

PAKET 3

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMA
KOMPUTER**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

HIMPUNAN DAN KOMBINATORIKA DASAR

Untuk paket 3 ini akan dibahas materi mengenai himpunan dan kombinatorika dasar. Materi himpunan biasanya dikategorikan mudah dan selalu muncul di setiap tahun pada OSK dan OSP. Untuk kombinatorika, kita akan lebih membahas *basic* nya terlebih dahulu.

➤ HIMPUNAN

Dalam matematika, himpunan adalah sekumpulan objek-objek yang didefinisikan dengan jelas sebagai satu kesatuan.

Contoh :

- Himpunan semua bilangan asli kurang dari 6 adalah $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- Himpunan semua bilangan genap lebih dari 2 dan kurang dari 100 adalah $\{4, 6, 8, 10, \dots, 98\}$

Beberapa istilah dalam himpunan adalah

- Himpunan Kosong
Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota.
Biasanya ditulis $\emptyset = \{\}$
- Himpunan Bagian
Himpunan bagian adalah suatu himpunan yang merupakan bagian dari himpunan lain.
Contoh :
 $A = \{1, 2\}$
 $B = \{1, 2, 6\}$
Maka kita bisa sebut bahwa himpunan A adalah himpunan bagian dari B.
Biasanya disimbolkan dengan \subset . Dalam kasus di atas, maka $A \subset B$
Banyak himpunan bagian dengan n anggota adalah 2^n
- Semesta
Semesta adalah sebuah himpunan yang anggotanya adalah semua himpunan yang mungkin
- Kardinalitas
Kardinalitas adalah nama lain dari banyaknya anggota pada suatu himpunan.
Dinotasikan dengan $||$

- Keanggotaan Himpunan
Operator untuk menyatakan suatu objek merupakan sebuah anggota dari himpunan.
- Gabungan
Dua himpunan atau lebih yang digabungkan bersama-sama. Operasi gabungan $A \cup B$ setara dengan A **atau** B, dan anggota himpunannya adalah semua anggota yang termasuk himpunan A ataupun B.
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \cup x \in B\}$$
- Irisan
Operasi irisan $A \cap B$ setara dengan A **dan** B. Irisan merupakan himpunan baru yang anggotanya terdiri dari anggota yang dimiliki bersama antara dua atau lebih himpunan yang terhubung. Jika $A \cap B = \emptyset$, maka A dan B dapat dikatakan disjoint (terpisah).
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \cap x \in B\}$$
- Komplemen
Operasi pelengkap A^c setara dengan bukan A **atau** A'. Operasi komplemen merupakan operasi yang anggotanya terdiri dari anggota di luar himpunan tersebut.

Terdapat beberapa hukum yang berlaku pada himpunan juga yaitu:

A. Hukum komutatif

- $p \cap q \equiv q \cap p$
- $p \cup q \equiv q \cup p$

B. Hukum asosiatif

- $(p \cap q) \cap r \equiv p \cap (q \cap r)$
- $(p \cup q) \cup r \equiv p \cup (q \cup r)$

C. Hukum distributif

- $p \cap (q \cup r) \equiv (p \cap q) \cup (p \cap r)$
- $p \cup (q \cap r) \equiv (p \cup q) \cap (p \cup r)$

D. Hukum identitas

- $p \cap S \equiv p$
- $p \cup \emptyset \equiv p$

E. Hukum ikatan

- $p \cap \emptyset \equiv \emptyset$
- $p \cup S \equiv S$

F. Hukum negasi

- $p \cap p' \equiv \emptyset$
- $p \cup p' \equiv S$
- G. Hukum negasi ganda
 - $(p')' \equiv p$
- H. Hukum idempotent
 - $p \cap p \equiv p$
 - $p \cup p \equiv p$
- I. Hukum De Morgan
 - $(p \cap q)' \equiv p' \cup q'$
 - $(p \cup q)' \equiv p' \cap q'$
- J. Hukum penyerapan
 - $p \cap (p \cup q) \equiv p$
 - $p \cup (p \cap q) \equiv p$
- K. Negasi S dan \emptyset
 - $S' \equiv \emptyset$
 - $\emptyset' \equiv S$

Selain hukum-hukum di atas, terdapat juga suatu prinsip yang cukup terkenal untuk mengerjakan soal-soal bertipe himpunan. Prinsip tersebut adalah Prinsip Inklusi dan Eksklusi (PIE)

- Prinsip Inklusi&Eksklusi untuk 2 himpunan:
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
- Prinsip Inklusi&Eksklusi untuk 3 himpunan:
 $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

Prinsip Inklusi & Eksklusi ini berlaku juga untuk n himpunan.

➤ **KOMBINATORIKA DASAR**

Secara matematika, kombinatorika adalah cabang matematika mengenai objek khusus. Aspek-aspek kombinatorika meliputi menghitung objek yang memenuhi kriteria tertentu, menentukan apakah kriteria dipenuhi, menganalisis atau mencari objek yang memenuhi kriteria, menentukan objek "terbesar", "terkecil", atau yang "optimal", dan menentukan struktur suatu objek.

Secara bahasa mudahnya, kombinatorika adalah ilmu matematika yang mempelajari tentang menghitung banyaknya cara atau banyak kemungkinan dari sesuatu.

- **Aturan Penjumlahan**

Jika suatu kejadian x bisa dipecah menjadi N buah kejadian yang saling lepas / tidak beririsan (misal a_1, a_2, \dots, a_N) maka banyaknya cara untuk menyelesaikan kejadian x adalah $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N$

Contoh :

Dari kota A ke kota B ada beberapa jenis angkutan yang dapat digunakan. Ada

- 2 travel,
- 2 kapal laut dan
- 1 pesawat terbang yang dapat dipilih.

Ada berapa total cara berbeda untuk berangkat dari kota A ke kota B?

Jawab :

Terdapat $2+2+1 = 5$ cara berbeda

• Aturan Perkalian

Jika beberapa kejadian merupakan kejadian yang dikerjakan dengan berurutan.

- Kejadian pertama diselesaikan dengan n_1 cara
- Diikuti kejadian kedua dengan n_2 cara
- Diikuti kejadian ketiga n_3 cara,
- . . . , dan seterusnya

Maka keseluruhan kejadian dalam urutan demikian dapat diselesaikan dengan $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots$ cara.

Contoh :

Di suatu kelas, terdapat 15 orang siswa laki-laki dan juga 10 orang siswa perempuan. Jika Pak Guru ingin memilih 2 orang dari kelas tersebut dengan rincian 1 laki-laki dan 1 perempuan, maka banyaknya kemungkinan Pak Guru memilih ada sebanyak ... cara

Jawab:

Karena Pak Guru ingin memilih 1 laki-laki dan 1 perempuan, maka banyaknya kemungkinan adalah $15 \cdot 10 = 150$

• Faktorial

Untuk setiap bilangan asli n , faktorial dari n atau n factorial didefinisikan sebagai:

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\text{Dengan } 0! = 1$$

- **Kombinasi**

Istilah kombinasi dalam matematika kombinatorik berarti himpunan objek yang tidak mementingkan urutan. Kombinasi k unsur dari n buah objek tanpa memperhatikan urutannya adalah

$${}_n C_k = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Contoh :

Irfan memiliki 4 buah pulpen berwarna merah, putih, biru, dan kuning. Jika Irfan ingin mengambil 2 buah pulpen, maka banyaknya cara Irfan agar bisa mengambil pulpen adalah ...

Jawab

Karena Irfan memiliki 4 buah pulpen, maka jawabannya adalah

$${}_4 C_2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6 \text{ buah cara.}$$

Ket: Mengapa pakai kombinasi? Karena pengambilan disini tidak memperhatikan urutan. Sebagai contoh kita mengambil warna merah lalu putih dengan sebaliknya, akan tetap diitung hal yang sama, karena sama-sama mengambil warna putih dan merah.

- **Permutasi**

Permutasi adalah penyusunan kembali suatu kumpulan objek dalam urutan yang berbeda dari urutan yang semula. Permutasi k unsur yang disusun dari n unsur yang tersedia (setiap unsurnya berlainan) dengan memperhatikan urutannya dirumuskan dengan

$${}_n P_k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Contoh:

Akan dibentuk sebuah bilangan 2 digit dari angka-angka {1,2,3,4}. Ada berapa banyak kemungkinan bilangan yang bisa dibentuk?

Jawab:

$${}_4 P_2 = \frac{4!}{(4 - 2)!} = 12$$

Yaitu :

12	21
13	31
14	41
23	32
24	42
34	43

SOAL

1. Dari 150 mahasiswa STEI 2017, didapatkan informasi bahwa 117 orang menyukai mata kuliah kalkulus, 49 orang menyukai mata kuliah kimia, dan 29 orang tidak menyukai keduanya. Banyaknya mahasiswa yang menyukai mata kuliah kalkulus dan kimia adalah ...
 - A. 41
 - B. 42
 - C. 43
 - D. 44
 - E. 45
2. Banyaknya bilangan bulat positif yang kurang dari 2018 dan habis dibagi 2 atau 7 adalah ...
 - A. 1150
 - B. 1151
 - C. 1152
 - D. 1153
 - E. 1154
3. Jumlah semua bilangan bulat positif yang kurang dari 1000 dan habis dibagi 2 atau 3 adalah ...
 - A. 333161
 - B. 333163
 - C. 333165
 - D. 333167
 - E. 333169
4. Pada sebuah klub olahraga diketahui bahwa 10 orang menyukai tenis, 15 orang menyukai tenis meja, 12 orang menyukai bulutangkis, 5 orang menyukai tenis dan tenis meja, 4 orang menyukai tenis dan bulutangkis, 3 orang menyukai tenis meja dan bulutangkis dan 2 orang menyukai ketiga olahraga tersebut. Berapa banyak anggota klub yang menyukai sedikitnya satu dari ketiga cabang olahraga ini?
 - A. 27
 - B. 28
 - C. 29
 - D. 30
 - E. 31

Perhatikan deskripsi berikut ini untuk menjawab soal nomor 5 sd. 6

Pada suatu sekolah di Negeri Antah berantah, diketahui bahwa siswa yang menyukai kalkulus ada 68 orang, yang menyukai fisika ada 69 orang dan yang menyukai kimia ada 74 orang. Diketahui pula bahwa 19 orang menyukai ketiga mata pelajaran tersebut dan setiap siswa pasti menyukai minimal salah satu dari ketiga pelajaran tersebut.

5. Jika yang menyukai hanya satu pelajaran ada 52 orang, maka yang menyukai tepat dua mata pelajaran ada ... orang
 - A. 49
 - B. 50
 - C. 51
 - D. 52
 - E. 53

6. Jika yang menyukai kalkulus dan fisika ada 36 orang dan yang menyukai mata pelajaran fisika dan kimia ada 33 orang, maka selisih dari banyaknya siswa yang hanya suka kalkulus dan yang hanya suka kimia adalah ... orang
 - A. 8
 - B. 9
 - C. 10
 - D. 11
 - E. 12

7. Dari 2018 bilangan 1 sampai 2018, ada berapa bilangan yang habis dibagi 2 dan 3 tetapi tidak habis dibagi 5?
 - A. 267
 - B. 268
 - C. 269
 - D. 270
 - E. 271

Perhatikan deskripsi berikut ini untuk soal nomor 8 dan 9.

Dari 100 orang peserta OSN komputer, diketahui 40 orang menyukai soal kombinatorika, 40 orang suka soal teori bilangan, dan 48 orang suka teka-teki silang. Diketahui pula 4 orang suka ketiganya.

8. Jika peserta yang hanya menyukai dengan satu jenis soal saja ada 50 orang, berapa orang yang hanya suka dengan dua jenis soal ?
- A. 29
 - B. 30
 - C. 31
 - D. 32
 - E. 33
9. Berdasarkan jawaban soal sebelumnya, jika yang hanya menyukai soal kombinatorika adalah 14 orang, berapa orang yang suka kombinatorika dan teori bilangan, atau suka kombinatorika dan teka-teki silang, namun tidak ketiganya??
- A. 20
 - B. 21
 - C. 22
 - D. 23
 - E. 24
10. Berapa banyak bilangan bulat di antara 300 dan 700 (inklusif) yang dapat dibagi 3 dan 4 tetapi tidak dapat dibagi 7?
- A. 26
 - B. 27
 - C. 28
 - D. 29
 - E. 30

Perhatikan deskripsi berikut ini untuk soal nomor 11 sd 13

Suatu kelas terdiri atas 100 siswa. Diketahui terdapat 54 anak suka makan ayam geprek, 45 anak suka makan ayam gulai, 70 anak suka makan ayam penyet, dan 8 anak tidak suka ketiga-tiganya

11. Jika terdapat 10 anak yang suka ketiga-tiganya, maka berapa banyak siswa yang suka makan lebih dari 1 jenis makanan?
- A. 57
 - B. 67
 - C. 77
 - D. 87
 - E. 97
12. Jika terdapat 83 anak yang suka hanya dengan dua jenis makanan, maka berapa siswa yang suka makan hanya 1 jenis makanan atau ketiga-tiganya?
- A. 7
 - B. 9
 - C. 17
 - D. 19

E. 21

13. Banyaknya bilangan bulat positif kurang dari 2019 yang habis dibagi 2 atau 3 tetapi tidak habis dibagi 7 adalah ...
- A. 1153
 - B. 1155
 - C. 1157
 - D. 1159
 - E. 1161
14. Jumlah bilangan bulat positif yang tidak lebih dari 500 dan memenuhi sifat habis dibagi 2 atau 3 atau 5 adalah ...
- A. 91580
 - B. 91582
 - C. 91850
 - D. 91825
 - E. 91852
15. Banyaknya bilangan bulat positif yang tidak lebih dari 2019 dan tidak habis dibagi 2, 3 maupun 5 adalah ...
- A. 534
 - B. 535
 - C. 536
 - D. 537
 - E. 538
16. Pak Dengklek menyebut sebuah bilangan 4 digit “perfect” jika digit pertama dan terakhir dari bilangan tersebut adalah ganjil sementara digit yang lainnya genap. Ada berapa banyak bilangan 4 digit “perfect” ini?
- A. 320
 - B. 400
 - C. 500
 - D. 625
 - E. 1000
17. Banyaknya cara menyusun kata “KOPIABC” jika huruf pertama dan terakhir harus konsonan adalah ...
- A. 1000
 - B. 1200
 - C. 1440

- D. 1920
E. 5040
18. Suatu kata dapat dikatakan cantik apabila tersusun atas 3 buah karakter yang mana huruf pertama kata tersebut sama dengan huruf kedua kata tersebut, atau huruf kedua kata tersebut sama dengan huruf ketiga kata tersebut. Berapa banyak kata cantik yang mungkin?
A. 650
B. 676
C. 1300
D. 1326
E. 1352
19. Dari angka-angka : 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 akan disusun suatu bilangan ganjil yang terdiri dari 3 angka. Jika bilangan itu tidak memuat angka yang sama dan kurang dari 500, maka ada berapa banyaknya bilangan yang dapat dibentuk?
A. 50
B. 60
C. 70
D. 80
E. 90
20. Badur diminta untuk menebak sebuah *password* hp dari Irfan. Namun, Irfan hanya memberikan informasi bahwa *password* tersebut terdiri dari 2 sampai 5 digit dan pasti tidak memiliki digit 0. Banyaknya kemungkinan *password* yang ditebak oleh Badur adalah ...
A. 59049
B. 7371
C. 66420
D. 111100
E. 66339
21. Ada berapa banyak himpunan X yang memenuhi $\{1, 2\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$?
* \subseteq menunjukkan himpunan bagian
A. 6
B. 7
C. 8
D. 9
E. 10

Perhatikan deskripsi berikut ini untuk soal nomor 21 dan 22

Irfan memiliki 13 buah pulpen warna hitam, 6 buah pulpen merah, dan 7 buah pulpen warna biru

22. Jika Irfan ingin mengambil 3 buah pulpen dengan dua warna yang berbeda, maka banyaknya kemungkinan Irfan mengambil pulpen tersebut adalah ...
- A. 1713
 - B. 1714
 - C. 1715
 - D. 1716
 - E. 1717
23. Jika Irfan ingin mengambil 2 buah pulpen dengan syarat maksimal tiga warna berbeda, maka banyaknya kemungkinan Irfan mengambil pulpen tersebut adalah ...
- A. 320
 - B. 325
 - C. 330
 - D. 335
 - E. 340
24. Di suatu kelas di SMA Harapan, terdapat 17 orang siswa laki-laki dan 13 orang siswa perempuan. Jika kelas tersebut ingin mengirimkan 4 orang perwakilan untuk mengikuti lomba osn dengan syarat minimal mengirimkan 1 orang siswa perempuan, maka banyaknya kemungkinan orang yang dikirim ke lomba osn tersebut adalah ...
- A. 25025
 - B. 25125
 - C. 25225
 - D. 25325
 - E. 25425
25. Dalam suatu pesta yang dihadiri oleh 20 pasang suami-istri, mereka saling berjabat tangan. Diketahui bahwa orang yang berbeda jenis kelamin tidak akan berjabat tangan kecuali terhadap pasangannya sendiri. Berapa banyak jabat tangan yang terjadi dalam pesta tersebut?
- A. 400
 - B. 380
 - C. 360
 - D. 800
 - E. 820
26. Pak Dengklek, Pak Ganesh, dan 5 orang temannya akan menonton film di Bioskop. Mereka bertujuh akan duduk di kursi panjang untuk 7 orang yang diberi nomor 1 sampai 7. Berapa banyak cara mereka bertujuh duduk sehingga Pak Dengklek dan Pak Ganesh selalu duduk berdampingan?
- A. 720
 - B. 1000

- C. 1440
D. 2800
E. 3600
27. Pak Dengklek memiliki 100 buah bola yang diberi nomor 1, 2, 3, ..., 100. Lalu, Pak Dengklek akan mengambil 3 buah bola yang akan diberikan kepada Ganesh dengan syarat jumlah nomor dari ketiga bola tersebut habis dibagi 3. Berapa banyaknya Pak Dengklek memilih 3 bola tersebut?
A. 53921
B. 53922
C. 53923
D. 53924
E. 53925
28. Pak Eddy mencoba membagi 6 orang siswa menjadi 2 kelompok yang masing-masing beranggota tiga orang. Berapa banyakkah cara membentuk kedua kelompok ini ?
A. 10
B. 15
C. 20
D. 25
E. 30
29. 6 orang bersaudara masing-masing memilih sebuah bilangan berbeda diantara $\{0,1,2,3,\dots,9\}$. Si sulung mengalah dengan selalu memilih bilangan paling kecil diantara yang lain sementara si bungsu yang manja selalu memilih bilangan yang paling besar diantara yang lain. Ada berapa cara keenam saudara tersebut memilih 6 bilangan?
A. 5030
B. 5040
C. 5050
D. 5060
E. 5070
30. Berapa banyakkah bilangan terdiri dari 7 digit berbeda yang jika dilihat dari kiri ke kanan maka digitnya selalu naik? Contoh bilangan tersebut adalah : 1234567, 1356789, 2345789, 3456789, 1235678.
Ket: Digit 0 tidak diperbolehkan terletak pada digit pertama.
A. 36
B. 37
C. 38
D. 39
E. 40