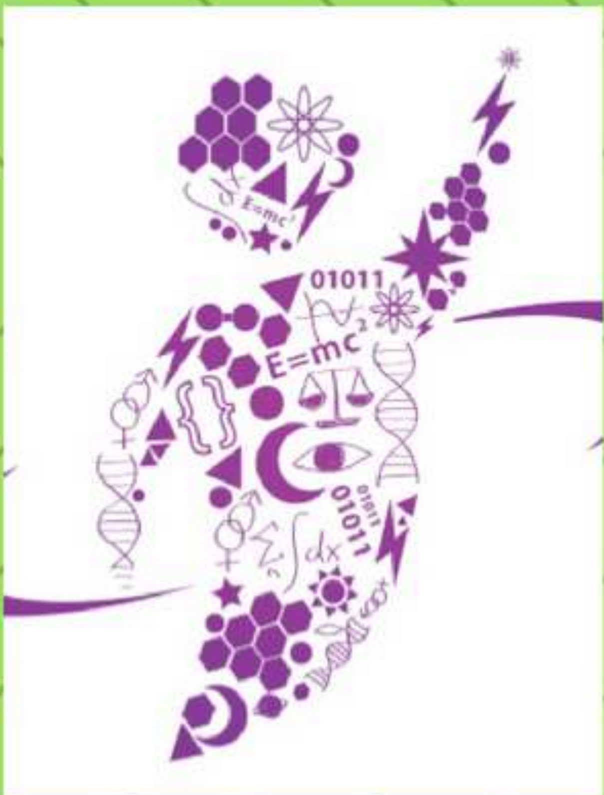
PAKET 5

PELATIHAN ONLINE

2019

SMA
KOMPUTER

po.alcindonesia.co.id



WWW.ALCINDONESIA.CO.ID

@ALCINDONESIA

085223273373

PEMBAHASAN PAKET 5

1. Perhatikan bahwa 2017 adalah bilangan prima. Oleh karena itu, menurut Fermat Little theorem maka $7^{2016} \equiv 1 \, mod \, 2017$.
   Sehingga:
   $7^{2019} \equiv 7^{2016}.7^{3} \, mod \, 2017$
   $7^{2019} \equiv 1.7^{3} mod \, 2017$
   $7^{2019} \equiv 343 \, mod \, 2017$
   Jawaban : **E**

2. 2017 adalah bilangan prima, oleh sebab itu maka untuk setiap bilangan $1 \leq i \leq 2016$ akan berlaku $i^{2016} \equiv 1 \, mod \, 2017$
   Sehingga
   $(1^{2017} + 2^{2017} + 3^{2017} + \cdots + 2017^{2017})$
   $\equiv (1 + 2 + 3 + \cdots + 2016 + 0) \, mod \, 2017$
   $(1^{2017} + 2^{2017} + 3^{2017} + \cdots + 2017^{2017}) \equiv \frac{2016*2017}{2} \, mod \, 2017 \equiv 0 \, mod \, 2017$
   Jawaban : **A**

3. $2018 = 2x1009$, menurut Euler's theorem
   $\varphi(2018) = 2018 * \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{1009}\right) = 1008$ dan $2015^{1008} \equiv 1 \, mod \, 2018$
   Perhatikan bahwa
   $2015^{2016} \equiv (2015^{1008})^{2} \, mod \, 2018 \equiv 1 \, mod \, 2018$
   $2015^{2017} \equiv 1.2015 \equiv 2015 \, mod \, 2018$
   Jawaban : **D**

4. Pertanyaan tersebut ekivalen dengan mencari berapa nilai $21^{2020} mod \, 100$
   $21^{2020} \equiv 1^{2020} \, mod \, 4 \equiv 1 \, mod \, 4$ ... (1)
   $21^{2020} \equiv (-4)^{2020} mod \, 25$
   $(-4)^{2020} \equiv ((-4)^{20})^{101} \equiv 1^{101} \equiv 1 \, mod \, 25$ ... (2)
   Dari persamaan (1) dan (2), maka didapatkan bahwa $21^{2020} mod \, 100 \equiv 1 \, mod \, 100$
   Sehingga dua digit terakhir dari 21^{2020} adalah 01
   Jawaban : **A**

5. Karena $a^{6} \equiv 1 \, mod \, 7$ untuk setiap bilangan a yang relatif prima terhadap 7, maka kita tinggal mencari sisa dari $2017^{2016} mod \, 6$ terlebih dahulu.
   $2017^{2016} \equiv 1^{2016} mod \, 6 \equiv 1 \, mod \, 6$
   Dari sini kita berarti bisa mendapatkan bahwa $2018^{2017^{2016}}$ akan berbentuk 2018^{6k+1} sehingga
   $2018^{6k+1} mod \, 7 \equiv 2^{6k+1} mod \, 7 \equiv 2^{1} \, mod \, 7 \equiv 2 \, mod \, 7$

Jadi nilai dari $2018^{2017^{2016}} \equiv 2\ mod\ 7$
Jawaban : **B**

6. 99999…9 (2019 digit) = $10^{2019} - 1$
Sehingga kita tinggal mencari berapa nilai dari $(10^{2019} - 1)\ mod\ 7$
$10^{2019} - 1 \equiv (3^{2019} - 1)\ mod\ 7$
$(3^{2019} - 1) \equiv ((3^6)^{336}.3^3 - 1)\ mod\ 7 \equiv 26\ mod\ 7 \equiv 5\ mod\ 7$
Jawaban : **E**

7. Misalkan bilangan tersebut adalah x. Maka x akan memenuhi kriteria
$x \equiv 3\ mod\ 4$ dan $x \equiv 6\ mod\ 9$
Karena $\equiv 6\ mod\ 9$, x dapat dimisalkan menjadi $9k + 6$. Substitusi nilai x ini ke persamaan modulo yang lain, maka:
$9k + 6 \equiv 3\ mod\ 4$
$8k + k \equiv (3 - 6)\ mod\ 4$
$k \equiv 1\ mod\ 4$
Karena $k \equiv 1\ mod\ 4$, k dapat misalkan menjadi $4l + 1$. Substitusi nilai k ini ke nilai x, maka:
$x = 9k + 6 = 9(4l + 1) + 6 = 36l + 15$
Banyaknya bilangan bulat positif berbentuk $36l + 15$ kurang dari 1000 adalah 28
Jawaban : **C**

8. Misalkan bilangan tersebut adalah x. Maka x akan memenuhi kriteria
$x \equiv 1\ mod\ 3 \ldots (1)$
$x \equiv 3\ mod\ 5 \ldots (2)$
$x \equiv 5\ mod\ 7 \ldots (3)$

Perhatikan persamaan (2) dan (3)
$x \equiv 3\ mod\ 5 \equiv -2\ mod\ 5$
$x \equiv 5\ mod\ 7 \equiv -2\ mod\ 7$
Dari dua persamaan ini jelas bahwa $x \equiv -2\ mod\ (5.7) \equiv -2\ mod\ 35$
Misalkan $x = 35k - 2$
Maka:
$35k - 2 \equiv 1\ mod\ 3$
$2k \equiv 3\ mod\ 3 \equiv 0\ mod\ 3$
$k \equiv 0\ mod\ 3$
Misal $k = 3l$, maka $x = 35k - 2 = 35(3l) - 2 = 105l - 2$
Bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi persamaan $105 - 2 = 103$
Sisa 103 dibagi 10 adalah 3
Jawaban : **C**

9. $71 = 4.17 + 3$
   $17 = 5.3 + 2$
   $3 = 1.2 + 1$

   Dari sini kita berjalan ke atas:
   $1 = 3 - 1.2$
   $1 = 3 - 1.(17 - 5.3) = 6.3 - 1.17$
   $1 = 6(71 - 4.17) - 1.17$
   $1 = 6.71 - 25.17$
   Kalikan dengan 3 pada persamaan terakhir
   $3 = 18.71 - 75.17$
   Maka nilai $x_0 = 18$ dan $y_0 = -75$
   Jawaban : **B**

10. Kita harus mencari nilai x dan y sehingga $48x + 35y = 10$ dengan $|x| + |y|$ seminimum mungkin.
    Dengan persamaan Diophantine, kita mampu mendapatkan bahwa $x = -80 + 35k$ dan $y = 110 - 48k$
    Agar $|x| + |y|$ seminimal mungkin, maka nilai k yang memenuhi adalah
    $k = 2 \rightarrow x = -10$ dan $y = 14$
    Sehingga $|x| + |y| = |-10| + |14| = 24$
    Jadi minimal penakaran yang diperlukan adalah 24 kali
    Jawaban : **B**

11. Pola perjalanan dari Andi adalah kanan, kiri, kiri, kanan, kanan, kanan, kiri, kiri, kiri, kiri, …dst

    Misalkan kita memiliki variabel perubahan x dan untuk setiap pola ke-kanan, maka x akan bertambah 1 dan untuk setiap pola ke-kiri x akan berkurang 1. Dari sini kita bisa mengambil nilai x adalah 1 + (-1) + (-1) + 1 + 1 + 1 + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + … + (-1) + (-1) + … + (-1) (62 kali) + 1 + 1 + 1 + 1 + 1…+1 (62 kali) = -31 + 62 = 31
    Dari sini kita mendapati bahwa arah dari Andi akan berubah sebanyak 31. Jika pada awalnya Andi menghadap ke barat maka setelah 2015 belokan, Andi akan menghadap kearah Selatan
    Jawaban : **B**

12. Misalkan bilangan yang memenuhi kriteria tersebut adalah x. Maka :
    $x \equiv 2 \; mod \; 4$
    $x \equiv 1 \; mod \; 5$
    $x \equiv 0 \; mod \; 6$
    Karena $x \equiv 0 \; mod \; 6$, maka kita bisa memisalkan x dengan $6k$
    Substitusi $x = 6k$ terhadap persamaan modulo kedua:

$6k \equiv 1 \; mod \; 5$
$k \equiv 1 \; mod \; 5$
Karena $k \equiv 1 \; mod \; 5$, kita bisa memisalkan $k = 5l + 1$, substitusi ke x maka $x = 6k = 6(5l + 1) = 30l + 6$
Substitusikan nilai x ini ke persamaan modulo yang pertama:
$30l + 6 \equiv 2 \; mod \; 4$
$30l \equiv 0 \; mod \; 4$
Dari sini jelas bahwa l harus bilangan genap, oleh karena itu $l = 2m$. Substitusi nilai l ini ke variabel x maka $x = 30l + 6 = 30.2m + 6 = 60m + 6$
Jumlah bilangan bulat positif terkecil dan kedua terkecil yang memenuhi bentuk $60m + 6$ adalah $6 + 66 = 72$
Jawaban : **C**

13. Misalkan bilangan tersebut adalah x, maka :
$x \equiv 1 \; mod \; 11 \ldots (1)$
$x \equiv 3 \; mod \; 7 \ldots (2)$
$x \equiv 2 \; mod \; 5 \ldots (3)$

Dari persamaan 1, kita bisa memisalkan $x = 11a + 1$
Substitusikan nilai x ke persamaan 3, maka
$11a + 1 \equiv 2 \; mod \; 5$
$a \equiv 1 \; mod \; 5$
Dari sini misalkan $a = 5b + 1$
Substitusi nilai $x = 11a + 1 = 11(5b + 1) + 1 = 55b + 12$
Substitusi nilai x ke persamaan 2, maka:
$55b + 12 \equiv 3 \; mod \; 7$
$6b + 5 \equiv 3 \; mod \; 7$
$6b \equiv -2 \; mod \; 7$
$6b \equiv 5 \; mod \; 7$
$6b \equiv 12 \; mod \; 7$
$b \equiv 2 \; mod \; 7$
Misalkan $b = 7c + 2$, substitusi nilai b ke variabel x maka $x = 55b + 12 = 55(7c + 2) + 12 = 385c + 122$
Bilangan bulat positif terbesar kurang dari 1000 yang berbentuk $385c + 122$ adalah 892
Jawaban : **B**

14. Soal ini sama seperti mencari berapa nilai dari $(32 - 5 * 45) \; mod \; 31$
$(32 - 5 * 45) = -193 \; mod \; 31 = 31 * 7 - 193 = 24 \; mod \; 31$
Jadi kartu yang berada pada tumpukan paling atas adalah 24
Jawaban : **A**

15. Kita harus mencari nilai k dimana
$(32 - 3k) mod\ 31 \equiv 2\ mod\ 31$
$(32 - 3k) mod\ 31\ \equiv (1 - 3k) mod\ 31\ \equiv 2\ mod\ 31$
$-3k\ mod\ 31\ \equiv 1\ mod\ 31 \rightarrow -3k\ \equiv -30\ mod\ 31$
$k = 10\ mod\ 31$
Nilai k yang memenuhi adalah 10
Jawaban : **D**

16.
```
x = 10
y = 2*x = 20
x = x + y = 10 + 20 = 30
y = y + x = 20 + 30 = 50
x = 2*x + y = 2*30 + 50 = 110
y = 2*y + x = 2*50 + 110 = 210
```
Nilai x di akhir program adalah 110
Jawaban : **B**

17. Nilai x + y di akhir program adalah 110 + 210 = 320
Jawaban : **C**

18. Output dari potongan tersebut adalah 4545
Jawaban : **B**

19. Karena $20\ mod\ 2 = 0, 20\ mod\ 4 = 0$, dan $10 * 20 \leq 1000$, maka output dari potongan program tersebut adalah ab25
Jawaban : **C**

20.
```
a = -5
b = a*a*a + 100 = -5*-5*-5 + 100 = -25
karena a > b :
      c = -5
      a = -25
      b = -5
```
Nilai a dan b di akhir program adalah -25 dan -5
Jawaban : **B**

21.
```
a = 21
b = 2
a = a + b = 21 + 2 = 23
b = b + a = 2 + 23 = 25
a = b = 25
b = a + b = 25 + 25 = 50
b = b – a = 50 – 25 = 25
write(b,a) → 2525
```

Output dari potongan program di atas 2525
Jawaban : **A**

22.

```
var
      x, y : integer;

begin
      readln(x); //-1000
      if (x >= 0) then begin
            y := x;
            x := x + y;
      end
      else begin
            x := -x;    //1000
            y := y + x; //1000
            x := y;     //1000
      end;
      writeln(x+y);    //2000
end.
```

Output dari program tersebut adalah 2000

Jawaban : **D**

23. a = true, b = false, c = true
Pernyataan : `((a or (b or c)) and (not(b) and a) and c)` bernilai `true`
Oleh karena itu akan tercetak “Masuk sini” pada layar. Kemudian nilai dari `(not(a) and b) or c` adalah true, maka akan tercetak juga “Masuk sini juga”
Oleh karena itu outputnya adalah “Masuk siniMasuk sini juga”
Jawaban : **B**

24. Output dari potongan program tersebut adalah “Learning”
Jawaban : **B**

25. Dari 1 sd 100:
Banyak bilangan yang hanya habis dibagi oleh 5 = $\left\lfloor\frac{100}{5}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{100}{15}\right\rfloor = 20 - 6 = 14$
Banyak bilangan yang hanya habs dibagi oleh 3 = $\left\lfloor\frac{100}{3}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{100}{15}\right\rfloor = 33 - 6 = 27$
Banyak bilangan yang habis dibagi oleh 3 dan 5 = $\left\lfloor\frac{100}{15}\right\rfloor = 6$

Sehingga penjumlahan semua bilangan yang keluar dari layar adalah = 3*6 + 14*2 + 27*1 = 18 + 28 + 27 = 73
Jawaban : **C**

26. a = 7, b = 8, c = 2.

```
if (a mod 3 = 0) then begin
        if (b > c) then c := b + (c*3) div 2
        else b := c + (b*3) div 2;
end else begin //masuk ke sini
        if (b > c) then b := (a div 2) + c //b = 3 + 2 = 5
        else c := (a div 2) + b;
end
d := a + b + c; //d = 7 + 5 + 2 = 14
```

Jawaban : **A**

27. Karena a, b, c adalah bilangan-bilangan bulat positif kurang dari 10, maka nilai d terbesar adalah ketika nilai a = b = c = 9
Nilai d adalah = a + b + c = 9 + 22 + 9 = 40
Jawaban : **A**

28. a = 9, b = 6, c = 7, d = 4.
Karena (a>b dan c > d) dan (a > d) dan b > d , maka outputnya adalah b atau 6
Jawaban : **B**

29. 2019 mod 100 = 19, sehingga outputnya adalah 2020 + 2020 = 4040
Jawaban : **D**

30. Banyaknya bilangan yang habis dibagi 400 dari 1 sd 2019 = 5
Banyaknya bilangan yang habis dibagi 4 dan tidak habis dibagi 100 = $\left\lfloor \frac{2019}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{2019}{100} \right\rfloor = 504 - 20 = 484$
Sehingga banyaknya bilangan yang menghasilkan output "YAY" adalah 5+484 = 489
Jawaban : **E**