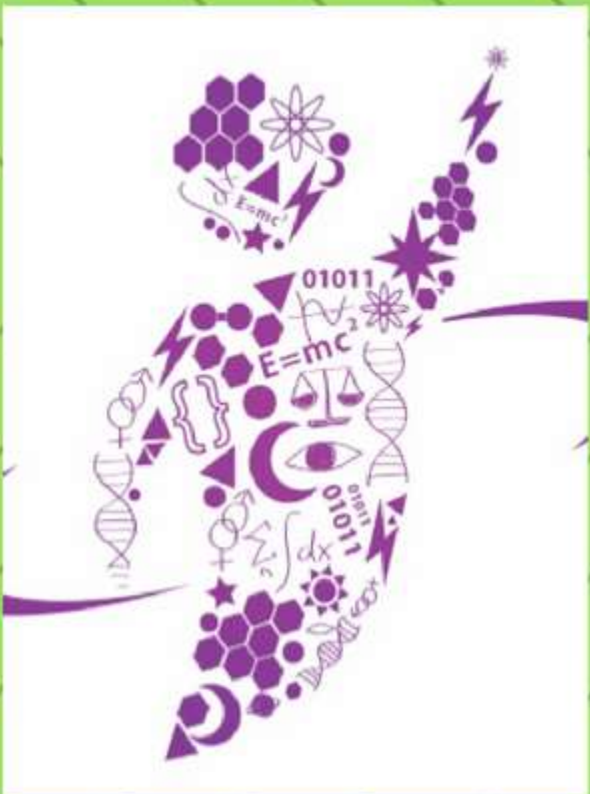
**PAKET 2**

# PELATIHAN ONLINE

# 2019

## SMA
## MATEMATIKA

po.alcindonesia.co.id



**WWW.ALCINDONESIA.CO.ID**

**@ALCINDONESIA**

**085223273373**

**PEMBAHASAN PAKET 2**

1. Jawaban : A
   Misalkan $U_n = a + (n - 1)b$, maka
   $U_k = a + (k - 1)b = t \quad . \quad . \quad . \quad (1)$
   $U_t = a + (t - 1)b = k \quad . \quad . \quad . \quad (2)$
   Kurangkan persamaan (1) ke (2):
   $(k - t)b = t - k$
   $b = -1$
   Jumlahkan persamaan (1) dan (2) :
   $2a + (t + k - 2)b = t + k$
   $2a + 2 = 2(t + k)$
   $a + 1 = t + k$
   Maka, nilai suku ke-(k + t), $U_{k+t} = a + (t + k - 1)b = a + (a + 1 - 1)(-1) = 0$
2. Jawaban : C
   Misalkan ketiga bilangan yang membentuk barisan aritmatika tersebut adalah a – b, a, a + b.
   Maka, barisan (a – b), (a – 5), (a + b) merupakan barisan geometri dengan rasio 2.
   Sehingga berlaku : $r = \frac{a-5}{a-b} = \frac{a+b}{a-5}$
   $(a - b)^2 = (a - b)(a + b)$
   $a^2 - 10a + 25 = a^2 - b^2$
   $10a = b^2 + 25 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$
   Karena rasio barisan geometri sama dengan 2, maka
   $a - 5 = 2(a - b)$
   $a = 2b - 5 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$
   Substitusikan persamaan (2) ke (1):
   $10(2b - 5) = b^2 + 25$
   $(b - 5)(b - 15) = 0$
   Maka, b = 5 atau b = 15
   Jika b = 5, maka a = 5 sehingga barisan aritmatikanya 0, 5, 10. Akan tetapi barisan geometri yang terbentuk 0, 0, 10. Kontradiksi bahwa rasio geometri 2.
   Jika b = 15, maka a = 40 sehingga barisan aritmakanya 10, 25, 40 dan barisan geometrinya 10, 20, 40.
   Maka, jumlah ketiga barisan tersebut adalah 10 + 25 + 40 = 75
3. Jawaban : D
   $5^{(a_{n+1}-a_n)} = 1 + \dfrac{1}{n+\frac{2}{3}} = \dfrac{3n+5}{3n+2}$
   $(a_k - a_{k-1}) + (a_{k-1} - a_{k-2}) + \cdots + (a_2 - a_1) = {}^5\log\left(\frac{3(k-1)+5}{3(k-1)+2} \cdot \frac{3(k-2)+5}{3(k-2)+2} \cdot \cdots \cdot \frac{3\cdot1+5}{3\cdot1+2}\right)$
   $a_k - a_1 = {}^5\log\left(\frac{3k+2}{3k-1} \cdot \frac{3k-1}{3k-4} \cdot \cdots \cdot \frac{3\cdot1+5}{3\cdot1+2}\right) = {}^5\log\left(\frac{3k+2}{5}\right)$
   $a_k - 1 = {}^5\log(3k + 2) - 1$
   $a_k = {}^5\log(3k + 2)$
   Agar $a_k$ bulat maka $3k + 2 = 5^p$ untuk suatu p bulat positif.
   Jika p = 1 maka k = 1.
   Jika p = 2 maka 3k = 23, maka $k = \frac{23}{3}$ (tidak memenuhi)
   Jika p = 3 maka 3k = 123 sehingga k = 41.
4. Jawaban : B
   $x_k = \frac{1}{k2+k} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

dengan prinsip teleskopik untuk $x_m + x_{m+1} + \cdots + x_n = \frac{1}{29}$, diperoleh :

$(\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}) + (\frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2}) + (\frac{1}{m+2} - \frac{1}{m+3}) + \ . \ . \ . + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{1}{29}$

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{29}$$

$mn + 30m - 29n = 29$

$(m - 29)(n + 30) = -29^2$

Karena n bulat positif maka $0 < m < 29$.

Nilai $m - 29$ yg mungkin adalah $-1$ sehingga $n + 30 = 29^2$.

pasangan (m, n) yg memenuhi adalah (28, 811)

5. Jawaban : C

$^9\log a_1 + {}^9\log a_2 + \cdots + {}^9\log a_{12} = 2019$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \cdots \cdot a_{12} = 3^{4038}$

$a \cdot ar \cdot ar^2 \cdot \cdots \cdot ar^{11} = 3^{4038}$

$a^{12} \cdot r^{66} = 3^{4038}$

$a^2 \cdot r^{11} = 3^{673}$

Maka solusi pasangan (a, r) akan berbentuk $a = 3^m$ dan $r = 3^n$ untuk suatu bilangan bulat tak negatif m dan n. sama halnya kita mencari banyaknya pasangan (m, n).

$2m + 11n = 673$

$2m = 673 - 11n$

$$\mathrm{m} = \frac{673 - 11\mathrm{n}}{2}$$

Karena m adalah bilangan bulat negatif, maka haruslah n ganjil dan $673 - 11n \geq 0$

Maka, $673 \geq 11n$ atau $62 > n$ karena n bilangan bulat

Karena n ganjil dan $n < 62$ maka banyaknya nilai n yang memenuhi ada 31

Jadi, banyaknya pasangan (a, r) yang memenuhi ada 31.

6. Jawaban : E

Misal ketiga barisan aritmatika tersebut adalah $a - b$, $a$, $a + b$. Kuadratnya adalah $(a - b)^2$, $a^2$, $(a + b)^2$

Maka, $a^2 + b^2 - 2ab = 36 + k$ . . . (1)

$a^2 = 300 + k$ . . . (2)

$a^2 + b^2 + 2ab = 596 + k$ . . . (3)

Kurangkan persamaan (2) ke (1) : $a^2 - (a^2 + b^2 - 2ab) = (300 + k) - (36 + k)$

$b(2a - b) = 264$ . . . (4)

Kurangkan persamaan (3) ke (2) : $a^2 + b^2 + 2ab - (a^2) = (596 + k) - (300 + k)$

$b(2a + b) = 296$ . . . (5)

Dari persamaan (4) dan (5), diperoleh

$296(2a - b) = 264(2a + b)$

$592a - 296b = 528a + 264b$

$$\mathrm{a} = \frac{35}{4}\mathrm{b}$$

Substitusikan nilai a ke persamaan (4), sehingga diperoleh nilai $b = \pm 4$ dan $a = \pm 35$

Maka, $a^2 = (\pm 35)^2 = 1225 = 300 + k$. Sehingga nilai $k = 1225 - 300 = 925$

7. Jawaban : A

Perhatikan bahwa :

$$\frac{k+2}{k! + (k+1)! + (k+2)!} = \frac{k+2}{k!\,(1 + (k+1) + (k+1)(k+2))} = \frac{k+2}{k!\,(k+2)(k+2)}$$

$$\frac{k+2}{k!+(k+1)!+(k+2)!}=\frac{1}{k!\,(k+2)}=\frac{k+1}{(k+2)!}=\frac{(k+2)-1}{(k+2)!}$$
$$\frac{k+2}{k!+(k+1)!+(k+2)!}=\frac{1}{(k+1)!}-\frac{1}{(k+2)!}$$
Misalkan
$$x=\frac{1}{2}-\frac{3}{1!+2!+3!}-\frac{4}{2!+3!+4!}-\frac{5}{3!+4!+5!}-\ .\ .\ .-\frac{2018}{2016!+2017!+2018!}$$
$$x=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}\right)-\left(\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}\right)-\left(\frac{1}{4!}-\frac{1}{5!}\right)-\ .\ .\ .\ .-\left(\frac{1}{2017!}-\frac{1}{2018!}\right)$$
$$x=\frac{1}{2018!}$$

8. Jawaban : A
   Kita lihat pola untuk setiap barisan $a_n$:
   $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$
   $a_3 = a_2 - a_1$
   $a_4 = a_3 - a_2 = -a_1$
   $a_5 = a_4 - a_3 = -a_2$
   $a_6 = a_5 - a_4 = a_1 - a_2$
   $a_7 = a_6 - a_5 = a_1$
   $a_8 = a_7 - a_6 = a_2$
   Jadi, $a_n$ untuk $n \in N$ berulang dengan periode 6.
   $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = (a_1) + (a_2) + (a_2 - a_1) + (-a_1) + (-a_2) + (a_1 - a_2) = 0$.
   - $S_{1945} = 2018$
     1945 = 6 . 324 + 1
     Karena 1945 bersisa 1 jika dibagi 6, maka $S_{1945} = S_1 = a_1 = 2018$ . . . (1)
   - $S_{2018} = 1945$
     2018 = 6 . 336 + 2
     Karena 2018 bersisa 2 jika dibagi 6, maka $S_{2018} = S_2 = a_1 + a_2 = 1945$
     Karena $a_1 = 2018$, maka $a_2 = -73$

   Untuk $S_{2001}$, jumlah 2001 bilangan pertama. 2001 = 6 . 333 + 3.
   Karena 2001 bersisa 3 jika dibagi 6, maka $S_{2001} = S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_2 + (a_2 - a_1)$
   $S_{2001} = 2a_2 = 2(-73) = -146$
9. Jawaban : C
   Karena a, b, c membentuk barisan aritmatika maka b = a + k dan c = a + 2k untuk suatu nilai k. Karena $0 < a < b < c < d$ serta $a, b, c, d \in N$ maka $k \in N$.
   Karena b, c, d membentuk barisan geometri dan b = a + k serta c = a + 2k
   maka $d = cr = \frac{(a+2k)^2}{a+k}$ . . . (1)
   d – a = 30
   $\frac{(a+2k)^2}{a+k} - a = 30$
   $(a + 2k)^2 - a(a + k) = 30(a + k)$
   $4k^2 = 30a + 30k - 3ak$
   $2k(2k - 15) = 3a(10 - k)$
   Karena a dan k positif maka haruslah ($2k - 15 < 0$ dan $10 - k < 0$) atau ($2k - 15 > 0$ dan $10 - k > 0$)
   - Jika $2k - 15 < 0$ dan $10 - k < 0$ maka $k < \frac{15}{2}$ dan $k > 10$ yang tidak mungkin terpenuhi.

- Jika $2k - 15 > 0$ dan $10 - k > 0$ maka $\frac{15}{2} < k < 10$ . . . (1)
  Karena $4k^2 = 30a + 30k - 3ak$ maka
  $4k^2 = 3(10a + 10k - ak)$
  Karena k bulat maka k bilangan kelipatan 3 . . . (2)
  Dari (1) dan (2) didapat nilai k yang mungkin hanyalah $k = 9$ sehingga $a = 18$.
  Jadi, $a = 18$, $b = 27$, $c = 36$ dan $d = 48$.
  Maka $a + b + c + d = 129$

10. Jawaban : E
    Bentuk barisan tersebut adalah 1000, n, 1000 – n, 2n – 1000, 2000 – 3n, 5n – 3000, 5000 – 8n, 13n – 8000, 13000 – 21n, 34n – 21000, 34000 – 55n, 89n – 55000, 89000 – 144n.
    Untuk pengecekan syarat adalah dengan menggunakan bahwa $U_n \geq 0$
    - Jelas bahwa $n \geq 0$ untuk syarat $U_2 \geq 0$
    - Syarat 3 bilangan pertama adalah $0 \leq n \leq 1000$ karena $U_3 = 1000 - n \geq 0$
    - Syarat bilangan ke-4 adalah $n \geq 500$ karena $U_4 = 2n - 1000 \geq 0$. Jadi, syarat 4 bilangan pertama adalah $500 \leq n \leq 1000$. Begitu juga seterusnya sehingga menghasilkan nilai n tertentu.
    - Syarat bilangan ke-5 adalah $n < 667$. Jadi, syarat 5 bilangan pertama adalah $500 \leq n < 667$.
    - Syarat bilangan ke-6 adalah $n \geq 600$. Jadi, syarat 6 bilangan pertama adalah $600 \leq n < 667$.
    - Syarat bilangan ke-7 adalah $n \leq 625$. Jadi, syarat 7 bilangan pertama adalah $600 \leq n \leq 625$.
    - Syarat bilangan ke-8 adalah $n > 615$. Jadi, syarat 8 bilangan pertama adalah $615 < n \leq 625$.
    - Syarat bilangan ke-9 adalah $n \leq 619$. Jadi, syarat 9 bilangan pertama adalah $615 < n \leq 619$.
    - Syarat bilangan ke-10 adalah $n > 617$. Jadi, syarat 10 bilangan pertama adalah $617 < n \leq 619$.
    - Syarat bilangan ke-11 adalah $n \leq 618$. Jadi, syarat 11 bilangan pertama adalah $617 < n \leq 618$

    Jadi, nilai n yang memenuhi panjang barisan tersebut maksimal adalah $n = 618$.
    Ketika disubstitusikan nilai $n = 618$ pada $U_n$ diperoleh barisannya 1000, 618, 382, 236, 146, 90, 56, 34, 22, 12, 10, 2, 8, -6 yang berarti panjang barisan tersebut 13.