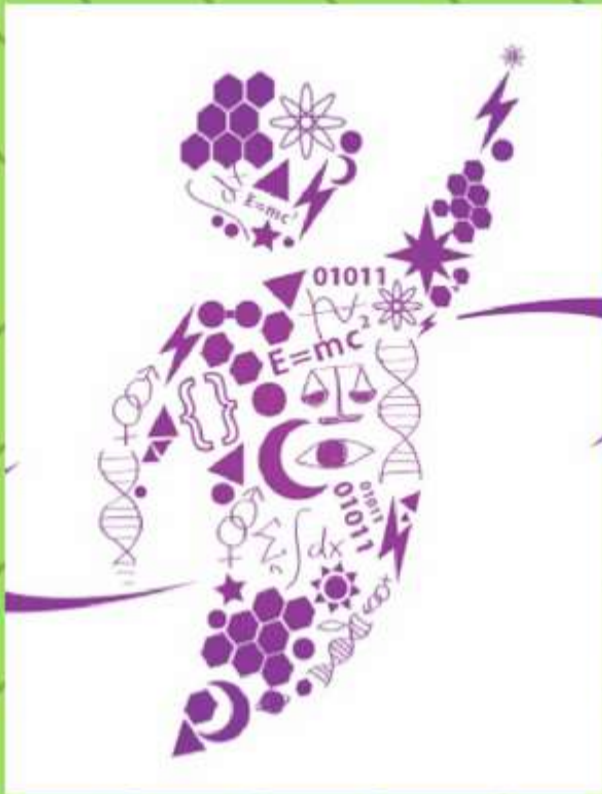


SMA
ASTRONOMI



085223273373

MEKANIKA BENDA LANGIT

Mekanika benda langit mencakup kajian mengenai gerak objek-objek langit yang meliputi properti orbit beserta cara menghubungkannya dengan hasil pengamatan astrometri pada waktu yang berbeda, evolusi orbit, dsb. Mekanika langit bisa diaplikasikan antara lain dalam peluncuran satelit dan penyisipan orbit, navigasi satelit, penerbangan angkasa antar planet, memprediksi papasan dekat, serta mengestimasi risiko tumbukan dengan benda dekat Bumi—Near Earth Objects (NEOs). Terdapat dua macam pendekatan dalam mekanika benda langit: solusi analitik dan integrasi numerik. Solusi analitik sederhananya adalah penghitungan yang bisa diturunkan persamaan-persamaan fisis eksaknya. Pola yang terjadi bisa diprediksi menggunakan persamaan-persamaan ini. Dalam beberapa kasus, solusi analitik tidak bisa diperoleh sehingga digunakanlah integrasi numerik.

a. Hukum Kepler

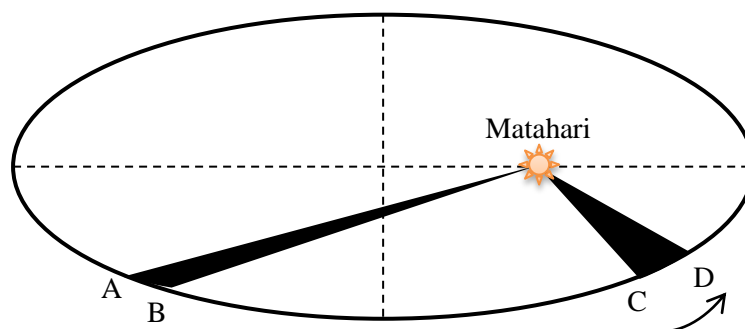
Kepler mengembangkan tiga hukum gerak planet secara empirik untuk mendeskripsikan gerak planet berdasarkan pengamatan-pengamatan yang dilakukan oleh Tycho Brahe. Hukum Kepler terdiri dari:

Hukum I Kepler

Orbit planet mengelilingi Matahari berbentuk elips, dengan Matahari menempati salah satu titik fokusnya.

Hukum II Kepler

Garis hubung antara Matahari dan planet menyapu luasan yang sama dalam selang waktu yang sama.



Gambar A.1: Ilustrasi orbit planet mengelilingi Matahari. Menurut hukum II Kepler, jika waktu tempuh dari A ke B sama dengan waktu tempuh dari C ke D, maka luas A-Matahari-B sama dengan luas C-Matahari-D.

Hukum III Kepler

Hukum harmonik menyatakan bahwa kuadrat periode orbit planet yang diukur dalam tahun sama dengan pangkat tiga setengah sumbu mayor mereka jika diukur dalam satuan astronomi.

Hukum III ini bisa diformulasikan sebagai $\frac{a^3}{p^2} = \text{konstan}$.

Hukum Kepler bisa digunakan untuk mendeskripsikan dan memprediksi gerak planet mengelilingi Matahari, tetapi tidak menjelaskan penyebabnya. Kepler menyadari bahwa hukum-hukumnya berlaku pula pada gerak bulan-bulan Saturnus, dengan catatan hukum harmonik pada hukum III Kepler dibuat sesuai satuannya. Belakangan Newton menggunakan hukum harmonik tersebut untuk menurunkan kebergantungan gaya gravitasi terhadap $\frac{1}{r^2}$ serta memberi penjelasan pada pertanyaan mengapa gerak planet mengikuti lintasan seperti yang teramati.

b. Hukum Gravitasi Newton

Sekian dekade setelah Kepler, Newton merumuskan persamaan gerak benda melalui tiga hukum gerak Newton (telah dibahas di Paket 2) dan hukum gravitasi Newton. Newton memandang gravitasi sebagai gaya tarik antara dua benda bermassa yang diformulasikan sebagai:

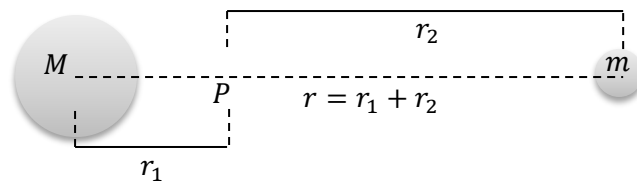
$$\mathbf{F}_{grav} = -\frac{GMm}{r^3}\mathbf{r}, \quad (\text{B.1})$$

dengan $\mathbf{F}_{grav}, G, M, m, r, \mathbf{r}$ menyatakan gaya gravitasi, konstanta universal gravitasi $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$, massa benda pertama, massa benda kedua, jarak antara benda pertama dan benda kedua, vektor posisi $\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{r}}$. Andai dipilih referensi dengan menjadikan benda pertama sebagai pusat, $\hat{\mathbf{r}}$ bernilai positif ke arah benda kedua, sehingga tanda minus menunjukkan arah gaya ke dirinya sendiri \rightarrow tarik menarik. Jika kita berdiri di suatu titik, bayangkan $\hat{\mathbf{r}}$ positif adalah arah radial menjauhi kita.

Tinjauan terhadap besar gaya saja menyederhanakan pers. (B.1) menjadi $F_{grav} = \frac{GMm}{r^2}$. Bentuk ini bisa disamakan dengan persamaan pada hukum II Newton: $\Sigma F = F_{grav}$. Jika M adalah benda utama sedangkan m adalah massa uji, maka:

$$ma = \frac{GMm}{r^2}, a = \frac{Gm}{r^2}. \quad (\text{B.2})$$

Bagian akhir persamaan ini menyatakan percepatan yang dialami oleh benda kedua sebagai akibat medan gravitasi benda pertama, dikenal sebagai percepatan gravitasi, dengan notasi g . Bentuk lebih tepat dari persamaan ini adalah $g(r) = \frac{GM(r)}{r^2}$ dengan $g(r)$ menyatakan percepatan gravitasi di titik r dari pusat sumber gravitasi dan $M(r)$ adalah seluruh massa yang terlindungi oleh radius r . Pada kasus sistem keplanetan, massa yang paling dominan adalah massa Matahari. Dengan demikian, massa pada jarak $r_1 = 1$ juta km dan $r_2 = 2$ juta km akan memberikan nilai yang kurang lebih sama: $M(r_1) = M(r_2) = M_{\odot}$. Namun, $g(r_1) \neq g(r_2)$ karena $r_1 \neq r_2$. Kalaupun ditinjau pada jarak 0,9 sa misalnya, $M(r_{1sa}) \approx M_{\odot} + m_{mercurius} + m_{venus} \approx M_{\odot}$ karena massa Matahari jauh lebih besar dibanding massa planet-planet, bahkan massa seluruh benda di tata surya kita.



Gambar B.1: Sketsa dua benda yang saling menarik oleh gaya gravitasi. P menyatakan titik pusat massa antara M dan m .

Jarak pusat massa sistem bisa dihitung dengan persamaan:

$$Mr_1 = mr_2 \text{ dengan } r_1 + r_2 = r. \quad (\text{B.2})$$

Dalam sistem dua benda, M dan m bergerak mengelilingi pusat massa. Pada sistem keplanetan, sering kali pusat massa terletak di dalam bintang pusat sehingga seolah-olah bintang pusat diam dan planet-planet saja yang bergerak mengelilinginya.

Hukum Newton bisa dibuktikan konsisten terhadap hukum Kepler. Pada gerak melingkar, newton menyatakan adanya percepatan sentripetal yang besarnya $a_s = \frac{v^2}{r}$. Samakan ini dengan percepatan gravitasi $a_s(r) = g(r)$:

$$\begin{aligned} \frac{v(r)^2}{r} &= \frac{Gm(r)}{r^2} \\ v(r) &= \sqrt{\frac{Gm(r)}{r}}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Pers. (B.3) menyatakan kecepatan gerak melingkar pada radius r . Dengan memanfaatkan geometri sederhana, kita ketahui bahwa kecepatan gerak melingkar = $\frac{\text{keliling lingkaran}}{\text{periode}} = \frac{2\pi r}{P}$.

Maka, pers. (B.3) dapat dijadikan:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi r}{P} &= \sqrt{\frac{Gm(r)}{r}} \\ \frac{4\pi^2 r^2}{P^2} &= \frac{Gm(r)}{r} \\ \frac{r^3}{P^2} &= \frac{Gm(r)}{4\pi^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Untuk planet-planet yang mengorbit Matahari, nilai massa bisa dianggap sama, yakni massa Matahari. Pers. (B.4) yang dihitung dengan pendekatan Newton membuktikan kecocokannya dengan hukum III Kepler yang menyatakan pangkat tiga jarak planet ke Matahari dibagi kuadrat periodenya bernilai konstan. Pers. (B.4) merupakan bentuk lebih umum yang bisa diterapkan ke sistem benda yang mirip dengan sistem keplanetan, dengan massa salah satu benda mendominasi, misalnya pada gerak satelit-satelit mengelilingi planet induknya.

Lantas bagaimana dengan kesesuaian antara mekanika Newton dengan hukum Kepler II? Lihat kembali Gambar (A.1). Menurut pandangan Newton, selama tidak ada gaya lain dari luar yang mengganggu sistem, momentum sudut suatu sistem akan tetap. Artinya momentum

sudut di titik A, B, C, maupun D akan selalu konstan $L = I\omega$. Untuk sistem keplanetan, $I = mr^2$. Tinjau besar momentum sudut saja:

$$L = mr^2\omega \quad (\text{B.5})$$

Tinjau luasan yang kecil pada bagian elips, misalnya A-Matahari-B. Untuk area sangat kecil, luas tersebut bisa didekati dengan luas segitiga sama kaki dengan sisi A-Matahari = r , busur elips = $r\Delta\theta$, dan sisi B-Matahari = r , dengan r menyatakan jarak ke Matahari, dan $\Delta\theta$ sudut sapuan A-Matahari-B. Luas segitiga tersebut = $\frac{1}{2}(r\Delta\theta)r = \frac{1}{2}r^2\Delta\theta$. Bagi luas ini terhadap waktu:

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}r^2 \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{2}r^2\omega. \quad (\text{B.6})$$

Dengan pendekatan Newton melalui pers. (B.5): $r^2\omega = \frac{L}{m} = \text{konstan}$. Dengan pendekatan Kepler melalui pers. (B.6), $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}r^2\omega = \text{konstan}$, artinya $\frac{2\Delta A}{\Delta t} = r^2\omega$ juga sama dengan konstan. Pers. (B.5) dan (B.6) menunjukkan kekonsistenan pendekatan Newton dan Kepler. Meskipun saat mencetuskannya Kepler tidak tahu mengapa luasan yang ditempuh dalam selang waktu tertentu senantiasa sama, Newton menjelaskan bahwa penyebabnya adalah kekekalan momentum sudut.

*) Informasi tambahan: luas seluruh elips bisa dihitung dengan persamaan $Luas_{elips} = \pi ab$.

c. Bentuk Orbit

Orbit sistem dua benda ditentukan oleh energi total sistem dan mengikuti bentuk irisan kerucut seperti yang telah disebutkan dalam Paket 1. Kekekalan energi mekanik menyebutkan $EM = E_k + E_p$ dengan EM, E_k, E_p menyatakan energi total mekanik, energi kinetik, dan energi potensial. Untuk sistem yang diatur oleh gaya gravitasi, energi kinetik: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ dan energi potensial gravitasi: $E_p = -\frac{GMm}{r}$. Maka:

$$EM = \frac{1}{2}mv(r)^2 - \frac{GMm}{r}, \quad (\text{C.1})$$

dengan $v(r)$ menyatakan kecepatan m di titik r . $v(r)$ hanya bernilai sama di mana pun berada ketika orbit sistem berbentuk lingkaran. Ketika orbitnya elips misalnya, $v(r)$ akan berubah-ubah bergantung posisinya terhadap titik fokus. Pada titik terdekatnya, kecepatan akan maksimum sedangkan pada titik terjauh kecepatan akan minimum. Nilai EM pada pers. (C.1) menentukan bentuk orbit, seperti dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel C.1: Rangkuman bentuk orbit beserta nilai energi total mekanik dan ekesentrisitasnya

Bentuk	EM	Eksentrisitas (e)	p
Lingkaran	$-\frac{GMm}{2r}$	0	r
Elips	$-\frac{GMm}{2a}$	$0 < e < 1$	$a(1 - e^2)$
Parabola	0	1	$2a$
Hiperbola	$EM > 0$	$e > 1$	$a(e^2 - 1)$

Di bawah ini diberikan solusi persamaan lintasan irisan kerucut untuk sistem dua benda dalam orbit polar:

$$r(\nu) = \frac{p}{1+e \cos(\nu)}. \quad (\text{C.2})$$

Keterangan:

$r(\nu)$: jarak dari benda pusat yang bertempat di fokus

p : lihat Tabel C.1

e : eksentrisitas

ν : anomali benar, sudut sapuan dari periapsis searah gerak benda

SOAL

1. Sebuah satelit komunikasi yang mulanya memerlukan waktu 24 jam untuk mengorbit Bumi digantikan oleh satelit baru yang massanya dua kali massa satelit komunikasi semula. Satelit baru tersebut juga menyelesaikan putarannya mengelilingi Bumi selama 24 jam. Berapa perbandingan radius orbit satelit baru terhadap radius orbit satelit lama?
 - a. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. $\frac{1}{1}$
 - d. $\frac{\sqrt{2}}{1}$
 - e. $\frac{2}{1}$
2. Rasio massa Bumi terhadap Mars ≈ 10 kali dan rasio radius Bumi terhadap Mars ≈ 2 kali. Perbandingan medan gravitasi di permukaan Bumi terhadap Mars adalah ... kali.
 - a. 0,2
 - b. 0,4
 - c. 0,5
 - d. 2,5
 - e. 4
3. Berapa perubahan potensial gravitasi yang dirasakan suatu benda di permukaan Bumi setelah dipindahkan ke ketinggian 2 kali jari-jari Bumi?
 - a. $\frac{3GM}{2R}$
 - b. $\frac{GM}{R}$
 - c. $\frac{2GM}{3R}$
 - d. $\frac{GM}{2R}$
 - e. $\frac{GM}{3R}$
4. Titik netral antara Bumi dan Bulan adalah suatu posisi yang memiliki resultan percepatan gravitasi dari kedua benda bernilai nol. Pilih pernyataan yang benar.
 - 1) Rasio antara jarak titik netral ke Bumi terhadap jarak titik netral ke Bulan = $\sqrt{\frac{M_{Bumi}}{M_{Bulan}}}$.
 - 2) Di titik netral, gaya tarik gravitasi yang bekerja pada suatu massa uji sama besarnya tetapi berlawanan arah.
 - 3) Titik netral terletak lebih dekat ke Bumi daripada ke Bulan.
 - a. Pernyataan 1, 2, dan 3 benar
 - b. Pernyataan 1 dan 2 benar
 - c. Pernyataan 2 dan 3 benar

- d. Hanya pernyataan 1 yang benar
 - e. Pernyataan 1, 2, dan 3 salah
5. Jika Matahari perlu waktu 250 juta tahun untuk melengkapkan orbitnya mengelilingi pusat Galaksi, berapa kecepatan sudut rata-rata Matahari?
- a. 8×10^{-16} rad/sekon
 - b. 5×10^{-14} rad/sekon
 - c. 3×10^{-13} rad/sekon
 - d. 3×10^{-12} rad/sekon
 - e. 5×10^{-11} rad/sekon
6. Sebuah benda asing tak bernama sedang teramati berjarak 2 sa dari Matahari saat ia melaju secepat 65 km/detik. Benda tersebut diestimasi memiliki massa sepersejuta massa Bumi. Tebakan bentuk lintasan benda asing tersebut adalah ... (1 sa = 149600000 km, $M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$ kg, $M_{\oplus} = 6 \times 10^{24}$ kg).
- a. Lingkaran
 - b. Elips
 - c. Parabola
 - d. Hiperbola
 - e. Benda asing tersebut sedang lurus melintas tidak terpengaruh oleh gravitasi Matahari.
7. Mana di antara pernyataan berikut yang tidak menggambarkan kekekalan momentum sudut?
- a. Hukum II Kepler.
 - b. Sepeda yang tidak jatuh saat ia bergerak.
 - c. Siswa tari balet yang berputar dengan tangan terentang kemudian melipat tangannya sehingga laju putarannya kian cepat.
 - d. Laju Bumi mengelilingi Matahari di perihelion lebih cepat daripada saat di aphelion.
 - e. Roket yang meluncur maju ketika gas bahan bakar ditembakkan ke arah belakang roket.
8. Berapa tahun waktu yang diperlukan untuk bergerak dari aphelion ke perihelion bagi asteroid Ceres yang mengorbit Matahari pada jarak terdekat 2,6 sa dan jarak terjauh 2,8 sa?
- a. 0,9
 - b. 1,9
 - c. 2,2
 - d. 3,8
 - e. 4,4

9. Andai memungkinkan, wahana antariksa yang mengorbit Bumi pada ketinggian nol dari permukaan Bumi akan melengkapkan putarannya mengelilingi Bumi dengan memanfaatkan gravitasi saja selama ... (Radius Bumi 6400 km).
- 24 jam
 - 23 jam 56 menit
 - 12 jam
 - 1 jam 24 menit 45 detik
 - 1 menit 25 detik
10. Berapa kecepatan awal di permukaan Bulan yang diperlukan untuk melompat lepas dari pengaruh gravitasi Bulan? Diketahui massa Bulan $7,35 \times 10^{22}$ kg dan radius Bulan 1700 km.
- $2,4 \frac{\text{km}}{\text{sekon}}$
 - $5,2 \frac{\text{km}}{\text{sekon}}$
 - $7,3 \frac{\text{km}}{\text{sekon}}$
 - $11,2 \frac{\text{km}}{\text{sekon}}$
 - $30 \frac{\text{km}}{\text{sekon}}$
11. Hukum gerak Kepler mengimplikasikan bahwa komet yang memiliki eksentrisitas sangat tinggi akan
- Menghabiskan sebagian besar waktunya pada jarak jauh dari Matahari.
 - Melaju dengan kecepatan seragam.
 - Terjebak di bidang ekliptika.
 - Banyak kehilangan gas akibat lama terpapar sinar Matahari.
 - Semua jawaban benar.
12. Perbandingan kecepatan orbit komet di perihelion dan aphelion jika eksentrisitasnya 0,8 adalah
- 3:1
 - 9:1
 - 27:1
 - 81:1
 - 243:1
13. Saat sebuah satelit pengorbit Bumi berangsur-angsur kehilangan momentum sudut, yang akan terjadi adalah
- Satelit akan lepas dari gravitasi Bumi, bergerak lurus di angkasa.
 - Satelit akan bergerak spiral menjauhi Bumi.
 - Satelit akan bergerak spiral jatuh mendekati Bumi.
 - Satelit akan kehilangan massanya.
 - Satelit akan diam di tempat tidak bergerak.

14. Andrian adalah seorang astronot yang bertugas di stasiun ruang angkasa pada ketinggian R Bumi. Ia kemudian dipindahtugaskan ke asteroid yang memiliki kerapatan $\frac{1}{3}$ kerapatan rata-rata Bumi dan diameter 10% dari diameter Bumi. Maka Andrian akan merasakan beratnya ... menjadi ... kali berat semula di stasiun ruang angkasa sebelumnya.
- Naik, $\frac{4}{3}$
 - Naik, $\frac{40}{3}$
 - Turun, $\frac{3}{4}$
 - Turun, $\frac{3}{40}$
 - Turun, $\frac{4}{30}$
15. Andai radius Matahari membesar 10 kali dan Bumi didekatkan ke $\frac{1}{4}$ kali dari posisinya sekarang, maka periode Bumi mengelilingi Matahari menjadi ... hari.
- $\frac{1}{8}$
 - 8
 - 16
 - 46
 - 64
16. An important cause of the slowing down of the Earth's rotation is the
- Pull of the Moon on the Earth's equatorial bulge.
 - Pull of the Earth's equatorial bulge on the Moon.
 - Pull of the Moon on the Earth's magnetic field.
 - Gravitational increase in the size of the Earth's orbit.
 - Tides caused by the gravity of the Moon.
17. The spacecraft that have visited the outer planets have all flown close to inner planets (Venus, for example), often more than once, as part of their journeys. What was the primary reason for this?
- The outer planets happened to have been on the far side of the Sun, so the shortest route passes the inner planets.
 - To chalk up lots of extra frequent flyer miles.
 - To study the nature of the inner planets.
 - To pick up extra energy through their gravitational encounter with the inner planets.
 - To refuel from the material in the atmosphere of Venus.

18. The planets all go around the Sun in the same direction, and most also spin on their axis in that same sense. This is due to
- The conservation of energy.
 - The fact that light always travels at the same speed.
 - No special reason, the planets just happened to do that.
 - Keppler's third law.
 - The conservation of angular momentum.
19. Dalam beberapa film mengenai wahana ruang angkasa seperti Interstellar dan The Martian, penghuni wahana digambarkan tinggal dalam ruang dengan gravitasi buatan yang dibuat dengan memutar wahana dalam gerak melingkar seragam untuk memberi percepatan yang besarnya serupa dengan percepatan gravitasi di permukaan Bumi. Apabila jari-jari wahana 40 meter, berapa kali tiap detik wahana tersebut harus berputar untuk menghasilkan percepatan gravitasi buatan tersebut?
- 288
 - 144
 - 20
 - 8
 - 0,08
20. Gaya pasang surut di Bumi oleh Bulan didefinisikan sebagai selisih gaya gravitasi oleh Bulan antara suatu titik di Bumi dengan gaya gravitasi oleh Bulan di pusat Bumi. Maka besar gaya pasang surut di kutub Bumi ketika Bulan berada searah dengan ekuator Bumi adalah ... kali dibanding gaya pasang surut di ekuator.
- 1
 - 2
 - 3
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{3}{2}$