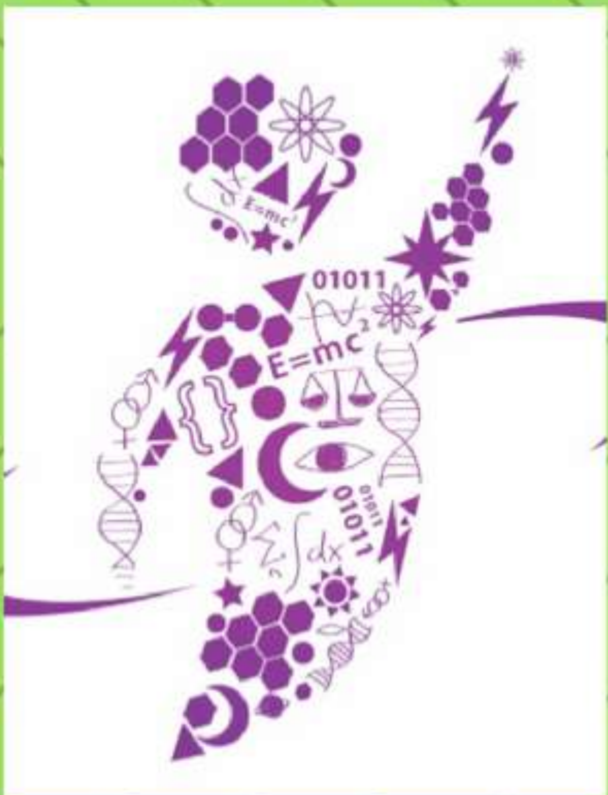
PAKET 9

PELATIHAN ONLINE

2019

SMA
FISIKA

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 9

1. Gambarkan diagram benda bebas untuk masing-masing benda

Persamaan gaya kereta

$$-kx - f = Ma_M$$

Persamaan gaya bola pejal

$$-f + ma_M = ma_{mM}$$

Persamaan torsi bola pejal

$$fR = \frac{2}{5}mR^2\ddot{\theta}$$

Karena gerak tidak seliap, maka terdapat hubungan

$$R\ddot{\theta} = a_{mM}$$

Persamaan
(1) $-kx - f = Ma_M$
(2) $-f + ma_M = ma_{mM}$
(3) $fR = \frac{2}{5}mR^2\ddot{\theta}$
(4) $R\ddot{\theta} = a_{mM}$

Jika persamaan diatas diselesaikan, maka akan didapatkan hasil

$$\ddot{x} + \frac{7k}{7M + 2m}x = 0$$

Maka besar periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{7M + 2m}{7k}}$$

(c)

2. Untuk mencari amplitudo agar tidak selip, kita harus buat gaya geseknya menjadi kritis

$$f = \mu mg$$

Dengan persamaan sebelumnya, akan didapatkan

$$x_{maks} = \frac{2m + 7M}{2}\frac{\mu g}{k}$$

(e)

3. Bola pejal tetap diam relatif terhadap tanah. Maka periode osilasi sistem sebesar

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(e)

4. Dalam mengerjakan kasus ini, akan kita bagi 4 fase.
Fase 1 = Saat beban menempuh sudut β
Fase 2 = Saat beban menempuh sudut α dan menumbuk dinding
Fase 3 = Saat beban menempuh sudut α dan menuju titik terendah
Fase 4 = Saat beban menempuh sudut β dan kembali pada posisi awal

Perlu disadari, waktu untuk menempuh sudut β, yaitu fase 1 dan fase 2 adalah setengah dari periode bandul sederhana.

$$T_1 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Untuk mencari waktu fase 2 dan fase 3, kita akan gunakan persamaan gelombang

$$y = A\sin\omega t$$

Dimana $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ dan amplitude merupakan simpang untuk sudut β

$$L\sin\alpha = L\sin\beta\sin\left(t\sqrt{\frac{g}{L}}\right)$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \sin\left(t\sqrt{\frac{g}{L}}\right)$$

Karena sudut kecil, akan terjadi aproksimasi sudut

$$\frac{\alpha}{\beta} = \sin\left(t\sqrt{\frac{g}{L}}\right)$$

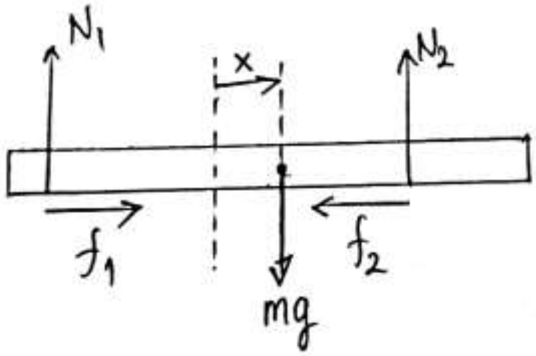
$$t = T_2 = \sqrt{\frac{L}{g}}\arcsin\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$$

Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = T_1 + T_2 = \sqrt{\frac{L}{g}}\left(\pi + \arcsin\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right)$$

(d)

5. Sistem tersebut akan berosilasi akibat gaya pemulih yang berupa gaya gesek. Perhatikan diagram benda bebas dibawah ini.



Tinjau keseimbangan rotasi batang

Asumsikan poros berada pada N_2

$$N_1 d - mg\left(\frac{d}{2} - x\right) = 0$$

$$N_1 = \frac{mg\left(\frac{d}{2} - x\right)}{d}$$

Asumsikan poros berada pada N_1

$$N_2 d - mg\left(\frac{d}{2} + x\right) = 0$$

$$N_2 = \frac{mg\left(\frac{d}{2} + x\right)}{d}$$

Persamaan gaya pada batang

$$F_{pemulih} = m\ddot{x}$$

$$f_1 - f_2 = m\ddot{x}$$

$$\mu(N_1 - N_2) = m\ddot{x}$$

$$\mu\left(\frac{mg\left(\frac{d}{2} - x\right)}{d} - \frac{mg\left(\frac{d}{2} + x\right)}{d}\right) = m\ddot{x}$$

$$-\frac{2g\mu}{d}x = \ddot{x}$$

Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{2\mu g}}$$

(a)

6. Masing-masing pegas mempunyai konstasnta yang berbeda, maka perubahan panjang masing-masing pegas pun juga berbeda. Karena terdapat katrol diatas, maka terdapat suatu hubungan antara perubahan panjang pegas dengan simpangan sebesar x kebawah.
   Asumsikan beban disimpangkan sejauh x kebawah (orientasi tetap mendatar)

$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

   Karena pegas dihubungkan dengan tali yang sama, maka gaya masing-masing pegas pun sama.

$$kx_1 = 3kx_2$$

   Bentuk persamaan gerak beban

$$-kx_1 - 3kx_2 = m\ddot{x}$$

   Persamaan
   (1) $x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$
   (2) $kx_1 = 3kx_2$
   (3) $-kx_1 - 3kx_2 = m\ddot{x}$

   Dengan menyelesaikan persamaan diatas, akan didapatkan persamaan gerak harmonik

$$\ddot{x} + \frac{3k}{m}x = 0$$

   Maka, besar periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$$

   (a)

7. Kita bisa menggunakan metode pusat massa untuk mengerjakannya. Sebelumnya, kita harus menentukan letak pusat massa sistem dan momen inersia sistem terhadap pivot.

   Pusat massa (acuan $h = 0$ di atap)

$$y = \frac{M\left(-\frac{L}{2}\right) + M(-L)}{2M} = -\frac{3}{4}L$$

   Momen inersia sistem pada pivot

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i = \left(\frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{12}ML^2 + ML^2\right) = \frac{17}{12}ML^2$$

   Maka, persamaa gerak harmonik sederhananya adalah

$$\tau_{pemulih} = I\ddot{\theta}$$

$$-2Mg\left(\frac{3}{4}L\right)\sin\theta = \frac{17}{12}ML^2\ddot{\theta}$$

$$-\frac{18}{17}\frac{g}{L}\theta = \ddot{\theta}$$

Periode sistem adalah

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{18g}{17L}}$$

(d)

8. Dalam mengerjakan gerak osilasi, kita dapat menggunakan metode pusat massa dengan syarat harus menggunakan momen inersia tertentu.

$$I = \frac{1}{12}\sigma ab(a^2 + b^2)$$

Momen inersia yang digunakan adalah momen inersia pada jarak r dari pusat massa yang sejajar terhadap sumbu pusat massa.

$$I_r = I_{PM} + mr^2 = \frac{1}{12}\sigma ab(a^2 + b^2) + \sigma abr^2$$

$$I_r = \frac{1}{12}\sigma ab(a^2 + b^2 + 12r^2)$$

Persamaan torsi

$$\tau_{pemulih} = I_r\ddot{\theta}$$

$$-mgr\sin\theta = \frac{1}{12}\sigma ab(a^2 + b^2 + 12r^2)\ddot{\theta}$$

$$-\sigma abgr\theta = \frac{1}{12}\sigma ab(a^2 + b^2 + 12r^2)\ddot{\theta}$$

$$-\frac{12gr}{(a^2 + b^2 + 12r^2)}\theta = \ddot{\theta}$$

Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = \pi\sqrt{\frac{(a^2 + b^2 + 12r^2)}{3gr}}$$

(e)

9. Agar periode maksimum, harus memenuhi syarat $\frac{dT}{dr} = 0$

$$\frac{dT}{dr} = 0 = \frac{d}{dr}\left(\pi\sqrt{\frac{(a^2 + b^2 + 12r^2)}{3gr}}\right)$$

Agar differensialnya mudah dikerjakan, lakukan manipulasi

$$\frac{d}{dr}(T^2) = 2T\frac{dT}{dr} = 0$$

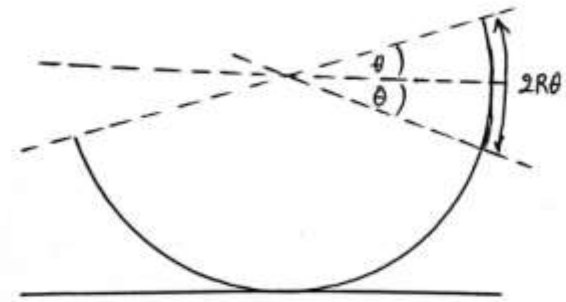
Kesimpulannya adalah

$$\frac{d}{dr}(T^2) = \frac{dT}{dr} = 0$$

$$\frac{d}{dr}(T^2) = \pi^2 \frac{d}{dr}\left(\frac{(a^2 + b^2 + 12r^2)}{3gr}\right) = 0$$
$$\frac{24r(3gr) - 3g(a^2 + b^2 + 12r^2)}{9g^2r^2} = 0$$
$$r = \sqrt{\frac{1}{12}(a^2 + b^2)}$$

(a)

10. Perhatikan diagram benda bebas dibawah ini



Yang menjadi gaya pemulih sistem adalah gaya garvitasi akibat massa bagian $2\lambda R\theta$. Momen inersia dari setengah cincin adalah $I = MR^2 = \pi\lambda R^3$

$$\tau_{pemulih} = I\ddot{\theta}$$
$$-2\lambda R\theta g R = \pi\lambda R^3\ddot{\theta}$$
$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{\pi R}\theta = 0$$

Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi R}{2g}}$$

(d)

11. Jika lantai kasar dan cincin berosilasi tanpa selip, akan ada gaya gesek yang mempengaruhi persamaannya.
Persamaan gaya

$$F_{pemulih} = m\ddot{x}$$
$$-f = m\ddot{x}$$

Persamaan torsi

$$\tau_{pemulih} = I\ddot{\theta}$$
$$fR - 2\lambda R\theta g R = \pi\lambda R^3\ddot{\theta}$$

Hubungan gerak tidak selip

$$\ddot{x} = R\ddot{\theta}$$

Dari ketiga persamaan diatas, kita dapat mencari bentuk persamaan gerak harmonik

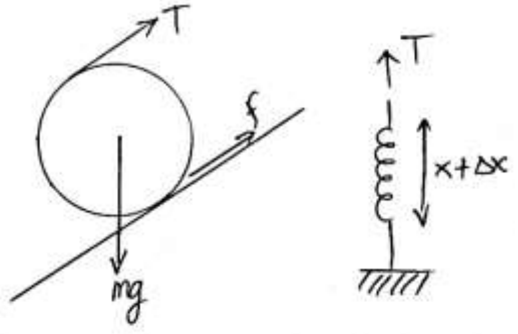
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\pi R}\theta = 0$$

Maka,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi R}{g}}$$

(e)

12. Karena hal ini berhubungan sekali dengan pegas, maka kita perlu menemukan kondisi setimbangnya terlebih dahulu (tergantung acuan yang dipakai), untuk menemukan Δx (perubahan panjang pegas mula-mula. Perhatikan diagram benda bebas dibawah ini



Kondisi Setimbang

Persamaan gaya pada silinder

$$T + f = mg\sin\varphi$$

Persamaan torsi

$$(f - T)R = 0$$
$$f = T$$

Persamaan gaya pada pegas

$$T = k\Delta x$$

Dengan 3 persamaan diatas, dapa diketahui bahwa pegas bertambang panjang sebesar

$$\Delta x = \frac{mg\sin\varphi}{2k}$$

Tinjau Silinder (disimpangkan keatas)

Persamaan gaya

$$T + f - mg\sin\varphi = ma_s$$

Persamaan torsi

$$(T - f)R = \frac{1}{2}mR^2\alpha$$
$$T - f = \frac{1}{2}mR\alpha$$

Hubungan percepatan gerak tidak selip

$$a_s = \alpha R$$

Tinjau Pegas

$$T = k(x + \Delta x)$$

Perlu diperhatikan, percepatan tali dengan percepatan silinder berbeda besarnya. Hubungan antara percepatan silinder dengan tali adalah

$$a_T = -2a_s$$

Kita butuh hubungan percepatan tali dengan percepatan silinder akibat simpang x pada pegas merupakan integral dari a_T, $\ddot{x} = a_T$

Persamaan

(1) $\Delta x = \frac{mg\sin\varphi}{2k}$

(2) $T + f - mg\sin\varphi = ma_s$

(3) $T - f = \frac{1}{2}mR\alpha$

(4) $T = k(x + \Delta x)$

(5) $a_T = -2a_s$

(6) $\ddot{x} = a_T$

Dengan enam persamaan diatas, kalian dapat selesaikan pribadi dan mendapatkan persamaan gerak harmonik sederhana.

$$\ddot{x} + \frac{8k}{3m}x = 0$$

Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{8k}}$$

(a)

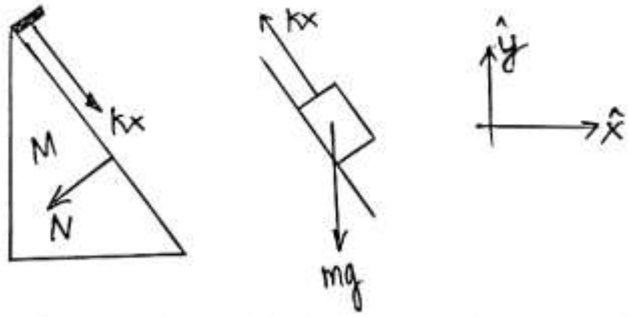
13. Tegangan tali akan kendor jika diberikan simpangan tertentu. Syarat tali tegang adalah $T \geq 0$

$$T = 0 \geq k(x + \Delta x)$$
$$x = -\Delta x$$

Maka, besar simpangan yang harus diberikan agar tali tegang adalah $x = \frac{mg\sin\varphi}{2k}$

(d)

14. Perhatikan diagram benda bebas dibawah ini



Kita akan mengerjakan dengan koordinat kartesian tersebut. Tinjau dari kerangkan inersial. Massa M kita simpangkan ke kiri.

Tinjau M pada sumbu x

$$N\sin\alpha - kx\cos\alpha = M\ddot{x}_M \dots (1)$$

Tinjau m pada sumbu x

$$-kx\cos\alpha + N\sin\alpha = m(\ddot{x}_m\cos\alpha - \ddot{x}_M) \dots (2)$$

Tinjau m pada sumbu y

$$-kx\sin\alpha - N\cos\alpha = m\ddot{x}_m\sin\alpha \dots (3)$$

Dengan tiga persamaan diatas, kalian dapat temukan persamaan gerak harmonik osilasinya.

Subtitusikan terlebih dahulu persamaan (1) dengan (3) untuk menemukan hubungan percepatan antara $\ddot{x}_M$ dan $\ddot{x}_m$.

Hubungan percepatan

$$\ddot{x}_M(M+m) = m\ddot{x}_m\cos\alpha$$

Hubungan percepatan yang sudah didapatkan disubtitusikan pada persamaan (2). Nanti, akan didapatkan persamaan gerak harmonik sederhana.

$$\ddot{x}_m + \frac{k(M+m)}{m(M+m\,sin^2\alpha)}x = 0$$

Maka, periode osilasi sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(M+m\,sin^2\alpha)}{k(M+m)}}$$

(a)

15. Lakukan binomial newton dalam mengerjakannya

$$\tau_{pemulih} = I\ddot{\theta}$$

$$-mgL\sin\theta = mL^2\ddot{\theta}$$

$$-\frac{g}{L}\left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \frac{\theta^9}{9!} - \cdots\right) = \ddot{\theta}$$

$$-\frac{g}{L}\left(1 - \frac{\theta^2}{3!} + \frac{\theta^4}{5!} - \frac{\theta^6}{7!} + \frac{\theta^8}{9!} - \cdots\right)\theta = \ddot{\theta}$$

Orde diatas orde 2 diasumsikan 0

$$-\frac{g}{L}\left(1-\frac{\theta^2}{3!}\right)\theta = \ddot{\theta}$$

Maka, periode sistem adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1-\frac{\theta^2}{3!}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{\theta^2}{12}\right)$$

(c)