

**PAKET 14**

# PELATIHAN ONLINE

**2019**

**SMP  
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



**WWW.ALCINDONESIA.CO.ID**

**@ALCINDONESIA**

**085223273373**

## PEMBAHASAN PAKET 14

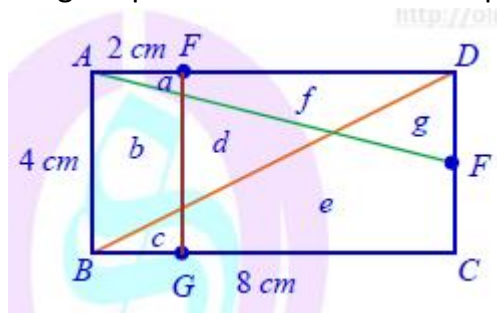
1. Persegi panjang ABCD mempunyai panjang sisi  $AB = 4$  cm dan  $BC = 8$  cm . Titik F pada AD, G pada BC, sehingga garis FG sejajar sisi CD, dan panjang  $AF = 2$  cm. Titik E merupakan titik tengah CD. Selanjutnya dilukis diagonal BD dan garis AE. Banyak segiempat pada persegi panjang ABCD adalah ....

- a. 11
- b. 12
- c. 13
- d. 14

Solusi:

Perhatikan ilustrasi gambar berikut

Langkah pertama kita beri simbol pada tiap-tiap daerah, yaitu sebagai berikut:



Kemudian kita cari satu demi satu berdasarkan simbol yang telah dibuat.

- 1. Segiempat yang terdiri dari 1 bagian yaitu b dan f ada sebanyak 2
- 2. Segiempat yang terdiri dari 2 bagian yaitu ab, bc, ce, de, eg, dan gf ada sebanyak 6
- 3. Segiempat yang terdiri dari 3 bagian yaitu abc dan adf ada sebanyak 2
- 4. Segiempat yang terdiri dari 4 bagian yaitu bcde, dan defg ada sebanyak 2
- 5. Segiempat yang terdiri dari 7 bagian yaitu abcde ada sebanyak 1

Jadi, banyak segiempat pada persegi panjang ABCD adalah  $2 + 6 + 2 + 2 + 1 = 13$

2. Bu Saodah memiliki 500 ekor ayam yang terdiri dari ayam pedaging dan ayam petelur. Sebagian ayam berwarna merah dan sebagian lagi berwarna putih. Banyak ayam petelur dan berwarna merah adalah 100 ekor. Jika diambil satu ekor ayam secara acak, maka peluang untuk mendapatkan ayam pedaging adalah sama dengan peluang untuk mendapatkan ayam berwarna putih, yaitu sebesar  $\frac{3}{5}$ . Banyak ayam pedaging yang berwarna merah adalah ... .

- a. 100

- b. 200
- c. 250
- d. 300

Solusi:

Perhatikan gambar berikut:

500 Ayam				
Ayam Pedaging			Ayam Petelur	
Ayam pedaging merah				100 ayam petelur merah
	300 ayam warna putih			

$P(\text{Ayam Pedaging}) = \frac{3}{5}$ , sehingga banyak ayam pedaging  $= \frac{3}{5} \times 500 = 300$

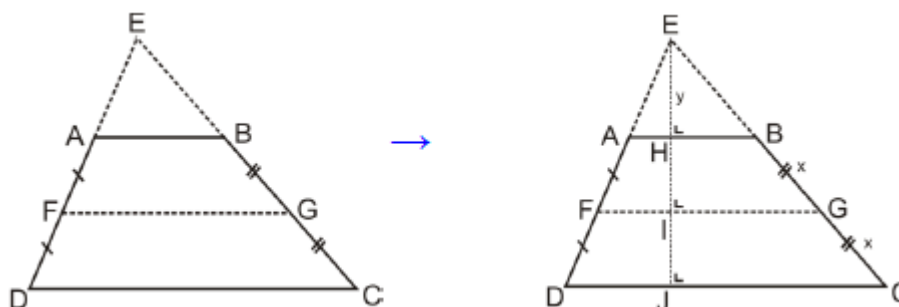
$P(\text{Ayam warna putih}) = \frac{3}{5}$ , sehingga banyak ayam berwarna putih  $= \frac{3}{5} \times 500 = 300$

Jadi banyak ayam pedaging berwarna merah adalah  $500 - (300 + 100) = 100$  ekor

3. Misalkan ABCD adalah suatu daerah trapezium sedemikian sehingga perpanjangan sisi AD dan perpanjangan sisi BC berpotongan di titik E. Diketahui panjang  $AB = 18$ ,  $CD = 30$  dan tinggi trapezium tersebut adalah 8. Jika F dan G masing-masing adalah titik tengah AD dan BC, maka luas segitiga EFG adalah ...

- a. 180
- b. 192**
- c. 196
- d. 208

Solusi:



Diketahui :

$$AB = 18$$

$$CD = 30$$

$$HJ = 8$$

$$HI = IJ = 4$$

$$AF = FD$$

$$BG = GC$$

Misalkan :

$$BG = GC = x$$

$$EH = y$$

$$EI = y + 4$$

$$EJ = y + 8$$

Perhatikan trapezium ABCD :

$$FG = \frac{BG \cdot CD + GC \cdot AB}{BG + GC}$$

$$FG = \frac{x \cdot 30 + x \cdot 18}{x + x}$$

$$FG = \frac{48x}{2x}$$

$$FG = 24$$

Perhatikan segitiga EFG, segitiga CDE, dan trapezium CDFG :

$$L_{\text{segitiga EFG}} = L_{\text{segitiga CDE}} - L_{\text{trapezium CDFG}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot FG \cdot EI = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot EJ - \frac{1}{2} \cdot FG \cdot CD$$

$$\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot (y + 4) = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot (y + 8) - \frac{1}{2} \cdot (24 + 30) \cdot 4$$

$$12 \cdot (y + 4) = 15 \cdot (y + 8) - \frac{1}{2} \cdot 54 \cdot 4$$

$$12y + 48 = 15y + 120 - 108$$

$$12y + 48 = 15y + 12$$

$$48 - 12 = 15y - 12y$$

$$36 = 3y$$

$$\frac{36}{3} = y$$

$$12 = y$$

$$y = 12 \rightarrow EI = y + 4 = 12 + 4 = 16$$

$$L_{\text{segitiga EFG}} = \frac{1}{2} \cdot FG \cdot EI$$

$$L_{\text{segitiga EFG}} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 16$$

$$L_{\text{segitiga EFG}} = 192$$

Jadi luas segitiga EFG adalah 192

4. Diketahui  $\triangle ABC$  siku-siku di C. D titik tengah AC dan  $BD = 2\sqrt{10}$ . P pada BD sehingga  $CP \perp BD$ . Luas  $\triangle CDP$  adalah ....

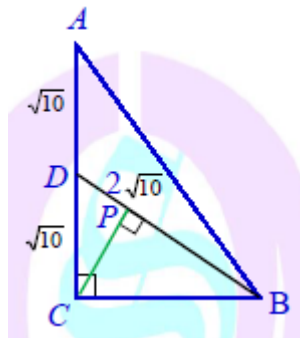
a.  $\frac{5}{4}\sqrt{3}$

b.  $5\sqrt{3}$

c.  $4\sqrt{3}$

d.  $\frac{4}{5}\sqrt{3}$

Solusi:



Perhatikan  $\triangle CDB$ , merupakan segitiga siku-siku, sehingga panjang BC didapat:

$$BC = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (\sqrt{10})^2} = \sqrt{30}$$

Perhatikan  $\triangle CDP$  dengan  $\triangle BDC$ , keduanya sebangun sehingga didapat,

$$\frac{CP}{BC} = \frac{CD}{BD} \rightarrow CP = BC \times \frac{CD}{BD} = \sqrt{30} \times \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2}\sqrt{30}$$

$$\frac{DP}{DC} = \frac{CD}{BD} \rightarrow DP = DC \times \frac{CD}{BD} = \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$\text{Dengan demikian, Luas } \triangle CDP = \frac{1}{2} \times DP \times CP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{10} \times \frac{1}{2}\sqrt{30} = \frac{5}{4}\sqrt{3}$$

Jadi, Luas  $\triangle CDP$  adalah  $\frac{5}{4}\sqrt{3}$

5. Diketahui  $x$  dan  $y$  adalah dua bilangan bulat positif. Banyak  $(x, y)$  sehingga kelipatan persekutuan terkecil dari  $x$  dan  $y$  sama dengan  $2^3 3^5 5^7$  adalah ...
- 1515
  - 1414
  - 1144
  - 1155**

Solusi:

$$\text{Misalkan } x = 2^a 3^b 5^c \text{ dan } y = 2^p 3^q 5^r$$

Nilai  $a$  dan  $p$  yang mungkin adalah 0,1,2,3 (4 pilihan)

Nilai  $b$  dan  $q$  yang mungkin adalah 0,1,2,3,4,5 (6 pilihan)

Nilai  $c$  dan  $r$  yang mungkin adalah 0,1,2,3,4,5,6,7 (8 pilihan)

Karena  $KPK(x, y) = 2^3 3^5 5^7$  maka nilai  $a$  atau  $p$  harus 3, nilai  $b$  atau  $q$  harus 5, dan nilai  $c$  atau  $r$  harus 7.

Kasus 1: banyak pilihan nilai  $a$  atau  $p$

Jika  $a = 3$  maka kemungkinan nilai  $p = 0,1,2,3$  (4 pilihan)

Jika  $a = 2$  maka  $p = 3$

Jika  $a = 1$  maka  $p = 3$

Jika  $a = 0$  maka  $p = 3$

Seluruhnya ada 7 pilihan



Kasus 2: banyak pilihan nilai  $b$  atau  $q$

Dengan cara yang sama seperti kasus 1, diperoleh  $2 \times 6 - 1 = 11$  pilihan

Kasus 3: banyak pilihan nilai  $c$  atau  $r$

Dengan cara yang sama seperti kasus 1, diperoleh  $2 \times 8 - 1 = 15$  pilihan

Dengan demikian banyak pasangan  $(x, y)$  yang dimaksud adalah  $7 \times 11 \times 15 = 1155$

6. Pada gambar berikut terdapat lima persegi sepusat (semua diagonal persegi berpotongan di satu titik):  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , dan  $P_5$ . Titik-titik sudut  $P_2$  terletak pada sisi-sisi  $P_1$  dan membaginya dengan perbandingan  $1 : 4$ . Dengan cara yang serupa titik-titik sudut  $P_k$  terletak pada sisi-sisi  $P_{k-1}$  untuk  $k \in \{3, 4, 5\}$ . Perbandingan luas  $P_5$  dan  $P_1$  adalah ....

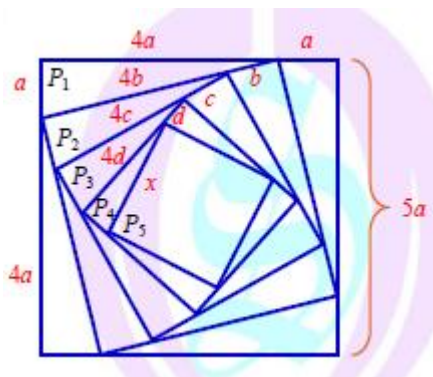
a.  $25^4 : 17^4$

b.  $17^4 : 25^4$

c.  $27^4 : 15^4$

d.  $15^4 : 27^4$

Solusi:



Dimisalkan panjang sisi  $P_1 = 5a, P_2 = 5b, P_3 = 5c, P_4 = 5d$ , dan  $P_5 = x$   
Luas  $P_1 = (5a)^2 = 25a^2$

Panjang sisi  $P_2: (5b)^2 = (4a)^2 + (a)^2 \rightarrow b^2 = 17 \left(\frac{a}{5}\right)^2$  atau  $b = \frac{a}{5}\sqrt{17}$

Panjang sisi  $P_3: (5c)^2 = (4b)^2 + (b)^2 \rightarrow c^2 = 17 \left(\frac{b}{5}\right)^2$  atau  $c = \frac{17a}{25}$

Panjang sisi  $P_4: (5d)^2 = (4c)^2 + (c)^2 \rightarrow d^2 = 17 \left(\frac{c}{5}\right)^2$  atau  $d = \frac{17a}{125}\sqrt{17}$

Panjang sisi  $P_5: (x)^2 = (4d)^2 + (d)^2 \rightarrow x^2 = 17d^2 \rightarrow x^2 =$

$$17 \left(\frac{17a}{125}\sqrt{17}\right)^2 \text{ atau } x^2 = \left(\frac{17^2a}{125}\right)^2$$

Dengan demikian,  $\text{Luas } P_1 : \text{Luas } P_5 = 25a^2 : \left(\frac{17^2a}{125}\right)^2$

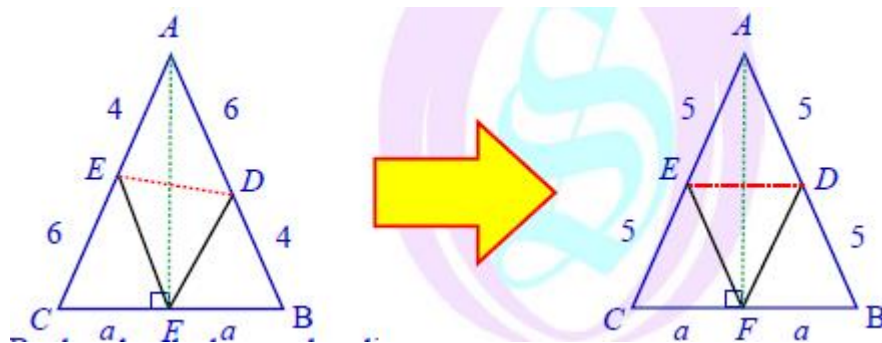
$\rightarrow \text{Luas } P_1 : \text{Luas } P_5 = 25^4 : 17^4$

Jadi, perbandingan luas  $P_5$  dan  $P_1$  adalah  $17^4 : 25^4$

7. Diberikan suatu segitiga samakaki ABC dengan  $AB = AC = 10$  cm. Titik D terletak pada sisi AB sejauh 6 cm dari A, serta titik E pada sisi AC sejauh 4 cm dari A. Selanjutnya dari A ditarik garis tinggi dan memotong BC di F. Jika bilangan rasional  $\frac{a}{b}$  menyatakan perbandingan luas segiempat ADFE terhadap luas segitiga ABC dalam bentuk yang paling sederhana, maka nilai  $\frac{a}{b}$  adalah ....

- a.  $\frac{1}{2}$   
b. 1  
c.  $\frac{3}{2}$   
d. 2

Solusi:



Berdasarkan kedua gambar di atas,

maka  $\text{Luas segiempat ADFE} = \frac{1}{2} \text{ Luas } \triangle ABC$ , dan  $\text{Luas } \triangle ABF =$

$\frac{1}{2} \text{ Luas } \triangle ABC$

hal ini dikarenakan bahwa  $\triangle ABC$  merupakan segitiga sama kaki, panjang  $AE = BD = 4$  cm, panjang  $AD = CE = 6$  cm

Sehingga didapat bahwa  $\text{Luas } \triangle ADE = \text{Luas } \triangle BDF = \text{Luas } \triangle CFE = \text{Luas } \triangle DEF$

Dengan demikian,

$$\frac{\text{Luas segiempat ADFE}}{\text{Luas } \triangle ABC} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

Jadi, nilai  $\frac{a}{b}$  adalah  $\frac{1}{2}$

8. Bentuk sederhana dari ekspresi  $\sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25}} - \sqrt[3]{\frac{4}{25}} + \sqrt[3]{\frac{1}{25}} \right)^{-1}$  adalah ...

- a.  $(\sqrt[3]{2} + 1)$   
b.  $(\sqrt[3]{3} + 1)$

c.  $(\sqrt[3]{4} + 1)$

d.  $(\sqrt[3]{5} + 1)$

Solusi:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25} - \sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{1}{25}}} \right)^{-1} &= \frac{5^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}} \\ \sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25} - \sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{1}{25}}} \right)^{-1} &= \frac{5^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}} \left[ 4^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{2}{3}} + 1^{\frac{2}{3}} \right]} \\ \sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25} - \sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{1}{25}}} \right)^{-1} &= \frac{\left(5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)}{4^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{2}{3}} + 1^{\frac{2}{3}}} \end{aligned}$$

Ingat bahwa  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25} - \sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{1}{25}}} \right)^{-1} &= \frac{5}{\frac{\left(\frac{1}{4^{\frac{1}{3}}}\right)^3 + \left(\frac{1}{1^{\frac{1}{3}}}\right)^3}{\frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{1^{\frac{1}{3}}}}} \\ \sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25} - \sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{1}{25}}} \right)^{-1} &= \frac{5}{4 + 1} (\sqrt[3]{4} + 1) \\ \sqrt[3]{5} \left( \sqrt[3]{\frac{16}{25} - \sqrt{\frac{4}{25}} + \sqrt{\frac{1}{25}}} \right)^{-1} &= (\sqrt[3]{4} + 1) \end{aligned}$$

9. Delegasi perwakilan PNS kota Bunga ke suatu konferensi nasional terdiri dari 5 orang. Ada 10 PNS laki-laki dan 10 PNS perempuan yang mencalonkan diri untuk menjadi anggota delegasi. Jika disyaratkan bahwa paling sedikit seorang



delegasi harus laki-laki, maka banyak cara untuk memilih delegasi tersebut adalah ....

- a. 15252 cara
- b. 15222 cara
- c. 15552 cara
- d. 15255 cara

Solusi:

Dari 10 PNS laki-laki dan 10 PNS perempuan dipilih 5 calon dengan syarat paling sedikit seorang laki-laki.

Kasus 1:

1 laki-laki, 4 perempuan, banyaknya =  $C_1^{10} \cdot C_4^{10} = 2100$

Kasus 2:

2 laki-laki, 3 perempuan, banyaknya =  $C_2^{10} \cdot C_3^{10} = 5400$

Kasus 3:

3 laki-laki, 2 perempuan, banyaknya =  $C_3^{10} \cdot C_2^{10} = 5400$

Kasus 4:

4 laki-laki, 1 perempuan, banyaknya =  $C_4^{10} \cdot C_1^{10} = 2100$

Kasus 5:

5 laki-laki, 0 perempuan, banyaknya =  $C_5^{10} \cdot C_0^{10} = 252$

Jadi banyaknya cara memilih delegasi adalah  $2 \times 2100 + 2 \times 5400 + 252 = 15252$  cara

10. Abel mencatat bahwa semester ini dia telah mengikuti delapan ulangan harian pelajaran Matematika. Nilai ulangan diberikan pada skala 100. Catatan Abel menunjukkan bahwa rata-rata nilai setelah ulangan ke-7 naik 2 poin dibandingkan rata-rata nilai sampai ulangan ke-6. Sedangkan rata-rata nilai sampai ulangan ke-8 juga naik 2 poin dibanding rata-rata nilai sampai ulangan ke-7. Selisih nilai ulangan ke-8 dan ke-7 adalah .... poin

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4

Solusi:

Misalkan:

rata-rata nilai sampai ulangan ke-6 adalah  $a$

nilai ulangan ke-7 adalah  $b$

nilai ulangan ke-8 adalah  $c$

Diketahui:

(1) catatan Abel menunjukkan bahwa rata-rata nilai setelah ulangan ke-7 naik 2 poin dibandingkan rata-rata nilai sampai ulangan ke-6.

Rata-rata nilai setelah ulangan ke-7:  $\frac{6a+b}{7} = (a + 2)$

(2) sedangkan rata-rata nilai sampai ulangan ke-8 juga naik 2 poin dibanding rata-rata nilai sampai ulangan ke-7

Rata-rata nilai sampai ulangan ke-8:  $\frac{7(a+2)+c}{8} = (a + 4)$

Dari pernyataan (1) dan (2) didapat

$$(1) \frac{6a+b}{7} = (a + 2)$$

$$\rightarrow 6a + b = 7(a + 2)$$

$$\rightarrow b = a + 14$$

$$(2) \frac{7(a+2)+c}{8} = (a + 4)$$

$$\rightarrow 7a + 14 + c = 8a + 32$$

$$\rightarrow c = a + 18$$

$$\text{Dengan demikian, } c - b = (a + 18) - (a + 14) = 4$$

Jadi, selisih nilai ulangan ke-8 dan ke-7 adalah 4 poin