2) = 0$
$\rightarrow x_1 = 0 \; atau \; x_1 = 2$

Dikarenakan $x_1 > 1$, maka yang memenuhi adalah $x_1 = 2$

Berdasarkan persamaan $y_1 = x_1^2 - 1$ dan $x_1 = 2$, maka didapat $y_1 = (2)^2 - 1 = 3$

sehingga nilai m didapat $m = \frac{3+1}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$

Dengan demikian, persamaan garis k didapat,

$y - y_1 = m(x - x_1)$
$y - 3 = 4(x - 2)$
$y = 4x - 8 + 3$
$y = 4x - 5$

Jadi, garis $y = 4x - 5$ memotong sumbu-y di titik $(0, -5)$

5. Solusi : C

$Pada\ persa\ x^2 + y^2 = 1$, $nilai\ perkalian\ terbesar\ dari\ x\ dan\ y\ diperoleh\ jika$:

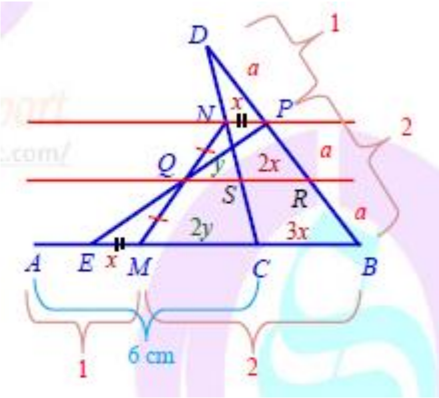
$x = y$

$Sehingga$:

$x^2 + y^2 = 1$
$y^2 + y^2 = 1$
$2y^2 = 1$
$y^2 = \frac{1}{2}$
$y.y = \frac{1}{2}$
$x.y = \frac{1}{2}$

$Jadi\ nilai\ terbesar\ dari\ perkalian\ x\ dan\ y\ adalah\ \frac{1}{2}$

6. Solusi : B



Diketahui $DP : PB = DN : NC = AM : MB = 1 : 2$ serta $NQ = QM$, maka didapat panjang $DP = PR = RB = a$
dan didapat panjang $NP = x$, $SR = 2x$, dan $BC = 3x$
serta didapat juga panjang $QS = y$ dan $MC = 2y$
$NQ = QM$, maka panjang $NP = EM = x$
Dengan demikian,
$\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$
$\rightarrow \frac{AM}{3x+2y} = \frac{1}{2}$
$\rightarrow AM = \frac{1}{2}(3x + 2y)$
Kemudian diketahui $AC = 6$ cm
$\rightarrow AC = AM + MC$
$\rightarrow 6 = \frac{1}{2}(3x + 2y) + 2y$
$\rightarrow 6 = \frac{1}{2}(3x + 2y) + \frac{1}{2}(4y)$
$\rightarrow 12 = 3x + 6y$
$\rightarrow 4 = x + 2y \qquad (EC = x + 2y = 4)$
Dengan demikian, $AE = AC - EC$
$\rightarrow AE = 6 - EC$
$\rightarrow AE = 6 - 4$
$\rightarrow AE = 2$
Jadi, panjang AE adalah 2 cm

7. Solusi : A
Diketahui $[\![x]\!]$ merupakan bilangan bulat yang lebih kecil atau sama dengan x,
$J = [\![\sqrt{1918}]\!] + [\![\sqrt{1919}]\!] + [\![\sqrt{1920}]\!] + \ldots + [\![\sqrt{2018}]\!]$
$J = [\![\sqrt{1918}]\!] + \ldots\ldots + [\![\sqrt{1935}]\!] + [\![\sqrt{1936}]\!] + \ldots + [\![\sqrt{2018}]\!]$
$J = 18 \times 43 + 83 \times 44$

$J = 774 + 3652$
$J = 4.426$
Jadi, nilai J adalah 4.426

8. Solusi : D

$n_1 = 1$

$n_{k+1} = \frac{1}{1+\frac{1}{n_k}}$

$n_2 = \frac{1}{1+\frac{1}{n_1}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1}} = \frac{1}{2}$

$n_3 = \frac{1}{1+\frac{1}{n_2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1/2}} = \frac{1}{3}$

$n_4 = \frac{1}{1+\frac{1}{n_3}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1/3}} = \frac{1}{4}$

$n_1n_2 + n_2n_3 + n_3n_4 + \cdots + n_{2017}n_{2018} = \frac{1}{1}.\frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{3} + \frac{1}{3}.\frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2017}.\frac{1}{2018}$

$n_1n_2 + n_2n_3 + n_3n_4 + \cdots + n_{2017}n_{2018} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \cdots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}$

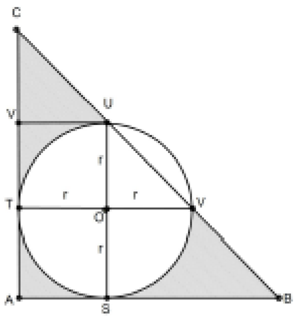
$n_1n_2 + n_2n_3 + n_3n_4 + \cdots + n_{2017}n_{2018} = 1 - \frac{1}{2018}$

$n_1n_2 + n_2n_3 + n_3n_4 + \cdots + n_{2017}n_{2018} = \frac{2017}{2018}$

9. Solusi : D

Perhatikan gambar berikut:

Dapat ditunjukkan bahwa ΔCVU kongruen ΔUOV, sehingga $CV = r, CA = AB = 3r$



$L_{arsiran} = L_{\Delta ABC} - L_{lingkaran} + L_{tembereng}$

$L_{arsiran} = L_{\Delta ABC} - L_{lingkaran} + L_{¼\, lingkaran\, OUV} - L_{\Delta OUV}$

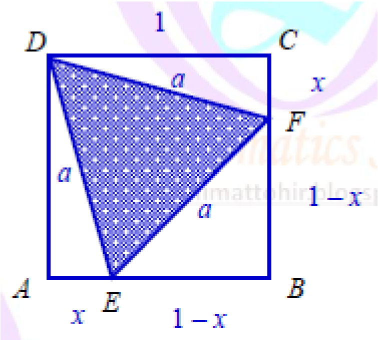
$L_{arsiran} = \frac{1}{2}.3r.3r - \pi r^2 + \frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{1}{2}.r.r$

$L_{arsiran} = \frac{9}{2}r^2 - \frac{1}{2}r^2 - \pi r^2 + \frac{1}{4}\pi r^2$

$L_{arsiran} = 4r^2 - \frac{3}{4}\pi r^2$

$L_{arsiran} = \frac{1}{4}r^2(16 - 3\pi)$

10. Solusi : C



Perhatikan ΔEBF dan ΔFCD

$a^2 = 2(1 - x)^2$ dan $a^2 = x^2 + 1^2$

$\rightarrow 2(1 - x)^2 = x^2 + 1^2$

$\rightarrow 2 - 4x + 2x^2 = x^2 + 1$

$\rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$ yang memenuhi $x = 2 - \sqrt{3}$

Kemudian perhatikan ΔEFD

$L_{\Delta EFD} = \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$

$L_{\Delta EFD} = \frac{\sqrt{3}}{4}(x^2 + 1)$

$L_{\Delta EFD} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[\left(2 - \sqrt{3}\right)^2 + 1\right]$

$L_{\Delta EFD} = \frac{\sqrt{3}}{4}(4 - 4\sqrt{3} + 3 + 1)$

$L_{\Delta EFD} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(8 - 4\sqrt{3}\right)$

$L_{\Delta EFD} = \sqrt{3}\left(2 - \sqrt{3}\right)$

$L_{\Delta EFD} = 2\sqrt{3} - 3$

Dengan demikian,

$\frac{L_{\Delta EFD}}{L_{ABCD}} = \frac{2\sqrt{3}-3}{1}$

$\frac{L_{\Delta EFD}}{L_{ABCD}} = \frac{2\sqrt{3}-3}{1} \times \frac{2\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}+3}$

$\frac{L_{\Delta EFD}}{L_{ABCD}} = \frac{4(3)-9}{2\sqrt{3}+3}$

$\frac{L_{\Delta EFD}}{L_{ABCD}} = \frac{3}{2\sqrt{3}+3}$

Jadi, perbandingan luas persegi dan segitiga adalah $\left(2\sqrt{3} + 3\right) : 3$