

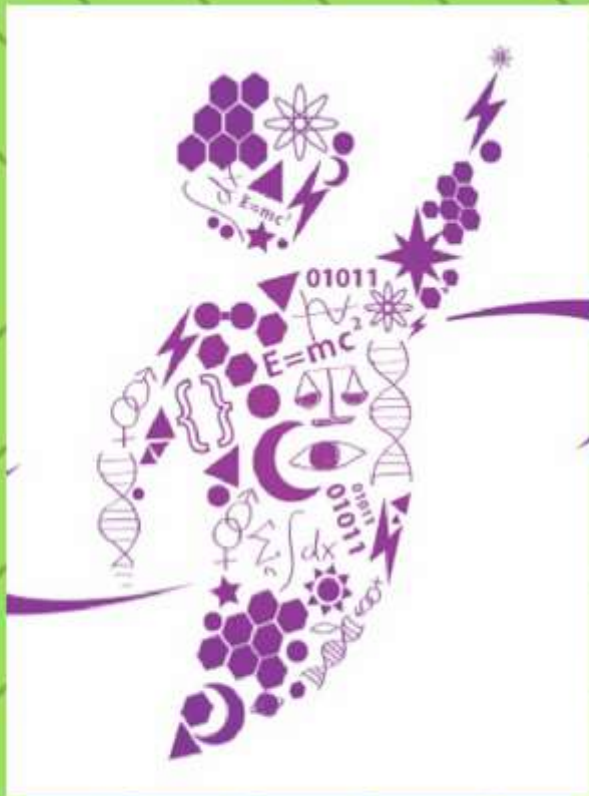
PAKET 6

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMA
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

TEORI BILANGAN

1.1 Keterbagian

Definisi:

Sebuah bilangan bulat a dikatakan membagi b (ditulis $a|b$) jika terdapat bilangan bulat k sedemikian sehingga $b = a \cdot k$.

Sifat-sifat keterbagian:

Misalkan a, b, c, x , dan y bilangan bulat, maka:

1. $a|a$ (semua bilangan bulat membagi dirinya sendiri)
2. $a|0$ (semua bilangan bulat membagi 0)
3. $1|a$ (satu membagi semua bilangan bulat)
4. Jika $a|1$ maka $a = \pm 1$
5. Jika $a|b$ maka $a|xb$
6. Jika $ab|c$ maka $a|c$ dan $b|c$
7. Jika $a|b$ dan $b|c$ maka $a|c$
8. Jika $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bx + cy)$
9. Jika $a|b$ maka $xa|xb$
10. Jika $a|b$ dan $b \neq 0$ maka $|a| \leq |b|$
11. Jika $a|b$ dan $b|a$ maka $a = \pm b$
12. Jika $a|bc$ dan $FPB(a, b) = 1$ maka $a|c$
13. $0|a$ hanya jika $a = 0$
14. Jika suatu bilangan habis dibagi a dan juga habis dibagi b , maka bilangan tersebut akan habis dibagi ab apabila a dan b relative prima ($FPB(a, b) = 1$). Berlaku sebaliknya.

1.2 FPB dan KPK

Definisi:

Misal $d = FPB(a, b)$ maka d adalah bilangan asli terbesar sedemikian sehingga $d|a$ dan $d|b$.

Misal $m = KPK(a, b)$ maka m adalah bilangan asli terkecil sedemikian sehingga $a|m$ dan $b|m$.

Berikut adalah beberapa hal yang berkaitan dengan FPB dan KPK:

1. $FPB(0,0) = 0$

2. $FPB(a, 0) = |a|$
3. $FPB(a, b) = FPB(|a|, |b|)$
4. $FPB(a, b) = FPB(b, a)$
5. $FPB(a, a + 1) = 1$
6. Jika $d = FPB(a, b)$ maka $d|a$ dan $d|b$
7. Misalkan $a = mp$ dan $b = mq$ maka $FPB(a, b) = m \cdot FPB(p, q)$
8. Jika $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ maka $0 \leq FPB(a, b) \leq \min(|a|, |b|)$
9. Misalkan $a > b > 0$ dan $a = bq + r$ untuk bilangan asli a, b, p , dan r maka $FPB(a, b) = FPB(b, r)$
10. Bezout's Lemma: Untuk setiap bilangan bulat a dan b terdapat bilangan bulat x dan y yang memenuhi $ax + by = FPB(a, b)$
11. $FPB(a, b) \cdot KPK(a, b) = a \cdot b$

1.3 Banyak Faktor Positif

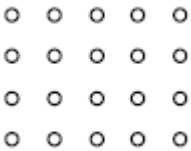
Misal x sebuah bilangan asli sedemikian sehingga $x = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$ dimana p_1, p_2, \dots, p_n adalah bilangan prima, maka banyaknya faktor positif dari x adalah $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1)$.

SOAL

1. Banyaknya pasangan terurut bilangan asli (a, b, c) dengan $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sehingga
$$\max\{a, b, c\} < 2 \min\{a, b, c\}$$
adalah ...
 - a. 23
 - b. 35
 - c. 17
 - d. 28
2. Diketahui a, b, c akar dari persamaan $x^3 - 5x^2 - 9x + 10 = 0$. Jika sukubanyak $P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx - 2015$ memenuhi $P(a) = b + c, P(b) = a + c, P(c) = a + b$, maka nilai dari B adalah
 - a. 1010
 - b. 1817
 - c. 2625
 - d. 1456
3. Kotak-kotak pada papan berukuran $m \times m$ akan diwarnai dengan warna biru atau merah. Suatu kuartet adalah kumpulan empat kotak yang berada pada perpotongan dua kolom dan dua baris pada papan. Bilangan asli terbesar m sehingga terdapat pewarnaan papan dimana tidak ada kuartet dengan keempat kotak berwarna sama adalah ...
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4
4. Banyaknya bilangan asli $n \in \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ sehingga terdapat bilangan real positif x yang memenuhi $x^2 + \lfloor x^2 \rfloor = n$ adalah ...
 - a. 516
 - b. 526
 - c. 536
 - d. 546
5. Bilangan x adalah bilangan bulat positif terkecil yang membuat

$$31^n + x \cdot 96^n$$

merupakan kelipatan 2015 untuk setiap bilangan asli n . Nilai x adalah

- a. 1436
 - b. 1643
 - c. 1364
 - d. 1463
6. Misalkan k suatu bilangan real sehingga $-1 < k < 1$. Garis $y = x + k$ memotong kurva $y = 1 - x^2$ di A dan B. Jika C menyatakan titik $(1,0)$, maka luas terbesar yang mungkin dimiliki oleh segitiga ABC adalah
- a. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$
 - b. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
 - c. $\sqrt{3}$
 - d. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
7. Diketahui susunan 4×5 titik yang jarak ke kanan sama dan jarak ke bawah sama. Ada berapa segitiga (dengan luas positif) yang titik-titik sudutnya adalah ketiga titik pada susunan tersebut?
- 
- a. 1140
 - b. 1056
 - c. 1232
 - d. 1450
8. Diberikan fungsi real f dengan $f(x) = \frac{cx}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$ dan $f(f(x)) = x$ untuk semua $x \neq \frac{3}{2}$. Nilai $f(2013)$ adalah ...
- a. $\frac{6039}{4023}$
 - b. $\frac{6390}{4023}$
 - c. $\frac{6093}{4023}$
 - d. $\frac{6930}{4023}$
9. Suatu sekolah mempunyai lima kelompok belajar siswa kelas 11. Kelompok-kelompok belajar itu berturut-turut mengirimkan 2, 2, 2, 3, dan 3 siswa untuk

suatu pertemuan. Mereka akan duduk melingkar sehingga setiap siswa memiliki paling sedikit satu teman dari kelompok belajar yang sama yang duduk disampingnya. Banyaknya cara melakukan hal tersebut adalah

- a. 6912
- b. 6812
- c. 6219
- d. 6128

10. Pada segitiga ABC, titik X, Y dan Z berturut-turut terletak pada sinar BA, CB dan AC sehingga $BX = 2BA$, $CY = 2CB$ dan $AZ = 2AC$. Jika luas $\triangle ABC$ adalah 1, maka luas $\triangle XYZ$ adalah ...

- a. 5
- b. 6
- c. 7
- d. 8