

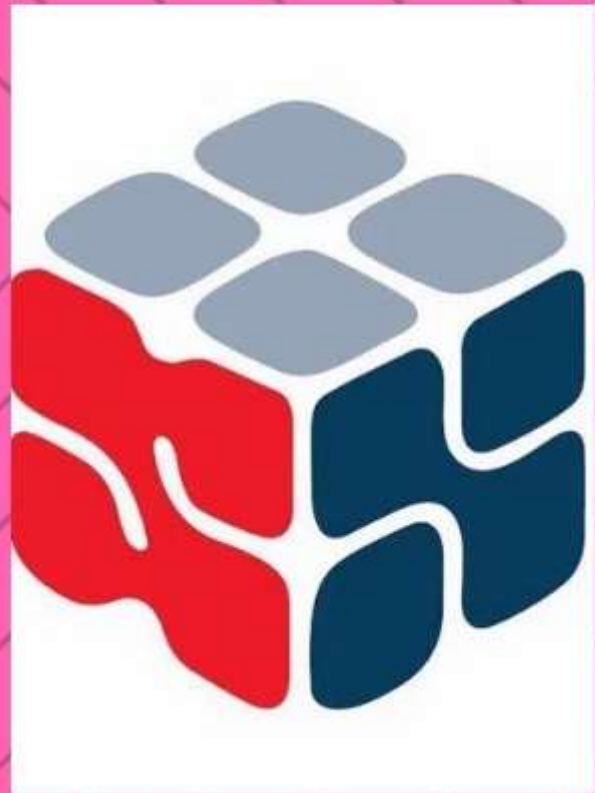
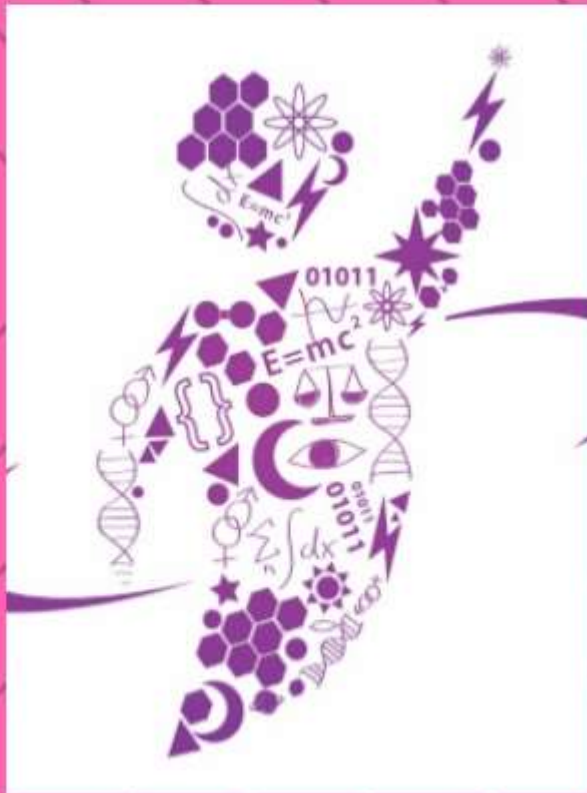
PAKET 2

TRY OUT OSK ONLINE

2019

SMP
MAT

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 2

1. Misalkan untuk bilangan asli a dan n berlaku $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = 2n$.

Nilai dari $\frac{a_{100} + 100}{100}$ adalah

- A. 2 B. 3 C. 100 D. 300 E. 301

Kunci: D

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2n \left(\frac{1}{2} n(n+1) \right) = n^2(n+1)$$

Masukkan $n = 100$, $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100^2(101) \dots (1)$

Masukkan $n = 99$, $a_1 + a_2 + \dots + a_{99} = 99^2(100) \dots (2) \rightarrow$ Kurangkan (1) – (2)

$$\text{Maka } a_{100} = 100^2(101) - 99^2(100) \rightarrow \frac{a_{100} + 100}{100} = \frac{a_{100}}{100} + 1 = 100(101) - 99^2 + 1 = 300.$$

2. Bilangan A , B , C , dan D adalah empat bilangan asli 2 digit yang memiliki nilai sama dengan 7 kali jumlah kedua digitnya. Jika $A > B > C > D$ maka nilai dari $\sqrt{AB - BC - CD}$ sama dengan
- A. 0 B. 21 C. 42 D. 50 E. 100

Kunci: C

Misalkan bilangan itu $(xy) = 10x + y \rightarrow 10x + y = 7(x + y) \rightarrow x = 2y$

$y = 1 \rightarrow x = 2 \rightarrow D = 21$; $y = 2 \rightarrow x = 4 \rightarrow C = 42$; $y = 3 \rightarrow x = 6 \rightarrow B = 63$; $y = 4 \rightarrow x = 8 \rightarrow A = 84$

Maka:

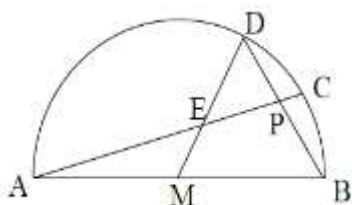
$$\begin{aligned} \sqrt{AB - BC - CD} &= \sqrt{(84)(63) - (63)(42) - (42)(21)} \\ &= \sqrt{(63)(42) - (42)(21)} = \sqrt{(42)(42)} = 42 \end{aligned}$$

3. Misalkan untuk bilangan asli x dan y berlaku $x * y = \frac{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}{x^2 - 2xy + y^2}$.
- Jika $N = 2014 * 2013$, maka angka satuan dari N adalah
- A. 0 B. 1 C. 3 D. 7 E. 9

Kunci: C

Terlihat bahwa $x * y = \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2}$. Maka $N = \frac{4027^3}{1^2}$. Angka satuan dari $N = 3$.

4. Perhatikan gambar berikut!



Pada gambar disamping, AB adalah diameter dan M titik tengah AB . Titik C dan D terletak pada

lingkaran, garis AC memotong garis MD dan BD masing-masing di titik E dan P . Jika besar sudut $CAB = 19^\circ$ dan besar sudut $MEA = 45^\circ$, maka besar sudut CPB adalah . . .

- A. 75° B. 77° C. 90° D. 103° E. 107°

Kunci: B

Besar $\angle AMD = 180^\circ - (19^\circ + 45^\circ) = 116^\circ$. Besar $\angle BMD = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$.
 $BM = MD$, maka $\angle MBD = \angle MDB = x$. Pada segitiga BMD , $2x + 64^\circ = 180 \rightarrow x = 58^\circ$. Kemudian $\angle CPB = \angle EPD = 180^\circ - (58^\circ + 45^\circ) = 77^\circ$.

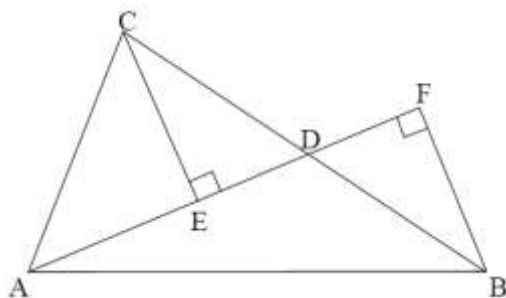
5. A dan B berturut-turut menyatakan banyaknya bilangan asli x dan y sehingga bentuk $\frac{4x+5}{x-1}$ dan $\frac{3y+7}{y-1}$ menghasilkan bilangan asli. Banyaknya bilangan asli n sehingga bentuk $\frac{(A+1)(B+1)}{n}$ menghasilkan bilangan asli adalah . . .

- A. tidak ada B. 2 C. 4 D. 6 E. tak terhingga

Kunci: D

$\frac{4x+5}{x-1} = \frac{4(x-1)+9}{x-1} = 4 + \frac{9}{x-1} \rightarrow x-1 \in \{1, 3, 9\} \rightarrow x \in \{2, 4, 10\} \rightarrow A = 3$
 $\frac{3y+7}{y-1} = \frac{3(y-1)+10}{y-1} = 3 + \frac{10}{y-1} \rightarrow y-1 \in \{1, 2, 5, 10\} \rightarrow y \in \{2, 3, 6, 11\} \rightarrow B = 4$
 Kemudian $\frac{(A+1)(B+1)}{n} = \frac{4 \times 5}{n} = \frac{20}{n} \rightarrow n$ faktor dari 20 sebanyak 6 faktor.

6. Perhatikan gambar berikut!



Pada gambar di samping, AD adalah garis berat segitiga ABC . Panjang garis $AB = 20$ cm, $BD = 13$ cm, dan $CE = 12$ cm. Jika panjang $CE = BF$ maka panjang garis AE adalah . . .

- A. 5 cm D. 10 cm
 B. 6 cm E. 12 cm
 C. 8 cm

Kunci: B

AD garis berat, maka $CD = BD$. Segitiga CED sebangun dengan segitiga BDF , maka $DE = DF$. Dengan Pythagoras didapat $DE = DF = 5$ cm. Misalkan panjang $AE = x$ cm. Gunakan Pythagoras pada segitiga ABF : $(10+x)^2 + 12^2 = 20^2 \rightarrow x = 6$
 Jadi panjang $AE = 6$ cm.

7. Misalkan x dan y adalah dua bilangan asli yang berjumlah 2014. Pasangan bilangan (m, n) dikatakan “spesial” jika m dan n keduanya bilangan bulat positif. Banyaknya pasangan bilangan $(x+y, x-y)$ yang “spesial” adalah . . .

- A. 1006 B. 1007 C. 2013 D. 2014 E. tidak ada

Kunci: A

$x + y = 2014 > 0$ dan $x - y > 0$. Pasangan (x, y) yang memenuhi:
 $(2013, 1); (2012, 2); (2011, 3); \dots; (1008, 1006) \rightarrow$ ada 1006 pasang.

8. Tiga bilangan prima a, b, c memenuhi $(a + 2b)(3b - 4c) = 11$. Jumlah ketiga bilangan prima tersebut adalah . . .

- A. 10 B. 12 C. 15 D. 16 E. 19

Kunci: A

Dari $(a + 2b)(3b - 4c) = 11 \times 1$ didapat $a + 2b = 11$ dan $3b - 4c = 1$.
 Dari $a + 2b = 11$ didapat $a = 5$ dan $b = 3$. Dari $3b - 4c = 1$ didapat $c = 2$.
 Jadi, $a + b + c = 5 + 3 + 2 = 10$.

9. Misalkan $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ adalah sebuah barisan bilangan real positif yang memiliki sifat penjumlahan setiap 2 bilangan, 3 bilangan, 4 bilangan, . . . , 2013 bilangan bernilai sama. Artinya,

$$a_1 + a_2 = a_2 + a_3 = a_3 + a_4 = \dots = a_{2014} + a_1$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + a_3 + a_4 = \dots = a_{2013} + a_{2014} + a_1$$

dan seterusnya. Jika $a_1 + a_2 + a_3 = 3\sqrt{2}$ maka hasil kali semua bilangan tersebut adalah . . .

- A. 1 B. 2^{1007} C. 1007 D. 2^{2014} E. 2014

Kunci: B

Dari $a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + a_3 + a_4 = \dots = a_{2013} + a_{2014} + a_1$ dan
 $a_1 + a_2 = a_2 + a_3 = a_3 + a_4 = \dots = a_{2014} + a_1$ jika kita kurangkan didapat
 $a_3 = a_4 = \dots = a_{2014}$.

Substitusi ke persamaan awal, lebih lanjut didapatkan bahwa semua suku tersebut bernilai sama.

Akibatnya, $a_1 + a_2 + a_3 = 3\sqrt{2} \rightarrow a_n = \sqrt{2}$.

Jadi, hasil kali seluruh bilangan itu $= (\sqrt{2})^{2014} = 2^{1007}$.

10. Sebanyak 750 siswa disusun dalam beberapa baris. Karena sesuatu hal, format barisan diubah dengan cara banyak barisan ditambah 10 dan banyak siswa perbaris dikurangi 20. Banyaknya barisan dalam format awal adalah . . .

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25 E. 50

Kunci: B

Misalkan x = banyaknya barisan dalam format awal, dan y = banyak siswa perbaris.
 Maka, $xy = 750$ dan $(x + 10)(y - 20) = 750 \rightarrow 10y - 20x = 200 \rightarrow y = 2x + 20$
 Kemudian, $xy = 750 \rightarrow x(2x + 20) = 750 \rightarrow x = 15$.

TRY OUT ONLINE 2019
SMP MATEMATIKA – PAKET 2



11. Diberikan fungsi $f(x + y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2$. Jika $f(1) = 2$ maka $f(2) = \dots$
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8 E. 16

Kunci: D

Substitusi $x = 1$ dan $y = 0 \rightarrow f(1) = A = 2$.

Substitusi $x = 2$ dan $y = 0 \rightarrow f(2) = 4A = 4 \times 2 = 8$.

12. Persamaan $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a+c}{b+d}$ dipenuhi oleh bilangan-bilangan real berbeda tak nol jika nilai $a + b + c + d$ sama dengan \dots
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. semua salah

Kunci: B

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{c+d} &= \frac{a+c}{b+d} \rightarrow (a+b)(b+d) = (a+c)(c+d) \rightarrow ab+ad+b^2+bd = ac+ad+c^2+cd \\ \Rightarrow (ab-ac) + (b^2-c^2) + (bd-cd) &= 0 \rightarrow a(b-c) + (b+c)(b-c) + d(b-c) = 0 \\ \Rightarrow (a+b+c+d)(b-c) &= 0 \rightarrow a+b+c+d = 0 \text{ atau } b-c = 0.\end{aligned}$$

Karena $b \neq c$ maka $a+b+c+d = 0$.

13. Anita dan Idris mengadakan pesta pernikahan. Pesta tersebut dihadiri sebanyak n orang. Setiap orang bersalaman dengan semua orang di pesta tersebut. Tidak ada orang yang bersalaman dengan dirinya sendiri. Jika banyaknya salaman yang terjadi adalah $8n + 100$, maka banyak orang di pesta tersebut adalah \dots
A. 15 orang B. 20 orang C. 25 orang D. 30 orang E. 35 orang

Kunci: C

Banyak salaman yang dilakukan n orang $= 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$.

Jumlah ini sama dengan $8n + 100$, maka:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 8n + 100 \rightarrow n^2 - 17n - 200 = 0 \rightarrow (n-25)(n+8) = 0 \rightarrow n = 25.$$

14. Diketahui $2^{n_1} + 2^{n_2} + 2^{n_3} + 2^{n_4} + 2^{n_5} + 2^{n_6} = 183$ dengan semua n bilangan bulat berbeda. Bentuk $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 + n_4^2 + n_5^2 + n_6^2$ senilai dengan \dots
A. 80 B. 85 C. 90 D. 95 E. 100

Kunci: D

Perhatikan bahwa:

$$183 = 2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 \rightarrow 7^2 + 5^2 + 4^2 + 2^2 + 1^2 + 0^2 = 95.$$

15. Misalkan x, y, k tiga bilangan real positif yang memenuhi $k = \frac{3x+y}{x+2y} = \frac{2x+3y}{3x-2y}$.
Nilai $4k$ adalah \dots
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

TRY OUT ONLINE 2019
SMP MATEMATIKA – PAKET 2



Kunci: C

$$k = \frac{3x+y}{x+2y} = \frac{2x+3y}{3x-2y} \rightarrow (3x+y)(3x-2y) = (2x+3y)(x+2y) \rightarrow 7x^2 - 10xy - 8y^2 = 0$$

Faktorkan $(7x+4y)(x-2y) = 0$. Karena x, y positif maka $x = 2y$.

Substitusi untuk nilai k didapat $k = \frac{7}{4} \rightarrow 4k = 7$.