

PAKET 11

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMP
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 11

1. Solusi: B

Diketahui $\frac{5k+1}{3k-18}$, dimana k merupakan bilangan bulat positif atau bilangan asli

Untuk menemukan nilai k , perlu menggunakan strategi “manipulasi bentuk aljabar”, yakni

$\frac{5k+1}{3k-18} = a$, dimana a bilangan asli

$$\rightarrow 5k + 1 = a(3k - 18)$$

$$\rightarrow 5k + 1 = 3ak - 18a$$

$$\rightarrow 18a + 1 = k(3a - 5)$$

$$\rightarrow \frac{18a+1}{3a-5} = k$$

$$\rightarrow \frac{6(3a-5)+31}{3a-5} = k$$

$$\rightarrow \frac{6(3a-5)}{3a-5} + \frac{31}{3a-5} = k$$

$$\rightarrow 6 + \frac{31}{3a-5} = k$$

Agar nilai k dihasilkan bilangan bulat positif maka $(3a - 5)$ haruslah pembagi bulat positif dari 31, yaitu: 1 dan 31

$$3a - 5 = 1 \rightarrow a = 2, \text{ sehingga nilai } k = 6 + \frac{31}{3(2)-5} = 6 + 31 = 37$$

$$3a - 5 = 31 \rightarrow a = 12, \text{ sehingga nilai } k = 6 + \frac{31}{3(12)-5} = 6 + 1 = 7$$

Jadi, nilai k yang memenuhi adalah $k = 7$ dan $k = 37$

2. Solusi: A

9 dibagi 3 bersisa 0

7 dibagi 3 bersisa 1

6 dibagi 3 bersisa 0

5 dibagi 3 bersisa 2

3 dibagi 3 bersisa 0

2 dibagi 3 bersisa 2

Terlihat bahwa:

ada 2 angka bersisa 2

ada 1 angka bersisa 1

ada 3 angka bersisa 0

Misalkan bilangan 3 angka yang dimaksud adalah abc , maka abc habis dibagi 3 jika $3|(a + b + c)$, atau cukup dengan memperhatikan

sisanya. Untuk memudahkan perhitungan kita bagi dalam beberapa kasus berikut.

Kasus 1:	\overline{abc} disusun dari tiga angka " <i>bersisa 0 jika dibagi 3</i> ", sehingga ada 1 kombinasi yaitu \overline{abc} tersusun dari anggota $\{3,6,9\}$. Banyak cara $3! = 6$ cara
Kasus 2:	\overline{abc} disusun dari satu angka " <i>bersisa 0 jika dibagi 3</i> ", satu angka " <i>bersisa 1 jika dibagi 3</i> ", dan satu angka " <i>bersisa 2 jika dibagi 3</i> ". Banyak kombinasi ${}_3C_{1,1,1} = 3! = 6$. Banyak cara = $6 \cdot 3! = 36$ cara (Bisa dicek \overline{abc} tersusun dari anggota $\{2,3,7\}, \{2,6,7\}, \{2,9,7\}, \{5,3,7\}, \{5,6,7\}, \{5,9,7\}$).
Kasus 3:	\overline{abc} disusun dari tiga angka <i>berulang</i> " <i>bersisa 0 jika dibagi 3</i> ", atau tiga angka berulang " <i>bersisa 1 jika dibagi 3</i> ", atau tiga angka berulang " <i>bersisa 2 jika dibagi 3</i> ". Banyak cara = 6 cara (yaitu 222,333,555,666,777,999)
Kasus 4:	\overline{abc} disusun dari dua angka berulang " <i>bersisa 2 jika dibagi 3</i> ", dan satu angka " <i>bersisa 2 jika dibagi 3</i> " yang berbeda. Banyak kombinasi ada 2 yaitu $\{2,2,5\}, \{5,5,2\}$. Banyaknya cara $2 \cdot \frac{3!}{2!} = 6$ cara
Kasus 5:	\overline{abc} disusun dari dua angka berulang " <i>bersisa 0 jika dibagi 3</i> ", dan satu angka " <i>bersisa 0 jika dibagi 3</i> " yang berbeda. Banyak kombinasi ada 6 yaitu $\{3,3,6\}, \{3,3,9\}, \{6,6,3\}, \{6,6,9\}, \{9,9,3\}, \{9,9,6\}$. Banyaknya cara $6 \cdot \frac{3!}{2!} = 18$ cara

Jadi banyak bilangan yang dimaksud adalah $6 + 36 + 6 + 6 + 18 = 72$ bilangan.

3. Solusi: D

Karena Dini akan menang pada lemparan kelima, ini menunjukkan bahwa pada pelemparan sebelumnya harus tidak ada yang menang. Untuk mempermudah pencarian maka penghitungan dilakukan dari pelemparan dadu ke V, IV, III, II, I dan mengelompokkan mata dadu kedalam tiga bagian yaitu (1), (2,3), dan (4,5,6)

	Pelemparan ke-					Peluang
	V	IV	III	II	I	
Kemungkinan	1	1	2,3	1	2,3	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{7776}$
	1	1	2,3	2,3	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{24}{7776}$
	1	1	2,3	4,5,6	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{36}{7776}$
	1	4,5,6	1	2,3	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{36}{7776}$
	1	4,5,6	2,3	1	2,3	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{12}{7776}$
	1	4,5,6	2,3	2,3	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{72}{7776}$
	1	4,5,6	2,3	4,5,6	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{108}{7776}$
	1	4,5,6	4,5,6	1	2,3	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{18}{7776}$
	1	4,5,6	4,5,6	2,3	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{108}{7776}$
	1	4,5,6	4,5,6	4,5,6	1,2,3,4,5,6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{162}{7776}$
Peluang total = $\frac{4 + 24 + 36 + 36 + 12 + 72 + 108 + 18 + 108 + 162}{7776} = \frac{580}{7776} = \frac{145}{1944}$						

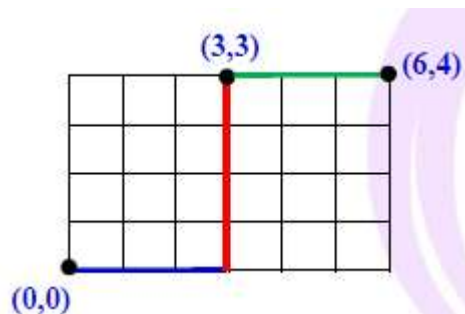
Jadi peluang Dini pada giliran yang ketiga melempar lemparan kelima akan menang adalah $\frac{145}{1944}$

4. Solusi: A

Berdasarkan informasi pada soal bahwa seekor semut bergerak pada bidang Cartesius dimulai dari titik (0,0), kemudian melewati titik (3,4) untuk sampai pada titik (6,4). Dimana semut hanya bisa bergerak pada arah sumbu-X positif dan bergerak pada arah sumbu-Y positif dengan peluang masing-masing adalah $\frac{1}{2}$ dan $\frac{2}{5}$

Hal ini memiliki arti bahwa banyak cara terpendek dari titik (0,0) ke titik (6,4) dengan syarat melewati titik (3,4)

Perhatikan ilustrasi gambar berikut



Ada 10 langkah yang harus dilakukan oleh semut tersebut
Salah satu contoh rute semut bergerak adalah garis warna merah +
garis warna biru + garis warna hijau, yaitu ada 3 satuan ke kanan + 4
satuan ke atas + 3 satuan ke kanan
Sehingga banyaknya rute semut dari gambar tersebut adalah sebagai
berikut.

$$C_4^7 = \frac{7!}{(7-4)!4!} = 7 \times 5 = 35, \text{ kemudian ke arah kanan 3 kali}$$

$$\text{Jadi, peluang semut tersebut adalah } 35 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{500}$$

5. Solusi: B

*Agar diperoleh banyaknya bilangan ganjil minimal, maka harus
digunakan bilangan genap sebanyak mungkin dan bilangan ganjil
yang digunakan haruslah bernilai besar, sehingga :*

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2012 + 2013 = \frac{1006}{2} \cdot (2 + 2012) + 2013$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2012 + 2013 = 503 \cdot 2014 + 2013$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2012 + 2013 = 1013042 + 2013$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2012 + 2013 = 1015055$$

$$1023076 - 1015055 = 8021$$

Dari penjumlahan suku yang dibentuk, ternyata masih kurang 8021

*Sehingga untuk mendapatkan jumlah yang sesuai dan banyaknya
bilangan ganjil minimal, maka bilangan genap terkecil secara
berturut turut diganti dengan bilangan ganjil terbesar yang kurang
dari 2014, sebagai berikut :*

$$8021 + 2 - 2011 + 4 - 2009 + 6 - 2007 + 8 - 2005 + 10 = 19$$

Sehingga penjumlahan baru yang terbentuk :

$$(12 + 14 + 16 + \dots + 2012) + (19 + 2005 + 2007 + 2009 + 2011 + 2013) = \frac{1001}{2} \cdot (12 + 2012) + 10064$$

$$= \frac{1001}{2} \cdot 2024 + 10064$$

$$= 1013012 + 10064$$

$$= 1023076$$

Jadi minimal banyaknya bilangan ganjil pada deret bilangan tersebut adalah 6

6. Solusi: D

Diketahui $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2016} = k^2$, dimana x bilangan asli ganjil dan k bilangan asli

Karena hasil jumlah n bilangan ganjil adalah bilangan k^2 , maka nilai

$$x_{2016} \text{ terkecil} = 2n - 1$$

$$= 2(2016) - 1$$

$$= 4032 - 1$$

$$= 4031$$

Jadi, nilai x_{2016} terkecil yang mungkin adalah 4031

7. Solusi: C

Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$.

Adapun bilangan kuadrat sempurna yang terdapat pada himpunan A adalah $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

Kemudian berdasarkan informasi dari soal bahwa terdapat himpunan berunsur dua yang hasil kali unsur-unsurnya merupakan kuadrat sempurna, sehingga himpunannya merupakan kelipatan dari bilangan kuadrat sempurna yang dapat ditulis menjadi $\{1a, 4a, 9a, 16a, 25a\}$, dimana nilai a merupakan bilangan asli, dengan syarat hasil kalinya merupakan himpunan bagian dari himpunan A .

Dengan demikian didapat sebagai berikut.

a) Jika nilai $a = 1$, maka himpunannya $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

dipilih 2 dari 5, sehingga ada $C_2^5 = 10$ yang memenuhi

b) Jika nilai $a = 2$, maka himpunannya $\{2, 8, 18\}$

dipilih 2 dari 3, sehingga ada $C_2^3 = 3$ yang memenuhi

c) Jika nilai $a = 3$, maka himpunannya $\{3, 12\}$

dipilih 2 dari 2, sehingga ada $C_2^2 = 1$ yang memenuhi

d) Jika nilai $a = 4$, maka himpunannya $\{4, 16\}$

terdapat di point a)

e) Jika nilai $a = 5$, maka himpunannya $\{5, 20\}$

dipilih 2 dari 2, sehingga ada $C_2^2 = 1$ yang memenuhi

Jadi, banyak himpunan bagian berunsur dua yang hasil kali unsur-unsurnya kuadrat sempurna adalah $10 + 3 + 1 + 1 + 1 = 16$

8. Solusi: A

$$\text{Keliling } (L_1) = 2\pi \cdot 12 = 24\pi$$

$$\text{Keliling } (L_2) = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$$

Misalkan n adalah banyaknya menggelindingkan L_2 sepanjang L_1 . Agar P_2 pertama kali bertemu kembali dengan P_1 lagi maka 24π harus merupakan kelipatan dari $10n\pi$. Nilai n yang memenuhi adalah 12. Dengan kata lain setelah L_2 digelindingkan sebanyak 12 kali.

9. Solusi: D

\overline{xy} didefinisikan $10x + y$

Misalkan bilangan yang dipilih Mamat adalah \overline{ab} dan \overline{cd} . dengan $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 6, 8, 9\}$ dinotasikan $s = \overline{ab} + \overline{cd}$ (bilangan tiga angka). Agar diperoleh s terbesar, dipilih $a = 9, b = 6, c = 8, d = 3$, sehingga $s = 96 + 83 = 179$

Misalkan bilangan yang dipilih Ali adalah \overline{kl} dan \overline{mn} . dengan $k, l, m, n \in \{1, 2, 3, 6, 8, 9\}$ dinotasikan $r = \overline{kl} + \overline{mn}$ (bilangan tiga angka). Diketahui r bersisa 2 jika dibagi 47, artinya

$$\overline{kl} + \overline{mn} = 47k + 2, \text{ untuk suatu } k \text{ bilangan asli}$$

$$\overline{kl} + \overline{mn} - 2 = 47k, \quad k = 3, 4, 5, \dots, 21$$

Untuk $k = 3$, maka $\overline{kl} + \overline{mn} - 2 = 141$, dipenuhi untuk $\overline{kl} = 82, \overline{mn} = 61$

$$\text{Ini berarti } r = 82 + 61 = 143$$

$$\text{Jadi } |r - s| = |143 - 179| = 36$$

10. Solusi: B

Diketahui persamaan garis $y = mx + 1$ dan persamaan parabola

$$y = x^2 - 2x + 1$$

Karena kedua persamaan tersebut saling berpotongan, sehingga didapat

$$mx + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - (m + 2)x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{(m+2) \pm \sqrt{(m+2)^2}}{2}$$

$$\rightarrow x_{1,2} = \frac{(m+2) \pm (m+2)}{2}$$

$$\rightarrow x_1 = \frac{(m+2) - (m+2)}{2}$$

$$x_1 = 0$$

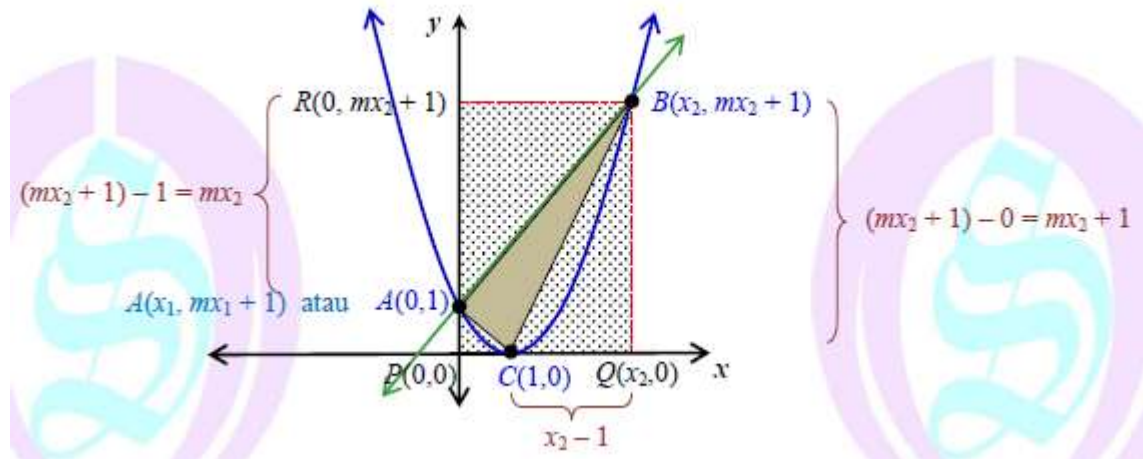
$$\rightarrow x_2 = \frac{(m+2) + (m+2)}{2}$$

$$x_2 = m + 2$$

diketahui $m > 0$, maka yang memenuhi adalah

$$x_2 = m + 2 \dots \dots \dots (1)$$

Kemudian, berdasarkan kedua persamaan tersebut didapat ilustrasi gambar sebagai berikut.



Perhatikan segiempat PQBR, ΔABC , ΔAPC , ΔCQB , dan ΔARB

$$L_{PQBR} = L_{\Delta ABC} + L_{\Delta APC} + L_{\Delta CQB} + L_{\Delta ARB}$$

$$PQ \times QB = 6 + \frac{1}{2} \times AP \times PC + \frac{1}{2} \times CQ \times QB + \frac{1}{2} \times AR \times RB$$

$$x_2 \times (mx_2 + 1) = \frac{1}{2} \times 12 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times (x_2 - 1) \times (mx_2 + 1) + \frac{1}{2} \times mx_2 \times x_2$$

$$2x_2 \times (mx_2 + 1) = 12 + 1 + (x_2 - 1)(mx_2 + 1) + mx_2^2$$

$$2mx_2^2 + 2x_2 = 13 + mx_2^2 + x_2 - mx_2 - 1 \quad mx_2^2$$

$$2mx_2^2 + 2x_2 = 12 + 2mx_2^2 + x_2 - mx_2$$

$$mx_2 + x_2 = 12$$

$$(m + 1)x_2 = 12 \dots \dots \dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (2) dan (1), didapat sebagai berikut

$$(m + 1)x_2 = 12 \text{ dan } x_2 = m + 2$$

$$\rightarrow (m + 1)(m + 2) = 12$$

$$\rightarrow m^2 + 3m + 3 = 12$$

$$\rightarrow m^2 + 3m - 10 = 0$$

$$\rightarrow (m + 5)(m - 2) = 0$$

$$\rightarrow m = -5 \text{ atau } m = 2$$

diketahui $m > 0$, maka yang memenuhi adalah $m = 2$

Jadi, nilai m adalah 2