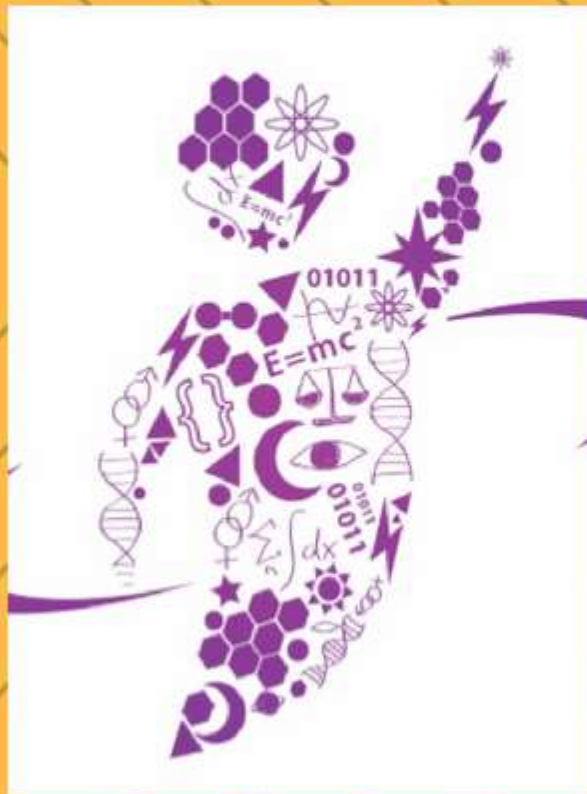


PELATIHAN ONLINE

SMP
MATEMATIKA

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

ALJABAR

1.1 Pemfaktoran dan Penguraian

Berikut adalah beberapa bentuk pemfaktoran dan penguraian yang berguna untuk diketahui:

1. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
2. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
3. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
4. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$
5. $(x + y)(x - y)^2 = x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$
6. $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ dengan n adalah bilangan asli.
7. $a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$ dengan n adalah bilangan ganjil.
8. $(x + 1)(y + 1)(z + 1) = xyz + xy + yz + xz + x + y + z + 1$
9. $x^4 + 4y^4 = (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy)$
10. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
11. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$
12. $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

1.2 Barisan dan Deret

a. Barisan dan deret aritmatika

Barisan aritmatika adalah barisan yang setiap dua suku berurutan memiliki selisih yang konstan.

$a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots$ adalah barisan aritmatika dengan suku pertama a dan beda b .

Suku ke- n , U_n , dirumuskan dengan,

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Jumlah n suku pertama, S_n , dirumuskan dengan,

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

b. Barisan dan deret geometri

Barisan geometri adalah barisan yang setiap dua suku berurutan memiliki perbandingan yang konstan.

a, ar, ar^2, ar^3, \dots adalah barisan geometri dengan suku pertama a dan rasio r .

Suku ke- n , U_n , dirumuskan dengan,

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

Jumlah n suku pertama, S_n , dirumuskan dengan,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Jumlah deret geometri tak hingga adalah

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

c. Deret teleskopik

Deret teleskopik banyak digunakan untuk menyederhanakan suatu deret. Ada dua bentuk umum yang dikenal, yaitu penjumlahan dan perkalian sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (a_{i+1} - a_i) &= (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_n - a_{n-1}) + (a_{n+1} - a_n) \\ &= a_{n+1} - a_1 \end{aligned}$$

$$\prod_{i=1}^n \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \dots \frac{a_n}{a_{n-1}} \cdot \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{n+1}}{a_1}$$

1.3 Fungsi

a. Fungsi komposisi

Fungsi komposisi merupakan gabungan lebih dari satu fungsi.

Misalkan diketahui fungsi $f(x)$ dan $g(x)$. Jika ingin mencari pemetaan suatu nilai terhadap fungsi $f(x)$ yang hasilnya dilanjutkan terhadap fungsi $g(x)$, maka akan digunakan fungsi komposisi.

Pemetaan terhadap fungsi $f(x)$ yang dilanjutkan oleh fungsi $g(x)$ ditulis sebagai $(g(x) \circ f(x))$.

Didefinisikan $(g(x) \circ f(x)) = g(f(x))$.

b. Fungsi invers

Contoh soal:

Tentukan invers dari fungsi $y = f(x) = \frac{x+1}{3-2x}$

Solusi :

Dari $y = \frac{x+1}{3-2x}$ didapat $3y - 2yx = x + 1$ sehingga $x(2y + 1) = 3y - 1$

$$x = \frac{3y-1}{2y+1}$$

Didapat fungsi inversnya adalah $f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{2x+1}$

c. Hubungan fungsi invers dengan fungsi komposisi

Misalkan $f^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$ berturut-turut menyatakan fungsi invers dari $f(x)$ dan $g(x)$. Maka

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

SOAL

1. Banyak bilangan bulat negatif $k > -20$ sehingga parabola $y = x^2 + k$ tidak berpotongan dengan lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ adalah

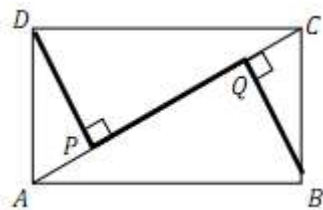
A. 20
B. 19
C. 11
D. 10

2. Jika $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 2 \cdot 1$, maka

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + (n - 1) \cdot (n - 1)! + n \cdot n! = \dots$$

A. $(n - 1)! + 1$
B. $(n + 1)! - 1$
C. $(n + 1)! + 1$
D. $n! + n$

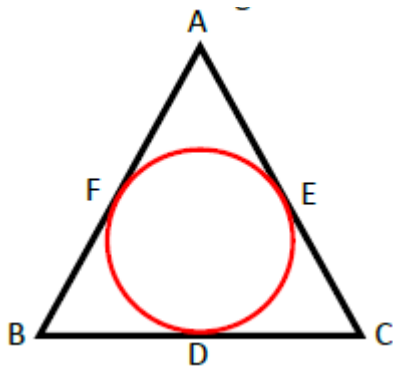
3. Diketahui persegi panjang $ABCD$ dengan $AB = 12$ dan $BC = 5$. Panjang lintasan $DPQB$ pada gambar berikut adalah



A. $\frac{119}{13}$
B. $\frac{120}{13}$
C. $\frac{214}{13}$
D. $\frac{239}{13}$

4. Pada suatu data terdapat 21 bilangan bulat positif. Bilangan terbesar pada data tersebut adalah 16. Median dari data adalah 10. Rata-rata terkecil yang mungkin dari data tersebut adalah

- A. 5,0
B. 5,5
C. 6,0
D. 6,5
5. Kubus ABCD.PQRS memiliki sisi-sisi yang panjangnya 4 cm. Jika E titik tengah PQ dan F titik tengah QR , maka luas daerah $ACFE$ adalah cm^2
- A. 16
B. 18
C. 32
D. 64
6. Perhatikan $\triangle ABC$ dan lingkaran dalam pada gambar di bawah.



- Jika $\triangle ABC$ samasisi dengan $CD=6$ cm, maka luas daerah lingkaran dalam adalah cm^2 .
- A. 16π
B. 12π
C. 9π
D. 4π
7. Semua bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan $\frac{2(x+3)-5\sqrt{x+2}}{x+2} \geq 0$ adalah
- A. $x \leq -\frac{7}{4}$ atau $x \geq 2$
B. $-2 < x \leq -\frac{7}{4}$ atau $x \geq 2$
C. $0 \leq x \leq -\frac{7}{4}$ atau $x \geq \frac{1}{2}$
D. $-\frac{7}{4} \leq x \leq 2$

8. Sebuah wadah memuat 5 bola merah dan 3 bola putih. Seseorang mengambil bola-bola tersebut sebanyak 3 kali, masing-masing dua bola setiap pengambilan tanpa pengembalian. Peluang bahwa pada setiap pengambilan, bola yang terambil berbeda warna adalah
- A. $\frac{14}{48}$
B. $\frac{72}{80}$
C. $\frac{1}{56}$
D. $\frac{1}{7}$
9. Diketahui dua titik $A(1,1)$ dan $B(12, -1)$. Garis l dengan gradien $-\frac{3}{4}$ melalui titik B. Jarak antara titik A dan garis l adalah ... satuan panjang.
- A. 4
B. 5
C. 6
D. 7
10. Menjelang tahun baru, harga sejenis pakaian olahraga dipotong (didiskon) dua kali seperti dinyatakan pada gambar di samping. Jika harga mula-mula suatu pakaian Rp 400.000,00, maka seseorang yang membeli pakaian tersebut harus membayar sebesar
- DISKON 60% + 15%
- A. Rp 124.000,00
B. Rp 136.000,00
C. Rp 276.000,00
D. Rp 300.000,00