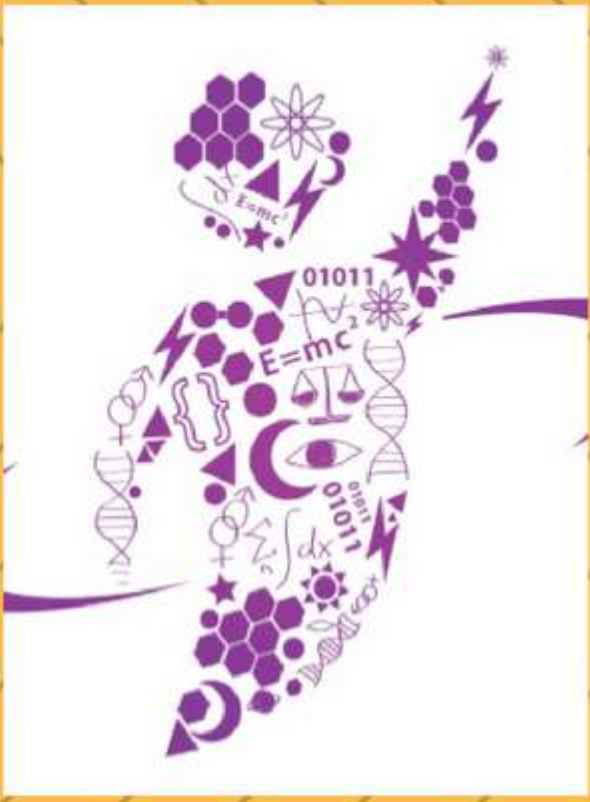
PAKET 2

PELATIHAN ONLINE 2019

SMP
MATEMATIKA

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 2

1. Bilangan prima p dan q masing-masing dua digit. Hasil penjumlahan p dan q merupakan bilangan dua digit yag digitnya sama. Jika bilangan tiga digit r merupakan perkalian p dan q, maka dua nilai r yang mungkin adalah ….

   A. 121 dan 143

   B. 169 dan 689

   C. 403 dan 989

   D. 481 dan 121

   Solusi:

   Bilangan prima dua digit : 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, dan 97.

   Bilangan prima yang jika dijumlahkan menghasilkan bilangan dengan digit sama adalah 13 dan 31, 23 dan 43.

   Sehingga,

   13+31=44 → 13×31=**403**

   23+43=66 → 23×43=**989**

2. Diketahui $M = \{10,11,12, \dots ,99\}$ dan A adalah himpunan bagian dari M yang mempunyai 4 anggota. Jika semua anggota A merupakan suatu bilangan genap, maka banyak himpunan yang mungkin adalah…

   A. 1.980

   B. 148.995

   C. 297.990

   D. 299.970

   Solusi:

   Misalkan N adalah himpunan seluruh bilangan genap yang merupakan himpunan bagian dari M adalah $N = \{10,12,14, \dots ,98\}$

   Pandang sebagai barisan aritmetika dengan suku pertama $a = 10$ dan beda $b = 2$, maka banyak anggota N dapat ditentukan dengan:

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$98 = 10 + (n-1)2$$
$$88 = 2n - 2$$
$$90 = 2n$$
$$n = 45$$

Banyak kemungkinan a, b, c maupun d adalah bilangan genap adalah:

$$_{45}C_4 = \frac{45!}{41!\,4!} = 148.995$$

3. Diberikan ΔABC. Jika AC=AB=1 cm dan BC= $\sqrt{3}$ cm, maka luas ΔABC adalah .... cm2.

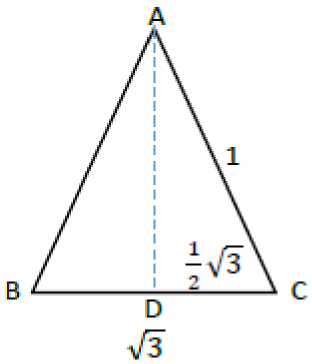
A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

C. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$

D. $\frac{1}{4}$

Solusi:



$AD = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2}$

$AD = \sqrt{1 = \frac{3}{4}}$

$AD = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Luas $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times AD \times BC$

Luas $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{1}{4}\sqrt{3}$

4. Misalkan n adalah suatu bilangan bulat positif. Jumlah tiga bilangan prima $3n - 4,\ 4n - 5$ dan $5n - 3$ adalah....

A. 12

B. 14

C. 15

D. 17

Solusi:

Perhatikan, bilangan prima yang genap hanya 2, sedang seluruh bilangan prima selain 2 adalah

ganjil. Dan mengingat jumlah tiga bilangan ada genap, maka pastilah salah satu dari bilangan prima tersebut adalah 2. Bilangan prima genap 2 hanya dimungkinkan diperoleh dari $3n-4$.

Sehingga, $3n-4=2 \;\rightarrow\; n=2$

Maka untuk $n=4$, diperoleh ketiga bilangan prima tersebut adalah 2, 3, dan 7.

Jadi, jumlah ketiga bilangan prima tersebut adalah $2+3+7=12$

5. Nilai $1+2.2+3.2^2+4.2^2+\cdots+2018.2^{2017}$ sama dengan…

A. $2018.2^{2017}+1$

B. $2018.2^{2018}+1$

C. $2017.2^{2017}+1$

D. $2017.2^{2018}+1$

Solusi:

Pandang bentuk $2^0+2^1+2^2+\cdots+2^n$ sebagai bentuk deret geometri dengan $a=1$ dan $r=2$, maka diperoleh:

$$2^0+2^1+2^2+\cdots+2^n=2^{n+1}-1$$

Sehingga,

$$2^0+2^1+2^2+\cdots+2^{2017}=2^{2018}-1$$
$$2^1+2^2+\cdots+2^{2017}=2(2^{2017}-1)=2^{2018}-2$$
$$dst\ldots$$
$$2^{2016}+2^{2017}=2^{2016}(2^2-1)=2^{2018}-2^{2016}$$
$$2^{2017}=2^{2017}=2^{2018}-2^{2017}$$

Dan seterustnya…

Sehingga,

$$\begin{aligned}1+2.2+3.2^2+4.2^2+\cdots+2018.2^{2017}&=2018.2^{2018}-(1+2+2^2+\cdots+2^{2017})\\&=2018.2^{2018}-(2^{2018}-1)\end{aligned}$$

$$= 2017.2^{2018} + 1$$

6. Pada pagi hari yang cerah, suatu bola raksasa ditempatkan di tanah lapang yang datar. Panjang bayangan bola tersebut apabila diukur dari titik singgung bola dengan tanah adalah 15 m. Di samping bola tersebut terdapat tiang vertikal dengan tinggi 1m yang mempunyai bayangan sepanjang 3 m. Radius bola tersebut adalah ... m.

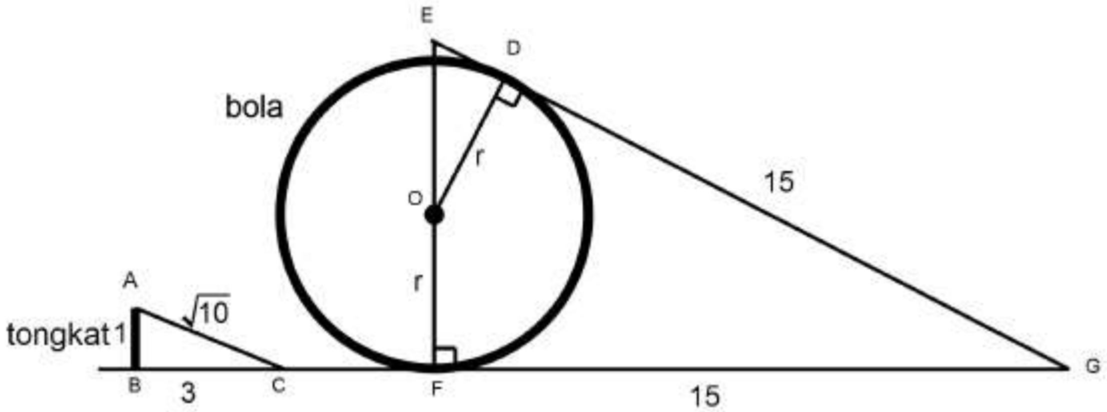
A. $\frac{15}{\sqrt{10}+3}$

B. $\frac{5}{\sqrt{10}+3}$

C. $\frac{10}{\sqrt{10}+3}$

D. $\frac{15}{\sqrt{15}+3}$

Solusi:



Gunakan Teorema Pythagoras pada segitiga ABC diperoleh $AC = \sqrt{10}$ m

$\Delta\, ABC$ sebangun dengan ΔEFG sehingga:

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC}$$
$$\frac{EF}{1} = \frac{15}{3}$$
$$EF = 5$$

Dan,

$$\frac{EG}{AC} = \frac{EF}{AB}$$
$$\frac{EG}{\sqrt{10}} = \frac{5}{1}$$
$$EG = 5\sqrt{10}$$

Sehingga,

$$ED = 5\sqrt{10} - 15$$

Segitiga EDO sebangun segitiga EFG, sehingga

$$\frac{OD}{FG} = \frac{ED}{EF}$$

$$\frac{r}{15} = \frac{5\sqrt{10} - 15}{5}$$

$$\frac{r}{15} = \frac{\sqrt{10} - 3}{1}$$

$$\frac{r}{15} = \frac{\sqrt{10} - 3}{1} \times \frac{\sqrt{10} + 3}{\sqrt{10} + 3}$$

$$\frac{r}{15} = \frac{10 - 9}{\sqrt{10} + 3}$$

$$\frac{r}{15} = \frac{1}{\sqrt{10} + 3}$$

$$r = \frac{15}{\sqrt{10} + 3}$$

7. Diketahui fungsi f memenuhi persamaan $5f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{f(2x)}{x^2} = x$, untuk $x \neq 0$. Nilai $f(1)$ sama dengan …

A. $\frac{3}{7}$

B. $\frac{3}{14}$

C. $\frac{3}{18}$

D. $\frac{1}{7}$

Solusi:

Gunakan $x = 1$ dan $x = \frac{1}{2}$. Agar mendapatkan system persamaan linear dalam $f(1)$ dan $f(2)$.

$5f(1) + f(2) = 1 \rightarrow f(2) = 1 - 5f(1)$

$5f(2) + 4f(1) = \frac{1}{2} \rightarrow 5\big(1 - 5f(1)\big) + 4f(1) = \frac{1}{2}$

$\leftrightarrow \quad -12f(1) = -\frac{9}{2}$

$\leftrightarrow \quad f(1) = -\frac{9}{2} \times \frac{1}{-21}$

$\leftrightarrow \quad f(1) = \frac{3}{14}$

8. Diketahui n dan k adalah dua bilangan bulat. Jika terdapat tepat suatu nilai k yang memenuhi pertidaksamaan $\frac{n}{15} < \frac{n}{n+k} < \frac{7}{13}$, maka nilai n terbesar yang mungkin adalah…

   A. 97

   B. 112

   C. 121

   D. 107

   Solusi:

$$\frac{8}{15} < \frac{n}{n+k} < \frac{7}{13}$$
$$\frac{13}{7} < \frac{n+k}{n} < \frac{15}{8}$$
$$\frac{13}{7} < 1 + \frac{k}{n} < \frac{15}{8}$$
$$\frac{6}{7} < \frac{k}{n} < \frac{7}{8}$$
$$\frac{6}{7} < \frac{k}{n} < \frac{7}{8}$$
$$\frac{6}{7} . \frac{8}{8} < \frac{k}{n} < \frac{7}{8} . \frac{7}{7}$$
$$\frac{48}{56} < \frac{k}{n} < \frac{49}{56}$$
$$\frac{96}{112} < \frac{k}{n} < \frac{98}{112}$$

   Jadi, n terbesar yang mungkin adalah 112, dengan nilai $k = 97$

9. Diketahui x, y dan z adalah tiga bilangan bulat positif. Tiga terurut (x, y, z) yang memenuhi $(x + 2y)^z = 64$ ada sebanyak ….

   A. 4

   B. 32

   C. 35

   D. 36

   Solusi:

   $(x + 2y)^z = 64 = 64^1 = 8^2 = 4^3 = 2^6$

   - Untuk $z = 1$ maka $x + 2y = 64$

$x = 64 - 2y$

Untuk $y = 1$ maka $x = 62$

Untuk $y = 2$ maka $x = 60$

Untuk $y = 3$ maka $x = 58$

.

.

.

Untuk $y = 31$ maka $x = 2$ (ada 31 triple)

- Untuk $z = 2$ maka $x + 2y = 8$

  $x = 8 - 2y$

  Untuk $y = 1$ maka $x = 6$

  Untuk $y = 2$ maka $x = 4$

  Untuk $y = 3$ maka $x = 2$ (ada 3 triple)

- Untuk $z = 3$ maka $x + 2y = 4$

  $x = 4 - 2y$

  Untuk $y = 1$ maka $x = 2$ (ada 1 triple)

- Untuk $z = 6$ maka $x + 2y = 2$

  $x = 2 - 2y$ (tidak ada triple)

  Jadi ada 35 triple

10. Terdapat lima bilangan bulat positif dengan rata-rata 40 dan jangkauan 10. Nilai maksimum yang mungkin untuk bilangan terbesar dari lima bilangan tersebut adalah ... .

    A. 50

    B. 49

    C. 48

    D. 45

    Solusi:

    Misalkan bilangan itu $a \leq b \leq c \leq d \leq e$

    Jangkauan : $e - a = 10$

    Rata-rata 40 , berarti $a + b + c + d + e = 40 x 5 = 200$

$a+b+c+d+e$	a	e	$b+c+d$	$b\ min = \frac{b+c+d}{3}$	Keterangan
200	40	50	110	36,7	*b<a (Tidak Memenuhi)*
200	39	49	112	37,3	*b<a (Tidak Memenuhi)*
200	38	48	114	38	*b=c=d=a (Memenuhi)*
200	35	45	120	40	*b<d(Tidak Memenuhi)*