

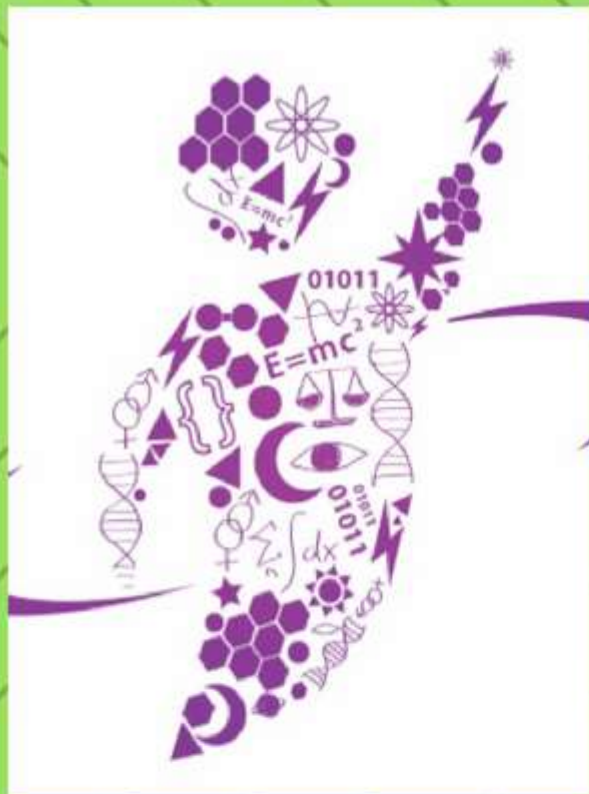
PAKET 2

PELATIHAN ONLINE

2019

SMA KOMPUTER

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 2

1. Setelah diperhatikan, barisan bilangan tersebut memiliki nilai $U_1 = 4$ dan $b = 7$. Sehingga suku ke-2018 dari barisan tersebut sama dengan

$$U_{18} = U_1 + 2017b = 4 + 2017 * 7 = 14123$$

Jawaban : **C**

2. Barisan tersebut memiliki nilai $U_1 = -2018$ dan $b = 4$. Untuk mencari tahu ada berapa bilangan pada barisan tersebut, kita harus mencari nilai n dimana nilai dari U_n adalah 2050.

Berdasarkan definisi barisan aritmatika, maka:

$$U_n = U_1 + (n - 1)b$$

$$2050 = -2018 + (n - 1)4$$

$$4n - 2022 = 2050$$

$$n = 1018$$

Jadi barisan tersebut terdiri dari 1018 bilangan.

Jawaban : **D**

3. Untuk suatu bilangan bulat x , banyaknya bilangan bulat kelipatan 2 atau kelipatan 5 tidak lebih dari x adalah $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{10} \right\rfloor$. Oleh karena itu, pada soal ini kita harus mencari nilai x sehingga $x - \left(\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{10} \right\rfloor \right) = 2019$

Kita perlu mencoba semua kemungkinan jawaban, setelah di cek ternyata nilai x yang memenuhi $x - \left(\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{10} \right\rfloor \right) = 2019$ adalah $x = 5047$

Jawaban : **B**

4. Untuk suatu bilangan bulat x , banyaknya bilangan bulat positif yang merupakan kelipatan 2 atau kelipatan 3 adalah $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{6} \right\rfloor$.

Sehingga, pada soal ini kita harus mencari nilai x dimana $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{6} \right\rfloor = 2019$

Setelah dicoba semua kemungkinan jawaban, nilai x yang memenuhi adalah $x = 3028$

Jawaban : **D**

5. Perhatikan bahwa bilangan-bilangan yang ada pada kotak tersebut membentuk barisan aritmatika dengan $U_1 = 1$ dan $b = 3$.

Bilangan ke-43 dari kiri pada baris ke-100 adalah sama dengan nilai suku ke- $(99 * 50 + 43)$ yaitu suku ke-4993.

$$U_{4993} = U_1 + 4992b = 1 + 4992 * 3 = 14977$$

Jawaban : **D**

6. Bilangan ke-417 dari kanan pada baris ke-1000 sama dengan mencari nilai dari suku ke- $(999 * 500 + 584 = 500084)$

$$U_{500084} = U_1 + 500083b = 1 + 500083 * 3 = 1500250$$

Jawaban : **C**

7. Pada pola tersebut, bilangan terakhir pada baris ke- i adalah i^2 . Sehingga bilangan ke-100 pada baris ke-100 adalah $99^2 + 100 = 9901$

Jawaban : **B**

8. Setelah diamati, barisan bilangan tersebut memenuhi pola

Baris 1: 1

Baris 2: 1, 2

Baris 3: 1, 2, 2,

Baris 4: 1, 2, 2, 2

Baris 5: 1, 2, 2, 2, 2

... dst

Untuk mencari suku ke-2019, kita perlu mencari nilai x sehingga jumlah banyak bilangan pada baris ke-1 hingga baris ke- x mendekati 2019.

x yang memenuhi adalah 63. (Jumlah banyak bilangan dari baris-1 hingga baris-63 adalah 2016)

Sehingga suku ke-2019 adalah bilangan ke-3 dari baris ke-64, yaitu **2**.

.....

.....

Baris 63 : 1, 2, 2, ..., 2

Baris 64 : 1, 2, **2**, ..., 2, 2

Suku ke-2019 = 2

Jawaban : **B**

9. Berdasarkan pola yang ada pada pembahasan soal nomor 8, maka jumlah dari 2019 suku pertama barisan tersebut adalah

$$S_{2019} = 63 + 2 * 62 * \frac{63}{2} + 1 + 2 + 2 = 3974$$

Jawaban : **E**

10. Banyaknya suku untuk bilangan 1 digit : 9

Banyaknya suku untuk bilangan 2 digit : $2 * (99 - 10 + 1) = 180$

Banyaknya suku untuk bilangan 3 digit : $3 * (999 - 100 + 1) = 2700$

Karena total banyaknya suku untuk bilangan dengan maksimal 3 digit sudah lebih dari 2019, berarti suku ke-2019 yang ditulis adalah digit dari suatu bilangan 3 digit.

Misalkan bilangan yang dimaksud adalah x , maka kita harus mencari nilai x sehingga nilai $9 + 180 + 3 * (x - 100 + 1)$ mendekati 2019.

x yang paling mendekati adalah $x = 709$ dan nilai $9 + 180 + 3 * (x - 100 + 1) = 2019$. Oleh karena itu, nilai dari suku ke-2019 adalah digit terakhir dari 709, yaitu 9.

Jawaban : **E**

11. $U_{25} = 91$, sementara yang ditanya oleh soal adalah nilai dari S_{49} .

Dari pengertian barisan aritmatika, maka:

$$S_{49} = \frac{49}{2} (U_1 + U_{49})$$

$$S_{49} = \frac{49}{2} (U_1 + (U_{25} + 24b))$$

$$S_{49} = \frac{49}{2} (U_1 + 24b + U_{25})$$

$$S_{49} = \frac{49}{2} (2U_{25})$$

$$S_{49} = 49 * 91 = 4459$$

Jawaban : **E**

12. Berdasarkan soal, kita bisa mendapatkan dua persamaan yaitu:

$$ar^3 + ar = 260 \dots (1)$$

$$ar^3 + ar^5 = 6500 \dots (2)$$

Perhatikan bahwa persamaan(2) akan sama dengan

$$r^2(ar^3 + ar) = 6500 \dots (3)$$

Substitusi nilai (1) ke persamaan (3), maka:

$$260r^2 = 6500$$

$$r^2 = 25$$

$$r = 5$$

Untuk mendapatkan nilai a , substitusi nilai r ke persamaan 1 sehingga:

$$125a + 5a = 260$$

$$130a = 260$$

$$a = 2$$

Jumlahan barisan dari suku ke-2 sampai ke-6 adalah $ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 = 7810$

Jawaban : **B**

13. Karena 3 bilangan tersebut membentuk barisan geometri yang berurutan, maka kita bisa misalkan bilangan tersebut adalah $\frac{a}{r}$, a , r .
Hasil kali 3 bilangan tersebut adalah 125, maka : $\frac{a}{r} \cdot a \cdot r = 125$ atau $a^3 = 125$
atau $a = 5$

Pada saat yang sama, ketiga bilangan tersebut adalah suku pertama, kedua dan ketujuh, maka :

$$U_1 = \frac{5}{r}, U_2 = 5, U_7 = 5r.$$

Untuk mendapatkan suku ke-8 dari barisan aritmatika tersebut, maka kita perlu mencari nilai r terlebih dahulu.

Dari nilai U_1 , U_2 , dan U_7 , kita bisa mendapatkan:

$$b = U_2 - U_1 \dots (1)$$

$$b = \frac{U_7 - U_2}{5} \dots (2)$$

Dari (1) dan (2), maka:

$$5 - \frac{5}{r} = \frac{5r - 5}{5}$$

$$5 - \frac{5}{r} = r - 1$$

$$5r - 5 = r^2 - r$$

$$r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$(r - 1)(r - 5) = 0$$

Karena barisan geometri tidak mungkin memiliki rasio = 1, maka $r = 5$ dan $b = 4$

Sehingga nilai dari suku ke-8 adalah $U_8 = U_7 + b = 25 + 4 = 29$

Jawaban : **B**

14. Misalkan 5 buah bilangan yang membentuk barisan aritmatika tersebut adalah $a, a + b, a + 2b, a + 3b, a + 4b$.
Bilangan ke-2, ke-3 dan ke-5 membentuk barisan geometri, maka :

$$\frac{a + 2b}{a + b} = \frac{a + 4b}{a + 2b}$$

$$a^2 + 4ab + 4b^2 = a^2 + 4ab + ab + 4b^2$$

$$ab = 0$$

Karena $b \neq 0$, maka $a = 0$.

Jumlah dari kelima bilangan tersebut adalah :

$$a + a + b + a + 2b + a + 3b + a + 4b = 20190$$

$$10b = 20190$$

$$b = 2019$$

Sehingga bilangan kelima tersebut adalah $a + 4b = 0 + 4 * 2019 = 8076$

Jawaban : **C**

15. Tahun ke-0 = 1 betina (total 1 lebah)
Tahun ke-1 = 1 jantan 1 betina (total 2 lebah)
Tahun ke-2 = 2 jantan 2 betina (total 4 lebah)
Tahun ke-3 = 4 jantan 4 betina (total 8 lebah)
...dst

Setelah diamati, untuk tahun ke- x , maka akan didapatkan lebah sebanyak 2^x .

Sehingga banyak lebah yang hidup setelah 16 tahun adalah $= 2^{16} = 65536$

Jawaban : **E**

16. Barisan bilangan 6, 15, 28, 45, 66, ... adalah barisan aritmatika bertingkat 2.
Misalkan rumus suku ke- n dari barisan tersebut adalah $U_n = an^2 + bn + c$.
Substitusi nilai $n = 1, 2$, dan 3 , maka :

$$U_1 = a + b + c = 6 \dots (1)$$

$$U_2 = 4a + 2b + c = 15 \dots (2)$$

$$U_3 = 9a + 3b + c = 28 \dots (3)$$

Kurangi persamaan (2) dengan (1), didapatkan:

$$3a + b = 9 \dots (4)$$

Kurangi persamaan (3) dengan (2), didapatkan:

$$5a + b = 13 \dots (5)$$

Sekarang, kurangkan persamaan (5) dengan (4) lalu didapatkan:

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

Substitusi nilai a ke persamaan (4), maka didapatkan:

$$b = 9 - 3 * a = 9 - 6 = 3$$

Substitusi nilai a dan b ke persamaan (1), maka didapatkan:

$$c = 6 - 3 - 2 = 1$$

Sehingga rumus suku ke- n nya adalah $2n^2 + 3n + 1$

Nilai suku ke-50 nya adalah $2.50^2 + 3.50 + 1 = 5151$

Jawaban : **C**

17. Rumus suku ke- n pada barisan tersebut adalah $U_n = an^2 + bn + c$.
Substitusi nilai $n = 1, 2$, dan 3 maka,

$$U_1 = a + b + c = -106 \dots (1)$$

$$U_2 = 4a + 2b + c = -74 \dots (2)$$

$$U_3 = 9a + 3b + c = -48 \dots (3)$$

Kurangi persamaan (3) dengan (2), maka:

$$5a + b = 26 \dots (4)$$

Kurangi persamaan (2) dengan (1), maka:

$$3a + b = 32 \dots (5)$$

Kurangi persamaan (4) dengan (5), maka :

$$2a = -6$$

$$a = -3$$

Substitusi nilai a ke persamaan (4), maka $b = 26 - 5a = 41$

Substitusi nilai a dan b ke persamaan (1), maka

$$c = -106 - a - b = -144$$

Maka nilai $2a + 5b + c = 2 \cdot -3 + 5 \cdot 41 - 144 = 55$

Jawaban : **D**

18. $U_{25} = -3 \cdot 25^2 + 41 \cdot 25 - 144 = -994$

Jawaban : **C**

19. $U_n = -2918$

$$-3n^2 + 41n - 144 = -2918$$

$$-3n^2 + 41n + 2774 = 0$$

$$(-3n - 73)(n - 38) = 0$$

Karena n adalah bilangan bulat, maka nilai n yang memenuhi adalah $n = 38$

Jawaban: **D**

20. Bilangan terakhir pada barisan tersebut adalah -6398. Oleh karena itu, mencari banyaknya bilangan yang ada pada barisan tersebut sama dengan mencari n dimana $U_n = -6398$

$$U_n = -3n^2 + 41n - 144 = -6398$$

$$-3n^2 + 41n + 6254 = 0$$

$$(-3n - 118)(n - 53) = 0$$

Karena n adalah bilangan bulat, maka nilai n yang memenuhi adalah $n = 53$

Jawaban : **D**

21. Barisan bilangan tersebut adalah barisan aritmatika dengan $U_n = n^2 + n + 1$
Jumlah dari 50 suku pertama barisan tersebut adalah

$$S_{50} = \sum_{i=1}^{50} n^2 + \sum_{i=1}^{50} n + \sum_{i=1}^{50} 1$$

$$S_{50} = \frac{1}{6} \cdot 50 \cdot 51 \cdot 101 + \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 51 + 50$$

$$S_{50} = 44250$$

Jawaban : **C**

22. Total uang yang dikeluarkan Pak Dengklek :

$$total = 1 + 4 + 7 + \dots + 148 + 150 + 152 + 154 + \dots + 248$$

$$total = \frac{50}{2} (1 + 148) + \frac{50}{2} (150 + 248)$$

$$total = 25(149 + 398) = 13675$$

Jawaban : **A**

23. Giliran pertama, iwang menyebutkan 1 bilangan (yaitu 1)

Giliran kedua, bimo menyebutkan 2 bilangan (yaitu 2, 4)

Giliran ketiga, iwang menyebutkan 3 bilangan (yaitu 3, 5, 7)

Giliran keempat, bimo menyebutkan 4 bilangan (yaitu 6, 8, 10, 12)
...dst

Dari sini kita tahu bahwa untuk sampai pada giliran ke- x , banyaknya bilangan yang sudah disebutkan baik oleh bimo atau iwang adalah $\frac{x(x+1)}{2}$.

Sehingga kita harus mencari nilai x terkecil yang mendekati 2019. Nilai x yang memenuhi adalah $x = 63$.

Sampai giliran ke-63, banyak bilangan yang sudah disebutkan adalah 2016. Maka bilangan yang disebutkan ke-2019 adalah bilangan ketiga yang disebut pada giliran ke-64.

Bilangan tersebut adalah $2 * 31 * 32 + 6 = 1990$

Jawaban : **D**

24. Barisan tersebut adalah barisan geometri dengan $a = 3$ dan $r = 4$. Sehingga jumlah 10 suku pertama barisan tersebut adalah

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$
$$S_{10} = \frac{3(4^{10} - 1)}{4 - 1} = 4^{10} - 1 = 1048575$$

Jawaban : **C**

25. Perhatikan bahwa nilai dari $1 \times 30 + 3 \times 28 + 5 \times 26 + \dots + 29 \times 2$ dapat diubah menjadi

$$\sum_{i=1}^{15} (2i - 1)(32 - 2i)$$

Bentuk di atas, dapat kita pecah menjadi:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{15} (2i - 1)(32 - 2i) &= \sum_{i=1}^{15} -4i^2 + 66i - 32 \\ &= \sum_{i=1}^{15} -4i^2 + \sum_{i=1}^{15} 66i + \sum_{i=1}^{15} (-32) \\ &= -4 \cdot \left(\frac{1}{6} \cdot 15 \cdot 16 \cdot 31 \right) + 66 \cdot \frac{15 \cdot 16}{2} - 32 \cdot 15 \\ &= -4960 + 7920 - 480 \\ &= 2480 \end{aligned}$$

Jawaban : **A**

26. Mirip dengan soal nomor 25, bentuk menjadai $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + 25 \times 26 \times 27$ dapat diubah menjadi

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^{26} (i - 1)i(i + 1) &= \sum_{i=2}^{26} i^3 - i = \sum_{i=2}^{26} i^3 - \sum_{i=2}^{26} i \\ &= (1 + 2 + \dots + 26)^2 - 1 - \left(26 * \frac{27}{2} - 1 \right) = 122850 \end{aligned}$$

Jawaban : **D**

27. Misalkan umur Andi sekarang adalah A dan umur Budi sekarang adalah B .

Berdasarkan soal, maka:

$$(A - 2)(B - 2) = 30 \dots (1)$$

$$(A + 2)(B + 2) = 58 \dots (2)$$

Perhatikan, persamaan (1) akan sama dengan $AB - 2A - 2B + 4 = 30$

Dan persamaan (2) akan sama dengan $AB + 2A + 2B + 4 = 58$

Kurangi persamaan (2) dengan (1), didapatkan:

$$4A + 4B = 28$$

$$A + B = 7$$

Yang ditanyakan soal adalah jumlah umur Andi dan Budi 3 tahun mendatang, maka yang dicari soal adalah $(A + 3) + (B + 3) = A + B + 6$

Karena $A + B = 7$, maka jumlah umur Andi dan Budi 3 tahun mendatang adalah $7 + 6 = 13$

Jawaban : **C**

28. Misalkan S adalah jarak dari rumah ke sekolah. Saat ada angin yang berhembus dari rumah ke sekolah dengan kecepatan b km/jam, maka :

$$S = 3(a + b) \dots (1)$$

$$\text{Saat Andi pulang, maka } S = 4(a - b) \dots (2)$$

Dari (1) dan (2), maka didapatkan $a = 7b$ dan $S = 24b$.

Saat tidak ada angin yang berhembus, maka waktu yang dibutuhkan Andi untuk pergi ke sekolah adalah $S/a = 24b / 7b = 24/7$

Jawaban : **D**

29. Dapat diamati bahwa suku ke- n pada deret tersebut adalah $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

$$\text{Perhatikan bahwa bentuk } \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$$

Sehingga deret pada soal menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51 \cdot 52} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} - \frac{1}{51 \cdot 52} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{51 \cdot 52} \right) = \frac{1325}{5304} \end{aligned}$$

Dari sini, didapatkan bahwa nilai $a = 1325$ dan $b = 5304$.

Sehingga nilai $b - a = 5304 - 1325 = 3979$

Jawaban : **C**

30. Ketiga persamaan pada soal dapat diubah menjadi:

$$(x + 1)(y + 1) = 336 \dots (1)$$

$$(x + 1)(z + 1) = 420 \dots (2)$$

$$(y + 1)(z + 1) = 720 \dots (3)$$

Kalikan ketiga persamaan diatas, maka didapatkan:

$$\begin{aligned}((x + 1)(y + 1)(z + 1))^2 &= 10080^2 \\(x + 1)(y + 1)(z + 1) &= 10080 \dots (4)\end{aligned}$$

Bagi persamaan (4) dengan (1), maka didapatkan:

$$(z + 1) = 30 \text{ atau } z = 29$$

Bagi persamaan (4) dengan (2), maka didapatkan:

$$(y + 1) = 24 \text{ atau } y = 23$$

Bagi persamaan (4) dengan (3), maka didapatkan:

$$(x + 1) = 14 \text{ atau } x = 13$$

Sehingga nilai dari $2x - y + z = 2.13 - 23 + 29 = 32$

Jawaban : **C**