PAKET 1

TRY OUT OSK ONLINE

2019

SMP
MAT

po.alcindonesia.co.id

WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 1

Pembahasan TO OSK I.

Djawab:

$$f(x) < g(x)$$

$$9^{x^2-x+2} < 3^{x^2+2x+1}$$

$$3^{2x^2-2x+4} < 3^{x^2+2x+1}$$

$$2x^2-2x+4 < x^2+2x+1$$

$$x^2-4x+3 < 0$$

$$(x-1)(x-3) < 0$$

$$1 < x < 3$$

$a = 1$, $b = 3$, $a + 2b = 7$. (D).

② Jawab:

$$x_1 - x_2 = 2$$

$$\frac{\sqrt{D}}{a} = 2$$

$$D = 4a^2$$

$$4c^2 - 4c - 4.19 = 4$$

$$-c^2 + c + 19 = -1$$

$$c - c^2 = -20$$

$$c - c^2 + 30 = 10 \quad (D)$$

ALC Indonesia
Active Learning Club

3. Misalkan 5 data nilai siswa adalah a, b, c, d, e
Median & rata-ratanya sama, sehingga

$$Me = \bar{x}$$

$$c = \frac{a+b+c+d+e}{5}$$

$$4c = a+b+d+e \quad \cdots (i)$$

Jika ditambahkan 1 nilai rata-ratanya bertambah 1

sehingga, $c+1 = \dfrac{a+b+c+d+e+x}{6}$

$$6c+6 = a+b+c+d+e+x$$

$$5c+6 = (a+b+d+e)+x \quad \cdots (ii)$$

Median dari 6 data adalah tetap, sehingga

$$\frac{c+d}{2} = c$$

$$c = d \quad \cdots (iii)$$

Dari persamaan (i) dan (ii) diperoleh

$$5c+6 = 4c+x$$

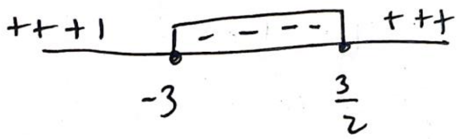
$$x - c = 6$$

Jadi selisih anak terakhir e dengan nilai anak keempat d adalah $e-d = e-c = 6$

4. Jawab : Solusi pertaksamaan $2x^2+3x-9 \leq 0$

$$(2x-3)(x+3) \leq 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = \frac{3}{2}$$



yg bukan solusi dari pertaksamaan

$$2x^2 - x - 10 \geq 0$$

artinya solusi dari $2x^2 - x - 10 < 0$

$$(2x-5)(x+2) < 0$$

++++ . $\boxed{- - -}$ +++

-2 $\frac{5}{2}$

Irisan kedua syarat diatas adalah

$$-2 < x \leq \frac{3}{2} \quad (d)$$

5. $x = \sqrt{2} - \sqrt{5}$

$x^2 = (\sqrt{2}-\sqrt{5})^2 = 7 - 2\sqrt{10}$

$x^2 - 7 = -2\sqrt{10}$

$(x^2-7)^2 = (-2\sqrt{10})^2$

$x^4 - 14x^2 + 49 = 40$

$x^4 - 14x^2 + 9 = 0$ (B)

6. 2019 , $2019 = 3^1 . 673^1$

3 673

Banyaknya faktor positif $(1+1)(1+1) = 4$ (D)

7. $27^n \mid (2019)^{2019} = 3^{3n} \mid 3^{2019} . 673^{2019}$

maka $3n \leq 2019$

$n \leq 673$, n terbesar adalah 673 (C)

8. Jelas bahwa pembagi prima dari a dan b haruslah anggota himpunan $\{3, 5\}$. Akibatnya, kita bisa menuliskan $a = 3^{a_0} 5^{a_1}$ dan $b = 3^{b_0} 5^{b_1}$ dimana a_0, b_0, a_1, b_1 adalah bilangan cacah maka haruslah $a_0 + b_0 = 15$ dan $a_1 + b_1 = 15$. Banyaknya bilangan cacah $a_0 + b_0 = 15$ adalah 16 dengan cara yg sama banyaknya tupel bilangan cacah untuk $a_1 + b_1 = 15$ juga 16. maka banyaknya bilangan asli (a, b) yg memenuhi ab^{15} adalah 256 (D)

9. Misalkan $n = 10a + b$ dengan $1 \le a \le 6$ dan $0 \le b \le 9$, persamaan pada soal bisa ditulis menjadi

$$n + p(n) + s(n) = 69 \leftrightarrow 10a + b + ab + a + b = 69$$
$$\leftrightarrow 11a + 2b + ab = 69$$
$$\leftrightarrow (a+2)(b+11) = 91 = 7 \cdot 13.$$

sehingga kemungkinan pasangan nilai $(a+2, b+11)$ adalah $(1, 91)$ dan $(7, 13)$. sehingga diperoleh $a = 5$, $b = 2$. maka $n = 52$. (B).

10. misalkan $x = 2018$

$$\frac{(x+1)^3}{x(x-1)} - \frac{(x-1)^3}{x(x+1)} = \frac{(x+1)^4 - (x-1)^4}{x(x-1)(x+1)}$$
$$= \frac{((x+1)^2 - (x-1)^2)((x+1)^2 + (x-1)^2)}{x(x-1)(x+1)}$$
$$= \frac{(x^2+2x+1 - x^2+2x-1)(x^2+2x+1+x^2-2x+1)}{x(x-1)(x+1)}$$
$$= \frac{4\cancel{x}(2x^2+2)}{\cancel{x}(x-1)(x+1)}$$
$$= \frac{8(x^2+1)}{x^2-1}$$
$$= \frac{8(x^2-1)+16}{x^2-1}$$
$$= 8 + \frac{16}{x^2-1}$$

$$\left\lfloor \frac{2019^3}{2017 \cdot 2018} - \frac{2017^3}{2018 \cdot 2019} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{(x+1)^3}{x(x-1)} - \frac{(x-1)^3}{x(x+1)} \right\rfloor$$
$$= \left\lfloor 8 + \frac{16}{x^2-1} \right\rfloor = \left\lfloor 8 + \frac{16}{2018^2-1} \right\rfloor = 8 \quad (B$$

11. Peluang muncul jumlah mata dadu tidak lebih dari 6

(i) jumlah mata dadu = 2 ; (1,1) → 1 cara

(ii) Jumlah mata dadu = 3 , (1,2) ; (2,1) → 2 cara

iii) jumlah mata dadu = 4 , (1,3) ; (3,1) (2,2) → 3 cara

iv) jumlah mata dadu = 5, (1,4) ; (2,3) ; (3,2) ; (4,1) → 4 cara

(v) Jumlah mata dadu = 6, (1,5) ; (2,3) ; (3,2) ; (4,1) ; (5,1) → 5 cara

total cara : 15

Peluang $= \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ (C)

12. Bilangan genap n = abc (3 digit) dengan c > b > 3

digit a ada 9 kemungkinan yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Digit b > 3 , c > b dan c genap , sehingga kemungkinannya

·) untuk b = 4, 5 maka c = 6, 8

| 9 | 2 | 2 | = 36

·) untuk b = 6, 7 maka c = 8

| 9 | 2 | 1 | = 18

Banyaknya adalah 54 (C).

13. $P(P_1)$ = peluang terpilihnya perempuan di kelas pertama

$P(L_1)$ = ——" —— laki-laki ——" ——

$P(P_2)$ = ——" —— perempuan di kelas kedua

$P(L_2)$ = ——" —— laki laki ——" ——

$P(P_1 \cap P_2) = P(P_1) \cdot P(P_2) = \frac{23}{180}$

Bilangan 23 prima, maka kemungkinan faktornya 1, 23

Jadi salah satu nilai $P(P_1)$ dan $P(P_2)$ adalah $\frac{23}{30}$

misal: $P(P_1) = \frac{23}{30}$

$$P(P_1) \cdot P(P_2) = \frac{23}{180}$$

$$\frac{23}{30} \cdot P(P_2) = \frac{23}{180}$$

$$P(P_2) = \frac{1}{6}$$

Maka $P(L_1) = 1 - P(P_1) = \frac{7}{30}$

$P(L_2) = 1 - P(P_2) = \frac{5}{6}$

Peluang terpilih keduanya laki-laki adalah

$$P(L_1 \cap L_2) = P(L_1)P(L_2)$$

$$= \frac{7}{30} \cdot \frac{5}{6}$$

$$= \frac{7}{36} \quad (C)$$

14. Perhatikan bahwa digit pertama dari plat tidak boleh 0, sehingga ada 9 kemungkinan pengisian digit pertama. Selanjutnya, untuk digit kedua dan digit ketiga masing-masing terdapat 10 kemungkinan pengisian. Digit terakhirnya tidak boleh 0 atau 5. Akibatnya, 8 kemungkinan pengisian digit terakhir. Akibatnya, terdapat $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 8 = 7200$ kemungkinan.

Banyak pemilihan 2 huruf terakhir karena 2 hurufnya tidak boleh konsonan adalah

$$26 \cdot 26 - 21 \cdot 21 = 676 - 441 = 235.$$

Akibatnya, terdapat $7200 \cdot 235 = 1692000$ kemungkinan plat nomor

15. Pada segitiga ABC, misalkan $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Misalkan pula t_1, t_2, t_3 berturut-turut adalah panjang garis tinggi yg ditarik dari titik C, A, B. Berdasarkan informasi yg diberikan $a+b+c=3$ dan $a^2+b^2+c^2=5$

Akibatnya,

$$ab+bc+ac = \frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2} = \frac{3^2-5}{2} = 2$$

Diketahui $R=1$, maka $[ABC] = \frac{abc}{4R} = \frac{abc}{4}$ sehingga diperoleh

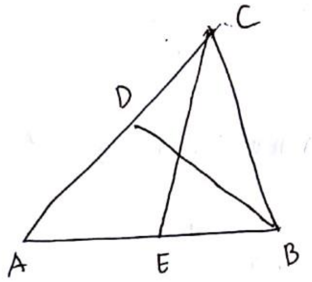
$$t_1+t_2+t_3 = \frac{2[ABC]}{c} + \frac{2[ABC]}{a} + \frac{2[ABC]}{b}$$

$$= \frac{2abc}{4c} + \frac{2abc}{4a} + \frac{2abc}{4b}$$

$$= \frac{ab+bc+ac}{2}$$

$$= 1. \quad (A)$$

16.

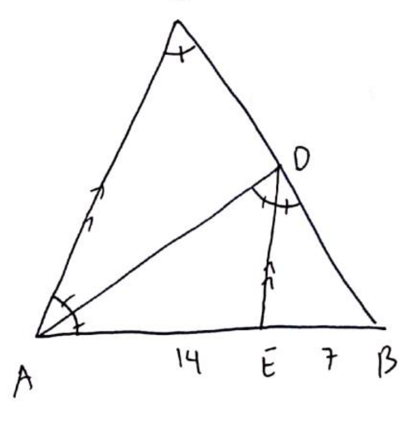


Menurut aturan garis bagi, $AD = \frac{AB \times AC}{AB+BC}$

$AE = \frac{AB \times AC}{AC+BC}$, Akibatnya,

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC+BC}{AB+BC} = \frac{45}{40} = \frac{9}{8} \quad (C)$$

17.

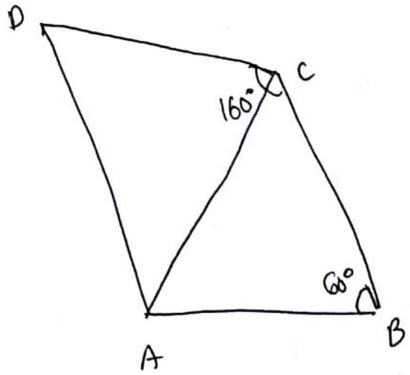


Perhatikan bahwa $\angle BAD = \angle DAC = \angle ADE = \angle EDB = \angle ACB$. Dengan memisalkan $BD = 7x$, maka $AD = DC = 14x$. Karena $\triangle BAD \sim \triangle BCA$ diperoleh $\frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC}$

$21^2 = (7x)(21x)$, $x = \sqrt{3}$

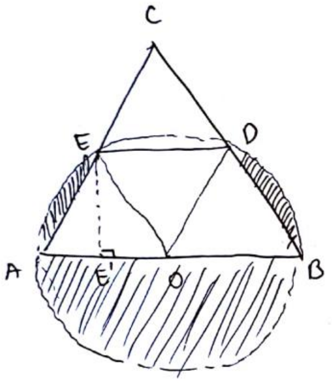
$AD^2 = 588$ (A)

18.



ΔABC adalah segitiga samasisi dan $AC = CD$. Akibatnya, $\angle ACD = 100°$, $\angle CDA = 40°$

19.



ΔABC terdiri 4 segitiga yg sebangun dan sama besar, ΔAEO, ΔDEO, ΔBDO, ΔCDE

$$EE' = \sqrt{EO^2 - E'O^2}$$
$$= \sqrt{EO^2 - (\tfrac{1}{2}AO)^2}$$
$$= \sqrt{25 - \tfrac{25}{4}}$$
$$= \sqrt{\tfrac{75}{4}} = \tfrac{5}{2}\sqrt{3}$$

Luas arsiran $= L.\text{ lingkaran} - 2 \cdot L_{\Delta AEO} - L_{\text{juring } OED}$

$$= \pi r^2 - 2 \cdot \tfrac{1}{2} AO \cdot EE' - \tfrac{60}{360} \cdot \pi r^2$$
$$= \tfrac{5}{6}\pi r^2 - AO \cdot EE'$$
$$= \tfrac{5}{6}\pi \cdot 25 - \tfrac{25}{2}\sqrt{3}$$
$$= 25\left(\tfrac{5}{6}\pi - \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2 \quad (C)$$

20. Kasus I

Bilangan² yg memberikan sisa 0 jika dibagi 3, ada 8 bilangan

Banyaknya cara menyusun 3 bilangan dari 8 bilangan

$$C^8_3 = \frac{8!}{(8-3)!\,3!} = 56$$

Kasus II

Bilangan² yg memberikan sisa 1 jika dibagi 3, C^9_3

Kasus III

Bilangan yg memberikan sisa 2 jika dibagi 3 .ada 8

$$C^8_3 = 56$$

Banyaknya cara menyusun 3 bilangan dari bilangan 1 – 25 yg jumlahnya habis dibagi 3 adalah

$$C^8_1 \cdot C^9_1 \cdot C^8_1 = 8.9.8 = 576$$

Jadi, banyak cara memilih 3 pemain secara acak dengan syarat jumlah nomor kaos mereka habis dibagi 3 adalah

$$56 + 84 + 56 + 576 = 772.$$