

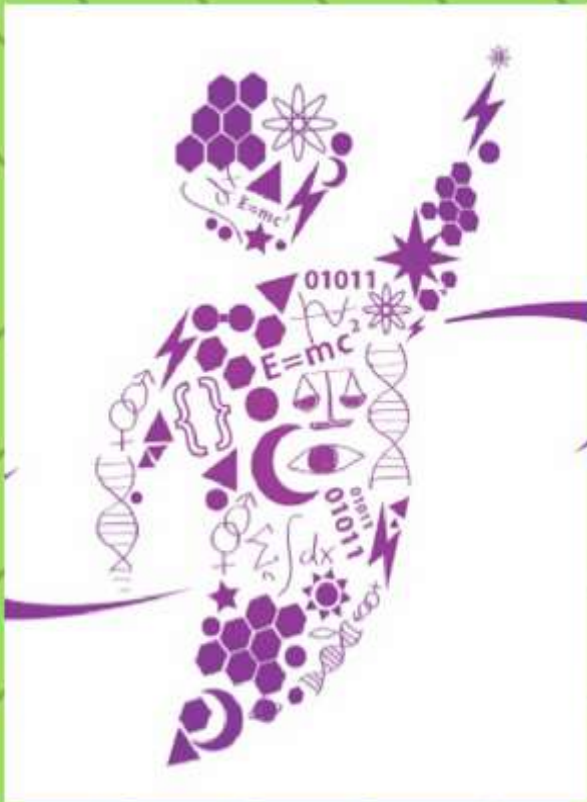
PAKET 11

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMA
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

GEOMETRI

4.1 Garis

Garis memiliki panjang tak terhingga sedangkan ruas garis dibatasi oleh dua buah titik sebagai ujung-ujung koordinat.

a. Jarak 2 titik

Misalkan AB adalah suatu ruas garis dengan koordinat $A(x_A, y_A)$ dan $B(x_B, y_B)$.

Jarak titik A dan titik B dapat didefinisikan dengan panjang ruas garis lurus yang menghubungkan titik A dengan titik B. Jika ruas garis tersebut diproyeksikan ke sumbu X dan sumbu Y akan didapat bahwa panjang ruas garis tersebut pada arah sumbu X sama dengan $x_B - x_A$ panjang ruas garis tersebut pada arah sumbu Y sama dengan $y_B - y_A$. Karena sumbu X dan sumbu Y tegak lurus maka dengan dalil pitagoras akan didapat

$$\text{Panjang ruas AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

b. Gradien garis

Kemiringan garis disebut dengan dengan gradien yang dinotasikan dengan m.

Sebelumnya telah dijelaskan tentang perhitungan proyeksi sebuah ruas garis terhadap sumbu X dan Y.

Kemiringan garis dapat didefinisikan dengan perbandingan proyeksi ruas garis terhadap sumbu Y dengan proyeksi ruas garis tersebut terhadap sumbu X.

Jadi, kemiringan garis, $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Dengan memperhatikan bahwa proyeksi ruas garis terhadap sumbu X dan sumbu Y saling tegak lurus serta juga memperhatikan pengertian tangen suatu sudut maka didapat

$$\tan \alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = m$$

dengan α adalah sudut garis terhadap sumbu X positif. Pengukuran dimulai dari sumbu X positif berlawanan arah jarum jam ke garis dimaksud.

c. Persamaan garis

Persamaan dari suatu garis lurus dapat ditentukan jika diketahui sedikitnya satu dari 2 kemungkinan berikut :

1. Jika diketahui 2 titik sebarang yang terletak pada garis

Misalkan diketahui 2 titik dengan koordinat $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$.
Persamaan garis tersebut dapat ditentukan dengan menganggap terdapat sebuah titik $P(x, y)$ yang juga terletak pada garis tersebut. Karena berada pada satu garis lurus maka gradien ruas AP dan AB akan sama. Maka

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Dari persamaan tersebut akan dapat ditentukan persamaan garis.

2. Jika diketahui kemiringan garis tersebut serta titik yang terletak pada garis tersebut

Misalkan sebuah garis lurus memiliki kemiringan m serta sebuah titik dengan koordinat $A(x_1, y_1)$ terletak pada garis tersebut. Persamaan garis tersebut dapat ditentukan dengan menganggap terdapat sebuah titik $P(x, y)$ yang juga terletak pada garis tersebut.

Berdasarkan pengertian gradien maka

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

Persamaan di atas setara dengan $y = mx + c$ dengan $c = y_1 - mx_1$. Persamaan $y = mx + c$ dikenal juga dengan persamaan umum garis lurus.

SOAL

1. Tentukan banyaknya bilangan enam angka n yang memenuhi:
 - (i) n adalah bilangan kuadrat sempurna
 - (ii) bilangan dibentuk dengan tiga angka terakhir n lebih satu dari tiga angka pertama n(Sebagai ilustrasi n terlihat seperti 123124 tetapi itu bukan bilangan kuadrat)
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4
2. Segitiga ABC siku-siku di C. Garis bagi dalam sudut BAC dan ABC memotong sisi BC dan CA berturut-turut di titik P dan Q. Titik M dan N masing-masing terletak pada sisi AB sehingga PM dan QN tegak lurus AB. Tentukan besar $\angle MCN$.
 - a. 30°
 - b. 45°
 - c. 60°
 - d. 75°
3. Tentukan banyaknya pasangan bilangan bulat positif (m, n) yang memenuhi 2 kondisi berikut:
 - (a) m dan n keduanya adalah bilangan kuadrat empat angka
 - (b) dua digit m sama baik nilai maupun posisinya dengan n (satuan dengan satuan, puluhan dengan puluhan, ratusan dengan ratusan, ribuan dengan ribuan) sedangkan dua digitnya lainnya dari m masing-masing kurang satu dari kedua digit n pada masing-masing posisi)Bilangan tersebut terlihat seperti 1345 dan 1446, 3526 dan 4527 meskipun bilangan-bilangan tersebut bukan bilangan kuadrat.
 - a. 3
 - b. 4
 - c. 5
 - d. 6
4. Sebuah fungsi f didefinisikan pada bilangan bulat yang memenuhi $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^2 f(n)$ dan $f(1) = 1996$ untuk semua $n > 1$.
Hitunglah nilai $f(1996)$.
 - a. $\frac{1}{1997}$
 - b. $\frac{2}{1997}$

- c. $\frac{3}{1997}$
d. $\frac{4}{1997}$

5. Untuk sembarang nilai x , misalkan $[x]$ dinyatakan bilangan bulat terbesar kurang dari atau sama dengan x . Didefinisikan $q(n) = \left\lfloor \frac{n}{[\sqrt{n}]} \right\rfloor$ untuk $n = 1, 2, 3, \dots$. Tentukan semua bilangan bulat positif n yang memenuhi $q(n) > q(n + 1)$.
- a. m^2
b. $m^2 + m$
c. $m^2 + 2m$
d. $m^2 + 3m$
6. N adalah bilangan asli 4 angka yang tidak berakhiran dengan angka 0 dan $R(N)$ menyatakan bilangan 4 angka dengan me-revers digit-digit N . (Dalam kasus ini revers artinya angka pertama N menjadi angka ke-4, angka ke-2 menjadi angka ke-3, angka ke-3 menjadi angka ke-4 dan angka ke-4 menjadi angka pertama). Sebagai contoh adalah $R(3275) = 5723$. Tentukan banyaknya semua bilangan asli N yang memenuhi $R(N) = 4N + 3$.
- a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
7. Tentukan banyaknya semua bilangan bulat positif m, n dengan n bilangan ganjil yang memenuhi :

$$\frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{1}{12}$$

- a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
8. Diberikan $34! = 295\,232\,799\,cd9\,604\,140\,847\,618\,609\,643\,5ab\,000\,000$. Tentukan digit a, b, c dan d . bahwa
- a. $a = 2; b = 0; c = 0; d = 3$
b. $a = 2; b = 0; c = 1; d = 8$
c. $a = 8; b = 1; c = 0; d = 2$
d. $a = 2; b = 0; c = 1; d = 0$
9. Selesaikan persamaan dibawah ini :
- $ab + c + d = 3, bc + a + d = 5, cd + a + b = 2, da + b + c = 6$

dengan a, b, c dan d adalah bilangan real. Berapakah nilai (a, d) yang memenuhi?

- a. $(0, 0)$
- b. $(2, 0)$
- c. $(1, 3)$
- d. $(2, 3)$

10. Misalkan ABC adalah sebuah segitiga dengan sisi-sisinya a, b dan c . Garis bagi yang ditarik dari titik C memotong AB di D . Carilah panjang CD .

- a. $\frac{2ac \cos\left(\frac{B}{2}\right)}{a+c}$
- b. $\frac{2ab \cos\left(\frac{C}{2}\right)}{a+b}$
- c. $\frac{2bc \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{b+c}$
- d. $\frac{2ab \cos(C)}{a+b}$