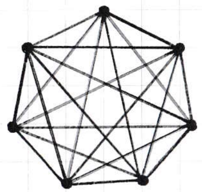
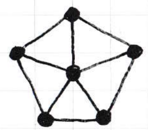
2206028932
ALDEN LUTHFI
MD-F

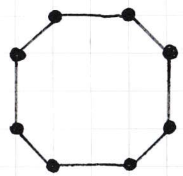
1. (a) $K_7$



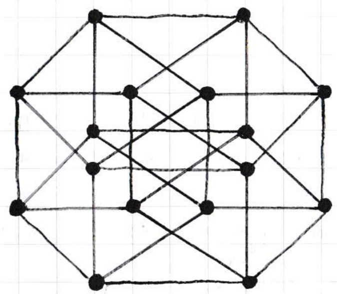
(b) $W_5$



(c) $C_8$

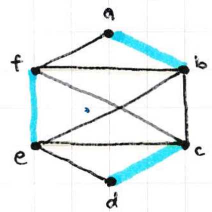


(d) $Q_4$



2. $G = (V, E)$ berverteks $n$
$M^* \rightarrow$ matching maksimum berukuran $p$
$M \rightarrow$ matching maksimal berukuran $q < p$

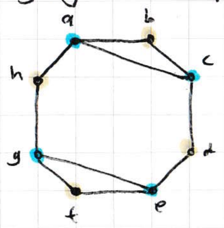
→ ukuran maksimum $M^*$ adalah $\frac{n}{2}$ karena setiap pasang verteks hanya bisa berinsiden dengan paling banyak 1 edge $\in M^*$
→ akan ada verteks yang tidak berinsiden dengan edge $\in M$
→ verteks yang tidak berinsiden dengan edge $\in M$ tidak boleh bertetanggaan, contoh:




$M^* = \{(a,b), (c,d), (e,f)\}$
→ tidak ada verteks yang tidak berinsiden.
$M = \{(f,b), (e,c)\}$
→ verteks yang tidak berinsiden = a dan d
$M' = \{(f,c)\}$ tidak maksimal karena verteks yang tidak berinsiden ada yang bertetangaan

→ untuk meminimalisir ukuran M, verteks yang tidak berinsiden harus di maksimalkan.

→ verteks yang tidak berinsiden terbanyak dan tidak bertetanggaan yang bisa dipilih adalah sebanyak $\frac{n}{2}$ (selang-seling)




$M^* = \{(a,b), (c,d), (e,f), (g,h)\}$

$M = \{(a,c), (g,e)\}$

→ Perhatikan bahwa M adalah matching maksimum dari semua verteks yang berinsiden

→ karena jumlah paling sedikit verteks yang berinsiden adalah $\frac{n}{2}$, maka ukuran M yang paling sedikit dari graf berverteks n adalah $\frac{n}{4}$

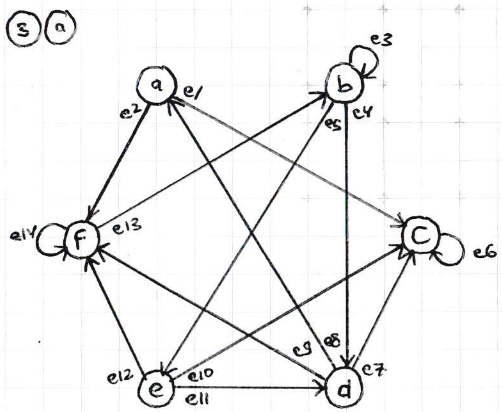
∴ untuk $M^*$ berukuran maksimum $2k$ → graf berverteks $4k$ ukuran terkecil $|M| \leq |M^*|$ adalah $k$ ▨


2 2 0 6 0 2 8 9 3 2

ALDEN LUTHFI

MO - F


3 a




b

| EDGE | DEG⁻ | DEG⁺ |
|---|---|---|
| a | 1 | 2 |
| b | 2 | 3 |
| c | 4 | 1 |
| d | 2 | 3 |
| e | 1 | 3 |
| f | 4 | 2 |

c

$$\begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ \hline a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ b & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ d & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ e & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ f & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

d Adjacency Matrix

$$\begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ \hline a & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ b & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ d & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ e & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ f & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array}$$

d incidence Matrix

$$\begin{array}{c|cccccccccccccc} & e1 & e2 & e3 & e4 & e5 & e6 & e7 & e8 & e9 & e10 & e11 & e12 & e13 & e14 \\ \hline a & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ c & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ f & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array}$$

2206028932
ALDEN LUTHFI
MD - F

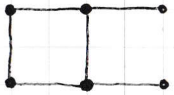
4 a i

ii

iii

iv

v



b graf super menarik tersebut adalah Cycle graph (iii)

5 a Jalur 1 :

FKG → FISIP → Vokasi → FPsi → FK → FISIP → FIK → FPSi → FK → FIK
→ Vokasi → FKG → FK → FPsi → FKG

Jalur 2 :
FPsi → FISIP → FKG → Vokasi → FH → FISIP → FMIPA → Vokasi → FH → FMIPA
→ FKG → FPSi → FH → Vokasi → FPsi

b ya, Jalur 1 ↔ Jalur 2 :
FKG ↔ FPsi
FISIP ↔ FISIP
Vokasi ↔ FKG
FPsi ↔ Vokasi
FK ↔ FH
FIK ↔ FMIPA

c Jawaban a merupakan sirkuit sekaligus lintasan Euler
sirkuit sekaligus lintasan Hamilton Jalur 1 :

FKG → FISIP → Vokasi → FIK → FK → FPsi → FKG

2206028932
ALDEN LUTHFI

d Tian perlu membawa sekurang-kurangnya 3 warna bendera berbeda

6 a i $G = K_n \rightarrow K(G) = n-1$
→ $G = K_n$ dengan verteks $n$, setiap verteks bertetanggaan dengan $n-1$ verteks lainnya
→ menghapus 1 verteks dari $G = K_n$ akan menghasilkan $K_{n-1}$
→ Satu-satunya complete graph yang tidak terhubung adalah $K_1$
∴ kita perlu menghapus $n-1$ verteks agar $K_n$ menjadi tidak terhubung ▨

ii $K(G) = n-1 \rightarrow G = K_n$ (Proof by Contradiction)
asumsi ada $G^* \neq K_n$ dan $K(G^*) = n-1$
→ setiap verteks pada $K_n$ bertetanggaan dengan $n-1$ verteks lainnya
→ agar $G^* \neq K_n$, perlu ada setidaknya 1 verteks $v$ yang bertetanggaan dengan $m < n-1$ verteks lainnya
→ agar $G^*$ menjadi tidak terhubung, kita hanya perlu menghapus $m < n-1$ verteks yang bertetanggaan dengan verteks $v$, maka $K(G^*) = m \neq n-1$
∴ tidak mungkin $G^* \neq K_n$ dan $K(G) = n-1$
maka $G^* \neq K_n \wedge K(G^*) = n-1 \equiv F$
$G^* = K_n \vee K(G^*) \neq n-1 \equiv T$
$K(G^*) = n-1 \rightarrow G^* = K_n \equiv T$ ▨

2 2 0 6 0 2 8 9 3 2
ALDEN LUTHFI
MD-F

(b) → Untuk undirected graph, $K(G) \le \lambda(G) \le \min_{v \in V}(\deg(v))$
→ pada no. (a) sudah terbukti bahwa $G = K_n \Leftrightarrow K(G) = n-1$
→ $\min_{v \in V} \deg(v)$ dari $K_n = n-1$
→ untuk $G = K_n$
∴ $K(G) \le \lambda(G) \le \min_{v \in V} \deg(v)$
$n-1 \le \lambda(G) \le n-1$
$\lambda(G)$ haruslah $n-1$ ▨

(7) (a) dan (b)

(i) ① <1, 2, 3, 5, 4, 3, 1> : lintasan sekaligus sirkuit euler
② <1, 3, 5, 4, 3, 2, 1> : lintasan sekaligus sirkuit euler
③ <1, 2, 3, 4, 5, 3, 1> : lintasan sekaligus sirkuit euler

(ii) tidak punya lintasan euler apalagi sirkuit euler karena ada 2 verteks lebih yang berderajat ganjil

(iii) tidak punya sirkuit euler karena ada verteks berderajat ganjil, lintasan eulernya:
① <1, 2, 3, 4, 5, 3, 6>
② <1, 2, 3, 5, 4, 3, 6>
③ <6, 3, 4, 5, 3, 2, 1>

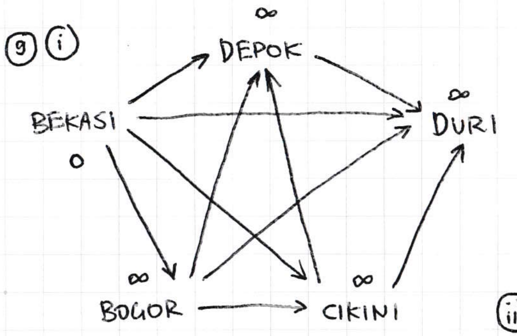
(c) dan (d)
(i) tidak mempunyai lintasan apalagi sirkuit Hamilton karena semua sirkuit dan lintasan yang melewati semua verteks harus melewati verteks (3) setidaknya 2 kali
(ii) Lintasan sekaligus sirkuit Hamilton
① < A, B, C, D, E, F, A >
② < A, D, E, F, C, B, A >
③ < A, B, E, F, C, D, A >
(ii) tidak punya lintasan apalagi sirkuit hamilton karena semua sirkuit dan lintasan yang melewati semua verteks harus melewati verteks 3 lebih dari 1 kali

2 2 0 6 0 2 8 9 3 2
ALDEN LUTHFI
MD-F

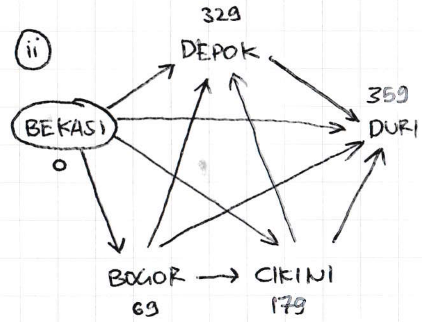
(8) Sebuah graf berarah disebut terhubung kuat jika setiap pasangan verteks (u,v) ada lintasan u → v dan v → u

→ Graf G tidak strongly connected karena verteks b dan d tidak memiliki lintasan d → b

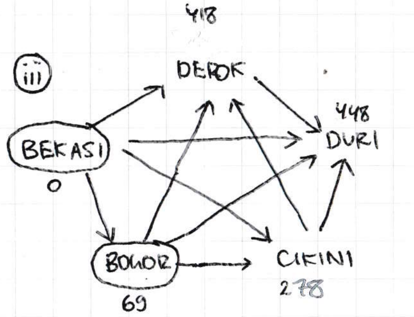
(9) (i)



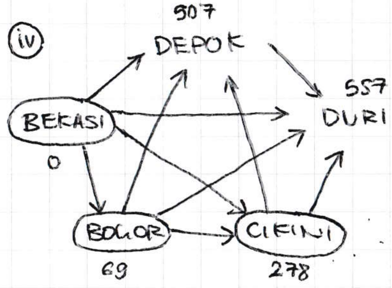

(ii)



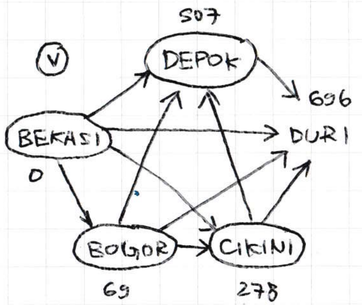

(iii)




(iv)




(v)




Lintasan terpendek (696 km) : BEKASI → BOGOR → CIKINI → DEPOK → DURI

Revisi no 7.

i memiliki lintasan Hamilton

i <1,2,3,5,4>

2 <1,2,3,4,5>

2 <4,5,3,1,2>