

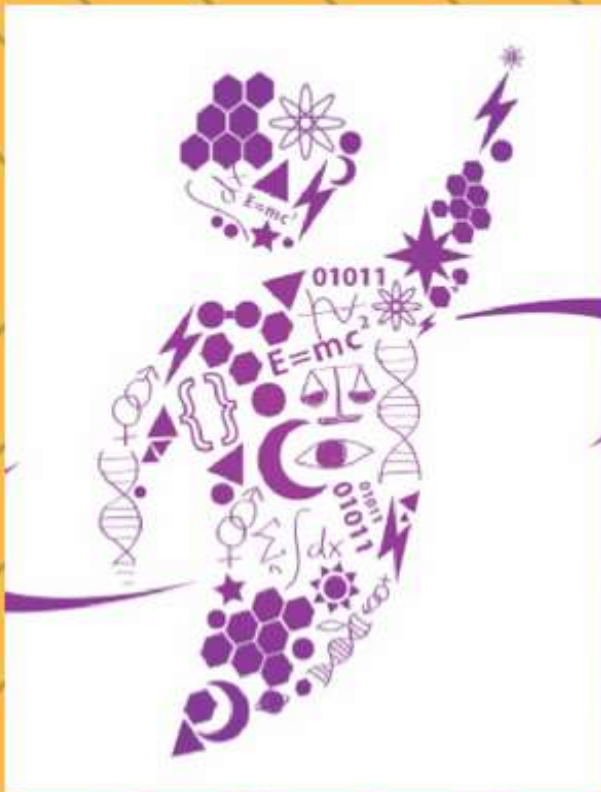
PAKET 7

PELATIHAN ONLINE

2019

**SMP
MATEMATIKA**

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 7

1. Jawaban : C

Diketahui $f(ab) = f(a + 2b) - f(a - 2b)$ dengan a dan b bilangan bulat positif dan $a < b$

$$f(ab) = f(a + 2b) - f(a - 2b)$$

$$\rightarrow f(ab) = 209 - (a + 2b)^2 - [2019 - f(a - 2b)^2]$$

$$\rightarrow f(ab) = 209 - a^2 - 4b^2 - 4ab - [2019 - a^2 - 4b^2 + 4ab]$$

$$\rightarrow f(ab) = -8ab$$

Kemudian $f(ab) = -8ab$ disubstitusikan ke $f(x) = 209 - x^2$

$$f(ab) = 209 - (ab)^2$$

$$-8ab = 209 - (ab)^2$$

$$(ab)^2 - 8ab - 209 = 0$$

$$(ab - 19)(ab + 11) = 0$$

$$ab = 19 \text{ dan } ab = -11$$

Karena ab bilangan bulat positif dan $a < b$, maka $ab = 19$

Sehingga $a = 1$ dan $b = 19$. Dengan demikian nilai $b - a = 18$

2. Jawaban : C

$$x = 2013 + 2015 + 2017 + \dots \quad (1)$$

$$y = 8 + 10 + 12 + \dots \quad (2)$$

Jumlahkan (1) dan (2) diperoleh,

$$x + y = 2021 + 2025 + 2029 + \dots$$

Merupakan deret aritmatika dengan:

$$U_1 = 2021$$

$$b = 2025 - 2021 = 4$$

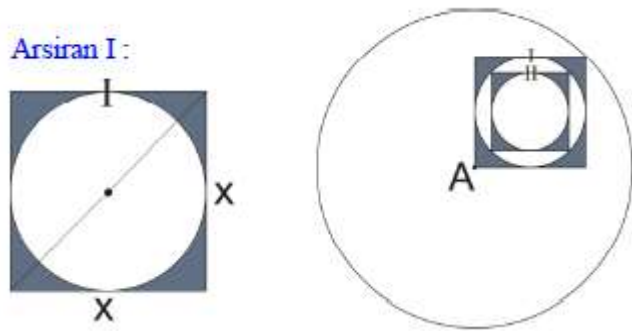
$$n = 99$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1) \cdot b)$$

$$S_{99} = \frac{99}{2}(2 \cdot 2021 + (99 - 1) \cdot 4) = 219483$$

$$\text{Jadi, } x + y = 219483$$

3. Jawaban : D



Panjang diagonal persegi I = jari-jari lingkaran A = 2

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, diperoleh:

$$x^2 + x^2 = 2^2$$

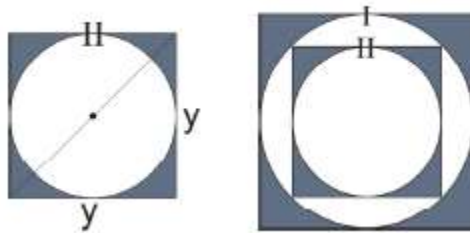
$$2x^2 = 4$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow \text{jari-jari lingkaran I} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$L_{\text{arsiran I}} = L_{\text{persegi I}} - L_{\text{lingkaran I}} = x^2 - \pi r^2 = 2 - \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2 - \frac{1}{2}\pi$$

Arsiran II :



Panjang diagonal persegi II = diameter lingkaran I = $2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}$

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, diperoleh:

$$y^2 + y^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$2y^2 = 2$$

$$y^2 = 1$$

$$y = 1 \rightarrow \text{jari-jari lingkaran II} = \frac{1}{2}$$

$$L_{\text{arsiran II}} = L_{\text{persegi II}} - L_{\text{lingkaran II}} = y^2 - \pi r^2 = 1 - \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4}\pi$$

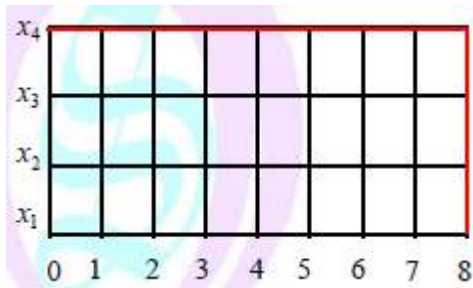
$$\text{Jadi, } L_{\text{arsiran}} = L_{\text{arsiran I}} + L_{\text{arsiran II}} = \left(2 - \frac{1}{2}\pi\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\pi\right) = 3 - \frac{3}{4}\pi$$

4. Jawaban : B

Menurut informasi dari soal: Terdapat bilangan ribuan dengan jumlah angka-angkanya 8. Karena ribuan, maka angka-angkanya ada 4:

misalkan angka-angkanya adalah x_1, x_2, x_3 , dan x_4

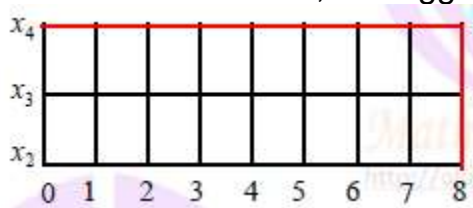
Untuk menjawab permasalahan ini, kita bisa menggunakan ilustrasi tabel, yakni sebagai berikut:



Banyaknya solusi bilangan bulat tak negatif dari persamaan $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ sama dengan banyaknya cara terpendek untuk mencapai ujung kanan atas grid dari ujung kiri bawah grid yaitu sebanyak 8 jarak ke kanan dan sebanyak 3 jarak ke arah bawah sehingga jumlah jaraknya ada 11 yang diantaranya terdapat 3 jarak ke arah bawah , sehingga sebanyak C_3^{11} :

$$C_3^{11} = \frac{11!}{(11-3)!3!} = 165$$

Akan tetapi hal ini masih mengandung nilai $x_1 = 0$, karena ribuan angka x_1 -nya tidak boleh nol, maka harus dikurangi banyaknya nilai $x_1 = 0$, yaitu sebanyak 8 jarak ke kanan dan sebanyak 2 jarak ke arah bawah sehingga jumlah jaraknya ada 10 yang diantaranya terdapat 2 jarak ke arah bawah , sehingga sebanyak C_2^{10} :



$$C_2^{10} = \frac{10!}{(10-2)!2!} = 45$$

Dengan demikian, banyaknya solusi yang dimaksud adalah $165 - 45 = 120$ cara

Jadi, banyaknya solusi bilangan bulat tak negatif dari persamaan tersebut adalah 120 cara

5. Jawaban : C

Misal:

a = bilangan pertama

b = bilangan kedua

c = bilangan ketiga

Dari soal diketahui,

$$a + b + c = 19 \quad (1)$$

$$\frac{a-1}{b-1} = \frac{1}{3}$$

$$3(a-1) = 1(b-1)$$

$$3a - 3 = b - 1$$

$$3a - b = 2 \quad (2)$$

$$\frac{b+3}{c+3} = \frac{5}{6}$$

$$6(b+3) = 5(c+3)$$

$$6b + 18 = 5c + 15$$

$$6b - 5c = -3 \quad (3)$$

Eliminasi persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$4b + 3c = 55 \quad (4)$$

Eliminasi persamaan (3) dan (4), diperoleh:

$$-19c = -171 \rightarrow c = 9$$

Substitusikan: $c = 9$ pada persamaan (3), diperoleh:

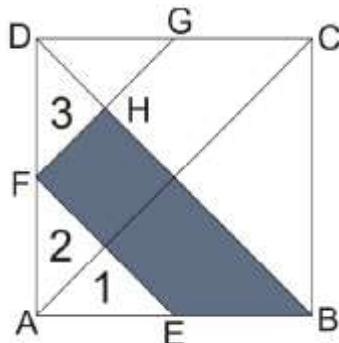
$$b = 7$$

Substitusikan: $b = 7$ pada persamaan (2), diperoleh:

$$a = 3$$

Jadi, selisih bilangan terbesar dan terkecil adalah $c - a = 9 - 3 = 6$

6. Jawaban : A



$$L_{ABCD} = 25$$

$$s^2 = 25$$

$$s = \sqrt{25} = 5 \rightarrow AB = BC = CD = AD = 5 \rightarrow AE = AF = DF = DG = \frac{5}{2}$$

$$L_{BHFE} = \frac{1}{2} \cdot L_{ABCD} - \frac{3}{2} \cdot L_{EAF}$$

$$L_{BHFE} = \left(\frac{1}{2} \cdot 25 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AE \cdot AF \right)$$

$$L_{BHFE} = \left(\frac{25}{2} \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \right)$$

$$L_{BHFE} = \frac{25}{2} - \frac{75}{16}$$

$$L_{BHFE} = \frac{200}{16} - \frac{75}{16}$$

$$L_{BHFE} = \frac{125}{16}$$

Jadi, luas BHFE adalah $\frac{125}{16} m^2$

7. Jawaban : C

Misalkan suatu bilangan prima = P

$$x^2 + 5x + 6 = P$$

$$\rightarrow x^2 + 5x + 6 - P = 0$$

$$\rightarrow x^2 + 5x + (6 - P) = 0$$

Kemudian mencari dua bilangan yang menjadi faktor dari $(6 - P)$ dan apabila dijumlahkan sama dengan 5, misalkan dua bilangan tersebut adalah a dan b , maka didapat sebagai berikut.

$$a \times b = 6 - P, \text{ dan } a + b = 5$$

$$\text{Sehingga } a \times b = 6 - P$$

$$a(5 - a) = 6 - P \quad (b = 5 - a)$$

- Kemungkinan I:

$$a = 1 \quad \text{dan} \quad 5 - a = 6 - P$$

$$\text{Sehingga } P - a = 1$$

$$P - 1 = 1 \quad (a = 1)$$

$$P = 2$$

Dengan demikian,

$$x^2 + 5x + (6 - 2) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$(x + 1)(x + 4) = 0$$

$$x = -1 \text{ atau } x = -4$$

- Kemungkinan II:

$$a = 6 - P \text{ dan } 5 - a = 1$$

$$P + a = 6 \text{ dan } a = 4$$

$$\text{Sehingga } P + a = 6$$

$$P + 4 = 6 \quad (a = 4)$$

$$P = 2$$

Dengan demikian,

$$x^2 + 5x + (6 - 2) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

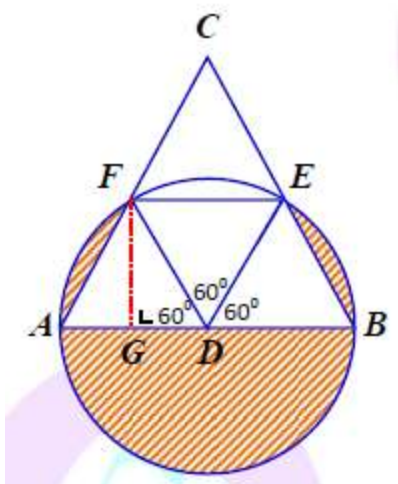
$$(x + 1)(x + 4) = 0$$

$$x = -1 \text{ atau } x = -4$$

Maka, baik kemungkinan I maupun kemungkinan II nilai x adalah -1 atau -4 .

Jadi, terdapat 2 nilai x yang memenuhi

8. Jawaban : B



Diketahui $\triangle ABC$ sama sisi dengan panjang sisi 10 cm, maka

$$AB = BC = AC = 10 \text{ cm}$$

Segitiga tersebut membagi tiga segitiga kecil yang sama besar dan sebangun, yaitu $\triangle ADF$, $\triangle DEF$, $\triangle BDE$, dan $\triangle ECF$. Sedangkan lingkaran yang berpusat di titik D mempunyai jari-jari = 5 cm, dimana panjang $AD = BD = BE = CE = CF = AF = EF$

Perhatikan $\triangle ADF$:

$$\text{panjang } AG = \frac{5}{2} \text{ cm}$$

Dengan Pithagoras didapat:

$$\text{panjang } GF = \sqrt{AF^2 - AG^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

Perhatikan daerah yang diarsir. Daerah yang diarsir merupakan daerah didalam lingkaran akan tetapi daerah diluar segitiga, sehingga didapat:

$$L_{\text{arsiran}} = L_{\text{lingkaran}} - (2 \cdot L_{\triangle ADF} + L_{\text{juring DEF}})$$

$$L_{\text{arsiran}} = \pi r^2 - \left(2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot GF + \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi r^2\right)$$

$$L_{\text{arsiran}} = \pi(5)^2 - \left(5 \cdot \frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{6} \pi \cdot 5^2\right)$$

$$L_{\text{arsiran}} = 25\pi - \left(\frac{25}{2}\sqrt{3} + \frac{25}{6}\pi\right)$$

$$L_{\text{arsiran}} = \frac{125}{6}\pi - \frac{25}{2}\sqrt{3}$$

$$L_{\text{arsiran}} = \frac{25}{2} \left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$$

9. Jawaban : B

Peletakan Angka	I	II	III	IV	V	Banyak bilangan terbentuk
Pola I	1	Mengikuti				$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
Pola II	2	Mengikuti				$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
Pola III	3	Mengikuti				$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
Pola IV	4	1	2	3	5	1
	4	1	2	5	3	1
	4	1	3	2	5	1
Jumlah						75

Jadi bilangan yang menempati urutan ke-75 adalah 41325

10. Jawaban : B

Perhatikan penjabaran bentuk aljabar tersebut.

$$(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - b)(2x - (a + c)) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = b \text{ atau } x_2 = \frac{a+c}{2}$$

Sehingga, diperoleh selisih akar-akarnya adalah

$$x_1 - x_2 = b - \frac{a+c}{2}$$

Dengan mudah kita tahu bahwa $b - \frac{a+c}{2}$ akan maksimum apabila b merupakan bilangan terbesar yaitu 9. Dan, a dan c minimum yaitu 1 dan 2, begitu juga sebaliknya.

$$\text{Jadi, } x_1 - x_2 = b - \frac{a+c}{2} = 9 - \frac{3}{2} = 9 - 1,5 = 7,5$$