

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 1

1. Suku keempat, suku ketujuh, suku kesepuluh, dan suku ke-1010 suatu barisan aritmatika berturut-turut adalah $t, t^2, t + t^2$, dan 2018. Suku ke-50 dikurangi suku ke-5 barisan tersebut adalah

A. 102

B. 90

C. 75

D. 180

Solusi:

$$U_4 = t$$

$$U_7 = t^2$$

$$U_{10} = t + t^2$$

Dari bentuk di atas dapat dilihat bahwa

$$U_4 + U_7 = U_{10}$$

$$(a + 3b) + (a + 6b) = a + 9b$$

$$a = 0$$

$$U_{1010} = 2018$$

$$a + 1009b = 2018$$

$$0 + 1009b = 2018$$

$$1009b = 2018$$

$$b = \frac{2018}{1009} = 2$$

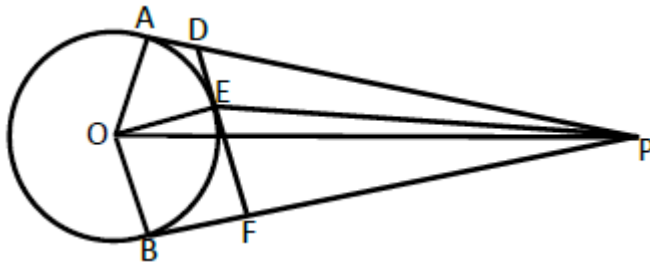
$$U_{50} - U_5 = (a + 49b) - (a + 4b)$$

$$U_{50} - U_5 = a + 49b - a - 4b$$

$$U_{50} - U_5 = 45b$$

$$U_{50} - U_5 = 45 \times 2 = 90$$

2. Dari gambar berikut ini diketahui $AP = 11$ cm, $OA = 2$ cm



Pernyataan yang benar adalah

A. Keliling $DEFPD$ adalah 20 cm

B. $OP = 5\sqrt{5}$ cm

C. $EP = 5\sqrt{5} - 2$ cm

D. $AD \neq DE$

Solusi:

AP merupakan garis singgung lingkaran, sehingga $AP \perp AO$. Oleh karena itu,

$$OP = \sqrt{AP^2 + AO^2}$$

$$OP = \sqrt{11^2 + 2^2}$$

$$OP = \sqrt{121 + 4}$$

$$OP = \sqrt{125}$$

$$OP = 5\sqrt{5} \text{ cm (jawaban B benar)}$$

$$\text{Diketahui } AP = BP = 11 \text{ cm}$$

AO dan OE merupakan jari-jari lingkaran. AD dan DE merupakan garis singgung lingkaran.

Oleh karena itu, $OADE$ merupakan layang-layang. Akibatnya, $AD = DE$. (jawaban D salah)

$$\text{Keliling } DEFDP = DE + EF + FP + DP \sim \text{karena } DE = AD \text{ dan } EF = BF$$

$$\text{Keliling } DEFDP = AD + BF + FP + DP$$

$$\text{Keliling } DEFDP = (AD + DP) + (BF + FP)$$

$$\text{Keliling } DEFDP = AP + BP$$

$$\text{Keliling } DEFDP = 11 + 11 = 22 \text{ cm (jawaban A salah)}$$

3. Pada sebuah karung terdapat beberapa bola berwarna merah dan berwarna biru. Jika dua bola diambil secara acak, maka peluang terpilihnya kedua bola berwarna merah adalah $\frac{1}{12}$. Jika banyak bola berwarna biru adalah genap, maka paling sedikit bola berwarna merah adalah

A. 12

B. 15

C. 18

D. 21

Solusi:

Misalkan h = banyak bola biru

p = banyak bola merah

$$\frac{C_2^p}{C_2^{h+p}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{p!}{(p-2)! \cdot 2!}}{\frac{(h+p)!}{(h+p-2)! \cdot 2!}} = \frac{1}{2}$$

$$2 \times \frac{p!}{(p-2)! \cdot 2!} = \frac{(h+p)!}{(h+p-2)! \cdot 2!}$$

$$2 \times \frac{p \cdot (p-1) \cdot (p-2)!}{(p-2)! \cdot 2!} = (h+p) \cdot \frac{(h+p-1)(h+p-2)!}{(h+p-2)! \cdot 2!}$$

$$2 \cdot p \cdot (p-1) = (h+p) \cdot (h+p-1)$$

$$2p^2 - 2p = h^2 + 2hp + p^2 - h - p$$

$$p^2 - p = h^2 + 2hp - h$$

$$p^2 - p = h^2 + (2p-1)h$$

$$h^2 + (2p-1)h - (p^2 - p) = 0$$

- Untuk $p = 12$ maka $h^2 + 23h - 132 = 0$

Dengan menggunakan rumus $h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ didapat $h = 4,7557 \dots$ dan $h = -27,7558 \dots$

(bukan bilangan genap). Jawaban A salah.

- Untuk $p = 15$ maka $h^2 + 29h - 210 = 0$

Dengan menggunakan rumus $h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ didapat $h = -35$ dan $h = 6$ (bilangan

genap). Jawaban B benar.

- Untuk $p = 18$ maka $h^2 + 35h - 324 = 0$

Dengan menggunakan rumus $h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ didapat $h = 7,6047 \dots$ dan $h =$

$-42,6048 \dots$ (bukan bilangan genap). Jawaban C salah.

- Untuk $p = 21$ maka $h^2 + 41h - 420 = 0$

Dengan menggunakan rumus $h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ didapat $h = 8,4870 \dots$ dan $h = -49,4871 \dots$ (bukan bilangan genap).

Jawaban D salah.

4. Rata-rata usia sepasang suami istri pada saat mereka menikah adalah 25 tahun. Rata-rata usia keluarga pada saat anak pertama mereka lahir adalah 18 tahun. Rata-rata usia keluarga pada saat anak kedua lahir adalah 15 tahun. Rata-rata usia keluarga pada saat anak ketiga lahir (kembar) adalah 12 tahun. Jika saat ini rata-rata usia enam orang ini adalah 16 tahun, maka usia anak pertama adalah tahun.
- A. 7
B. 8
C. 9
D. 10

Solusi:

Misal usia suami saat menikah adalah s , dan usia istri saat menikah adalah i .

$$\frac{s + i}{2} = 25 \rightarrow s + i = 50$$

Misal anak pertama lahir setelah usia pernikahan a tahun, dan anak baru lahir dianggap berusia 0 tahun.

$$\frac{(s+a)+(i+a)+0}{3} = 18$$

$$\rightarrow s + i + 2a = 54$$

$$\rightarrow 50 + 2a = 54$$

$$\rightarrow 2a = 4$$

$$\rightarrow a = 2$$

Pada saat ini, jumlah usia suami dan istri = $50 + 2 \times 2 = 54$ tahun

Misal anak kedua lahir setelah anak pertama berusia b tahun, dan anak baru lahir dianggap berusia 0 tahun.

$$\frac{(s+b)+(i+b)+b+0}{4} = 15$$

$$\rightarrow s + i + 3b = 60$$

$$\rightarrow 54 + 3b = 60$$

$$\rightarrow 3b = 6$$

$$\rightarrow b = 2$$

Pada saat ini, jumlah usia suami dan istri = $54 + 2 \times 2 = 58$ tahun dan anak pertama berusia 2 tahun

Misal anak ketiga kembar lahir setelah anak kedua berusia c tahun, dan anak baru lahir dianggap berusia 0 tahun.

$$\frac{(s+c)+(i+c)+(2+c)+c+2.0}{6} = 12$$

$$\rightarrow s + i + 4c + 2 = 72$$

$$\rightarrow 58 + 4c + 2 = 72$$

$$\rightarrow 4c = 12$$

$$\rightarrow c = 3$$

Pada saat ini, jumlah usia suami dan istri = $58 + 2 \times 3 = 64$ tahun dan anak pertama berusia 5 tahun dan anak kedua berusia 3 tahun.

Misal pada saat ini, anak ketiga berusia x tahun, maka anak kedua berusia $3+x$, anak pertama berusia $5 + x$, dan jumlah usia suami istri $64 + 2x$.

$$\frac{(64+2x)+(5+x)+(3+x)+2x}{6} = 16$$

$$\rightarrow 72 + 6x = 96$$

$$\rightarrow 6x = 24$$

$$\rightarrow x = 4$$

Pada saat ini, anak pertama berusia = $5 + 4 = 9$ tahun.

5. Jika sistem persamaan

$$mx + 3y = 21$$

$$4x - 3y = 0$$

Memiliki penyelesaian bilangan bulat x dan y , maka nilai $m + x + y$ yang mungkin adalah

....

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

Solusi:

$$mx + 3y = 21$$

$$4x - 3y = 0 \leftrightarrow y = \frac{4}{3}x$$

Kedua persamaan di atas dijumlahkan diperoleh

$$(m + 4)x = 21$$

Dengan memperhatikan x dan y bilangan bulat, dan faktor $21 = 1, 3, 7, 21$,

Untuk $m = 17$, maka $x = 1$, sehingga $y = \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{4}{3}$, dan $m + x + y$ bukan bilangan bulat

Untuk $m = 3$, maka $x = 3$, sehingga $y = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4$, dan $m + x + y = 3 + 3 + 4 = 10$

Jadi nilai $m + x + y$ yang mungkin adalah 10

6. Jika $0 < a < 1$ dan grafik fungsi kuadrat $y = a(x - 1)^2 + 2a$ berada di bawah grafik fungsi $y = (a^2 + 2a)(x + 1) - 2a(2a + 1)$, maka nilai x yang memenuhi adalah
- A. $0 < x < 3$
B. $a < x < 3$
C. $a + 1 < x < 3$
D. $3 < x < 3 + a$

Solusi:

$$a(x - 1)^2 + 2a < (a^2 + 2a)(x + 1) - 2a(2a + 1)$$

$$a(x^2 - 2x + 1) + 2a < (a^2 + 2a)x + (a^2 + 2a) - 4a^2 - 2a$$

$$ax^2 - 2ax + a + 2a < (a^2 + 2a)x - 3a^2$$

$$ax^2 - 2ax - (a^2 + 2a)x + 3a^2 + 3a < 0$$

$$ax^2 - (a^2 + 4a)x + 3(a^2 + a) < 0$$

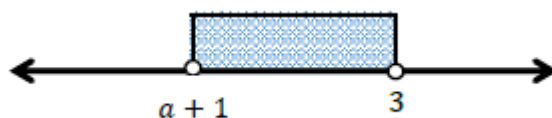
dibagi a

$$x^2 - (a + 4)x + 3(a + 1) < 0$$

$$(x - (a + 1))(x - 3) < 0$$

Pembuat nol $x = a + 1$ atau $x = 3$

Karena $0 < a < 1$ maka $a + 1 < 3$



$$a + 1 < x < 3$$

7. Nilai dari $\frac{2017 \times (2016^2 - 16) \times 2015}{2020 \times (2016^2 - 1)}$ adalah

- A. 2012
B. 2013

- C. 2014
D. 2015

Solusi:

Misalkan $2016 = x$, maka

$$\begin{aligned} & \frac{2017 \times (2016^2 - 16) \times 2015}{2020 \times (2016^2 - 1)} \\ &= \frac{(x+1) \times (x^2 - 16) \times (x-1)}{(x+4) \times (x^2 - 1)} \\ &= \frac{(x^2 - 1) \times (x+4) \times (x-4)}{(x+4) \times (x^2 - 1)} \\ &= x - 4 \end{aligned}$$

Jadi nilainya $2016 - 4 = 2012$

8. Misalkan $[x]$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar daripada atau sama dengan x .

Jika $x = \frac{2}{\frac{1}{1001} + \frac{2}{1002} + \dots + \frac{10}{1010}}$, maka $[x] = \dots$

- A. 35
B. 36
C. 37
D. 38

Solusi:

Nilai minimum untuk x adalah $x = \frac{2}{\frac{1}{1001} + \frac{2}{1001} + \dots + \frac{10}{1001}} = \frac{2}{\frac{55}{1001}} = \frac{2002}{55} = 36,4$

Nilai maksimum untuk x adalah $x = \frac{2}{\frac{1}{1010} + \frac{2}{1010} + \dots + \frac{10}{1010}} = \frac{2}{\frac{55}{1010}} = \frac{2020}{55} = 36,73$

Artinya $36,4 < x < 36,73$.

Bilangan bulat terkecil yang lebih besar daripada atau sama dengan x adalah 37

9. Di atas meja terdapat dua set kartu. Setiap set kartu terdiri atas 52 lembar dengan empat warna berbeda (merah, kuning, hijau, dan biru). Masing-masing warna terdiri atas 13 kartu bernomor 1 sampai dengan 13. Satu kartu akan diambil secara acak dari dua set kartu tersebut. Peluang terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13 adalah
- A. $1/52$

B. $\frac{1}{26}$

C. $\frac{8}{13}$

D. $\frac{4}{13}$

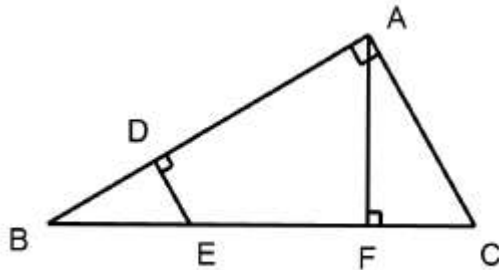
Solusi:

Misalkan A = Kejadian terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13

$P(A) = P(\text{merah}) + P(\text{nomor 13}) - P(\text{merah dan nomor 13})$

$$P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{13} - \frac{1}{52} = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

10. Perhatikan gambar di samping. Jika $BE = 2 \text{ cm}$, $EF = 6 \text{ cm}$, dan $FC = 4 \text{ cm}$, maka panjang DE adalah ... cm



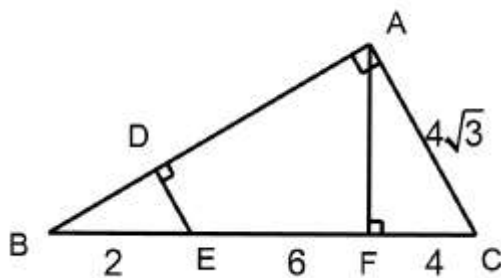
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Solusi:



Gunakan kesebangunan pada segitiga ABC dengan garis tinggi AF didapat

$$AF^2 = BF \times CF$$

$$AF^2 = 8 \times 4$$

$$AF = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Karena segitiga BDE dan BCA sebangun, maka

$$\frac{DE}{4\sqrt{3}} = \frac{2}{12}$$

$$DE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Jadi panjang DE adalah $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm.