PAKET 2

TRY OUT OSK ONLINE

2019

SMA
FISIKA

po.alcindonesia.co.id

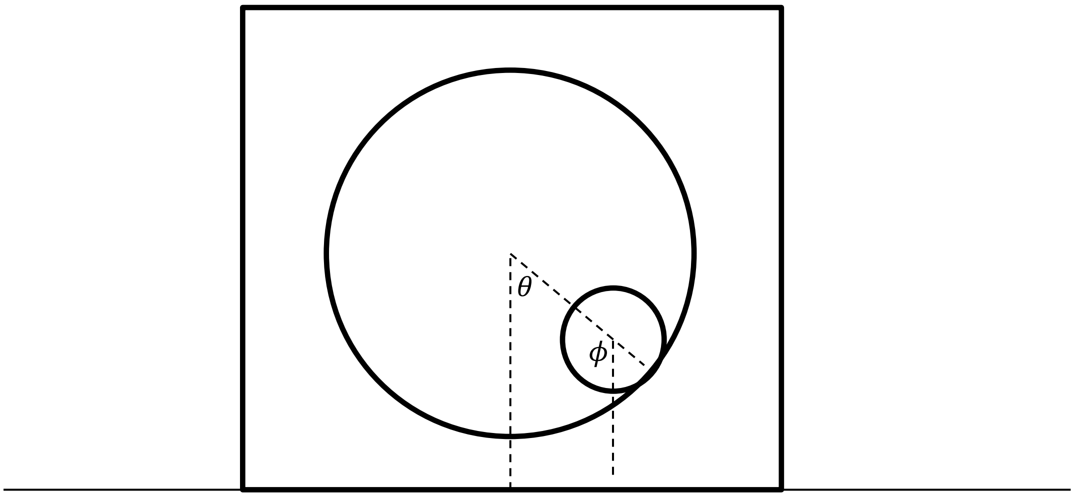
WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 2

1. Berikut adalah diagram dari sistem yang sudah disimpangkan:

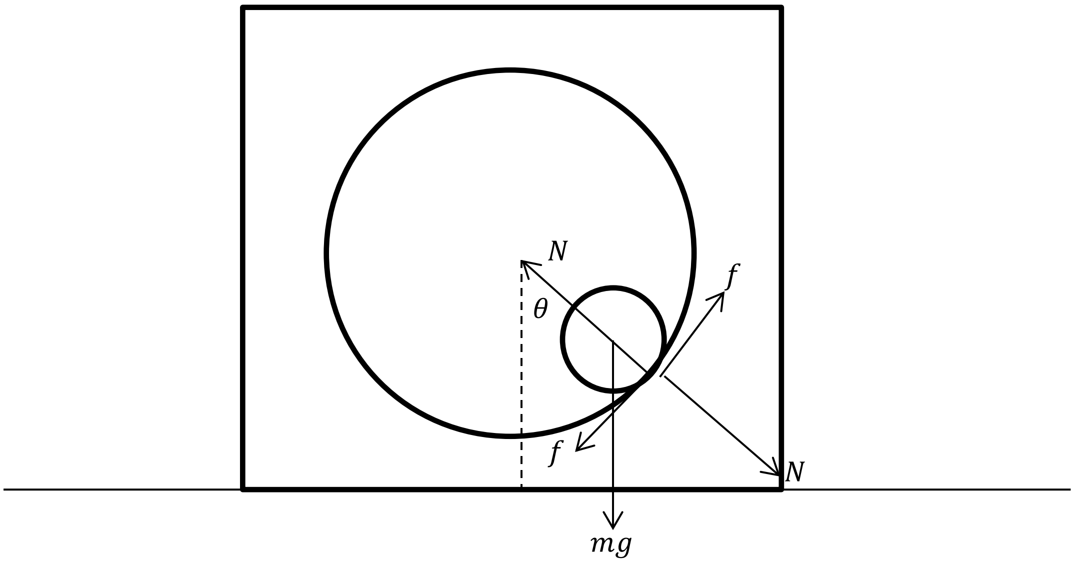


Karena tidak slip, maka panjang busur yang ditempuh bola pada lintasan sama dengan panjang busur pada dirinya:

$$\theta R = (\phi + \theta) r$$

$$\boldsymbol{\theta(R - r) = \phi r} \quad (\boldsymbol{B})$$

2. Berikut diagram gayanya (ambil sumbu positif ke kanan untuk x dan ke atas untuk y:



Jika m_2 telah bergeser sejauh x, maka m_1 bergeser sejauh $x_1 = x + (R - r)\sin\theta$, dan $y_1 = (R - r)\cos\theta$. Untuk sudut kecil, maka $x_1 = x + (R - r)\theta$, $y_1 = (R - r)$. Turunkan dua kali untuk mendapatkan hubungan percepatan:

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x} + (R - r)\ddot{\theta}$$

$$\ddot{y}_1 = 0$$

Persamaan torsi untuk m_1:

$$fr = \frac{2}{5} m_1 r^2 \ddot{\phi}$$

$$f = \frac{2}{5} m_1 \ddot{\theta}(R - r)$$

Persamaan gaya arah vertikal untuk m_1:

$$N \cos\theta - f \sin\theta - m_1 g = m_1 \ddot{y}_1$$

$$N - \frac{2}{5} m_1 \ddot{\theta}(R - r)\theta - m_1 g = 0$$

$$N = m_1 g$$

Persamaan gaya arah horizontal untuk m_1:

$$-N \sin\theta - f \cos\theta = m_1 \ddot{x}_1$$

$$-N\theta - f = m_1 \ddot{x} + m_1 \ddot{\theta}(R - r)$$

$$-m_1 g\theta = m_1 \ddot{x} + \frac{7}{5} m_1 \ddot{\theta}(R - r)$$

$$-g\theta = \ddot{x} + \frac{7}{5}\ddot{\theta}(R - r) \quad \dots (p)$$

Persamaan gaya arah horizontal untuk m_2:

$$N \sin\theta + f \cos\theta = m_2 \ddot{x}_2$$

$$N\theta + f = m_2 \ddot{x}$$

$$m_1 g\theta = m_2 \ddot{x} - \frac{2}{5} m_1 \ddot{\theta}(R - r)$$

$$\frac{m_1}{m_2} g\theta = \ddot{x} - \frac{2}{5}\frac{m_1}{m_2}\ddot{\theta}(R - r) \quad \dots (q)$$

Kurangi persamaan (p) dan (q):

$$-g\theta\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = \ddot{\theta}(R - r)\left(\frac{7}{5} + \frac{2m_1}{5m_2}\right)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{5(m_1 + m_2)g}{(2m_1 + 7m_2)(R - r)}\theta = 0$$

Maka:

$$\omega = \sqrt{\frac{5(m_1 + m_2)g}{(2m_1 + 7m_2)(R - r)}}$$

Jika m_2 ditahan, maka ambil saja limit m_2 mendekati tak hingga,

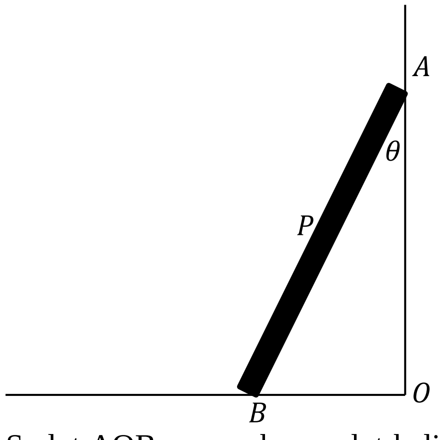
$$\boldsymbol{\omega = \sqrt{\frac{5g}{7(R - r)}}} \quad (\boldsymbol{C})$$

3. Jika m_2 tidak ditahan:

$$\boldsymbol{\omega = \sqrt{\frac{5(m_1 + m_2)g}{(2m_1 + 7m_2)(R - r)}}} \quad (\boldsymbol{A})$$

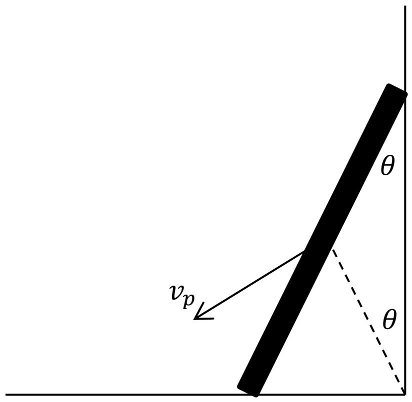
4. Jika m_2 dipercepatan dengan percepatan a ke kanan, maka m_1 akan merasakan percepatan fiktif ke kiri, sehingga ia seolah-olah merasakan percepatan gravitasi semu sebesar $\sqrt{a^2 + g^2}$ ke arah $\boldsymbol{\psi = \tan^{-1}\frac{a}{g}}$ terhadap pusat m_2. **(D)**

5. Lihat gambar berikut:



Sudut AOB merupakan sudut keliling dari lingkaran dengan sudut pusat sebesar APB. Karena AOB siku-siku, maka APB sudut lurus (180^0) dan merupakan diameter dari sebuah lingkaran dengan pusat di P dan salah satu titik yang berada di lingkaran adalah titik O, sehingga jarak dari P ke O selalu merupakan jari-jari $\left(\frac{L}{2}\right)$. Maka lintasan yang dibentuk P selama gerakan adalah **lingkaran.** **(E)**

6. Diagram:



$$v_p = \dot{\theta}\frac{L}{2}$$

$$\omega = \dot{\theta}$$

$$v_{px} = v_p \cos\theta$$

Dari hukum kekekalan energi:

$$mg\frac{L}{2} = mg\frac{L}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}mv_p^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}mL^2\omega^2$$

$$gL = gL\cos\theta + \dot{\theta}^2\frac{L^2}{4} + \dot{\theta}^2\frac{L^2}{12}$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g(1-\cos\theta)}{L}}$$

Batang akan lepas kontak dari dinding ketika tidak ada lagi gaya normal yang bekerja. Tidak ada gaya normal berarti tidak ada percepatan arah x, maka ia sudah mencapai kecepatan konstan (maksimum) arah x:

$$v_{px} = \frac{1}{2}\sqrt{3gL(1-\cos\theta)}\cos\theta$$

$$\frac{dv_{px}}{d\theta} = 0 = \frac{1}{2}\frac{\sin\theta}{\sqrt{(1-\cos\theta)}}\cos\theta - \sin\theta\sqrt{(1-\cos\theta)}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\boldsymbol{\theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}} \quad (\boldsymbol{A})$$

7. Masukan kembali nilai sudut ini ke persamaan v_{px}:

$$v_{px} = \frac{1}{2}\sqrt{3gL(1-\cos\theta)}\cos\theta$$

$$\boldsymbol{v_{px} = \frac{1}{3}\sqrt{gL}\quad (C)}$$

8. Momentum arah horizontal kekal:

$$mv_o = mv + MV$$

$$\frac{m(v_o - v)}{M} = V$$

Momentum sudut terhadap pusat batang kekal:

$$mv_0 0{,}1L = mv\ 0{,}1L + \left(\frac{1}{12}ML^2\right)\omega$$

$$\frac{6m(v_0 - v)}{5M} = L\omega$$

Karena tumbukan elastik, maka energi kinetik kekal:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}ML^2\omega^2$$

$$12m(v_0^2 - v^2) = 12MV^2 + M(L\omega)^2$$

Masukan nilai V dan $L\omega$:

$$12m(v_0 + v)(v_0 - v) = 12M\frac{m^2(v_o - v)^2}{M^2} + M\frac{36m^2(v_0 - v)^2}{25M^2}$$

$$(v_0 + v) = \frac{28m(v_o - v)}{25M}$$

$$\boldsymbol{v = \frac{28m - 25M}{28m + 25M}v_0\quad (D)}$$

9. Masukan nilai v ke dalam persamaan momentum sudut untuk mendapatkan ω:

$$\frac{6m\left(v_0 - \frac{28m - 25M}{28m + 25M}v_0\right)}{5M} = L\omega$$

$$\boldsymbol{\omega = \left(\frac{60m}{28m + 25M}\right)\frac{v_0}{L}\quad (D)}$$

10. Agar benda m diam, maka $v = 0$:

$$28m - 25M = 0$$

$$\boldsymbol{\frac{m}{M} = \frac{25}{28}} \quad (\boldsymbol{D})$$

11. Persamaan gerak benda arah vertikal:

$$y = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$$

Persamaan gerak benda arah horizontal:

$$x = v_0 \cos\theta\, t$$

Subsitusi t dari kedua persamaan di atas adalah:

$$\boldsymbol{y = \tan\theta\, x - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}} \quad (\boldsymbol{B})$$

12. Persamaan lingkaran:

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 - 2yR = 0$$

Subsitusi dengan persamaan parabola:

$$x^2 + \left(\tan\theta\, x - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}\right)^2 - 2\left(\tan\theta\, x - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}\right)R = 0$$

$$\frac{g^2x^4}{4v_0^4\cos^4\theta} - \frac{g\tan\theta\, x^3}{v_0^2\cos^2\theta} + \left(1 + \tan^2\theta + \frac{gR}{v_0^2\cos^2\theta}\right)x^2 - 2\tan\theta\, Rx = 0$$

$$\boldsymbol{\frac{g^2x^3}{4v_0^2\cos^2\theta} - g\tan\theta\, x^2 + \left(v_0^2 + gR\right)x - v_0^2R\sin 2\theta = 0} \quad (\boldsymbol{C})$$

13. Jika $v_0^2 = gR$, maka:

$$\frac{x^3}{4R\cos^2\theta} - \tan\theta\, x^2 + 2Rx - R^2\sin 2\theta = 0$$

Masukan nilai $\theta = 45^0$, dan $\frac{x}{R} = u$:

$$u^3 - 2u^2 + 4u - 2 = 0$$

$$u = 0{,}64$$

$$x = 0{,}64R$$

Maka:

$$y = 0{,}64R - 0{,}64^2R = (1 - 0{,}64)(0{,}64)R = \mathbf{0{,}23R} \quad (\boldsymbol{E})$$

14. Mencari satuan viskositas:

$$F = \frac{\eta A v}{L}$$

$$(\eta) = \frac{(F)(L)}{(A)(v)} = \frac{kg\ m\ s^{-2}\ m}{m^2\ m\ s^{-1}} = kg\ m^{-1}\ s^{-1}$$

Maka dimensinya:

$$[\boldsymbol{\eta}] = \boldsymbol{ML^{-1}T^{-1}} \quad (\boldsymbol{D})$$

15. Dengan analisis satuan:

$$(v) = (r)^A(g)^B(\Delta\rho)^C(\eta)^D$$

$$m\ s^{-1} = (m)^A(m\ s^{-2})^B(kg\ m^{-3})^C(kg\ m^{-1}\ s^{-1})^D$$

Kesetaraan satuan di ruas kiri dan ruas kanan:

$$0 = C + D$$

$$1 = A + B - 3C - D$$

$$-1 = -2B - D$$

Diketahui $B = 1$, maka

$$D = -1$$

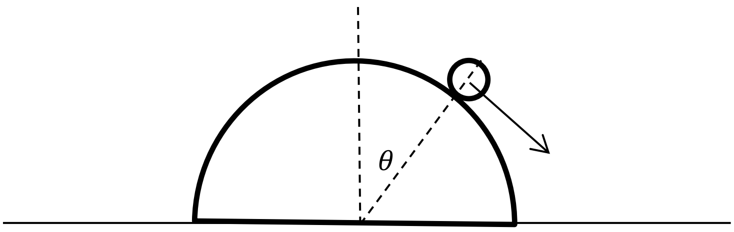
$$C = 1$$

$$A = 2$$

Maka:

$$\boldsymbol{v = K\frac{r^2 g \Delta\rho}{\eta}} \quad (\boldsymbol{A})$$

16. Diagram:



Hubungan antara kecepatan horizontal dan vertikal adalah:

$$\boldsymbol{\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \quad (C)}$$

17. Hukum kekekalan momentum arah horizontal:

$$0 = mv_{xt} + MV_{xt}$$
$$0 = m(v_x + V_{xt}) + MV_{xt}$$
$$V_{xt} = -\frac{mv_{xt}}{M} = -\frac{mv_x}{m+M}$$

Kecepatan horizontal m_1 relatif terhadap tanah:

$$v_{xt} = v_x + V_{xt} = \frac{Mv_x}{m+M}$$
$$v_y = \tan\theta \frac{m+M}{M} v_{xt}$$

Tanda negatif menunjukan benda M bergerak ke arah yang berlawanan dengan m.

Energi kekal:

$$mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}m\left[{v_{xt}}^2 + v_y^2\right] + \frac{1}{2}MV_{xt}^2$$

Subsitusi v_y dan V_{xt} sehingga didapatkan:

$$v_{xt} = \frac{2gRM(1-\cos\theta)}{(M+m)(M+(M+m)\tan^2\theta)}$$

Ketika lepas, gaya normalnya nol, percepatannya nol, kecepatannya maksimum. Maka turunannya terhadap θ adalah nol:

$$0 = (M+(M+m)\tan^2\theta)\sin\theta - \frac{(1-\cos\theta)(M+m)2\tan\theta}{\cos^2\theta}$$

Karena $m = M$, persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi:

$$0 = \cos^3\theta - 6\cos\theta + 4$$
$$0 = (\cos\theta - 2)(\cos^2\theta + 2\cos\theta - 2)$$

Ambil solusi real:

$$\boldsymbol{\theta = \cos^{-1}(\sqrt{3}-1) \quad (B)}$$

18. Persamaan gaya arah radial (ketika lepas $N = 0$):

$$mg\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R-r}$$

$$v^2 = g(R-r)\cos\theta$$

Dari hukum kekelakan energi:

$$mg(R-r)(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mg(R-r)\cos\theta$$

$$2(1-\cos\theta) = \cos\theta$$

$$\boldsymbol{\theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}} \quad (\boldsymbol{A})$$

19. Sekarang ada tambahan energi kinetik rotasi karena lintasan sangat kasar:

$$mg(R-r)(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{3}mr^2\omega^2 = \frac{5}{6}mv^2$$

$$mg(R-r)(1-\cos\theta) = \frac{5}{6}mg(R-r)\cos\theta$$

$$6 - 6\cos\theta = 5\cos\theta$$

$$\boldsymbol{\theta = \cos^{-1}\frac{6}{11}} \quad (\boldsymbol{D})$$

20. Jika kita tinjau terhadap kerangka bola besar, sekarang ada gaya fiktif pada bola kecil sebesar $ma = mg$ ke arah kanan, sehingga persamaan gayanya menjadi:

$$mg\cos\theta - N - mg\sin\theta = \frac{mv^2}{R-r}$$

$$v^2 = g(R-r)(\cos\theta - \sin\theta)$$

Gaya fiktif melakukan usaha dengan perpindahan sejauh $(R-r)\sin\theta$:

$$W = EM' - EM$$

$$mg(R-r)\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2 - mg(R-r)(1-\cos\theta)$$

$$2g(R-r)\sin\theta = g(R-r)(\cos\theta - \sin\theta) - 2g(R-r)(1-\cos\theta)$$

$$3\sin\theta = 3\cos\theta - 2$$

$$9(1-\cos^2\theta) = 9\cos^2\theta - 12\cos\theta + 4$$

$$18\cos^2\theta - 12\cos\theta - 5 = 0$$

Ambil solusi fisis:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2+\sqrt{14}}{6}\right) \quad (E)$$