

2019

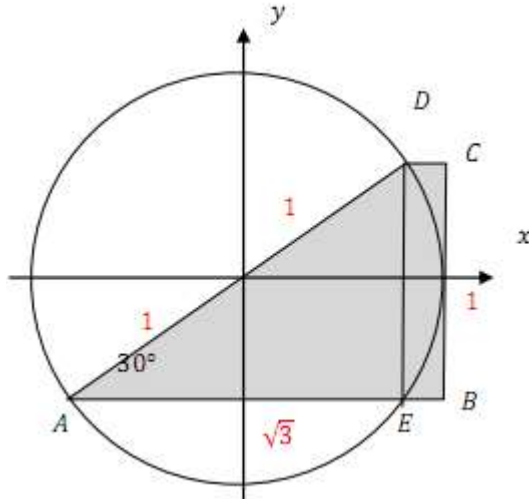
SMP
MATEMATIKA

[illegible]

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 5

1. Jawaban : B



Ingat perbandingan istimewa pada segitiga siku-siku dengan sudut yang lain 30° dan 60° , perbandingan sisi-sisinya adalah

$$DE:AE:AD = 1 : \sqrt{3} : 2$$

Karena panjang $AD = 2$, maka jelas $DE = 1$ dan $AE = \sqrt{3}$.

Dan panjang $DC = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ serta $AB = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$

Jadi, luas trapezium ABCD adalah

$$L = \frac{1}{2}ED(AB + DC) = \frac{1}{2}(1)\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3} + 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = \frac{1}{2}(1)(2) = 1$$

2. Jawaban : B

Karena b adalah bilangan ganjil, maka $(b - 48)$ seharusnya ganjil pula.

Sekarang perhatikan ruas kanan terdapat 3^2 , berarti bilangan ganjil yang dapat dibuat adalah $3^0, 3^1, \text{ dan } 3^2$.

Jadi, ada 3 buah pasangan bilangan (a, b) yang dapat dibentuk.

3. Jawaban : B

$$x + 2y = p + 6 \rightarrow x = p + 6 - 2y$$

Sehingga,

$$2x - y = 5 \rightarrow 2(p + 6 - 2y) - y = 25 - 2p$$

$$\leftrightarrow 2p + 12 - 4y = 25 - 2p$$

$$\leftrightarrow 5y = 13 - 4p$$

$$\leftrightarrow y = \frac{4p-13}{5}$$

Agar y adalah bilangan positif, maka jelas $p > 3\frac{1}{4}$

Sehingga,

$$\begin{aligned}x + 2y = p + 6 &\rightarrow x + 2\left(\frac{4p-13}{5}\right) = p + 6 \\&\leftrightarrow \frac{5x+8p-26}{5} = p + 6 \\&\leftrightarrow 5x + 8p - 26 = 5p + 30 \\&\leftrightarrow 5x = -3p + 56 \\&\leftrightarrow x = \frac{-3p+56}{5}\end{aligned}$$

Agar x adalah bilangan positif, maka jelas $p < 18\frac{2}{3}$

Sehingga dari dua uraian diatas, x dan y akan bernilai positif apabila $3\frac{1}{4} < p < 18\frac{2}{3}$

Sekarang perhatikan informasi di soal, bahwa x dan y harus bilangan bulat positif.

Untuk memastikan bahwa x dan y adalah suatu bilangan bulat, maka coba pandang

$$\text{bentuk } y = \frac{4p-13}{5} \text{ dan } x = \frac{-3p+56}{5}$$

Sehingga jelas bahwa bentuk pembilang keduanya haruslah kelipatan 5 agar dapat diperoleh masing-masing x dan y adalah bilangan bulat.

Sehingga, pilih p pada interval $3\frac{1}{4} < p < 18\frac{2}{3}$ agar bentuk $4p - 13$ dan $-3p + 56$ kelipatan 5.

Jadi, ada 3 nilai p yang mungkin adalah 7, 12, 17

4. Jawaban : D

$$\begin{aligned}x^{2016} - x^{2014} &= x^{2015} - x^{2013} \\(x^{2015} - x^{2013})x - (x^{2015} - x^{2013}) &= 0 \\(x - 1)(x^{2015} - x^{2013}) &= 0 \\(x - 1)(x^2 - 1)x^{2013} &= 0 \\(x - 1)(x - 1)(x + 1)x^{2013} &= 0 \\(x - 1)^2(x + 1)x^{2013} &= 0\end{aligned}$$

$$x = 1, \text{ atau } x = -1, \text{ atau } x = 0$$

Jadi ada 3 bilangan real yang memenuhi persamaan tersebut.

5. Jawaban : C

$$\begin{aligned}\frac{1}{n} - \frac{1}{3n} + \frac{n}{3} - \frac{1}{2n} &= \frac{3}{2n} \\ \frac{6}{6n} - \frac{2}{6n} + \frac{2n^2}{6n} - \frac{3}{6n} &= \frac{9}{6n}\end{aligned}$$

$$\frac{2n^2 + 1}{6n} = \frac{9}{6n}$$

$$2n^2 + 1 = 9$$

$$2n^2 - 8 = 0$$

$$n^2 - 4 = 0$$

$$(n + 2)(n - 2) = 0$$

$$n = -2 \text{ atau } n = 2$$

Jadi jumlah nilai n yang mungkin adalah $-2 + 2 = 0$

6. Jawaban : B

$$x_3 = x_4$$

$$Me = \frac{1}{2}(x_2 + x_3)$$

$$x_2 = \frac{1}{2}Me \rightarrow x_2 = \frac{1}{4}(x_2 + x_3)$$

$$\leftrightarrow \frac{3}{4}x_2 = \frac{1}{4}x_3$$

$$\leftrightarrow x_2 = \frac{1}{3}x_3$$

$$x_1 = \frac{1}{6}Me \rightarrow x_1 = \frac{1}{12}(x_2 + x_3)$$

$$\leftrightarrow x_1 = \frac{1}{12}\left(\frac{1}{3}x_3\right)$$

$$\leftrightarrow x_1 = \frac{1}{36}x_3$$

Padahal $x_3 - x_1 = 16$, sehingga $x_1 = x_3 - 16$

Maka dari $x_1 = \frac{1}{36}x_3$ dan $x_1 = x_3 - 16$ diperoleh:

$$x_3 - 16 = \frac{1}{36}x_3 \rightarrow \frac{35}{36}x_3 = 16$$

$$\leftrightarrow x_3 = 18$$

Jadi rata-rata data tersebut adalah:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{\frac{1}{36}x_3 + \frac{1}{3}x_2 + x_3 + x_3}{4} = \frac{\frac{x_3 + 3x_3 + 9x_3 + 9x_3}{36}}{4} = \frac{22x_3}{36} = \frac{22 \times 18}{36} = 11$$

7. Jawaban : D

$$F = \{5, 6, 7, 8, \dots, 44, 45\}$$

$F \cap G$ adalah anggota F yang merupakan anggota G

$F \cap G$ hasil penjumlahan 3 bilangan berurutan

$$F \cap G = a + (a + 1) + (a + 2) = 3a + 3$$

untuk $a = 1, 2, 3, \dots$

$$F \cap G = \{6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45\}$$

$F \cap G$ hasil penjumlahan 4 bilangan berurutan

$$F \cap G = a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) = 4a + 6$$

~ untuk

$a = 1, 2, 3, \dots$

$$F \cap G = \{10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42\}$$

$F \cap G$ hasil penjumlahan 5 bilangan berurutan

$$F \cap G = a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) + (a + 4) = 5a + 10$$

~ untuk $a =$

$1, 2, 3, \dots$

$$F \cap G = \{15, 20, 25, 30, 35, 40, 45\}$$

$F \cap G$ hasil penjumlahan 6 bilangan berurutan

$$F \cap G = 6a + 15$$

~ untuk $a = 1, 2, 3, \dots$

$$F \cap G = \{21, 27, 33, 39, 45\}$$

$F \cap G$ hasil penjumlahan 7 bilangan berurutan

$$F \cap G = 7a + 21$$

~ untuk $a = 1, 2, 3$

$$F \cap G = \{28, 35, 42\}$$

$F \cap G$ hasil penjumlahan 8 bilangan berurutan

$$F \cap G = 8a + 28$$

~ untuk $a = 1, 2$

$$F \cap G = \{36, 44\}$$

$F \cap G$ hasil penjumlahan 9 bilangan berurutan

$$F \cap G = 9a + 36$$

~ untuk $a = 1$

$$F \cap G = \{45\}$$

Jadi

$$F \cap G = \{6, 9, 10, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45\}$$

Ada sebanyak 26.

8. Jawaban : A

Bilangan dua digit dari 10 – 99 = 90 bilangan

Bilangan dua digit penyusun prima

$$= 22, 23, 25, 27, 32, 33, 35, 37, 52, 53, 55, 57, 72, 73, 75, 77$$

Bilangan dua digit penyusun prima bersisa 5 jika dibagi 7 = 33 dan 75 (ada 2 bilangan)

$$\text{Peluang} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

9. Jawaban : B

$$xy = 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$xy = (3^3)^6 \cdot (5^5)^6$$

$$xy = 27^6 \cdot 3125^6$$

$$xy = 84375^6$$

Dari bentuk terakhir dapat dilihat bahwa

$$x = 84375 \text{ dan } y = 6, \text{ sehingga}$$

$$x - y = 84375 - 6 = 84369$$

10. Jawaban : D

$$\begin{aligned} 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18 \dots 198 &= (2 \cdot 1) \times (2 \cdot 3) \times (2 \cdot 5) \times (2 \cdot 7) \times (2 \cdot 9) \times \dots \times (2 \cdot 99) \\ &= 2^{49} (1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99) \\ &= 2^{49} (3 \times 9 \times 15 \times 21 \times 27 \times 33 \times 39 \times 45 \times 51 \times 57 \times 63 \times 69 \times 75 \times 81 \times 87 \times \\ &\quad 93 \times 99) \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97) \\ &= 2^{49} (3 \times 15 \times 21 \times 33 \times 39 \times 51 \times 57 \times 69 \times 75 \times 87 \times 93) (9 \times 27 \times 45 \times \\ &\quad 63 \times 81 \times 99) \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97) \\ &= 2^{49} \times 3^{11} (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 25 \times 29 \times 31) (3^2 \times 3^3 \times \\ &\quad 3^2 \times 5 \times 3^2 \times 7 \times 3^4 \times 3^2 \times 11) \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97) \\ &= 2^{49} \times 3^{11} \times 3^{15} \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 25 \times 29 \times 31) \times \\ &\quad (5 \times 7 \times 11) \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97) \\ &= 2^{49} \times 3^{26} \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 25 \times 29 \times 31) \times (5 \times 7 \times \\ &\quad 11) \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97) \\ &= 6^{26} \times 2^{23} \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 25 \times 29 \times 31) \times (5 \times 7 \times \\ &\quad 11) \times (1 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97) \end{aligned}$$

Jadi bilangan bulat terbesar n yang dimaksud adalah 26