

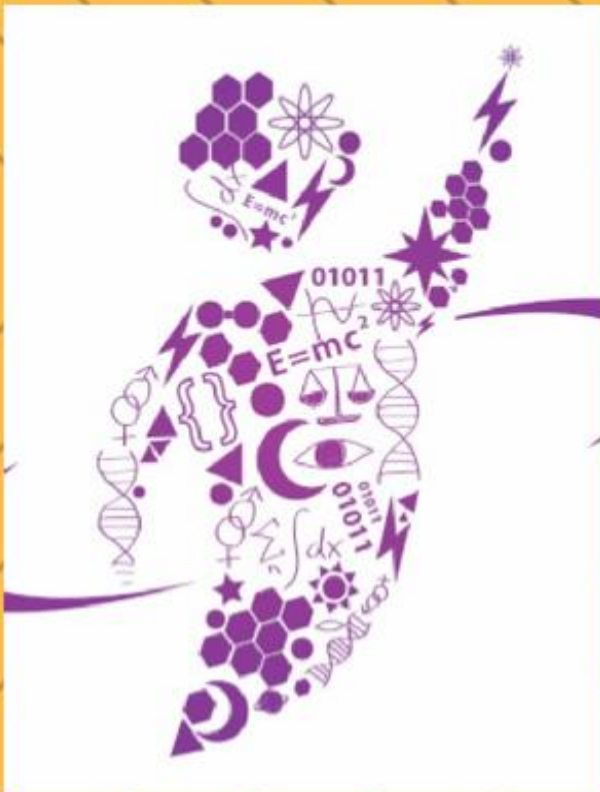
PAKET 15

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMP
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 15

1. Jawaban : A

Diketahui bilangan bulat dari 1, 2, 3, ..., 1000 ditulis berurutan pada keliling lingkaran.

Kemungkinan-kemungkinan bilangan yang ditandai pada setiap putaran adalah sebagai berikut.

1) 1, 13, 25, 37, 49, ..., 997 ($U_n = 997, a = 1, b = 12, \text{ dan } n = 84$)

2) 9, 21, 33, 45, ..., 993 ($U_n = 993, a = 9, b = 12, \text{ dan } n = 83$)

3) 5, 17, 29, 41, ..., 989 ($U_n = 989, a = 5, b = 12, \text{ dan } n = 83$)

4) Pada putaran ke-empat balik lagi seperti putaran pertama, yakni 1, 13, 25, ..., 997

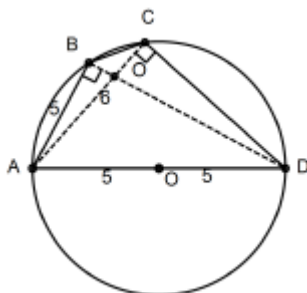
Dengan demikian deret yang terbentuk adalah

1, 5, 9, 13, 17, 21, ..., 997 ($U_n = 997, a = 1, b = 4, \text{ dan } n = 250$)

Jadi, bilangan bulat pada keliling lingkaran yang dimaksud ada

$$1000 - 250 = 750$$

2. Jawaban : D



Menggunakan Teorema Pythagoras pada segitiga ACD diperoleh $CD = 8 \text{ cm}$

Menggunakan Teorema Pythagoras pada segitiga ABD diperoleh $BD = 5\sqrt{3} \text{ cm}$

Menggunakan sifat Ptolomeus:

$$AC \times BD = AD \cdot BC + AB \cdot CD$$

$$6 \cdot 5\sqrt{3} = 10 \cdot BC + 5 \cdot 8$$

$$BC = \frac{30\sqrt{3} - 40}{10} = 3\sqrt{3} - 4$$

Keliling segiempat tali busur ABCD adalah $10 + 5 + 8 + 3\sqrt{3} - 4 = 19 + 3\sqrt{3} \text{ cm}$

3. Jawaban : B

Kemungkinan bilangan yang terbentuk				Banyak cara penyusunan
8	0	0	0	1
7	1	0	0	$2 \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 2 \cdot 3 = 6$
6	2	0	0	$2 \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 2 \cdot 3 = 6$
6	1	1	0	$\frac{3!}{2! \cdot 1!} + 3! = 3 + 6 = 9$
5	3	0	0	$2 \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 2 \cdot 3 = 6$
5	2	1	0	$3 \cdot 3! = 3 \cdot 6 = 18$
5	1	1	1	$1 + \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 1 + 3 = 4$
4	4	0	0	$\frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$
4	3	1	0	$3 \cdot 3! = 3 \cdot 6 = 18$
4	2	2	0	$\frac{3!}{2! \cdot 1!} + 3! = 3 + 6 = 9$
4	2	1	1	$\frac{4!}{2! \cdot 1!} = 12$
3	3	2	0	$3! + \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 6 + 3 = 9$
3	3	1	1	$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$
3	2	2	1	$\frac{4!}{2! \cdot 1!} = 12$
2	2	2	2	1
Total cara penyusunan				120

Jadi bilangan yang memenuhi sifat ini ada sebanyak 120

4. Jawaban : B

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y &= -\frac{4}{63} \text{ dan } y = \frac{1}{2}x - \frac{13}{42} \\ \rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x - \frac{13}{42}\right) &= -\frac{4}{63} \\ \rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x - \frac{13}{42} &= -\frac{4}{63} \\ \rightarrow \frac{2+1}{3}x &= -\frac{4}{63} + \frac{13}{42} \end{aligned}$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{7}$$

$$\text{Sehingga didapat nilai } y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} \right) - \frac{13}{42} = -\frac{5}{21}$$

$$\text{Maka, } x + y = \frac{1}{7} - \frac{5}{21} = \frac{3-5}{21} = -\frac{2}{21}$$

$$\text{Jadi, nilai } x + y \text{ adalah } -\frac{2}{21}$$

5. Jawaban : A

Misalkan $\sqrt{x} = a$, $\sqrt{y} = b$, maka persamaan $4x + y + 4\sqrt{xy} -$

$$36\sqrt{x} - 18\sqrt{y} + 80 = 0,$$

$$\text{menjadi } 4a^2 + b + 4ab - 36a - 18b + 80 = 0$$

$$(4a^2 + b + 4ab) - (36a + 18b) + 80 = 0$$

$$(2a + b)^2 - 18(2a + b) + 80 = 0$$

Ini tidak lain persamaan kuadrat dalam $2a + b$, sehingga dengan pemfaktoran diperoleh,

$$(2a + b - 10)(2a + b - 8) = 0$$

$$2a + b = 10 \text{ atau } 2a + b = 8$$

Agar diperoleh nilai x dan y bilangan bulat maka nilai a dan b juga harus bilangan bulat.

$$\text{Kasus 1: } 2a + b = 10$$

Diperoleh 6 pasangan (a, b) yaitu $(0,10)$, $(1,8)$, $(2,6)$, $(3,4)$, $(4,2)$, dan $(5,0)$

$$\text{Kasus 2: } 2a + b = 8$$

Diperoleh 4 pasangan (a, b) yaitu $(0,8)$, $(1,6)$, $(2,4)$, $(3,2)$, dan $(4,0)$

Ini berarti banyak pasangan (x, y) sama dengan banyak pasangan (a, b) yaitu 11

Jadi banyaknya anggota himpunan penyelesaian dari persamaan tersebut adalah 11

6. Jawaban : D

Misalkan empat bilangan asli ganjil tersebut adalah a, b, c , dan d

$$\text{Sehingga didapat } a + b + c + d = 22$$

Kemudian kita mencari pola untuk mengetahui nilai-nilai dari a, b, c , dan d

1) Apabila nilai dari a, b, c , dan d semuanya berbeda:

$$1 + 3 + 5 + 13 = 22$$

$$1 + 3 + 7 + 11 = 22$$

$$1 + 5 + 7 + 9 = 22$$

2) Apabila nilai dari $a = b$. Sedangkan nilai c dan d berbeda:

Apabila $a = b = 1$

$$1 + 1 + 3 + 17 = 22$$

$$1 + 1 + 5 + 15 = 22$$

$$1 + 1 + 7 + 13 = 22$$

$$1 + 1 + 9 + 11 = 22$$

Apabila $a = b = 3 \rightarrow$ dengan cara yang sama, didapat sebanyak 3

Apabila $a = b = 5 \rightarrow$ dengan cara yang sama, didapat sebanyak 2

Apabila $a = b = 7 \rightarrow$ dengan cara yang sama, didapat sebanyak 1

Apabila $a = b = 9 \rightarrow$ dengan cara yang sama, didapat sebanyak 1

3) Apabila nilai dari $a = b = c$. Sedangkan nilai d berbeda:

Apabila $a = b = c = 1 \rightarrow 1 + 1 + 1 + 19 = 22$ ada sebanyak 1

Apabila $a = b = c = 3 \rightarrow 3 + 3 + 3 + 13 = 22$ ada sebanyak 1

Apabila $a = b = c = 5 \rightarrow 5 + 5 + 5 + 7 = 22$ ada sebanyak 1 ada
sebanyak 4

Apabila $a = b = c = 7 \rightarrow 7 + 7 + 7 + 1 = 22$ ada sebanyak 1

Dengan demikian, semuanya ada sebanyak $3 + 11 + 4 = 18$

Jadi, banyak cara mendapatkan empat bilangan asli ganjil (dengan urutan tidak diperhatikan) yang berjumlah 22 adalah sebanyak 18 cara

7. Jawaban : D

$$a \times b \times c = 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Banyak kemungkinan $\{a, b, c\}$ yang berbeda dapat didaftar sebagai berikut:

No	a	b	c	$\{a, b, c\}$
1	2	3	$5 \times 2 \times 3$	$\{2, 3, 30\}$
2	2	3×2	5×3	$\{2, 6, 15\}$
3	2	3×3	5×2	$\{2, 9, 10\}$
4	2	$3 \times 2 \times 3$	5	$\{2, 18, 5\}$
5	3	$3 \times 2 \times 2$	5	$\{3, 12, 5\}$
6	3	3×2	2×5	$\{3, 6, 10\}$
7	3	2×2	3×5	$\{3, 4, 15\}$
8	2^2	3^2	5	$\{4, 9, 5\}$

Jadi banyak himpunan A yang mungkin adalah 8

8. Jawaban : C

Perhatikan persamaan kuadrat $2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0$

Selanjutnya 168 dapat dituliskan sebagai perkalian dua bilangan

$$168.1 = 84.2 = 56.3 = 42.4 = 28.6 = 24.7 = 21.8 = 14.12$$

Misalkan p dan q adalah faktor dari 168 sehingga $p \times q = 168$

Agar diperoleh akar yang positif maka persamaan kuadrat di atas diselesaikan dengan pemfaktoran menjadi:

$$(2x - p)(x - q) = 0$$

Ini berarti $c - 2015 = -2q - p$ atau $c = 2015 - (p + 2q)$

Diketahui bahwa salah satu akarnya prima

Kasus 1: akar prima tersebut diperoleh dari persamaan $x - q = 0$

untuk $q = 2$, diperoleh $p = 84$, dan $c = 2015 - (84 + 4) = 1927$

untuk $q = 3$, diperoleh $p = 56$, dan $c = 2015 - (56 + 6) = 1953$

untuk $q = 7$, diperoleh $p = 24$, dan $c = 2015 - (24 + 14) = 1977$

Kasus 2: akar prima tersebut diperoleh dari persamaan $2x - p = 0$

untuk $p = 4$, diperoleh $q = 84$, dan $c = 2015 - (84 + 4) = 1927$

untuk $p = 6$, diperoleh $q = 56$, dan $c = 2015 - (56 + 6) = 1953$

Dari kasus 1 dan 2, maka nilai c terbesar yang mungkin adalah 1977

9. Jawaban : A

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ menjadi $A'(y, x)$

Parabola $y = x^2 + 4x - 5$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ menjadi

$$x = y^2 + 4y - 5$$

Parabola $x = y^2 + 4y - 5$ digeser ke arah sumbu-X positif sejauh 2 satuan menjadi

$$x = y^2 + 4y - 5 + 2$$

$$x = y^2 + 4y - 3$$

10. Jawaban : B

Diketahui $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ dengan n genap

$$U_n - a = 34$$

$$a + (n - 1)b - a = 34$$

$$(n - 1)b = 34$$

$$bn - b = 34$$

$$b = bn - 34 \dots\dots\dots (1)$$

Kemudian,

$$U_2 + U_4 + U_6 + \dots + U_n = 50$$

$$U_1 + U_3 + U_5 + \dots + U_{n-1} = 32$$

Kurangkan dua persamaan di atas, diperoleh:

$$(U_2 - U_1) + \dots + (U_n - U_{n-1}) = 18$$

$$b + b + b + \dots + b = 18$$

$$\frac{n}{2}(b) = 18$$

$$bn = 36 \dots\dots\dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2) didapat:

$$b = bn - 34 \text{ dan } bn = 36$$

$$\rightarrow b = 36 - 34$$

$$\rightarrow b = 2 \text{ sehingga } n = 18$$

Jadi, banyak suku pada barisan tersebut adalah 18 suku