

PAKET 7

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMP
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PERSAMAAN LINGKARAN

1) Persamaan lingkaran berpusat di $(0,0)$ dan (a,b)

Lingkaran adalah kumpulan titik-titik yang memiliki jarak yang sama terhadap suatu titik tertentu, yaitu pusat lingkaran. Jadi ada dua hal yang sangat berkaitan dengan lingkaran yaitu jari-jari lingkaran, R , dan pusat lingkaran.

Dari pengertian lingkaran tersebut jika diturunkan akan didapat persamaan: $x^2 + y^2 = r^2$ yang merupakan persamaan lingkaran berpusat di $(0,0)$ dan berjari-jari r .

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ yang merupakan persamaan lingkaran berpusat di (a,b) dan berjari-jari r .

Jika persamaan $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dijabarkan akan didapat persamaan umum lingkaran yang berbentuk :

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Salah satu cara menentukan persamaan lingkaran jika diketahui pusat lingkaran dan persamaan garis yang menyinggung lingkaran tersebut adalah dengan memanfaatkan rumus jarak titik ke suatu garis lurus sebab jarak titik pusat ke garis singgung tersebut adalah merupakan jari-jari lingkaran.

Misalkan suatu garis lurus memiliki persamaan $Ax + By + C = 0$. Maka rumus jarak titik (x_1, y_1) ke garis tersebut adalah

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

2) Hubungan antara titik dengan lingkaran

Misalkan terdapat lingkaran dengan persamaan $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dan titik (p, q) . Maka hubungan titik (p, q) dengan $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ akan memiliki tiga kemungkinan hubungan :

a) Jika $(p - a)^2 + (q - b)^2 < r^2$ maka titik (p, q) terletak di dalam lingkaran

b) Jika $(p - a)^2 + (q - b)^2 = r^2$ maka titik (p, q) terletak pada lingkaran

c) Jika $(p - a)^2 + (q - b)^2 > r^2$ maka titik (p, q) terletak di luar lingkaran

3) Hubungan antara garis lurus dengan lingkaran

Misalkan diketahui suatu garis lurus $y = mx + c$ dan lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Bagaimana hubungan antara garis lurus dan lingkaran tersebut ?

Substitusikan persamaan $y = mx + c$ ke persamaan lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ sehingga didapat suatu persamaan kuadrat dalam peubah x , yaitu $Ax^2 + Bx + C = 0$.

Dari persamaan tersebut dapat dihitung diskriminan $= B^2 - 4AC$.

- (i) Jika $B^2 - 4AC < 0$ maka garis lurus tidak memotong lingkaran
 - (ii) Jika $B^2 - 4AC = 0$ maka garis lurus menyinggung lingkaran
 - (iii) Jika $B^2 - 4AC > 0$ maka garis lurus memotong lingkaran di dua titik
- Prinsip nilai diskriminan di atas tidak hanya dapat digunakan untuk mencari hubungan antara garis lurus dengan lingkaran tetapi juga hubungan antara garis lurus dengan irisan kerucut yang lain seperti parabola, elips maupun hiperbola.

4) Persamaan Garis Singgung pada Lingkaran

a) Garis singgung lingkaran dengan gradien tertentu

Misalkan diketahui bahwa garis singgung tersebut memiliki gradien m . Maka persamaan garis singgung dapat dinyatakan dengan

- (i) Untuk lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$

$$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

- (ii) Untuk lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

b) Garis Singgung melalui titik pada lingkaran

Misalkan titik (x_1, y_1) terletak pada lingkaran maka persamaan garis singgung yang melalui titik tersebut dapat ditentukan dengan

- (i) Untuk lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$

$$x_1x + y_1y = r^2$$

- (ii) Untuk lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$

c) Persamaan Garis Singgung melalui titik di luar lingkaran

Untuk menentukan persamaan garis singgung ini dapat dilakukan dengan beberapa cara :

- (i) Dengan mencari rumus diskriminan lalu memanfaatkan pengertian hubungan antara garis lurus dengan lingkaran
- (ii) Dengan menggunakan persamaan garis polar
- (iii) Dengan memanfaatkan persamaan garis singgung dengan gradien m untuk mencari nilai m

SOAL

1. Misalkan $f(x) = 209 - x^2$. Jika terdapat dua bilangan bulat positif a dan b dengan $a < b$ sehingga $f(ab) = f(a + 2b) - f(a - 2b)$, maka nilai $b - a = \dots$
 - a. 20
 - b. 19
 - c. 18
 - d. 17
2. Jika x adalah jumlah 99 bilangan ganjil terkecil yang lebih besar dari 2011 dan y adalah jumlah 99 bilangan genap terkecil yang lebih besar dari 6, maka $x + y = \dots$
 - a. 219438
 - b. 219834
 - c. 219483
 - d. 219384
3. Perhatikan gambar berikut. Suatu lingkaran berjari-jari 2 satuan berpusat di A. Suatu persegi memiliki titik sudut di A dan satu titik sudut yang lain di lingkaran. Di dalam persegi tersebut terdapat lingkaran yang menyinggung keempat sisi persegi. Di dalam lingkaran terdapat persegi yang keempat titik sudutnya berada di lingkaran tersebut. Di dalam persegi ini terdapat lingkaran yang menyinggung keempat sisi persegi. Luas daerah yang diarsir sama dengan ...

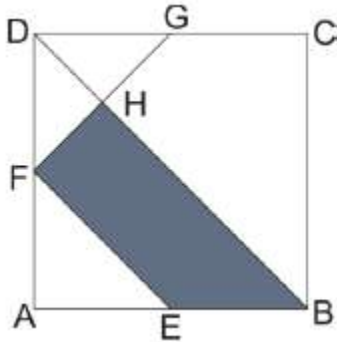


- a. $4 - \frac{3}{4}\pi$
 - b. $4 - \frac{4}{3}\pi$
 - c. $3 - \frac{4}{3}\pi$
 - d. $3 - \frac{3}{4}\pi$
4. Terdapat bilangan ribuan dengan jumlah angka-angkanya 8. Contoh bilangan ini adalah 1232. Bilangan yang memenuhi sifat ini ada sebanyak
 - a. 125
 - b. 120
 - c. 154
 - d. 160
 5. Jumlah tiga bilangan adalah 19. Jika bilangan pertama dan bilangan kedua masing-masing dikurangi 1, maka diperoleh dua bilangan

dengan rasio 1 : 3. Jika bilangan kedua dan ketiga masing-masing ditambah 3, maka diperoleh dua bilangan dengan rasio 5 : 6. Selisih bilangan terbesar dan terkecil adalah ...

- a. 4
- b. 5
- c. 6
- d. 7

6. Diketahui luas persegi ABCD adalah 25 m^2 . Jika E, F, G masing-masing adalah titik tengah AB, AD, dan CD seperti pada gambar berikut, maka luas trapezium BHFE adalah ... m^2



- a. $\frac{125}{16} \text{ m}^2$
 - b. $\frac{225}{16} \text{ m}^2$
 - c. $\frac{16}{120} \text{ m}^2$
 - d. $\frac{115}{16} \text{ m}^2$
7. Misalkan x adalah suatu bilangan bulat dan $x^2 + 5x + 6$ adalah suatu bilangan prima, maka banyak nilai x yang memenuhi adalah
- a. 0
 - b. 1
 - c. 2
 - d. 3
8. Diketahui segitiga sama sisi dengan panjang sisi 10 cm . Jika dibuat lingkaran yang berpusat di titik tengah salah satu sisi segitiga dengan jari-jari 5 cm, maka luas daerah di dalam lingkaran dan di luar segitiga adalah..... cm
- a. $\frac{25}{2} \left(\frac{5\pi}{2} - \sqrt{3} \right)$
 - b. $\frac{25}{2} \left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$
 - c. $\frac{25}{2} \left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{2} \right)$
 - d. $\frac{25}{3} \left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$
9. Lima angka yakni 1, 2, 3, 4, dan 5 dapat disusun semuanya tanpa pengulangan menjadi 120 bilangan berbeda. Jika bilangan-bilangan tersebut diurutkan dari yang terkecil ke yang terbesar, maka bilangan yang menempati urutan ke-75 adalah ...
- a. 41324

- b. 41325
 - c. 41326
 - d. 41327
10. Misalkan a , b , dan c adalah tiga bilangan *berbeda*. Jika ketiga bilangan tersebut merupakan bilangan asli satu digit maka selisih terbesar akar-akar persamaan $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) = 0$ yang mungkin adalah
- a. 9
 - b. 7,5
 - c. 10
 - d. 16,5