

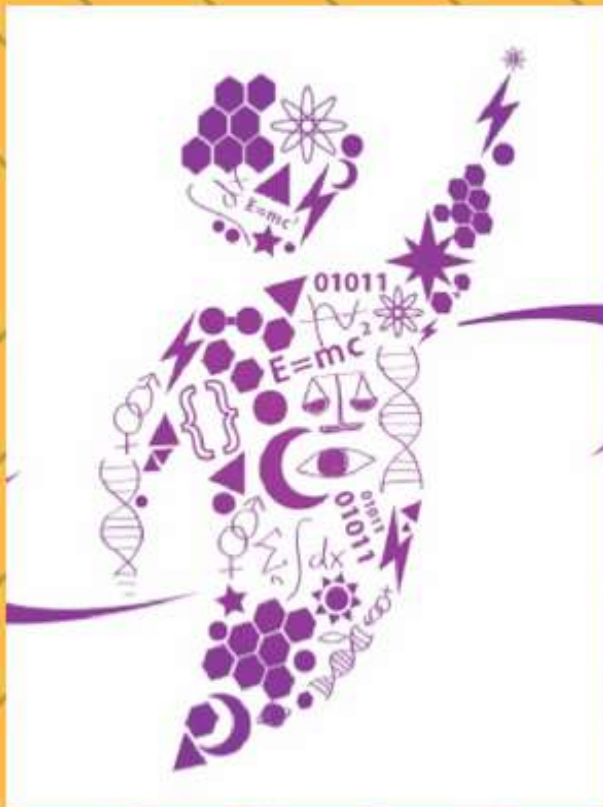
**PAKET 9**

# PELATIHAN ONLINE

**2019**

**SMP  
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



**WWW.ALCINDONESIA.CO.ID**

**@ALCINDONESIA**

**085223273373**

## Paket 9

### 3. Kombinatorik

#### 3.1 Permutasi

##### a. Aturan pengisian tempat

Misalkan ada  $n$  tempat tersedia dengan  $k_1$  adalah banyaknya cara mengisi tempat pertama,  $k_2$  adalah banyaknya cara mengisi tempat kedua, dan seterusnya hingga  $k_n$  adalah banyaknya cara mengisi tempat ke- $n$ . Maka banyaknya cara mengisi tempat adalah  $k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$ .

Cara ini disebut sebagai aturan pengisian tempat dan sering disebut dengan kaidah perkalian.

##### b. Permutasi dari unsur-unsur yang berbeda

Permutasi  $r$  obyek yang diambil dari  $n$  obyek berbeda, dengan  $r \leq n$  adalah  $P_r^n$  yang didefinisikan dengan :

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Perhatikan bahwa dalam permutasi urutan sangat diperhatikan.

##### c. Permutasi yang memuat beberapa unsur yang sama

Contoh soal:

Ada berapa banyak susunan yang dapat dibentuk dari huruf-huruf T, E, R, C, E, C, E, R?

Solusi :

Banyaknya unsur ada 8 dengan terdapat 3 huruf E yang sama, 2 huruf R yang sama dan 2 huruf C yang sama, maka banyaknya susunan =  $\frac{8!}{3!2!2!} = 1680$  susunan.

##### d. Permutasi siklis

Permutasi siklis berkaitan dengan masalah apabila terdapat  $n$  benda yang mengitari sebuah benda bundar (siklis).

Misalkan tersedia  $n$  unsur yang berbeda.

Banyaknya permutasi siklis dari  $n$  unsur tersebut dirumuskan dengan :

$$P_{siklis} = (n-1)!$$

Kalau kita perhatikan formula tersebut, maka didapat langkah-langkah dalam membuat suatu susunan pada permutasi siklis adalah :

1. Tetapkan sebuah obyek (unsur) sebagai pedoman
2. Kemudian permutasikan unsur-unsur yang tersisa seperti pada persoalan sebelumnya.

#### 3.2 Kombinasi

Definisi:

Suatu kombinasi  $r$  unsur yang diambil dari  $n$  unsur yang tersedia (tiap unsur tersebut berbeda) adalah suatu pilihan dari  $r$  unsur tadi tanpa memperhatikan urutannya.

Kata kunci yang membedakan antara kombinasi dan permutasi adalah memperhatikan atau tidak memperhatikan urutan.

Banyaknya kombinasi  $r$  unsur yang diambil dari  $n$  unsur yang tersedia dengan  $r \leq n$  dirumuskan dengan:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

- a. Kombinasi dengan pengulangan

Misalkan ada  $n$  obyek yang akan diletakkan pada  $r$  tempat tanpa urutan dengan  $r \leq n$ . Jika disyaratkan bahwa satu tempat hanya bisa menampung paling banyak 1 obyek maka banyaknya cara adalah  $C_r^n$  yang telah dibahas sebelumnya.

Misalkan terdapat  $n$  obyek identik dan disyaratkan bahwa seluruh obyek akan dibagikan ke  $r$  buah tempat dengan masing-masing tempat dapat tidak ditempati maupun ditempati satu atau lebih obyek. Pertanyaannya adalah ada berapa banyak cara menyusunnya ?

Karena identik maka urutan dalam persoalan ini tidak diperhatikan. Taruh  $n$  obyek tersebut dalam satu baris. Tambahkan  $r - 1$  batas di antara bola-bola tersebut sehingga kini seolah-olah ada  $n + r - 1$  'tempat'. Akibat penambahan  $r - 1$  batas tersebut maka  $n$  bola tersebut akan terbagi dalam  $r$  bagian, yaitu di sebelah kiri batas ke-1, di antara batas ke-1 dan ke-2 sampai dengan di sebelah kanan batas ke- $(r - 1)$ . Masing-masing bagian tersebut melambangkan banyaknya bola pada masing-masing tempat. Sehingga persoalannya sekarang adalah memilih  $(r - 1)$  tempat dari  $n + r - 1$  tempat yang tersedia. Banyaknya cara adalah

$$\binom{n+r-1}{r-1} = \binom{n+r-1}{n}$$

Kombinasi dengan pengulangan juga dapat menyelesaikan persoalan mengenai perhitungan banyaknya penyelesaian persamaan linier. Misalkan saja terdapat persamaan  $x_1 + x_2 + \dots + x_r = n$ . Jika  $x_i$  merupakan bilangan bulat tak negatif, maka ada berapa banyak penyelesaian yang memenuhi. Persoalan ini sama saja dengan membagi  $n$  obyek identik ke dalam  $r$  buah tempat. Banyaknya penyelesaian adalah  $\binom{n+r-1}{n}$ .

### 3.3 Binomial Newton

Bentuk umum dari binomial newton adalah:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

Binomial newton biasa digunakan untuk menentukan koefisien dari penjabaran bentuk  $(a + b)^n$ , seperti berikut:

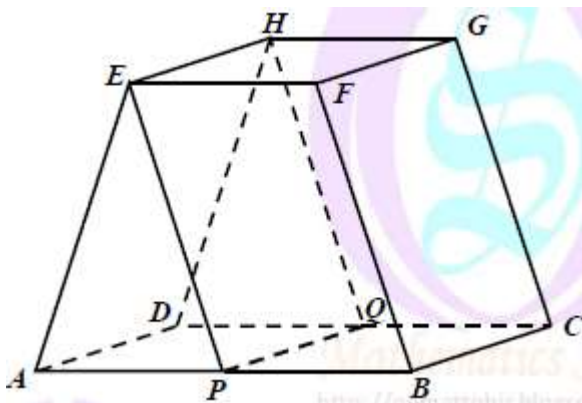
$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

SOAL

1. Diketahui  $n$  bilangan bulat positif. Jika  $n$  ditambah angka-angka pembentuknya menghasilkan 313, maka jumlah semua nilai  $n$  yang mungkin adalah ...
  - a. 626
  - b. 601
  - c. 610
  - d. 592
2. Jika  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots = a$ , maka  $\frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots = \dots$ 
  - a.  $\frac{4}{3}a - 1$
  - b.  $1 - \frac{3}{4}a$
  - c.  $\frac{3}{4}a + 1$
  - d.  $\frac{3}{4}a - 1$
3. Indah dan Nian bermain lempar dadu secara bergantian dimulai dengan lemparan pertama giliran Indah. Seseorang akan memenangkan permainan jika ia mendapatkan mata dadu 1 tetapi lawannya tidak mendapatkan mata dadu 2 atau 3 pada lemparan sebelumnya. Peluang Indah pada giliran yang ketiga melempar (lemparan kelima) akan menang adalah ....
  - a.  $\frac{2}{3}$
  - b.  $\frac{1}{8}$
  - c.  $\frac{1}{9}$
  - d.  $\frac{2}{5}$
4. Lima belas bilangan prima pertama dituliskan berturut-turut pada lima belas kartu. Jika semua kartu tersebut diletakkan dalam sebuah kotak dan kemudian diambil secara acak dua buah kartu berturut-turut tanpa pengembalian, maka peluang terambil dua kartu dengan jumlah dua bilangan tertulis merupakan bilangan prima adalah ...
  - a.  $\frac{4}{35}$
  - b.  $\frac{3}{35}$
  - c.  $\frac{2}{35}$
  - d.  $\frac{1}{35}$
5. Tim Sepakbola terdiri atas 25 orang, masing-masing diberi kaos bernomor 1 sampai dengan 25. Banyak cara memilih tiga pemain secara acak dengan syarat jumlah nomor kaos mereka habis dibagi tiga adalah ...
  - a. 567



- b. 772  
c. 727  
d. 657
6. Sebuah bilangan bulat  $x$  diambil secara acak dari  $\{x | -5 \leq x \leq 10, x \text{ bilangan bulat}\}$ . Peluang bahwa  $x$  adalah penyelesaian pertidaksamaan  $\sqrt{x^2 - 3x} \leq 2$  adalah ...
- a. 1  
b.  $\frac{1}{2}$   
c.  $\frac{1}{4}$   
d.  $\frac{1}{8}$
7. Diketahui sebuah prisma yang dibentuk oleh bidang-bidang sisi berupa: dua trapesium yang kongruen ABFE dan DCGH. Jika AB sejajar EF, panjang AE = panjang BF, panjang AB = 2 kali panjang EF, panjang AP = panjang PB = panjang DQ = panjang QC,  $AD \perp AB$  dan  $EH \perp EF$ , maka perbandingan volume prisma APE.DQH dan prisma PBFQ.QCGH adalah ....
- a. 2 : 1  
b. 2 : 3  
c. 3 : 2  
d. 1 : 2



8. Dalam sebuah kotak terdapat beberapa bola dengan empat macam warna yakni : biru, merah, kuning dan putih. Paling sedikit terdapat 10 bola untuk masing-masing warna. Bola diambil satu demi satu dari dalam kotak tersebut secara acak tanpa pengembalian. Banyak pengambilan yang harus dilakukan untuk memastikan mendapatkan 6 bola dengan warna sama adalah ...
- a. 41  
b. 25  
c. 40  
d. 21
9. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan di bawah adalah ...

$$\frac{x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1} \geq 1$$

- a.  $\{x|x \leq 0 \text{ atau } x \geq 3\}$
  - b.  $\{x|0 \leq x \leq 3 \text{ dan } x \neq 1\}$
  - c.  $\{x|x < -1 \text{ atau } x \geq 3\}$
  - d.  $\{x|x \leq 0 \text{ atau } x \geq 3 \text{ dan } x \neq -1\}$
10. Tiga bilangan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  dipilih sehingga ketika setiap bilangan ditambahkan ke rata-rata dua bilangan lainnya maka berturut-turut hasilnya adalah 80, 90, dan 100. Rata-rata dari  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  adalah ...
- a. 45
  - b. 50
  - c. 55
  - d. 60