

Class Participation Fungsi Multivariables

4 - 7 Mei 2023

Semua mahasiswa akan mengerjakan tujuh soal (satu soal untuk setiap bagian). Satu soal dapat dikerjakan oleh **maksimal** enam mahasiswa (menjawab soal yang telah dijawab oleh enam mahasiswa tidak akan direkap).

Unggah jawaban Anda di forum pada laman SCELE paling lambat hari Minggu, 7 Mei 2023 pukul 20.00 WIB.

Bagian A: Function of Two or More Variables

1. Carilah nilai $g(2, -1)$, domain, dan range dari fungsi $g(x, y) = \cos(x + 2y)$
2. Carilah nilai $F(3, 1)$, domain, dan range dari fungsi $F(x, y) = 1 + \sqrt{4 - y^2}$
3. Carilah nilai $g(1, 2, 3)$, dan domain dari fungsi $g(x, y, z) = x^3 y^2 z \sqrt{10 - x - y - z}$

Carilah domain dan sketsakan fungsi berikut

4. $f(x, y) = \sqrt{2x - y}$
5. $f(x, y) = \sqrt{xy}$
6. $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$
7. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$
8. $f(x, y) = \sqrt{y} + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$
9. $f(x, y) = \frac{\sqrt{y-x^2}}{1-x^2}$
10. $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y - 2)$

Bagian B: Partial Derivatives

Carilah $\frac{\partial z}{\partial x}$ dan $\frac{\partial z}{\partial y}$

1. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$
2. $e^z = xyz$

$$3. x^2 - y^2 + z^2 - 2z = 4$$

$$4. yz + x \ln y = z^2$$

Carilah semua turunan parsial kedua dari fungsi berikut.

$$5. f(x, y) = x^3 y^5 + 2x^4 y$$

$$6. f(x, y) = \sin^2(mx + ny)$$

$$7. w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$8. v = e^{xe^y}$$

Carilah turunan parsial pertama dari fungsi berikut.

$$9. f(x, y) = \frac{x}{(x+y)^2}$$

$$10. w = \frac{e^v}{u+v^2}$$

Bagian C: Limits and Continuity

Cari limit berikut atau nyatakan tidak ada.

$$1. \lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} e^{-xy} \cos(x + y)$$

$$2. \lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{4 - xy}{x^2 + 3y^2}$$

$$3. \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \ln\left(\frac{1+y^2}{x^2+xy}\right)$$

$$4. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - 4y^2}{x^2 + 2y^2}$$

$$5. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin^2 x}{x^4 + y^4}$$

Carilah limit berikut menggunakan koordinat polar.

$$6. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2) \ln(x^2 + y^2)$$

$$7. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-x^2-y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$8. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$$

Tentukan himpunan titik dimana fungsi berikut kontinu.

$$9. G(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$$

$$10. G(x, y) = \tan^{-1}((x + y)^{-2})$$

Bagian D: Differentiability

Carilah gradient ∇f

$$1. f(x, y) = xe^{xy}$$

$$2. f(x, y) = x^2 y \cos y$$

$$3. f(x, y) = \frac{x^2 y}{x + y}$$

$$4. f(x, y) = \sin^3(x^2 y)$$

$$5. f(x, y) = x^2 y e^{x-z}$$

Carilah gradient vector persamaan berikut di titik \mathbf{p} kemudian carilah persamaan tangent plane di titik \mathbf{p}

$$6. f(x, y) = x^2 y - xy^2; \mathbf{p} = (-2, 3)$$

$$7. f(x, y) = x^3 y + 3xy; \mathbf{p} = (2, -2)$$

$$8. f(x, y) = \frac{x^2}{y}; \mathbf{p} = (2, -1)$$

Carilah persamaan $w = T(x, y, z)$ tangent hyperplane di titik \mathbf{p}

$$9. f(x, y, z) = 3x^2 - 2y^2 + xz^2; \mathbf{p} = (1, 2, -1)$$

$$10. f(x, y, z) = xyz + x^2; \mathbf{p} = (2, 0, -3)$$

Bagian E: Directional Derivatives and Gradients

Carilah turunan direksional fungsi pada titik tertentu searah dengan vektor \mathbf{v} yang diberikan

$$1. f(x, y) = e^x \sin y, \quad (0, \pi/3), \quad \mathbf{v} = \langle -6, 8 \rangle$$

$$2. f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad (1, 2), \quad \mathbf{v} = \langle 3, 5 \rangle$$

$$3. g(p, q) = p^4 - p^2 q^3, \quad (2, 1), \quad \mathbf{v} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

Carilah turunan direksional fungsi pada titik tertentu searah dengan yang diindikasikan oleh sudut θ

$$4. f(x, y) = x^3 y^4 + x^4 y^3, \quad (1, 1), \quad \theta = \pi/6$$

$$5. f(x, y) = y e^{-x}, \quad (0, 4), \quad \theta = 2\pi/3$$

$$6. f(x, y) = e^x \cos y, \quad (0, 0), \quad \theta = \pi/4$$

Carilah gradien dari fungsi berikut, evaluasi nilainya pada titik P, dan cari rate of change fungsinya pada titik P searah dengan vektor \mathbf{u} .

$$7. f(x, y) = \sin(2x + 3y), \quad P(-6, 4), \quad \mathbf{u} = \frac{1}{2} \langle \sqrt{3}, -1 \rangle$$

$$8. f(x, y) = \frac{y^2}{x}, \quad P(1, 2), \quad \mathbf{u} = \frac{1}{3} \langle 2, \sqrt{5} \rangle$$

$$9. f(x, y) = x^2 yz - xyz^3, \quad P(2, -1, 1), \quad \mathbf{u} = \langle 0, \frac{4}{5}, -\frac{12}{13} \rangle$$

$$10. f(x, y) = y^2 e^{xyz}, \quad P(0, 1, -1), \quad \mathbf{u} = \langle \frac{3}{13}, \frac{4}{13}, \frac{12}{13} \rangle$$

Bagian F: The Chain Rule

Carilah $\frac{dz}{dt}$ atau $\frac{dw}{dt}$

$$1. z = x^2 + y^2 + xy, \quad x = \sin t, \quad y = e^t$$

$$2. z = \cos(x + 4y), \quad x = 5t^4, \quad y = \frac{1}{t}$$

$$3. z = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \quad x = e^t, \quad y = 1 - e^{-t}$$

$$4. z = \sqrt{1 + x^2 + y^2}, \quad x = \ln t, \quad y = \cos t$$

$$5. w = x e^{\frac{y}{z}}, \quad x = t^2, \quad y = 1 - t, \quad z = 1 + 2t$$

Carilah $\frac{\partial z}{\partial s}$ dan $\frac{\partial z}{\partial t}$

$$6. z = x^2 y^3, \quad x = s \cos t, \quad y = s \sin t$$

$$7. z = \arcsin(x - y), \quad x = s^2 + t^2, \quad y = 1 - 2st$$

$$\begin{array}{lll}
8. \ z = e^{x+2y}, & x = \frac{s}{t}, & y = \frac{t}{s} \\
9. \ z = e^r \cos \theta, & r = st, & \theta = \sqrt{s^2 + t^2} \\
10. \ z = \tan\left(\frac{u}{v}\right), & u = 2s + 3t, & v = 3s - 2t
\end{array}$$

Bagian G: Tangent Planes and Approximations

Carilah persamaan dari bidang tangen pada permukaan yang diberikan pada titik yang ditentukan.

$$\begin{array}{ll}
1. \ z = 3y^2 - 2x^2 + x, & (2, -1, -3) \\
2. \ z = 3(x - 1)^2 + 2(y + 3)^3 + 7, & (2, -2, 12) \\
3. \ z = \sqrt{xy}, & (1, 1, 1) \\
4. \ z = xe^{xy}, & (2, 0, 2) \\
5. \ z = x \sin(x + y), & (-1, 1, 0) \\
6. \ z = \ln(x - 2y), & (3, 1, 0)
\end{array}$$

Jelaskan mengapa fungsi berikut differentiable pada titik yang diberikan kemudian cari linearization $L(x, y)$ dari fungsi pada titik tersebut.

$$\begin{array}{ll}
7. \ f(x, y) = 1 + x \ln(xy - 5), & (2, 3) \\
8. \ f(x, y) = x^3 y^4, & (1, 1)
\end{array}$$