

PELATIHAN ONLINE

2019

SMP
MATEMATIKA



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PAKET 5

1.4 Polynomial

Bentuk umum dari polynomial adalah,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$$

Derajat suatu suku banyak dalam peubah x adalah pangkat tertinggi dari peubah x yang termuat dalam suku banyak tersebut.

a. Kesamaan suku banyak

Misalkan terdapat dua buah suku banyak $f(x)$ dan $g(x)$ yang dinyatakan dalam bentuk umum sebagai berikut :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$$

dan

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \cdots + b_1 x + b_0$$

Kalau $f(x)$ sama dengan $g(x)$ (dapat ditulis $f(x) \equiv g(x)$) maka harus memenuhi

$$a_n = b_n ; a_{n-1} = b_{n-1} ; a_{n-2} = b_{n-2} ; \cdots ; a_1 = b_1 ; a_0 = b_0$$

b. Pembagian suku banyak

Pembagian $f(x)$ oleh $p(x)$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$f(x) = p(x) \cdot g(x) + s(x)$$

dengan

$f(x)$ adalah suku banyak yang akan dibagi

$p(x)$ adalah pembagi

$g(x)$ adalah hasil bagi

$s(x)$ adalah sisa pembagian

Sebagaimana dalam pembagian bilangan, persyaratan $s(x)$ adalah bahwa pangkat tertinggi (derajat) dari $s(x)$ harus kurang dari $p(x)$.

Cara pembagian dalam suku banyak pun mengikuti pembagian dalam bilangan.

c. Teorema sisa

Dari penjelasan sebelumnya telah kita dapatkan bahwa

$$f(x) = p(x) \cdot g(x) + s(x)$$

Jika diambil $p(x) = x - k$ maka akan didapat $f(x) = (x - k) \cdot g(x) + s$

Jika diambil $x = k$ maka didapat $f(k) = s$

Jadi, didapat suatu teorema bahwa jika suku banyak $f(x)$ dibagi oleh $x - k$ maka sisanya adalah $f(k)$.

Teorema di atas dikenal dengan nama teorema sisa atau dalil sisa.

Lebih lanjut dengan cara yang sama didapat bahwa jika $f(x)$ dibagi $(ax + b)$ maka sisanya adalah $f\left(-\frac{b}{a}\right)$.

Contoh soal:

Tentukan sisanya jika $f(x) = x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 8x + 6$ dibagi $x - 2$

Solusi :

Dengan teorema sisa akan didapat sisa jika $f(x)$ dibagi $x - 2$ adalah $f(2)$.

Sisa = $f(2) = 2^4 - 6 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 + 6 = -34$.

Jadi, sisa jika $f(x) = x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 8x + 6$ dibagi $x - 2$ adalah -34 .

d. Teorema faktor

Pengertian faktor dalam suku banyak dapat dinyatakan dalam bentuk teorema faktor berikut :

Misalkan $f(x)$ adalah suku banyak. $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$

Perhatikan bahwa pernyataan di atas merupakan biimplikasi.

Sehingga pernyataan di atas memiliki arti :

(1) Jika $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ maka $f(k) = 0$

(2) Jika $f(k) = 0$ maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$

Pada contoh di atas memiliki arti juga bahwa k adalah merupakan akar-akar persamaan $f(x) = 0$.

Jika $f(x)$ merupakan suku banyak dalam derajat n maka ada paling banyak n buah akar real persamaan $f(x) = 0$.

e. Teorema Vieta

Jika $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ adalah polinomial dengan pembuat nol : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ (dengan kata lain

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah akar-akar $p(x) = 0$ maka hubungan-hubungan berikut berlaku :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

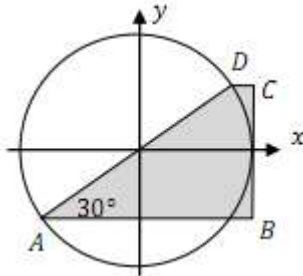
$$x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_2x_3 + x_2x_4 + \dots + x_{n-1}x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_3x_4 + \dots + x_2x_3x_4 + x_2x_4x_5 + \dots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n}$$

$$x_1x_2x_3 \dots x_{n-1}x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$

SOAL

1. Lingkaran pada gambar berikut mempunyai radius 1 satuan panjang dan $\angle DAB = 30^\circ$. Luas daerah trapezium $ABCD$ yang diarsir adalah ...



- A. $\frac{1}{2}$
B. 1
C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$
2. Diketahui a dan b adalah dua bilangan bulat positif, serta b merupakan bilangan ganjil yang lebih kecil daripada 2017. Jika $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12}$, maka pasangan bilangan (a, b) yang mungkin ada sebanyak...
- A. 2
B. 3
C. 5
D. 8
3. Jika bilangan bulat positif x dan y merupakan solusi system persamaan linear
- $$\begin{aligned}x + 2y &= p + 6 \\ 2x - y &= 25 - 2p\end{aligned}$$
- Maka banyak nilai p adalah ...
- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
4. Banyak bilangan real x yang memenuhi $x^{2016} - x^{2014} = x^{2015} - x^{2013}$ adalah
- A. 0
B. 1

- C. 2
D. 3
5. Jika $\frac{1}{n} - \frac{1}{3n} + \frac{n}{3} - \frac{1}{2n} = \frac{3}{2n}$, maka jumlah nilai n yang mungkin adalah
- A. 2
B. 1
C. 0
D. -1
6. Dari 4 pengamatan berupa bilangan positif yang sudah diurutkan dilambangkan dengan x_1, x_2, x_3 , dan x_4 . Jika jangkauan data tersebut adalah 16, $x_1 = \frac{1}{6}$ median, $x_2 = \frac{1}{2}$ median, dan $x_3 = x_4$, maka nilai rata-rata data tersebut adalah...
- A. 10
B. 11
C. 12
D. 13
7. Diketahui $F = \{5, 6, 7, 8, \dots, 44, 45\}$ dan G adalah himpunan yang anggota-anggotanya dapat dinyatakan sebagai hasil penjumlahan tiga atau lebih bilangan-bilangan asli berurutan.
Anggota $F \cap G$ sebanyak
- A. 14
B. 20
C. 25
D. 26
8. Diberikan bilangan asli dua digit. Peluang bahwa bilangan tersebut memiliki digit penyusun prima dan bersisa 5 jika dibagi 7 adalah
- A. $\frac{1}{45}$
B. $\frac{1}{30}$
C. $\frac{1}{8}$
D. $\frac{1}{4}$

9. Jika x dan y adalah bilangan bulat positif dengan $y > 1$, sehingga $x^y = 3^{18}5^{30}$, maka nilai $x - y$ yang mungkin adalah
- A. 84375
 - B. 84369
 - C. 84363
 - D. 84357
10. Bilangan bulat terbesar n agar $2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18 \dots 198$ dapat dibagi $6n$ adalah ...
- A. 23
 - B. 24
 - C. 25
 - D. 26