

2019

SMA
MATEMATIKA



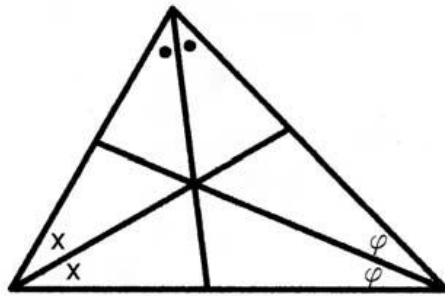
085223273373

PAKET 14

A. Garis-garis pada segitiga

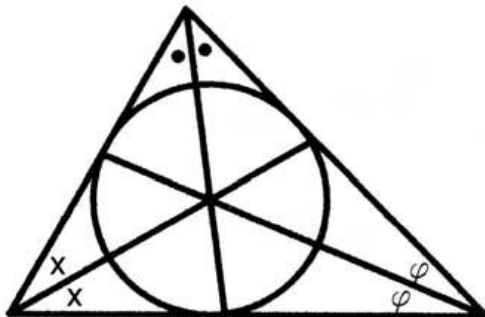
a. Garis Bagi.

Garis bagi adalah suatu garis yang ditarik dari salah satu titik sudut dan membagi sudut tersebut menjadi dua bagian yang sama besar.

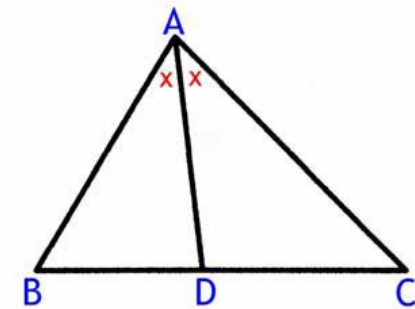


Sifat-sifat yang berhubungan dengan ketiga garis bagi dalam $\triangle ABC$:

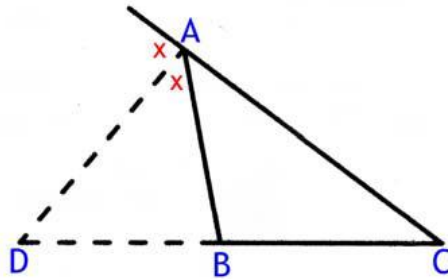
- (i) Ketiga garis bagi bertemu di satu titik.
- (ii) Pertemuan ketiga garis bagi merupakan titik pusat lingkaran dalam $\triangle ABC$. Lingkaran dalam segitiga adalah lingkaran yang menyinggung bagian dalam ketiga sisi segitiga.



- (iii) Misalkan garis bagi dalam dibuat dari titik A memotong sisi BC di D maka berlaku $\frac{BA}{AC} = \frac{BD}{DC}$.

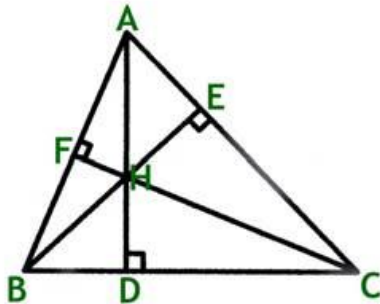


- (iv) Misalkan juga garis bagi luar dibuat dari titik A memotong perpanjangan sisi BC di D maka juga berlaku $\frac{BA}{AC} = \frac{BD}{DC}$.



b. Garis Tinggi.

Garis tinggi adalah suatu garis yang ditarik dari salah satu titik sudut dan memotong tegak lurus sisi di hadapannya.

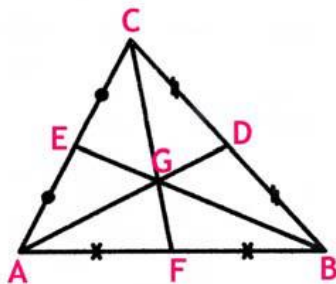


Sifat-sifat yang berhubungan dengan ketiga garis tinggi dalam ΔABC :

- Ketiga garis tinggi bertemu di satu titik.
- Misalkan AD adalah garis tinggi dari ΔABC maka $\angle BDA = \angle CDA = 90^\circ$.

c. Garis Berat.

Garis Berat (disebut juga median) adalah suatu garis yang ditarik dari salah satu titik sudut dan memotong pertengahan sisi di hadapannya.



Sifat-sifat yang berhubungan dengan ketiga garis berat dalam ΔABC :

- Ketiga garis berat bertemu di satu titik.
- Perpotongan ketiga garis berat merupakan titik berat ΔABC .

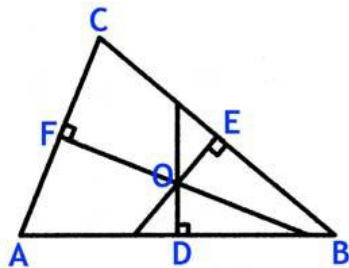
(iii) Misalkan ketiga garis berat (garis AD, BE dan CF) berpotongan di titik G maka berlaku $AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1$.

(iv) Misalkan koordinat titik sudut $\triangle ABC$ adalah

$A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ dan $C(x_C, y_C)$ maka koordinat titik berat $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, \frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$.

d. Garis Sumbu.

Garis Sumbu adalah suatu garis yang ditarik tegak lurus dari pertengahan salah satu sisi dan memotong sisi di hadapannya.

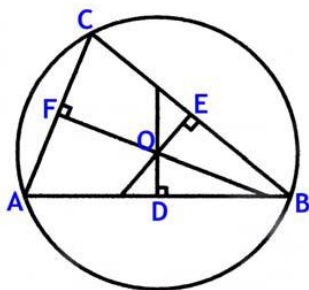


Pada gambar di atas, titik D, E dan F berturut-turut adalah pertengahan sisi AB, BC dan AC.

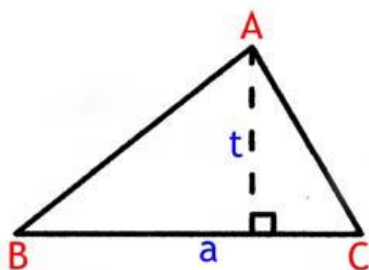
Sifat-sifat yang berhubungan dengan ketiga garis sumbu dalam $\triangle ABC$:

(i) Ketiga garis sumbu bertemu di satu titik.

(ii) Perpotongan ketiga garis sumbu merupakan pusat lingkaran luar $\triangle ABC$.



B. Luas Segitiga

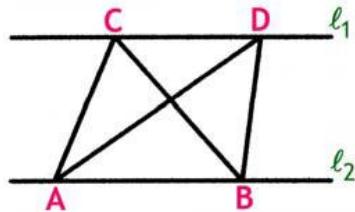


Misalkan $\triangle ABC$ memiliki panjang alas = a dan tinggi = t maka

$$\text{Luas segitiga} = [ABC] = \frac{1}{2}at$$

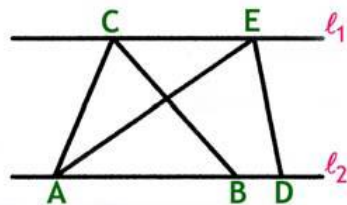
Dari persamaan di atas akan didapat

(i) Dua buah segitiga yang alas dan tingginya sama panjang akan memiliki luas yang sama.



Sebagai contoh, perhatikan gambar. Garis l_1 dan l_2 adalah dua garis yang sejajar. Akibatnya tinggi $\triangle ABC$, $\triangle ABD$ akan sama. Karena panjang alasnya sama yaitu AB maka $\triangle ABC$, $\triangle ABD$ keduanya memiliki luas yang sama. Sebagai tambahan, misalkan perpotongan kedua segitiga di titik E , maka luas $\triangle ACE$ = Luas $\triangle BDE$.

(ii) Dua buah segitiga yang alas atau tingginya sama maka perbandingan luasnya berturut-turut dapat dinyatakan sebagai perbandingan tinggi atau alasnya.



Sebagai contoh, perhatikan gambar. Garis l_1 dan l_2 adalah dua garis yang sejajar. Akibatnya tinggi $\triangle ABC$, $\triangle ADE$ akan sama. Maka perbandingan luas $\triangle ABC$ dan $\triangle ADE$ dapat dinyatakan sebagai perbandingan alas.

$$\frac{\text{Luas } \triangle ABC}{\text{Luas } \triangle ADE} = \frac{AB}{AD}.$$

b. Diketahui dua sisi dan satu sudut yang mengapit kedua sisi tersebut.

Misalkan $\triangle ABC$ memiliki sisi-sisi a , b dan c serta titik sudut A , B dan C .

$$\text{Luas segitiga } ABC = [ABC] = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}bc \sin A$$

c. Diketahui ketiga sisi.

Misalkan $\triangle ABC$ memiliki sisi-sisi a , b dan c

Luas segitiga ABC dapat dihitung dengan menggunakan rumus Heron yaitu

$$\text{Luas segitiga} = [ABC] = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{dengan } s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

- C. Hubungan antara luas segitiga dengan jari-jari lingkaran dalam dan jari-jari lingkaran luar segitiga

Ada hubungan antara luas segitiga dengan jari-jari lingkaran dalam dan jari-jari lingkaran luar.

$$\text{Luas segitiga } ABC = [ABC] = \frac{1}{2}r(a + b + c) = rs$$

$$\text{Luas segitiga } ABC = [ABC] = \frac{abc}{4R}$$

SOAL

1. Tentukan jumlah

$$\sum_{n=1}^{1994} (-1)^n \frac{n^2 + n + 1}{n!}$$

Jawaban boleh dinyatakan dalam faktorial.

- a. $-1 + \frac{1995}{1994!}$
- b. $1 - \frac{1995}{1994!}$
- c. $1 + \frac{1995}{1994!}$
- d. $-1 - \frac{1995}{1994!}$

2. Jika α, β dan γ adalah akar-akar persamaan $x^3 - x - 1 = 0$ tentukan

$$\frac{1+\alpha}{1-\alpha} + \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$$

- a. -1
- b. -3
- c. -5
- d. -7

3. Tentukan banyaknya semua penyelesaian sistem persamaan berikut.

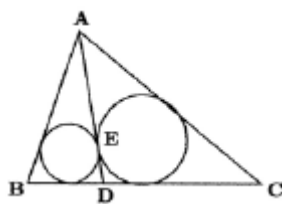
$$\begin{cases} \frac{4x^2}{1+4x^2} = y \\ \frac{4y^2}{1+4y^2} = z \\ \frac{4z^2}{1+4z^2} = x \end{cases}$$

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4

4. Segitiga ABC adalah segitiga sama kaki dengan $AB = AC$. Garis bagi dari titik B memotong AC di D dan diketahui bahwa $BC = BD + AD$. Tentukan besar $\angle A$.

- a. 60°
- b. 75°
- c. 100°
- d. 120°

5. Berapa banyak pasangan bilangan bulat positif x, y dengan $x \leq y$ yang memenuhi $FPB(x, y) = 5!$ dan $KPK(x, y) = 50!$
- 2^{14}
 - 2^{15}
 - 5^{14}
 - 5^{15}
6. Bilangan a, b, c adalah digit-digit dari suatu bilangan yang memenuhi $49a + 7b + c = 286$. Berapakah nilai b yang memenuhi?
- 3
 - 5
 - 7
 - 9
7. Jika $\log_{2n}(1994) = \log_n(486\sqrt{2})$, tentukan nilai n^6 .
- $3^{10} \cdot 2^6$
 - $3^{15} \cdot 2^6$
 - $3^{20} \cdot 2^6$
 - $3^{25} \cdot 2^6$
8. Dua dadu dengan sisinya dicat merah atau biru. Dadu pertama terdiri dari 5 sisi merah dan 1 sisi biru. Ketika kedua dadu tersebut dilempar, peluang munculnya sisi dadu berwarna sama adalah $\frac{1}{2}$. Ada berapa banyak sisi dadu kedua yang berwarna merah ?
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
9. Segitiga ABC memiliki sisi $AB = 137$, $AC = 241$ dan $BC = 200$. Titik D terletak pada sisi BC sehingga lingkaran dalam $\triangle ABD$ dan lingkaran dalam $\triangle ACD$ menyinggung sisi AD di titik yang sama, yaitu E. Tentukan panjang CD.



- 122

- b. 132
- c. 142
- d. 152

10. Sebuah trapesium DEFG dengan sebuah lingkaran dalam menyinggung keempat sisinya dan berjari-jari 2 serta berpusat di C. Sisi DE dan GF adalah sisi yang sejajar dengan $DE < GF$ dan $DE = 3$. Diketahui bahwa $\angle DEF = \angle EFG = 90^\circ$. Tentukan luas trapesium.

- a. 12
- b. 15
- c. 16
- d. 18