UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

VISIÓN ARTIFICIAL

2021 – 01

Github: https://github.com/jwbranch/Vision_Artificial_2021-1
MinasLAP: https://minaslap.net/course/view.php?id=510

JOHN W. BRANCH

Profesor Titular
Departamento de Ciencias de la Computación y de la Decisión
Director del Grupo de I+D en Inteligencia Artificial – GIDIA
jwbranch@unal.edu.co

ESTEBAN BRITO

Monitor
dbrito@unal.edu.co

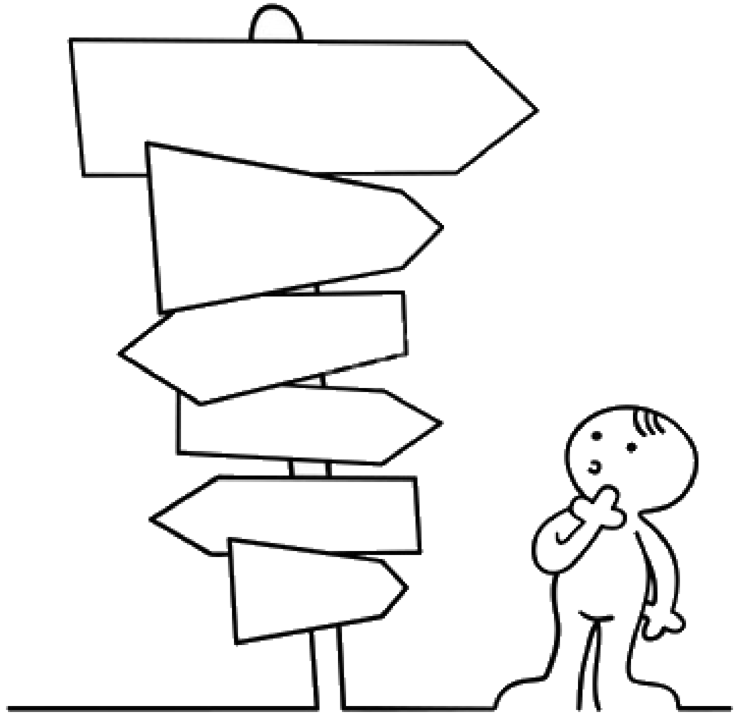
Los materiales de esta asignatura, se basan en la evolución y elaboración de anteriores semestres, en los cuales han contribuido y colaborado, los profesores Diego Patiño, Carlos Mera, Pedro Atencio, Alberto Ceballos y Jairo Rodríguez, a los cuales damos crédito.

Grupo de I+D en Inteligencia Artificial

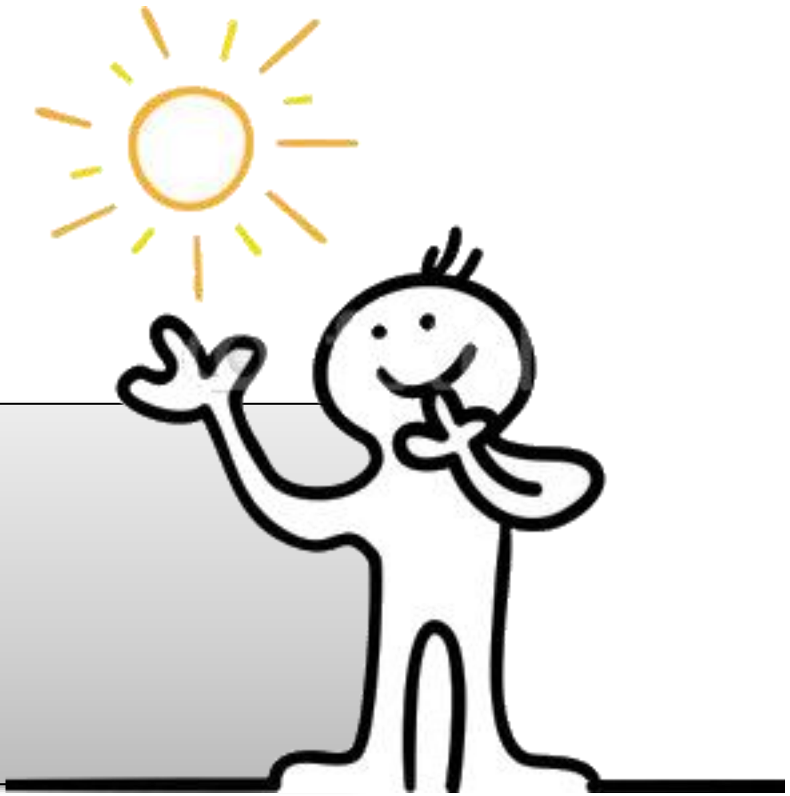
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

A continuación…

- **Bases de Álgebra Lineal**
  - **Vectores**
  - **Matrices**
  - **Operaciones Aritméticas Puntuales**
    - Suma
    - Resta
    - Multiplicación
    - División
  - **Matrices Especiales**
    - Identidad
    - Diagonal Superior e Inferior
  - **Transpuestas**
  - **Multiplicación matricial**
  - **Transformación Lineal**



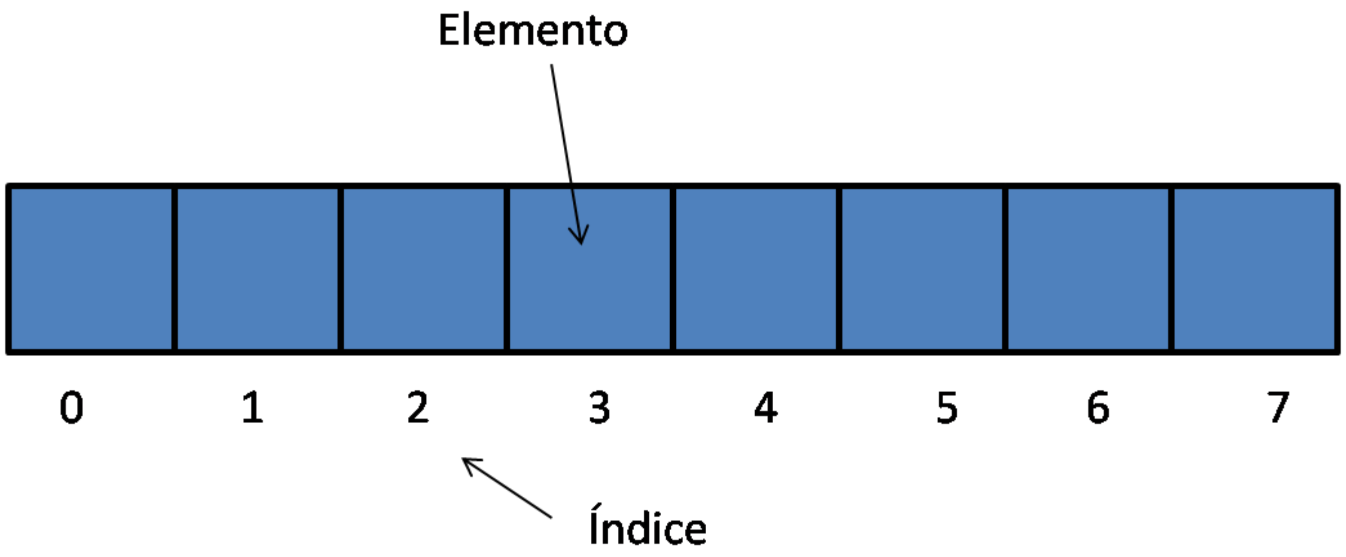
VECTORES



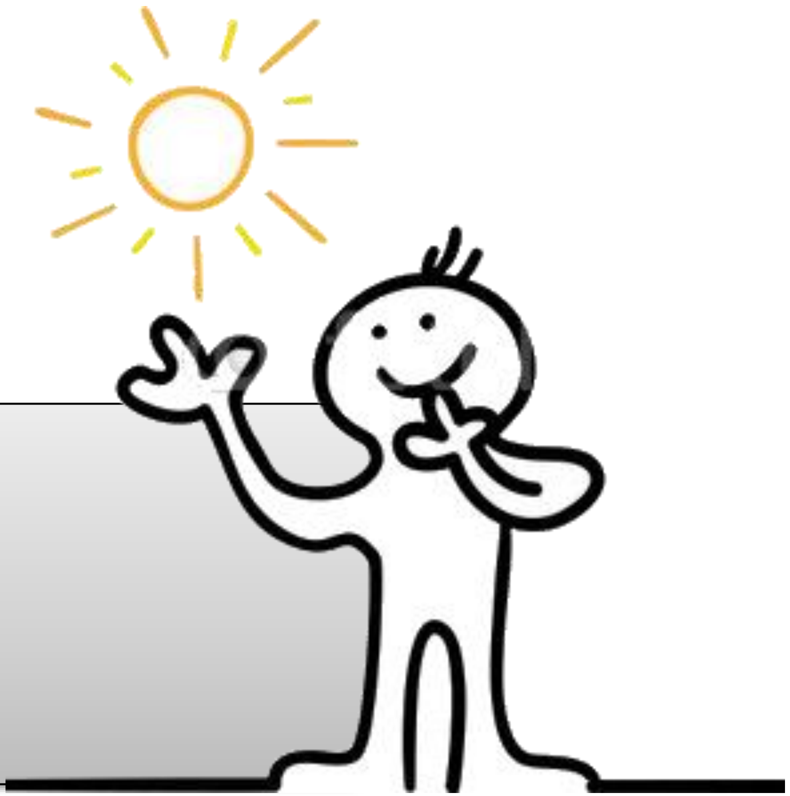
Vectores

El Vector

- Un vector es un listado de elementos dónde cada uno tiene una posición (índice) fija en el arreglo.
- Este, al ser unidimensional, solo posee un N numero de columnas.
- Ejemplo: la imagen muestra un vector de tamaño 8 (0 al 7)



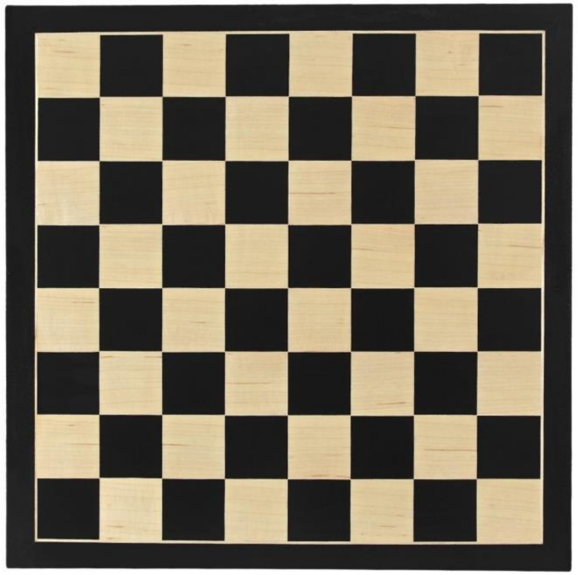
MATRICES



Matrices

- Una matriz es un arreglo bidimensional de elementos (números), dónde cada uno posee una coordenada (pareja de índices).
- Una matriz puede ser de tamaño NxM, donde N es el número de filas y M el número de columnas del arreglo.
- Ejemplo: un tablero de ajedrez es una matriz de 8x8.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



Operaciones Aritméticas

Vectores

Dados 2 vectores $u = (u_1, u_2)$, $\mathrm{v} = (v_1, v_2)$ y una constante k

$$u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

$$u - v = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

$$k.u = (ku_1, ku_2)$$

Matrices

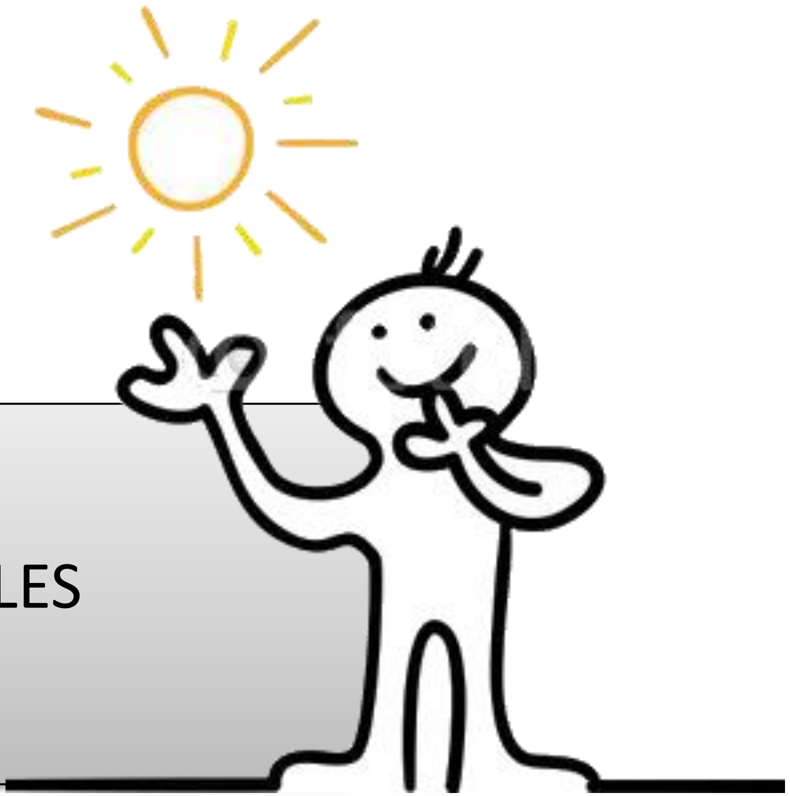
Dadas 2 matrices $u = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}$, $\mathrm{v} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix}$ y una constante k

$$u + v = \begin{pmatrix} u_{11+}v_{11} & u_{12+}v_{12} \\ u_{21+}v_{21} & u_{22+}v_{22} \end{pmatrix}$$

$$u - v = \begin{pmatrix} u_{11-}v_{11} & u_{12-}v_{12} \\ u_{21-}v_{21} & u_{22-}v_{22} \end{pmatrix}$$

$$k.u = \begin{pmatrix} ku_{11} & ku_{12} \\ ku_{21} & ku_{22} \end{pmatrix}$$

MATRICES ESPECIALES



Matriz Identidad

Es una matriz que cumple la propiedad de ser el elemento neutro del producto de matrices.

Así mismo como el número uno es el numero identidad en la multiplicación de números racionales.

$$I = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$I = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Diagonal de una Matriz

La diagonal de una matriz cuadrada es la misma matriz cumpliendo la siguiente condición: todos los elementos donde *i* y *j* sean diferentes, son cero.

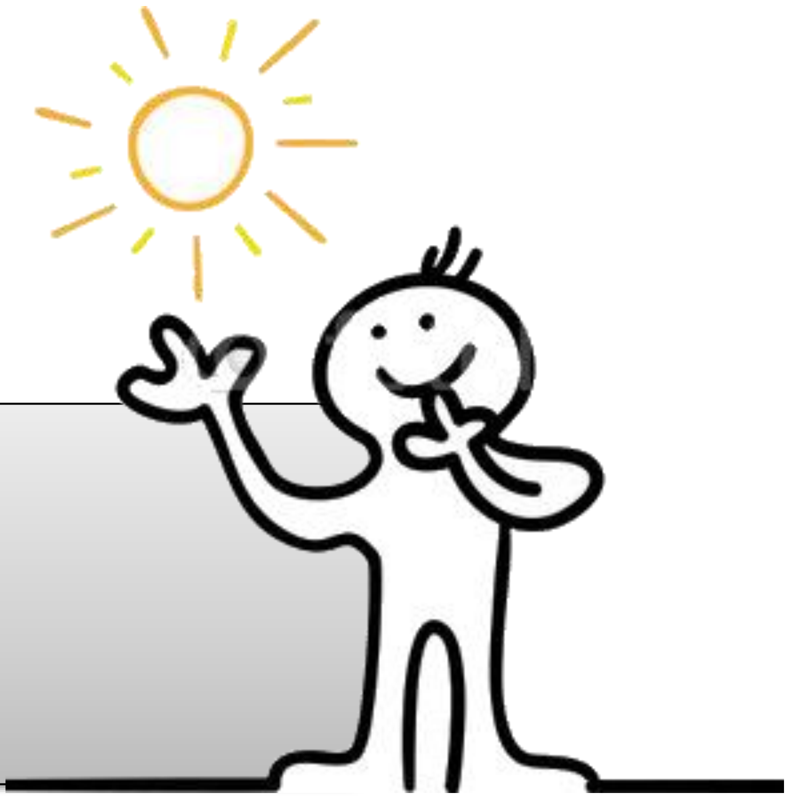
Original	Diagonal
$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$

Diagonal Superior e Inferior

Es una matriz cuadrada cuyos elementos por encima o por debajo de la diagonal principal son cero.

Original	Diagonal Superior	Diagonal Inferior
$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{matrix}$
$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \end{matrix}$

TRANSPUESTA



Transpuesta

La matriz transpuesta de una matriz cualquiera es remplazar las filas del arreglo por las columnas, y viceversa. Dada una matriz M, su transpuesta se denota M^T.

Original

$$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{matrix}$$

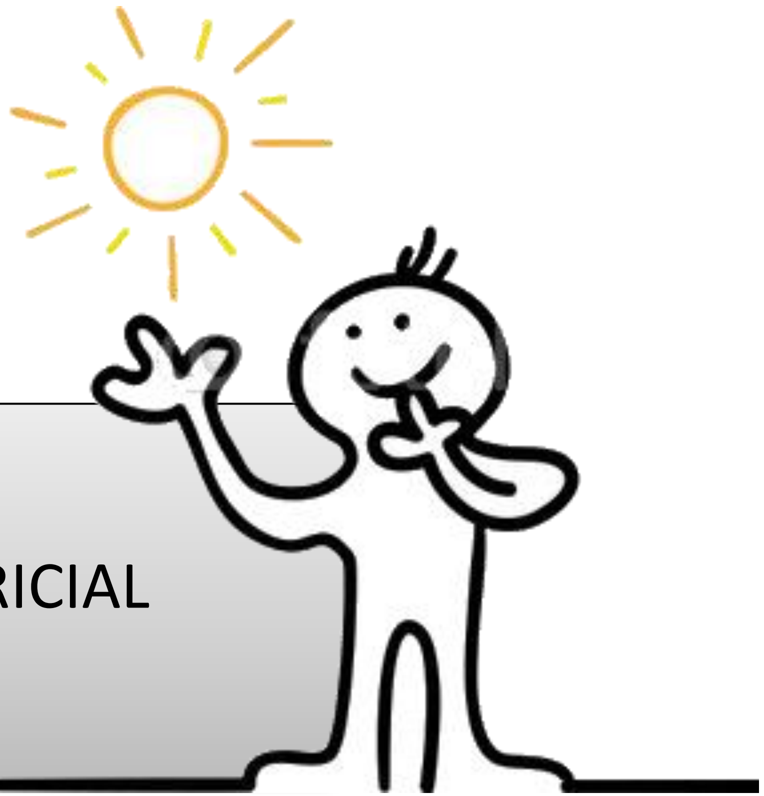
$$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Transpuesta

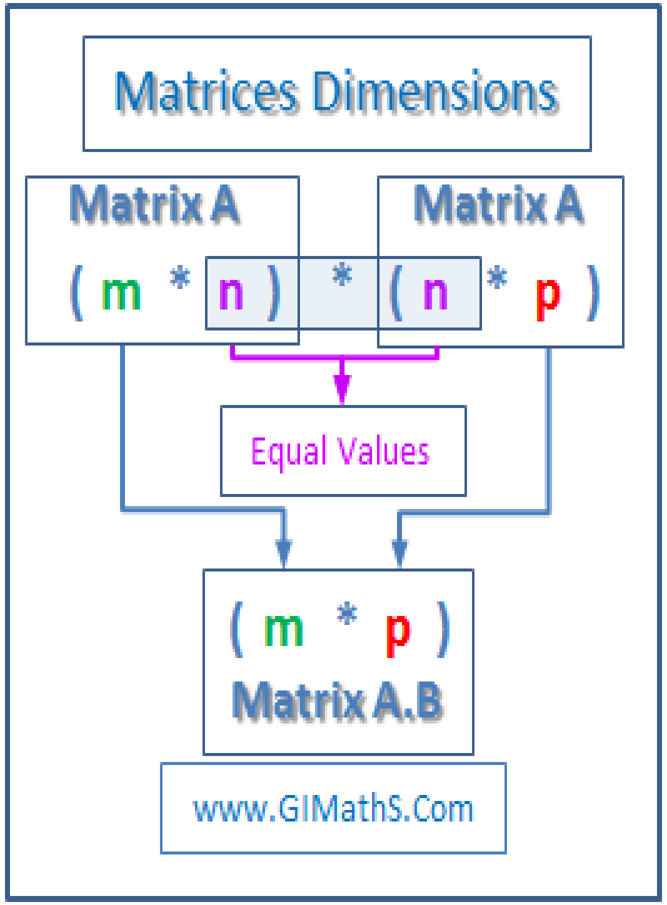
$$a = \begin{matrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{matrix}$$

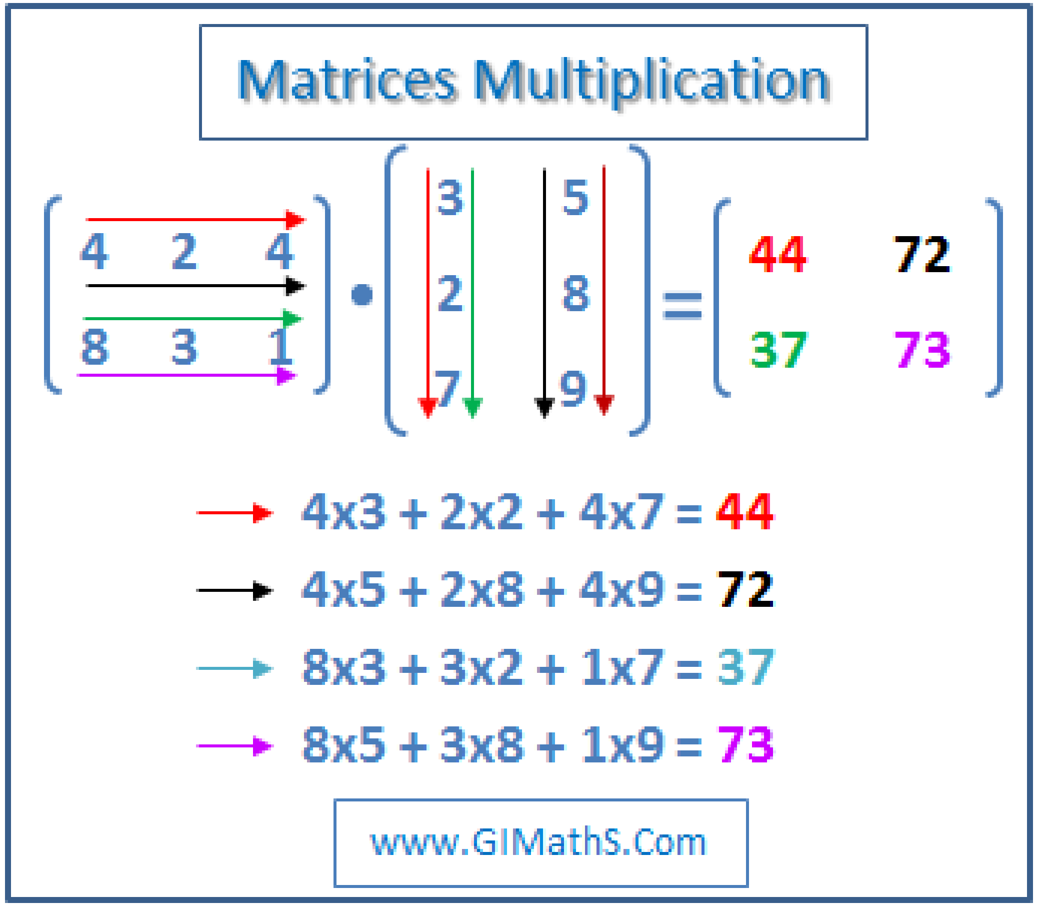
$$b = \begin{matrix} 5 & 4 \\ 7 & 1 \\ 2 & 0 \end{matrix}$$

MULTIPLICACIÓN MATRICIAL

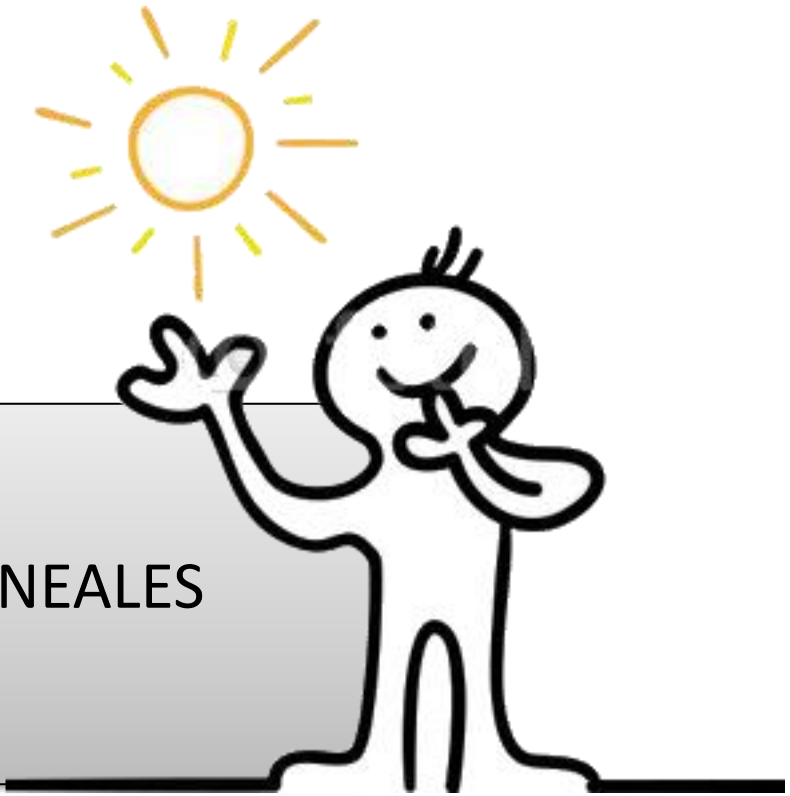


Multiplicación matricial





TRANSFORMACIONES LINEALES

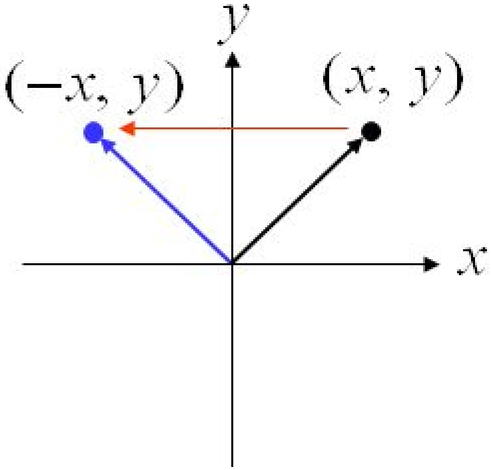


Transformaciones lineales

Las transformaciones lineales no son más que multiplicaciones matriciales apl-icadas sobre las posiciones de los puntos en el espacio.

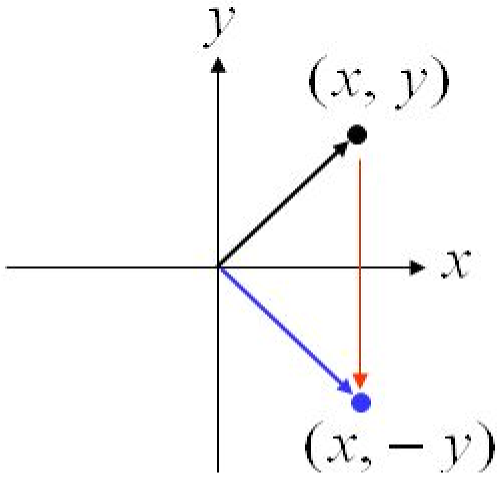
$$T(x, y) = (-x, y)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$$

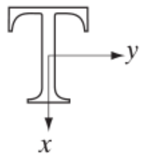
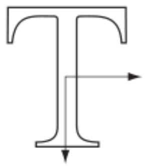
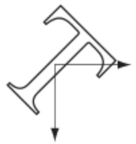
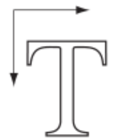
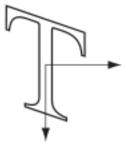


$$T(x, y) = (x, -y)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$



Transformaciones lineales

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v\cos\theta - w\sin\theta$ $y = v\cos\theta + w\sin\theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

OTROS TEMAS A CUBRIR AUTÓNOMAMENTE

Es importante el estudio autónomo de temas como: determinantes, matrices inversas y valores/vectores únicos (eigenvalues/eigenvectors).

El objetivo de este curso NO es llevar a cabo estas operaciones manualmente, muchas librerías de Python se encargan de ello.

Es necesario, en todo caso, tener un conocimiento claro de la notación y del funcionamiento de cada operación.

PREGUNTAS

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA