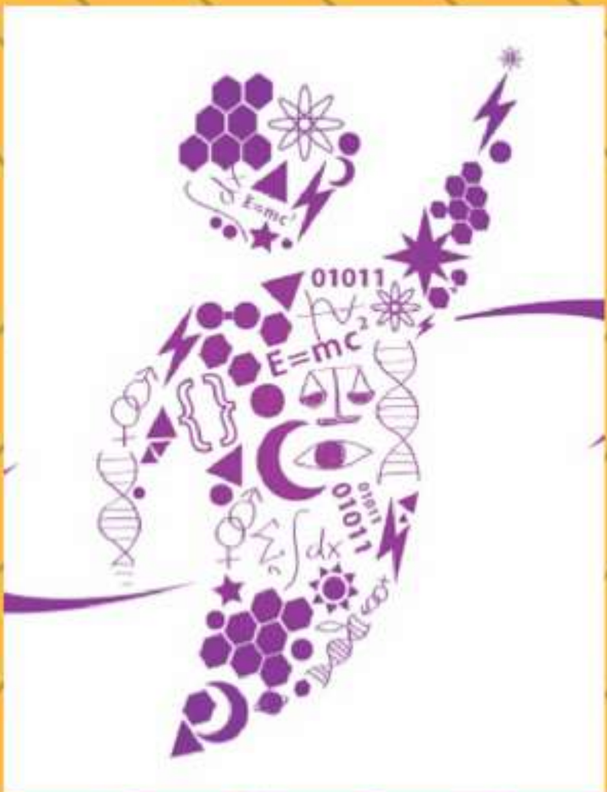
**PAKET 9**

# PELATIHAN ONLINE

# 2019

## SMP
## MATEMATIKA

po.alcindonesia.co.id



**WWW.ALCINDONESIA.CO.ID**

**@ALCINDONESIA**

**085223273373**

# PEMBAHASAN PAKET 9

1. Solusi: B

   Misalkan $n$ memiliki bilangan pembentuk $xyz$

   Maka didapat: $xyz + x + y + z = 313$

   $100x + 10y + z + x + y + z = 313$

   $101x + 11y + 2z = 313$

   Kemudian mencari nilai $x, y, z$ yang memenuhi dari persamaan diatas

   Nilai $x$ yang mungkin hanyalah 2 atau 3, padahal 313 adalah ganjil

   Menurut aturan penjumlahan dan perkalian, maka berlaku:

   Sehingga jika $x = 2$ (genap), maka $11y$ harus bernilai ganjil, dikarenakan $2z$ bernilai genap

   Sedangkan jika $x = 3$ (ganjil), maka $11y$ harus bernilai genap, dikarenakan $2z$ bernilai genap

   Kita buat tabel kemungkinannya:

| $x$ | $y$ | $z$ | $101x + 11y + 2z$ | Nilai |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | – | – | – |
| 2 | 3 | – | – | – |
| 2 | 5 | – | – | – |
| 2 | 7 | 8 | 295 | *Bernilai Salah* |
| 2 | 9 | 8 | 317 | *Bernilai Salah* |
| **2** | **9** | **6** | **313** | ***Bernilai Benar*** |
| 3 | 0 | 1 | 305 | *Bernilai Salah* |
| 3 | 0 | 3 | 309 | *Bernilai Salah* |
| **3** | **0** | **5** | **313** | ***Bernilai Benar*** |
| 3 | 0 | 7 | 317 | *Bernilai Salah* |

   Jadi semua nilai n yang mungkin adalah 296 dan 305 dan jumlahnya $296 + 305 = 601$

2. Solusi: D

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\frac{1}{36}+\frac{1}{49}+\cdots=a$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots=a-1-\frac{1}{4}-\frac{1}{16}-\frac{1}{36}-\cdots$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots=a-1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{36}+\cdots\right)$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots=a-1-\frac{1}{4}.\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\cdots\right)$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots=a-1-\frac{1}{4}.a$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots=\frac{3}{4}a-1$$

3. Solusi: C

Diketahui

- Indah dan Nian bermain lempar dadu secara bergantian dimulai dengan lemparan pertama giliran Indah

- Seseorang akan memenangkan permainan jika ia mendapatkan mata dadu 1 tetapi lawannya tidak mendapatkan mata dadu 2 atau 3 pada lemparan sebelumnya

Dari kedua pernyataan di atas, maka kemungkinan peluang dari aturan tersebut adalah sebagai berikut:;

Karena banyak angka dadu ada 6, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 maka:

1) Kemungkinan I: Indah melempar dadu muncul angka 1, 2, 3, 4, 5, atau 6, yaitu ada 6

Sehingga peluang yang didapat $=\frac{6}{6}=1$

2) Kemungkinan II: Jika Indah melempar dadu muncul angka 2 atau 3, maka kemungkinan lemparan dadu Nian yang mungkin muncul adalah angka 1, 4, 5, dan 6, yaitu ada 4

Sehingga peluang yang didapat $=\frac{4}{6}$

3) Kemungkinan III: Jika Indah melempar dadu muncul selain angka 2 atau 3, maka kemungkinan lemparan dadu Nian yang mungkin muncul adalah angka 1, 2, 3, 4, 5, atau 6, yaitu ada 6

Sehingga peluang yang didapat $= \frac{6}{6} = 1$

4) Kemungkinan IV: Jika Nian melempar dadu muncul angka 2 atau 3, maka kemungkinan lemparan dadu Indah pada lemparan ketiga akan menang yang mungkin muncul adalah angka 1 saja, yaitu ada 1

Sehingga peluang yang didapat $= \frac{1}{6}$

Dikarenakan kejadian I, II, III dan IV adalah saling berkaitan, maka peluang yang mungkin adalah: $1 \times \frac{4}{6} \times 1 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Jadi, peluang Indah pada giliran yang ketiga melempar (lemparan kelima) akan menang adalah $\frac{1}{9}$

4. Solusi: C

Lima belas bilangan prima pertama = {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47}

Bilangan prima hanya mungkin dibentuk dari bilangan $genap + ganjil = ganjil$.

Jadi pada lima belas bilangan tersebut, untuk bilangan $ganjil + ganjil = genap$ tidak mungkin akan membentuk bilangan prima.

Dari lima belas bilangan prima pertama hanya 2 yang merupakan bilangan genap, jadi penyusunan akan dilakukan dari bilangan tersebut, yaitu :

$(2,3), (2,5), (2,11), (2,17), (2,29), (2,41)$ $\quad \rightarrow \quad$ ada 6

Karena $(2,3)$ berbeda dengan $(3,2)$ maka banyak penyusunannya ada $2.6 = 12$

Peluang terambilnya secara acak dua buah kartu berturut-turut tanpa pengembalian adalah $\frac{1}{15} . \frac{1}{14}$

Jadi peluang terambil dua kartu dengan jumlah dua bilangan tertulis merupakan bilangan prima adalah $12 . \frac{1}{15} . \frac{1}{14} = \frac{2}{35}$

5. Solusi: B

Diketahui 25 orang masing-masing kaosnya diberikan nomor bebeda, yaitu $\{1, 2, 3, \dots, 24, 25\}$.

Kemudian akan dipilih 3 pemain dimana jumlah nomor kaosnya harus habis dibagi 3. Hal ini kita bisa menggunakan prinsip hasil habis dibagi suatu bilangan, yaitu suatu bilangan bila dibagi 3 mempunyai sisa pembagi sebanyak 3, yaitu 0, 1, dan 2.

Karena sisa pembaginya sebanyak 3, maka kemungkinan banyaknya jumlah 3 bilangan habis dibagi 3 mempunyai sebanyak 3 kemungkinan sisa pembagi, yaitu sebagai berikut.

Kemungkinan I: sisa pembaginya 0

Bilangan-bilangan yang termasuk mempunyai sisa pembagi 0 adalah $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$ ada sebanyak 8 bilangan.

Sehingga, untuk mengetahui banyaknya jumlah 3 bilangan berbeda habis dibagi 3, sama halnya dengan menyusun 3 bilangan berbeda dari 8 bilangan yang tersedia, yaitu $C_3^8 = \frac{8!}{5!3!} = 56$

Kemungkinan II: sisa pembaginya 1

Bilangan-bilangan yang termasuk mempunyai sisa pembagi 1 adalah $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25\}$ ada sebanyak 9 bilangan.

Sehingga, banyaknya jumlah 3 bilangan berbeda habis dibagi 3 adalah $C_3^9 = \frac{9!}{6!3!} = 84$

Kemungkinan III: sisa pembaginya 2

Bilangan-bilangan yang termasuk mempunyai sisa pembagi 2 adalah $\{2, 6, 8, 11, 14, 17, 20, 23\}$ ada sebanyak 8 bilangan.

Sehingga, banyaknya jumlah 3 bilangan berbeda habis dibagi 3 adalah $C_3^8 = \frac{8!}{5!3!} = 56$

Selanjutnya, untuk penjumlahan 3 bilangan yang didapat dari masing-masing kemungkinan I, II, dan III. Ternyata hasil penjumlahannyapun dapat habis dibagi 3. Sehingga, banyaknya cara menyusun 3 bilangan tersebut habis dibagi 3 adalah $C_1^8.C_1^9.C_1^8 = 8.9.8 = 576$

Dengan demikian, total banyaknya cara selurunya adalah $56 + 84 + 56 + 576 = 772$

Jadi, banyak cara memilih tiga pemain secara acak dengan syarat jumlah nomor kaos mereka habis dibagi tiga adalah 772

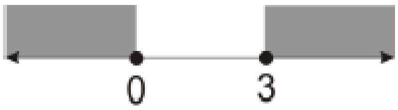
6. Solusi: C

$S = \{x|-5 \leq x \leq 10, x\ bilangan\ bulat\} = \{-5, -4, -3, \dots, 0, \dots, 9, 10\}$

$n(S) = 16$

- Syarat $I$ : agar bentuk akar terdefinisi maka harus memenuhi

$\sqrt{x^2 - 3x} \geq 0$
$\left(\sqrt{x^2 - 3x}\right)^2 \geq 0^2$
$x^2 - 3x \geq 0 \quad \rightarrow \quad x.(x-3) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0\ atau\ x = 3$



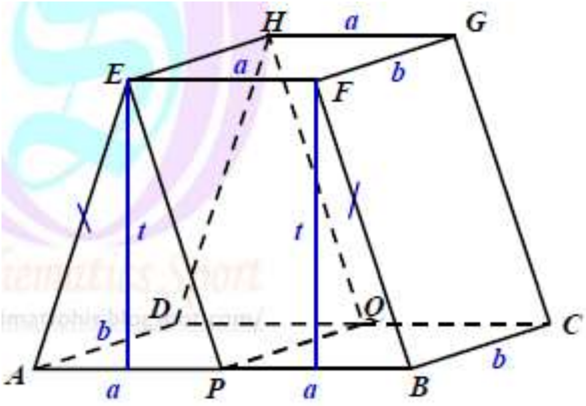

$x = \{x|x \leq 0\ dan\ x \geq 3, x\ bilangan\ bulat\} = \{\dots, -2, -1, 0, 3, 4, 5, \dots\}$

- Syarat $II$ : menentukan nilai $x$ dari pertidaksamaannya

$\sqrt{x^2 - 3x} \leq 2$
$\left(\sqrt{x^2 - 3x}\right)^2 \leq 2^2$
$x^2 - 3x \leq 4$
$x^2 - 3x - 4 \leq 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad (x+1)(x-4) = 0$
$x = -1 \quad atau \quad x = 4$


$x = \{x|-1 \leq x \leq 4, x\ bilangan\ bulat\} = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
Sehingga,
$x = \{\dots, -2, -1, 0, 3, 4, 5, \dots\} \cap \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} = \{-1, 0, 3, 4\}$
$n(x) = 4$
$P(x) = \frac{n(x)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
Jadi, peluang bahwa $x$ adalah penyelesaian pertidaksamaan
$\sqrt{x^2 - 3x} \leq 2$
adalah $\frac{1}{4}$

7. Solusi: D




Misalkan AP = PB = EF = a dan BC = FG = b

Perhatikan prisma APE.DQH.

$$V_{APE.DQH} = Luas\ alas \times tinggi$$

$$V_{APE.DQH} = \left(\frac{1}{2}at\right) \times b$$

$$V_{APE.DQH} = \frac{1}{2}abt$$

Perhatikan prisma PBFE.QCGH.

$$V_{PBFE.QCGH} = Luas\ alas \times tinggi$$

$$V_{PBFE.QCGH} = (a \times b) \times t$$

$$V_{PBFE.QCGH} = abt$$

Dengan demikian,

$$\frac{V_{APE.DQH}}{V_{PBFE.QCGH}} = \frac{\frac{1}{2}abt}{abt} = \frac{1}{2}$$

Jadi, perbandingan volume prisma APE.DQH dan prisma PBFE.QCGH adalah 1 : 2

8. Solusi: D

Diketahui sebuah kotak terdapat beberapa bola dengan empat macam warna yakni: biru, merah, kuning dan putih. Paling sedikit terdapat 10 bola untuk masing-masing warna.

Permasalahan ini dapat menggunakan Prinsip Sangkar Burung (Pigeon Hole Principle), yaitu :

Jika ada n burung merpati menempati m sangkar dan m < n, maka paling sedikit satu sangkar akan berisi 2 merpati atau lebih.

Paling sedikit terdapat 10 bola untuk masing-masing warna, hal ini memang sangat dimungkinkan untuk memperoleh 6 bola sewarna. Dimana bola tersebut diambil satu demi satu dari dalam sebuah kotak secara acak tanpa pengembalian, sehingga apabila salah satu warna bola sudah terambil, maka kemungkinan terambilnya untuk 3 warna yang lainnya adalah $[(6 - 1) = 5]$

Dengan demikian, banyak pengambilan yang harus dilakukan untuk memastikan mendapatkan 6 bola dengan warna sama adalah adalah $6 + 3.5 = 21$ bola

Jadi, banyak pengambilan yang harus dilakukan untuk memastikan mendapatkan 6 bola dengan warna sama adalah 21

9. Solusi: D

Pertidaksamaan ini mempunyai sebagai berikut:

Syarat I:

$x^2 - 1 \neq 0$, sehingga $(x + 1)(x - 1) \neq 0$, artinya adalah $x \neq -1$ atau $x \neq 1$

Syarat II:

$$\frac{x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1} \geq 1$$

$$\frac{x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 1}{(x + 1)(x - 1)} \geq 1$$

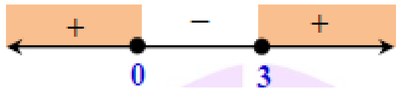
$$\frac{(x + 1)(x^3 - 3x^2 + x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} \geq 1$$

$$\frac{(x^3 - 3x^2 + x - 1)}{(x - 1)} \geq 1$$

$$x^3 - 3x^2 + x - 1 \geq x - 1$$

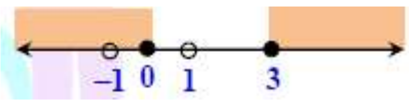
$$x^3 - 3x^2 \geq 0$$

$x^2(x-3) \geq 0 \quad \rightarrow \quad x^2(x-3) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0 \; atau \; x = 3$




$HP = \{x|x \leq 0 \; atau \; x \geq 3\}$

Pertidaksamaan $\frac{x^4-2x^3-2x^2-1}{x^2-1} \geq 1$ harus memenuhi syarat I dan syarat II, sehingga:




Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x|x \leq 0 \; atau \; x \geq 3 \; dan \; x \neq -1\}$

10. Solusi: A

$a + \frac{b+c}{2} = 80 \quad \rightarrow \quad 2a + b + c = 160$

$b + \frac{a+c}{2} = 90 \quad \rightarrow \quad a + 2b + c = 180$

$c + \frac{b+a}{2} = 100 \quad \rightarrow \quad a + b + 2c = 200$

Jumlahkan ketiga persamaan diatas, diperoleh:

$4a + 4b + 4c = 540$

$4.(a + b + c) = 540$

$a + b + c = \frac{540}{4}$

$a + b + c = 135$

Jadi, rata-rata dari $a, b,$ dan $c$ adalah $\frac{a+b+c}{3} = \frac{135}{3} = 45$