

085223273373

HUBUNGAN GRADIEN 2 GARIS

Pada bidang (2 dimensi), hubungan 2 buah garis lurus dapat terjadi dalam 2 kemungkinan : sejajar (termasuk berhimpit) dan berpotongan.

1. Dua buah garis sejajar

Dua buah garis dikatakan sejajar jika tidak memiliki titik persekutuan (sejajar tidak berhimpit) atau memiliki tak berhingga titik persekutuan (berhimpit).

Dua buah garis dikatakan sejajar adalah apabila memiliki kemiringan yang sama. Jadi, jika garis pertama dengan gradien m_1 dan garis kedua dengan gradien m_2 sejajar maka berlaku

$$m_1 = m_2$$

2. Dua buah garis berpotongan

Dua buah garis lurus dikatakan berpotongan jika terdapat satu buah titik persekutuan.

Misalkan sebuah garis memiliki sudut α terhadap sumbu X positif. Maka kemiringan garis tersebut adalah $m_1 = \tan \theta$.

Jika sebuah garis memotong tegak lurus garis tersebut maka tentunya sudut yang dibentuk garis kedua tersebut terhadap sumbu X positif adalah $90^\circ + \theta$.

Maka kemiringan garis kedua tersebut adalah $m_2 = \tan (90^\circ + \theta)$.

$$m_2 = \tan (90^\circ + \theta)$$

$$m_2 = -\cot \theta = -\frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{1}{m_1}$$

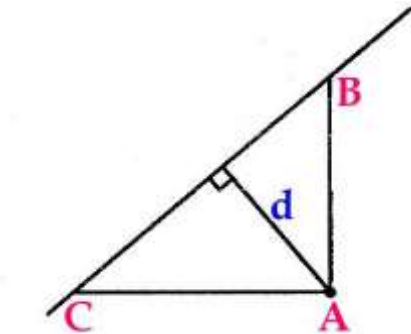
Jadi, syarat dua buah garis berpotongan tegak lurus adalah

$$m_1 m_2 = -1$$

Jika dua buah garis berpotongan tidak tegak lurus akan dibahas pada bagian sudut antara dua buah garis.

a. Jarak titik ke garis

Jarak antara titik dengan garis l adalah panjang terpendek antara titik tersebut dengan titik –titik yang terletak pada garis l tersebut. Panjang terpendek didapat jika garis yang melalui titik tersebut dengan titik acuan yang terletak pada garis l tegak lurus dengan garis l .



Misalkan terdapat titik $A(x_o, y_o)$ dan sebuah garis $ax + by + c = 0$ dan akan dicari jarak titik A dengan garis tersebut dengan jarak tersebut sama dengan d .

Buat dua garis berturut-turut sejajar sumbu X dan sumbu Y serta memotong garis $ax + by + c = 0$ di titik C dan B.

Karena koordinat $A(x_o, y_o)$ dan persamaan garis $ax + by + c = 0$ maka koordinat $B(x_o, \frac{-ax_o - c}{b})$ dan koordinat $C(\frac{-by_o - c}{a}, y_o)$.

$$\text{Panjang } |AB| = \sqrt{\left(\frac{-ax_o - c}{b} - y_o\right)^2} = \left|\frac{ax_o + by_o + c}{b}\right|$$

$$\text{Panjang } |AC| = \sqrt{\left(x_o - \frac{-by_o - c}{a}\right)^2} = \left|\frac{ax_o + by_o + c}{a}\right|$$

$$\text{Panjang } |BC| = \sqrt{\left(x_o - \frac{-by_o - c}{a}\right)^2 + \left(\frac{-ax_o - c}{b} - y_o\right)^2} = \frac{|ax_o + by_o + c|\sqrt{a^2 + b^2}}{|ab|}$$

Dengan luas segitiga maupun perbandingan segitiga akan didapat

$$|AB| \cdot |AC| = |BC| \cdot d$$

$$d = \left|\frac{ax_o + by_o + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$$

Jadi, jarak titik $A(x_o, y_o)$ ke garis $ax + by + c = 0$ adalah $d = \left|\frac{ax_o + by_o + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

SOAL

1. Tentukan penjumlahan $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + (n - 1) \cdot (n - 1)! + n \cdot n!$ dinyatakan dalam n dengan $n! = n(n - 1)(n - 2) \dots 2 \cdot 1$.
 - a. $(n + 1)! - 1$
 - b. $(n - 1)! - 1$
 - c. $n! - 1$
 - d. $(n - 1)! + 1$
2. Tentukan banyaknya semua tripel (x, y, z) yang memenuhi bahwa salah satu bilangan jika ditambahkan dengan hasil kali kedua bilangan yang lain hasilnya adalah 2.
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4
3. DEB adalah tali busur suatu lingkaran dengan $DE = 3$ dan $EB = 5$. Misalkan O adalah pusat lingkaran. Hubungkan OE dan perpanjangan OE memotong lingkaran di titik C. Diketahui $EC = 1$. Tentukan radius lingkaran tersebut.
 - a. 3
 - b. 5
 - c. 8
 - d. 10
4. Tentukan banyaknya semua bilangan real a yang memenuhi bahwa dua polinomial $x^2 + ax + 1$ dan $x^2 + x + a$ memiliki sedikitnya satu akar yang sama.
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4
5. Misalkan n adalah bilangan lima angka dan m adalah bilangan empat angka yang didapat dengan menghapus angka yang ada di tengah dari bilangan n . Tentukan semua nilai n yang memenuhi bahwa $\frac{n}{m}$ adalah bilangan bulat.
 - a. 20

- b. 50
c. 75
d. 90
6. Diketahui bahwa masing-masing n orang mengetahui tepat 1 buah informasi yang saling berbeda. Jika salah seorang katakan A menelepon B maka A akan memberitahukan semua informasi yang dimilikinya kepada B sedangkan B tidak memberitahukan satu pun informasi yang diketahuinya kepada A. Berapakah panggilan telepon minimum yang diperlukan sehingga setiap orang tersebut akan mengetahui n informasi tersebut ?
- a. $2n$
b. $2n-1$
c. $2n-2$
d. $2n-3$
7. Barisan a_1, a_2, a_3, \dots memenuhi $a_1 = \frac{1}{2}$ dan $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = n^2 a_n$ untuk $n \geq 1$. Tentukan nilai a_n .
- a. $\frac{1}{n(n-1)}$
b. $\frac{1}{(n-1)(n+1)}$
c. $\frac{1}{2(n+1)}$
d. $\frac{1}{n(n+1)}$
8. Pada sebuah bilangan positif 3,27, angka 3 merujuk pada bagian bulat dari bilangan dan ,27 merujuk pada bagian desimal. Tentukan bilangan positif yang memenuhi bagian desimal, bagian bulat dan bilangan itu sendiri membentuk barisan geometri.
- a. $\frac{1-\sqrt{5}}{3}$
b. $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$
c. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
d. $\frac{2+\sqrt{5}}{3}$
9. Dua orang siswa kelas tujuh mengikuti suatu kompetisi catur dengan seluruh peserta selain mereka adalah siswa kelas delapan. Masing-masing peserta akan bertemu tepat satu kali dengan masing-masing lawan dengan ketentuan penilaian : 1 jika menang, setengah jika remis sedangkan jika kalah 0. Total

nilai yang diperoleh kedua siswa kelas tujuh adalah 8 sedangkan semua siswa kelas delapan memperoleh nilai yang sama. Berapa banyak siswa kelas delapan yang mengikuti kompetisi ?

- a. 10
- b. 12
- c. 14
- d. 16

10. n adalah bilangan bulat. Jika angka puluhan n^2 adalah tujuh, apakah angka satuan dari n^2 ?

- a. 8
- b. 6
- c. 4
- d. 2