

**PAKET 15**

# PELATIHAN ONLINE

**2019**

**SMP  
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



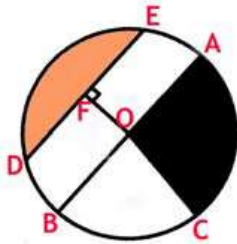
**WWW.ALCINDONESIA.CO.ID**

**@ALCINDONESIA**

**085223273373**

## LINGKARAN

Lingkaran adalah kumpulan titik-titik yang memiliki jarak yang sama terhadap suatu titik tertentu, yaitu pusat lingkaran. Jadi ada dua hal yang sangat berkaitan dengan lingkaran yaitu jari-jari lingkaran,  $R$ , dan pusat lingkaran. Unsur-unsur pada lingkaran dapat dilihat pada gambar berikut.



- a. Titik O disebut sebagai pusat lingkaran
- b. OA, OB, OC, OD, OE disebut sebagai jari-jari lingkaran
- c. Ruas garis lurus AB yang melalui pusat lingkaran disebut diameter lingkaran
- d. Ruas garis DE disebut tali busur
- e. Garis lengkung DE dan AC disebut busur lingkaran
- f. Daerah arsiran yang dibatasi dua jari-jari (pada gambar dibatasi OA dan OC serta berwarna hitam) disebut juring
- g. Daerah yang dibatasi talibusur DE dan busur DE disebut tembereng
- h. Garis OF yang tegak lurus DE disebut apotema

Misalkan  $r$  adalah jejari lingkaran dan  $d$  adalah diameter lingkaran dengan  $d = 2r$

$$\text{Luas lingkaran} = \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi d^2$$

$$\text{Keliling Lingkaran} = 2\pi r$$

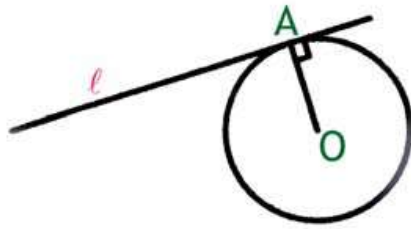
Luas Juring =  $\frac{n}{360^\circ} \cdot \pi r^2$  dengan  $n$  adalah sudut pusat diukur dalam derajat.

Panjang Busur =  $\frac{n}{360^\circ} \cdot 2\pi r$  dengan  $n$  adalah sudut pusat diukur dalam derajat.

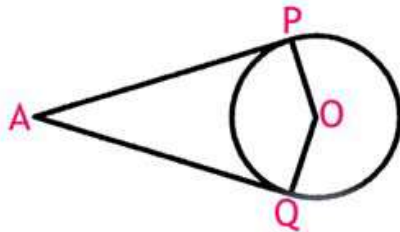
Luas tembereng DE = Luas Juring ODE – Luas  $\triangle ODE$

Berikut adalah dalil-dalil yang berkaitan dengan lingkaran:

- (a) Misalkan garis  $l$  menyinggung lingkaran yang berpusat di O pada titik A maka OA akan tegak lurus garis  $l$ .

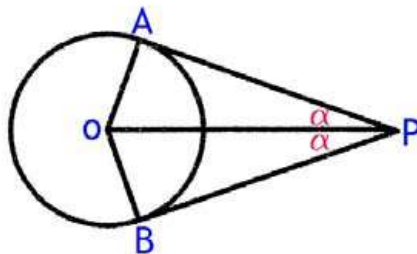


- (b) Misalkan titik A terletak di luar lingkaran L maka dari titik A dapat dibuat dua buah garis singgung yang jaraknya terhadap titik singgungnya sama panjang.



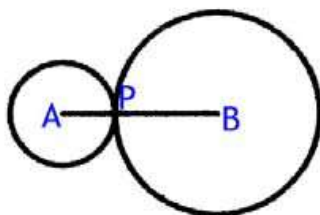
Titik A terletak di luar lingkaran. Dari A dibuat dua garis yang menyinggung lingkaran di titik P dan Q maka panjang  $AP = AQ$ .

- (c) Misalkan titik P terletak di luar lingkaran L yang berpusat di O dan garis yang ditarik dari titik P menyinggung lingkaran di titik A dan B. Maka  $\angle APO = \angle BPO$ .



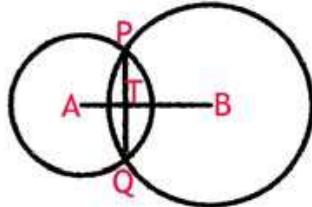
Berdasarkan kesimetrian akan didapat  $\angle APO = \angle BPO$ .

- (d) Sebuah lingkaran berpusat di A menyinggung di luar sebuah lingkaran berpusat di B pada titik P. Maka A, P dan B berada pada satu garis lurus.



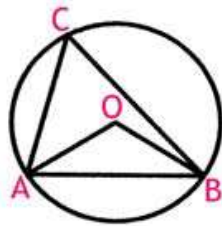
Buat garis singgung melalui titik P. Maka garis singgung tersebut akan tegak lurus AP dan PB berakibat AP dan PB akan sejajar. Jadi, A, P dan B berada pada satu garis lurus.

- (e) Garis yang menghubungkan pusat dua lingkaran akan memotong tegak lurus pertengahan talibusur persekutuannya.



Misalkan lingkaran yang berpusat di A berpotongan di titik P dan Q dengan lingkaran yang berpusat di B. Maka AB akan berpotongan tegak lurus dengan PQ di titik T yang merupakan pertengahan PQ.

- (f) Besar sudut pusat sama dengan dua kali sudut keliling.



Misalkan AB adalah talibusur dan O pusat lingkaran. Maka  $\angle AOB$  disebut sebagai sudut pusat. Misalkan juga titik C terletak pada lingkaran tersebut, maka  $\angle ACB$  disebut sudut keliling.

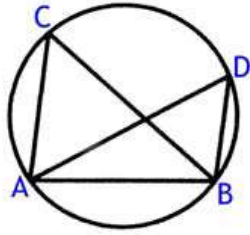
Hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling tersebut adalah

$$\angle AOB = 2\angle ACB$$

Berlaku juga bahwa jika  $\angle AOB = 2\angle ACB$  maka dapat dibuat sebuah lingkaran melalui A, B dan C serta berpusat di O.

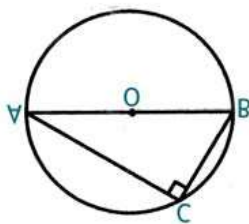
- (g) Besar sudut keliling yang menghadap talibusur yang sama akan sama besar.



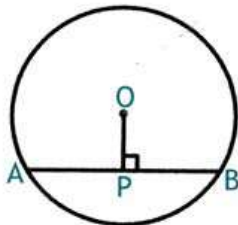


Misalkan AB adalah talibusur dan titik C dan D terletak pada lingkaran. Maka  $\angle ACB = \angle ADB$

- (h) Misalkan AB adalah diameter suatu lingkaran dan C terletak pada lingkaran tersebut, maka berlaku  $\angle ACB = 90^\circ$

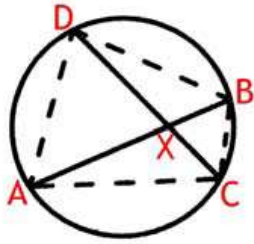


- (i) Misalkan AB adalah talibusur suatu lingkaran yang berpusat di O dan titik P adalah pertengahan AB maka OP akan tegak lurus AB



Karena O adalah pusat lingkaran maka  $OA = OB =$  jari-jari lingkaran. Jadi  $\triangle AOB$  adalah segitiga sama kaki. Karena  $\triangle AOB$  segitiga sama kaki maka garis dari O akan memotong tegak lurus pertengahan sisi AB.

- (j) Misalkan dua talibusur AB dan CD pada satu lingkaran saling berpotongan di titik X maka berlaku  $AX \cdot XB = CX \cdot XD$ . Berlaku sebaliknya, jika dua buah garis AB dan CD berpotongan di titik X dan memenuhi  $AX \cdot XB = CX \cdot XD$  maka keempat titik A, B, C dan D terletak pada satu lingkaran. Perhatikan gambar.



Dari hubungan garis didapat bahwa  $\angle AXD = \angle CXB$

Perhatikan bahwa ruas AC juga merupakan talibusur sehingga dari dalil sebelumnya maka  $\angle ADC = \angle ABC$ .

Dengan cara yang sama akan didapat bahwa  $\angle BAD = \angle BCD$ .

Karena ketiga sudut  $\triangle ADX$  dan  $\triangle BCX$  sama maka kedua

segitiga tersebut sebangun. Akibatnya berlaku  $\frac{AX}{XD} = \frac{CX}{XB}$

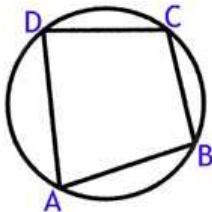
sehingga

$$AX \cdot XB = CX \cdot XD$$

Berlaku kebalikannya.

- (k) Misalkan titik A, B, C dan D semuanya terletak pada satu lingkaran dengan AC dan BD adalah kedua diagonal. Maka berlaku :

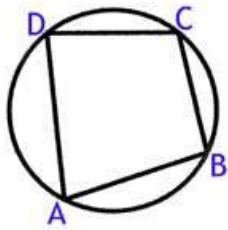
$$AB \cdot DC + AD \cdot BC = AC \cdot BD$$



Persamaan di atas dikenal dengan dalil Ptolemus.

- (l) Pada segiempat talibusur, jumlah sudut sehadapan sama dengan  $180^\circ$  berlaku juga bahwa jika jumlah sudut sehadapan sama dengan  $180^\circ$  maka segiempat tersebut merupakan segiempat talibusur.

Perlu dijelaskan bahwa segiempat talibusur adalah segiempat yang keempat titik sudutnya terletak pada satu lingkaran.



Karena titik-titik A, B, C dan D semuanya terletak pada satu lingkaran maka ABCD adalah segiempat tali busur. Maka berlaku

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

SOAL

1. Bilangan bulat dari 1, 2, 3, ..., 1000 ditulis berurutan pada keliling lingkaran. Seseorang menandai bilangan 1, bilangan 13, bilangan 25 dan setiap bilangan ke-12 setelahnya (berarti bilangan yang ditandai adalah 1, 13, 25, 37, ...). Proses ini berlangsung terus sampai dengan bertemu bilangan yang pernah ditandai. Bilangan bulat pada keliling lingkaran tersebut yang tidak ditandai ada sebanyak ....
  - a. 750
  - b. 500
  - c. 250
  - d. 100
2. Diketahui ABCD adalah segiempat talibusur pada lingkaran yang memiliki jari-jari luar 5 cm. Diketahui AD diameter lingkaran, panjang AB = 5 cm, dan panjang AC = 6 cm. Keliling ABCD adalah ... cm.
  - a.  $18 + 2\sqrt{3}$
  - b.  $18 + 3\sqrt{3}$
  - c.  $19 + 2\sqrt{3}$
  - d.  $19 + 3\sqrt{3}$
3. Terdapat bilangan ribuan dengan jumlah angka-angkanya 8. Contoh bilangan ini adalah 1232. Bilangan yang memenuhi sifat ini ada sebanyak ...
  - a. 123
  - b. 120
  - c. 115
  - d. 112
4. Jika  $x$  dan  $y$  adalah sepasang bilangan real yang memenuhi sistem

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y = -\frac{4}{63} \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{13}{42} \end{cases}$$

Maka nilai dari  $x + y$  adalah ...

- a.  $-\frac{1}{21}$
- b.  $-\frac{2}{21}$
- c.  $-\frac{3}{21}$
- d.  $-\frac{4}{21}$



5. Diketahui  $x$  dan  $y$  adalah dua bilangan bulat. Banyak anggota himpunan penyelesaian dari persamaan  
$$4x + y + 4\sqrt{xy} - 36\sqrt{x} - 18\sqrt{y} + 80 = 0$$
adalah ....
- 11
  - 12
  - 13
  - 14
6. Banyak cara mendapatkan empat bilangan asli ganjil (dengan urutan tidak diperhatikan) yang berjumlah 22 adalah ....
- 12
  - 14
  - 16
  - 18
7. Jika  $A = \{a, b, c\}$  dengan  $a, b$ , dan  $c$  merupakan bilangan asli lebih besar daripada 1, serta  $a \times b \times c = 180$ , maka banyak himpunan  $A$  yang mungkin adalah ...
- 2
  - 4
  - 6
  - 8
8. Jika salah satu akar dari persamaan kuadrat  $2x^2 + (c - 2015)x + 168 = 0$  adalah bilangan prima, maka nilai  $c$  terbesar yang mungkin adalah ....
- 1997
  - 1987
  - 1977
  - 1967
9. Jika kurva parabola  $y = x^2 + 4x - 5$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$ , kemudian digeser ke arah sumbu-X positif sejauh 2 satuan, maka diperoleh kurva dengan persamaan ....
- $x = y^2 + 4y - 3$
  - $x = y^2 + 3y - 4$
  - $x = y^2 + 2y - 5$
  - $x = y^2 + y - 6$

10. Diketahui banyak suku suatu barisan aritmetika adalah genap. Jumlah suku-suku dengan nomor ganjil adalah 32 dan jumlah suku-suku dengan nomor genap adalah 50. Jika selisih suku terakhir dan suku pertamanya adalah 34, maka banyak suku pada barisan tersebut adalah ....
- a. 17
  - b. 18
  - c. 19
  - d. 20