PAKET 7

PELATIHAN ONLINE

2019

SMA
FISIKA

po.alcindonesia.co.id

WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 7

1. Gunakan analisis geometri segitiga dimana x merupakan jarak yang diukur dari origin dan y merupakan jarak yang diukur dari alas. Konsep kesebangunan
$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

Karena homogen, kiat dapat melakukan modifikasi persamaan rerata integral
$$x_{PM} = \frac{\int x\, dA}{\int dA} = \frac{\int x\, dx\, dy}{\frac{1}{2}ab}$$
Integral lipat dimana x dan y saling berkaitan
$$x_{PM} = \frac{\int_{x=0}^{a} x\, dx \int_{y=0}^{y} dy}{\frac{1}{2}ab} = \frac{\int_{x=0}^{a} xy\, dx}{\frac{1}{2}ab} = \frac{\frac{b}{a}\int_{x=0}^{a} x^2\, dx}{\frac{1}{2}ab} = \frac{2}{3}a$$
(c)

2. Gunakan konsep yang sama pada soal sebelumnya
$$y_{PM} = \frac{\int_{y=0}^{b} y\, dy \int_{x=0}^{x} dx}{\frac{1}{2}ab} = \frac{\int_{y=0}^{b} xy\, dy}{\frac{1}{2}ab} = \frac{\frac{a}{b}\int_{y=0}^{b} y^2\, dy}{\frac{1}{2}ab} = \frac{2}{3}b$$
(c)

3. Gunakan sistem kontinu
$$m = \int \rho\, dV = k \int \frac{1}{r^2} \sin\theta\, r^2\, dr \sin\theta\;\, d\theta\, d\varphi$$
$$m = k \int_{r=0}^{R} dr \int_{\theta=0}^{\pi} sin^2\theta\, d\theta \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi = 2\pi kR \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{1-\cos 2\theta}{2}\, d\theta = \pi^2 kR$$
(a)

4. Tentukan acuan integral
$$y_{PM} = \frac{\int y\, dm}{\int dm} = \frac{\int r\cos\theta \frac{k}{r^2} \sin\theta\, r^2\, dr \sin\theta\, d\theta\, d\varphi}{\pi^2 kR}$$
$$= \frac{k\int_{r=0}^{R} r\, dr \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\, sin^2\theta\, d\theta \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi}{\pi^2 kR}$$
$$y_{PM} = \frac{\pi k R^2}{3\pi^2 kR} = \frac{1}{3}\frac{R}{\pi}$$
(a)

5. Roda merupakan silinder yang berotasi dimana sumbu rotasi tegak lurus dengan permukaan. Maka, $I = \frac{1}{2}mR^2$.

   (d)

6. Untuk mencari momen inersia terhadap pusat tikungan melingkar berarti ini berhubungan dengan momen inersia sumbu rotasi vertikal. Ingat, $I = \frac{1}{2}mR^2$ merupakan momen inersia sumbu rotasi horizontal, bukan vertikal. Maka, kita harus gunakan hubungan $I_x + I_y = I_z$. Momen inersia $\frac{1}{2}mR^2$ merupakan I_z dan $I_x = I_y$ karena roda simetris untuk tiap sumbu.

$$I_x = \frac{1}{2}I_z = \frac{1}{4}mR^2$$
$$I = I_x + md^2$$

   Dimana $d = R + \frac{1}{2}H$

   Maka,

$$I = m\left(R + \frac{1}{2}H\right)^2 + \frac{1}{4}mR^2$$

   (a)

7. Model yang kiri

$$I = \int r^2\,dm = \sigma\int x^2\,dx\,dy = \sigma\int_{x=-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} x^2\,dx \int_{y=0}^{a} dy = \frac{1}{12}Mb^2$$

   (d)

8. Model yang tengah

$$I = \int r^2\,dm = \sigma\int y^2\,dx\,dy = \sigma\int_{x=-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} y^2\,dy \int_{x=0}^{b} dx = \frac{1}{12}Ma^2$$

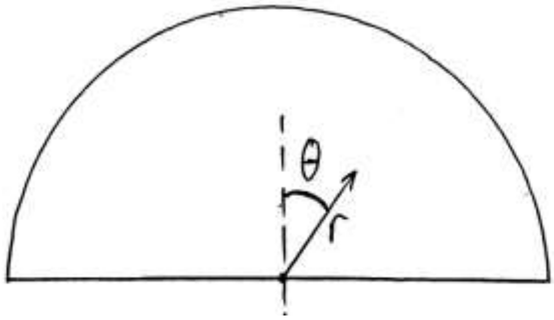
   (c)

9. Teorema momen inersia

$$I_z = I_x + I_y = \frac{1}{12}Mb^2 + \frac{1}{12}Ma^2 = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$

   (e)

10. Tentukan titik acuan dalam integral



$$y_{PM} = \frac{\int y\,dA}{\int dA} = \frac{\int r\cos\theta\, r\,dr\,d\theta}{\frac{1}{2}\pi R^2} = \frac{\int_{r=0}^{R} r^2\,dr \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\,d\theta}{\frac{1}{2}\pi R^2} = \frac{\frac{2}{3}R^3}{\frac{1}{2}\pi R^2} = \frac{4R}{3\pi}$$

(a)

11. Sistem non-homogen

$$m = \int \sigma\,dA = \int \frac{k}{r}\,r\,dr\,d\theta = k\int_{r=0}^{R} dr \int_{\theta=0}^{\pi} d\theta = \pi k R$$

(d)

12. Gunakan untuk sistem yang non-homogen

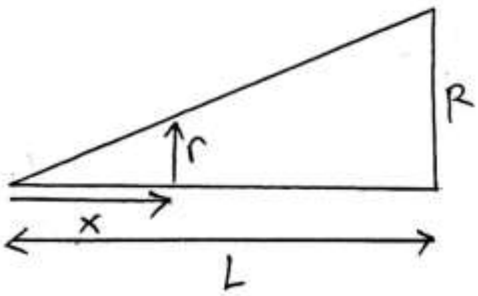
$$y_{PM} = \frac{\int y\,dm}{\int dm} = \frac{\int r\cos\theta\, k\,dr\,d\theta}{\pi k R} = \frac{k\int_{r=0}^{R} r\,dr \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\,d\theta}{\pi k R} = \frac{kR^2}{\pi k R} = \frac{R}{\pi}$$

(c)

13. Besar volume kerucut $\frac{1}{3}\pi R^2 L$

(b)

14. Gunakan analisis geometri segitigas. Jika kita lihat, kerucut merupakan sebuah luasan segitiga siku-siku yang diputar sebesar 360°.



Dengan konsep kesebangunan, maka

$$\frac{x}{r} = \frac{L}{R}$$

Komponen dV dari kerucut merupakan analog dari komponen tabung, hanya saja antara x dan r mempunyai keterkaitan.

$$x_{PM} = \frac{\int x\,dV}{\int dV} = \frac{\int x\,r\,dr\,dx\,d\varphi}{\frac{1}{3}\pi R^3} = \frac{6}{R^3}\int_{r=0}^{R} r\,dr \int_{x=0}^{x} x\,dx = \frac{3}{R^3}\int_{r=0}^{R} x^2 r\,dr$$

$$= \frac{3}{R^3}\left(\frac{L}{R}\right)^2 \int_{r=0}^{R} r^3\,dr$$

$$x_{PM} = \frac{3}{4}L$$

(c)

15. Sistem luasan yang homogen

$$x_{PM} = \frac{\int x\,dA}{\int dA} = \frac{\int x\,dr\,dx\,d\varphi}{\int dr\,dx\,d\varphi} = \frac{2\pi\int_{x=0}^{x} x\,dx \int_{r=0}^{R} dr}{2\pi\int_{r=0}^{R} dr \int_{x=0}^{x} dx} = \frac{\int_{x=0}^{L} rx\,dx}{\frac{1}{2}LR} = \frac{2}{LR}\frac{L}{R}\int_{x=0}^{L} x^2\,dr$$

$$x_{PM} = \frac{2}{3}L$$

(b)

16. Jika kerucut mempunyai alas lingkaran, kita dapat gunakan super-posisi untuk menentukan pusat massa sistemnya

Massa selimut kerucut adalah $\sigma\pi LR$
Massa lingkaran adalah $\sigma\pi R^2$
Jarak pusat massa selimut kerucut adalah $\frac{2}{3}L$
Jarak pusat massa lingkaran adalah L

#Jarak pusat massa diukur dari titik origin.

$$x_{PM} = \frac{m_k x_k + m_l x_l}{m_k + m_l} = \frac{\sigma\pi LR\frac{2}{3}L + \sigma\pi R^2 L}{\sigma\pi LR + \sigma\pi R^2} = \frac{L\frac{2}{3}L + RL}{L + R} = \frac{L(2L + 3R)}{3(L + R)}$$

(d)