PAKET 3

PELATIHAN ONLINE

2019

SMA KOMPUTER

po.alcindonesia.co.id

WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 3

1. Dari soal, kita dapat mengetahui bahwa banyak mahasiswa yang menyukai kalkulus atau kimia adalah 150 – 29 = 121 orang.

   Sekarang perhatikan bahwa jumlah orang yang menyukai kalkulus ditambah dengan yang menyukai kimia adalah = 117 + 49 = 166 orang

   Karena 166 > 121, maka pasti di antara yang menyukai kalkulus ada juga yang menyukai kimia sebanyak 166 – 121 = 45 orang

   Jawaban : **E**

2. Misalkan:
   $n(A)$ = banyaknya bilangan bulat positif yang **kurang** dari 2018 dan habis dibagi 2
   $n(B)$ = banyaknya bilangan bulat positif yang **kurang** dari 2018 dan habis dibagi 7
   $n(A \cap B)$ = banyaknya bilangan bulat positif yang **kurang** dari 2018 dan habis dibagi 14

   Dari sini jelas bahwa :
   $n(A) = \left\lfloor \frac{2017}{2} \right\rfloor = 1008$
   $n(B) = \left\lfloor \frac{2017}{7} \right\rfloor = 288$
   $n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{2017}{14} \right\rfloor = 144$

   Sehingga banyaknya bilangan bulat positif yang kurang dari 2018 dan habis dibagi 2 **atau** 7 adalah $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 1008 + 288 - 144 = 1152$

   Jawaban : **C**

3. Misalkan:
   $n(A)$ = jumlah bilangan bulat positif yang **kurang** dari 1000 dan habis dibagi 2
   $n(B)$ = jumlah bilangan bulat positif yang **kurang** dari 1000 dan habis dibagi 3
   $n(A \cap B)$ = jumlah bilangan bulat positif yang **kurang** dari 1000 dan habis dibagi 6

   Dari sini jelas bahwa:
   $n(A) = 2 + 4 + 6 + \cdots + 998 = 499 * 500 = 249500$

$n(B) = 3 + 6 + 9 + \cdots + 999 = 166833$
$n(A \cap B) = 6 + 12 + 18 + \cdots + 996 = 83166$
Sehinga jumlah semua bilangan bulat positif yang kurang dari 1000 dan habis dibagi 2 atau 3 adalah $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ = 249500+166833 – 83166 = 333167

Jawaban : **D**

4. Misalkan:
$n(A)$ adalah banyak orang yang menyukai tenis
$n(B)$ adalah banyak orang yang menyukai tenis meja
$n(C)$ adalah banyak orang yang menyukai bulutangkis

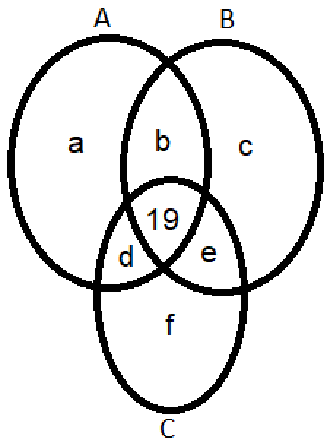
Maka, menurut soal:
$n(A) = 10$
$n(B) = 15$
$n(C) = 12$
$n(A \cap B) = 5$
$n(A \cap C) = 4$
$n(B \cap C) = 3$
$n(A \cap B \cap C) = 2$

Banyak anggota club yang menyukai sedikitnya satu dari ketiga cabang olahraga tersebut adalah $n(A \cup B \cup C)$.

Dengan prinsip inklusi-eksklusi, kita bisa mengetahui bahwa nilai $n(A \cup B \cup C)$ = $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 10 + 15 + 12 - 5 - 4 - 3 + 2 = 27$

Jadi banyak anggota club yang menyukai sedikitnya satu dari ketiga cabang olahraga tersebut adalah 27 orang
Jawaban : **A**

Perhatikan diagram venn berikut ini untuk soal pembahasan soal nomor 5&6



Misalkan
A adalah himpunan yang menyatakan siswa yang menyukai kalkulus
B adalah himpunan yang menyatakan siswa yang menyukai fisika
C adalah himpunan yang menyatakan siswa yang menyukai kimia

Bilangan a, b, c, d, e, f, menyatakan banyaknya siswa yang menyukai pelajaran sesuai daerah yang dinyatakan oleh lingkaran tersebut. Contoh : b menyatakan banyaknya siswa yang menyukai kalkulus dan fisika.

Dari deksripsi soal kita bisa mendapatkan informasi bahwa:
$a + b + d + 19 = 68$ atau $a + b + d = 49$ ... (1)
$b + c + e + 19 = 69$ atau $b + c + e = 50$ … (2)
$d + e + f + 19 = 74$ atau $d + e + f = 55$ … (3)

Untuk soal nomor 5, diketahui juga bahwa:
$a + c + f = 52$ dan yang ditanyakan adalah berapa nilai dari $b + d + e$.

5. Perhatikan persamaan(1), (2), dan (3). Jumlah dari ketiga persamaan ini adalah:
   $a + c + f + 2(b + d + e) = 154$
   substitusi nilai $a + c + f$, maka
   $2(b + d + e) = 154 – a – c – f = 154 – 52 = 102$
   $b + d + e = 51$

   Jadi yang menyukai tepat dua mata pelajaran ada 51 orang
   Jawaban : **C**

6. Mengacu pada diagram venn diatas dan berdasarkan soal, maka kita bisa mendapatkan persamaan:
   $b + 19 = 36$ *yang menyukai kalkulus dan fisika
   $e + 19 = 33$ *yang menyukai fisika dan kimia

Dari dua persamaan di atas, maka nilai b = 17 dan e = 14. Sedangkan yang ditanyakan soal adalah nilai |a – f|

Perhatikan persamaan yang sudah di susun pada penjelasan diagram venn.

Berdasarkan persamaan(1) yang ada pada diagram venn, maka:
a + d = 32 …(4)
Berdasarkan persamaan(3) yang ada pada diagram venn, maka :
d + f = 41 …(5)

Kurangi persamaan (5) dengan (4), maka didapatkan bahwa f – a = 9.

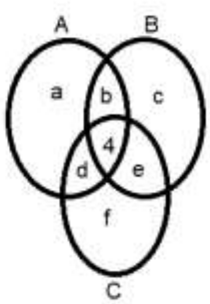
Sehingga nilai dari |a – f| = | -9 | = 9

Jawaban : **B**

7. Mencari banyaknya bilangan yang habis dibagi 2 dan 3 tetapi tidak habis dibagi 5 sama dengan mencari banyaknya bilangan yang habis dibagi 6 akan tetapi tidak habis dibagi 5. Bilangan ini ada sebanyak $\left\lfloor\frac{2018}{6}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{2018}{30}\right\rfloor = 336 - 67 = 269$
   Jawaban : **C**

Berikut ini adalah pembahasan untuk soal nomor 8 dan 9

Perhatikan diagram venn di bawah ini



Misalkan :
A menyatakan himpunan seluruh peserta OSN komputer yang suka soal kombinatorika
B menyatakan himpunan seluruh peserta OSN komputer yang suka soal teori bilangan
C menyatakan himpunan seluruh peserta OSN komputer yang suka soal teka-teki silang.

Dari deskripsi soal, kita bisa mendapatkan:
a + b + d = 36 … (1)

b + c + e = 36 … (2)
d + e + f = 44 … (3)

8. Peserta yang hanya menyukai satu jenis soal saja : a + c + f = 50 dan yang ditanya adalah nilai dari b + d + e.

   Perhatikan persaman(1), (2), dan (3). Jumlah dari 3 persamaan ini adalah
   2(b + d + e) + a + c + f = 116
   2(b + d + e) + 50 = 116
   b + d + e = 33

   Jawaban : **E**

9. Orang yang hanya menyukai kombinatorika saja = a = 14. Dan orang yang suka kombinatorika dan teori bilangan atau suka kombinatorika dan teka-teki silang tapi tidak ketiganya adalah = b + d.
   Perhatikan persamaan (1).
   Dari persamaan(1), kita bisa mendapatkan b + d = 36 – 14 = 22
   Sehingga jawabannya adalah 22

   Jawaban : **C**

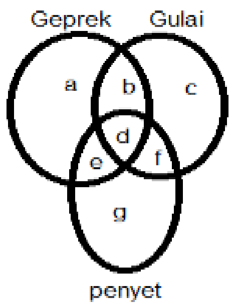
10. Banyaknya bilangan bulat yang dapat dibagi 3 dan 4 tetapi tidak dapat habis dibagi 7 sama dengan mencari banyaknya bilangan yang habis dibagi 12 tetapi tidak habis dibagi 7.

    Di antara 300 dan 700 (inklusif):
    - Banyaknya bilangan yang habis dibagi 12 adalah = $\left\lfloor\frac{700}{12}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{300}{12}\right\rfloor + 1 = 34$
    - Banyaknya bilangan yang habis dibagi 12 dan 7 adalah = $\left\lfloor\frac{700}{84}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{300}{84}\right\rfloor = 5$

    Sehingga banyak bilangan yang habis dibagi 3 dan 4 tetapi tidak habis dibagi 7 dan di antara 300 dan 700 (inklusif) adalah 34 – 5 = 29

    Jawaban : **D**

Perhatikan diagram venn & penjelasannya berikut ini untuk soal nomor 11 dan 12.



Dari deskripsi soal, kita bisa mendapatkan informasi bahwa:
a + b + d + e = 54 … (1)
b + c + d + f = 45 … (2)
d + e + f + g = 70 … (3)

Karena total ada 100 siswa, dan yang tidak suka ketiganya ada 8, maka:
a + b + c + d + e + f + g = 92 … (4)

11. Diketahui d = 10, yang ditanya soal adalah berapa nilai b + d + e + f.
Dari persamaan (1), (2),(3), dan (4) kita mendapatkan:
a + b + e = 44 ... (5)
b + c + f = 35 … (6)
e + f + g = 60 … (7)
a + b + c + e + f + g = 82 …(8)

Jumlahkan persamaan (4), (5), (6), dan (7), didapatkan:
(a + b + c + e + f + g) + b + f + e = 139
82 + b + f + e = 139
b + f + e = 57.

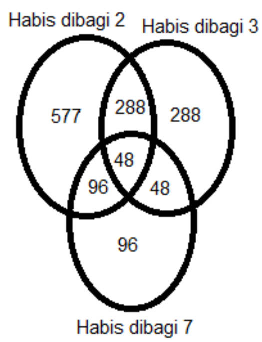
Sehingga nilai dari b + d + e + f = 57 + 10 = 67

Jawaban : **B**

12. Diketahui b + e + f = 83 dan yang ditanya adalah nilai dari a + c + g + d.
Perhatikan persamaan (4) di atas.
a + b + c + d + e + f + g = 92
b + e + f + (a + c + g + d) = 92
83 + (a + c + g + d) = 92
a + c + g + d = 9

Jawaban : **B**

13. Berdasarkan persoalan, kita dapat membuat diagram venn nya seperti gambar berikut ini:



Sehingga yang habis dibagi 2 atau 3 tetapi tidak habis dibagi 7 adalah 577 + 288 + 288 = 1153
Jawaban : **B**

14. Misalkan:
$n(A)$ adalah jumlah bilangan positif tidak lebih dari 500 dan habis dibagi 2
$n(B)$ adalah jumlah bilangan positif tidak lebih dari 500 dan habis dibagi 3
$n(C)$ adalah jumlah bilangan positif tidak lebih dari 500 dan habis dibagi 5
Maka :
$n(A) = 2 + 4 + 6 + \cdots + 500 = 62750$
$n(B) = 3 + 6 + 9 + \cdots + 498 = 41583$
$n(C) = 5 + 10 + 15 + \cdots + 500 = 25250$
$n(A \cap C) = 10 + 20 + 30 + \cdots + 500 = 12750$
$n(A \cap B) = 6 + 12 + 18 + \cdots + 498 = 20916$
$n(B \cap C) = 15 + 30 + 45 + \cdots + 495 = 8415$
$n(A \cap B \cap C) = 30 + 60 + 90 + \cdots + 480 = 4080$

Sehingga Jumlah bilangan bulat positif yang tidak lebih dari 500 dan memenuhi sifat habis dibagi 2 atau 3 atau 5 adalah $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 91582$

Jawaban : **B**

15. Misalkan:
$n(A)$ adalah banyak bilangan positif tidak lebih dari 2019 dan habis dibagi 2
$n(B)$ adalah banyak bilangan positif tidak lebih dari 2019 dan habis dibagi 3
$n(C)$ adalah banyak bilangan positif tidak lebih dari 2019 dan habis dibagi 5

Maka :

$n(A) = \left\lfloor \frac{2019}{2} \right\rfloor = 1009$
$n(B) = \left\lfloor \frac{2019}{3} \right\rfloor = 673$
$n(C) = \left\lfloor \frac{2019}{5} \right\rfloor = 403$
$n(A \cap C) = \left\lfloor \frac{2019}{10} \right\rfloor = 201$
$n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{2019}{6} \right\rfloor = 336$
$n(B \cap C) = \left\lfloor \frac{2019}{15} \right\rfloor = 134$
$n(A \cap B \cap C) = \left\lfloor \frac{2019}{30} \right\rfloor = 67$

Yang dicari soal adalah 2019 – ($n(A \cup B \cup C)$) yaitu 2019 – $\big(n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)\big) = 2019 - 1481 = 538$

Jawaban : **B**

16. Banyaknya bilangan 4 digit "perfect" ini adalah 5x5x5x5 = 625
Jawaban : **D**

17. Pada kata "KOPIABC" terdapat huruf vokal {A, I, O} dan huruf konsonan yaitu {K, P, B, C}
Banyak cara menyusun kata "KOPIABC" dengan huruf pertama dan terakhir harus konsonan adalah $4x5x4x3x2x1x3 = 1440$
Jawaban : **C**

18. Misalkan urutan huruf tersebut adalah a_1, a_2, a_3. Maka pada soal ini kita harus mencari kemungkinan nilai dari a_1, a_2, a_3 dengan syarat $a_1 = a_2$ atau $a_2 = a_3$.

Misal
$p_1$adalah banyaknya kemungkinan dengan syarat $a_1 = a_2$
$p_2$adalah banyaknya kemungkinan dengan syarat $a_2 = a_3$
$p_3$adalah banyaknya kemungkinan dengan syarat $a_1 = a_2 = a_3$

Sehingga tugas kita adalah mencari nilai $p_1 + p_2 - p_3$ (prinsip inklusi-eksklusi)

Karena $a_1 = a_2$, maka nilai dari p_1 adalah $26x1x26 = 676$
Karena $a_2 = a_3$, maka nilai dari p_2 adalah $26x26x1 = 676$
Karena $a_1 = a_2 = a_3$, maka nilai dari p_3 adalah $26x1x1 = 26$

Sehingga jawabannya adalah = 676 + 676 – 26 = 1326

Jawaban : **D**

19. Untuk menyelesaikan soal ini , kita perlu melakukan bagi kasus.
    Misalkan bilangan tersebut adalah abc. Kita akan bagi kasus berdasarkan nilai a.
    - Kasus 1: a bernilai 1.
      Banyaknya kemungkinan adalah : $1x5x3 = 15$ bilangan
    - Kasus 2: a bernilai 2
      Banyaknya kemungkinan adalah : $1x5x4 = 20$ bilangan
    - Kasus 3: a bernilai 3
      Banyaknya kemungkinan adalah : $1x5x3 = 15$ bilangan
    - Kasus 4: a bernilai 4
      Banyaknya kemungkinan adalah : $1x5x4 = 20$ bilangan

    Karena bilangan tersebut tidak boleh lebih dari 500, maka nilai a maksimalnya adalah 4.
    Banyak kemungkinan : 15 + 20 + 15 + 20 = 70

    Jawaban : **C**

20. Bagi kasus berdasarkan banyak digitnya.
    - Kasus 1 : password terdiri dari 2 digit
      Banyaknya cara : $9x9 = 81$
    - Kasus 1 : password terdiri dari 3 digit
      Banyaknya cara : $9x9x9 = 729$
    - Kasus 1 : password terdiri dari 4 digit
      Banyaknya cara : $9x9x9x9 = 6561$
    - Kasus 1 : password terdiri dari 5 digit
      Banyaknya cara : $9x9x9x9x9 = 59049$

    Sehingga banyak cara total yang mungkin adalah 81 + 729 + 6561 + 59049 = 66420
    Jawaban : **C**

21. Karena {1, 2} adalah himpunan bagian dari X, maka X harus minimal terdiri dari dua bilangan tersebut. Elemen yang tersisa yang mungkin menjadi anggota dari X adalah {3, 4, 5}.
    Banyaknya kemungkinan adalah $2x2x2 = 8$ cara
    Jawaban : **C**

22. Karena Irfan hanya oleh mengambil dua buah warna yang berbeda, maka disini akan ada 3 kasus.
    - Kasus 1 : Warna yang diambil adalah hitam dan merah.
      Kemungkinannya adalah :
      1. 2 pulpen hitam + 1 pulpen merah:
         Banyak kemungkinan : $\binom{13}{2}.\binom{6}{1} = 468$
      2. 1 pulpen hitam + 2 pulpen merah:
         Banyak kemungkinan : $\binom{13}{1}.\binom{6}{2} = 195$
    - Kasus 2: Warna yang diambil adalah hitam dan biru.

1. 2 pulpen hitam + 1 pulpen biru:
   Banyak kemungkinan : $\binom{13}{2}.\binom{7}{1} = 546$
2. 1 pulpen hitam + 2 pulpen biru:
   Banyak kemungkinan : $\binom{13}{1}.\binom{7}{2} = 273$

- Kasus 3: Warna yang diambil adalah merah dan biru.
  1. 2 pulpen merah + 1 pulpen biru:
  Banyak kemungkinan : $\binom{6}{2}.\binom{7}{1} = 105$
  2. 1 pulpen merah + 2 pulpen biru:
  Banyak kemungkinan : $\binom{6}{1}.\binom{7}{2} = 126$

Total dari 3 kasus ini adalah 1713
Jawaban : **A**

23. Bagi kasus berdasarkan banyak warna yang diambil.
    - Kasus 1: Irfan mengambil 1 warna berbeda
      Banyaknya kemungkinan adalah $\binom{13}{2} + \binom{7}{2} + \binom{6}{2} = 114$
    - Kasus 2: Irfan mengambil 2 warna berbeda
      1. Irfan memilih 1 pulpen hitam dan 1 pulpen merah
         Banyak kemungkinan : $\binom{13}{1}.\binom{6}{1} = 78$
      2. Irfan memilih 1 pulpen hitam dan 1 pulpen biru
         Banyak kemungkinan : $\binom{13}{1}.\binom{7}{1} = 91$
      3. Irfan memilih 1 pulpen merah dan 1 pulpen biru
         Banyak kemungkinan : $\binom{6}{1}.\binom{7}{1} = 42$

    Karena Irfan hanya mengambil dua bola, maka Irfan tidak mungkin mengambil 3 warna berbeda.
    Sehingga banyak kemungkinan keseluruhannya adalah 114+78+91+42 = 325

    Jawaban : **B**

24. Banyaknya cara mengirimkan 4 orang siswa dengan syarat minimal 1 perempuan sama dengan menghitung banyaknya cara mengirimkan 4 orang siswa bebas (boleh laki-laki/perempuan) – banyaknya cara mengirimkan 4 orang yang terdiri dari semua laki-laki.
    Sehingga banyaknya cara tersebut adalah $\binom{30}{4} - \binom{17}{4} = 25025$
    Jawaban : **A**

25. Banyak jabat tangan yang terjadi adalah banyak jabat tangan antar suami + banyak jabat tangan antar istri + banyak jabat tangan suami-istri.
    Banyak jabat tangan = $\binom{20}{2} + \binom{20}{2} + 20 = 400$
    Jawaban : **A**

26. Anggap Pak Ganesh dan Pak Dengklek sebagai satu objek. Maka banyaknya penyusunan 7 orang tersebut menjadi $6!$. Karena tempat Pak Ganesh dan Pak Dengklek dapat ditukar, maka banyaknya cara total adalah $2.6! = 1440$
Jawaban : **C**

27. Klasifikasikan bilangan dari 1 sampai 100 tersebut menjadi beberapa kelompok, yaitu:
A = {1, 4, 7, 10, …, 100}
B = {2, 5, 8, 11, …., 98)
C = {3, 6, 9, 12, ….., 99}
Pak Dengklek ingin mengambil 3 buah bola sehingga jumlah nomor pada bola tersebut habis dibagi 3, maka akan ada beberapa kasus yang mungkin.

    - Kasus 1 : Terdiri dari 3 buah bola dari kelompok A
    Banyaknya kemungkinan : $\binom{34}{3} = 5984$
    - Kasus 2: Terdiri dari 3 buah bola dari kelompok B
    Banyaknya kemungkinan : $\binom{33}{3} = 5456$
    - Kasus 3: Terdiri dari 3 buah bola dari kelompok C
    Banyaknya kemungkinan : $\binom{33}{3} = 5456$
    - Kasus 4 : Terdiri dari 1 buah bola dari kelompok A, 1 bola dari kelompok B, dan 1 bola dari kelompok C
    Banyaknya kemungkinan : $34.33.33 = 37026$

    Total banyak kemungkinan adalah = 53922
    Jawaban : **B**

28. Banyaknya cara adalah $\binom{6}{3}.\binom{3}{3} = 20$
Jawaban : **C**
29. Misalkan bilangan yang diambil oleh 6 orang bersaudara (mulai dari anak sulung hingga bungsu) adalah a, b, c, d, e, f.
Maka dari sini jelas bahwa yang diinginkan adalah a < (b, c, d, e) < f

    Banyak cara mengambil bilangan-bilangan tersebut sama dengan kita mengambil 6 bilangan dari 10 bilangan yang ada, lalu mempermutasikannya untuk b, c, d, e.

    Banyak cara : $\binom{10}{6}.4! = 5040$
    Jawaban : **B**

30. Banyak bilangan yang dicari sama dengan mencari banyak kemungkinan kita mengambil 7 bilangan dari 9 bilangan yang ada (1,2,3, …, 9)
Sehingga banyak bilangannya adalah $\binom{9}{7} = 36$
Jawaban : **A**