

Soal PR 2 : Teknik Berhitung Lanjutan

Matematika Diskret 2 Genap 2022/2023

- Cantumkan nama lengkap, NPM, dan kelas Anda di dalam berkas tugas Anda.
 - File yang dikumpulkan merupakan satu buah berkas .pdf dengan nama file PR2_Kelas_NamaLengkap_NPM. Contoh: PR2_A_NabilaFathiaZahra_1706022741.pdf
 - Kecurangan akademis seperti menyontek, plagiarisme, dsb. pada tugas sangat dilarang. Pelanggar akan dikenakan sanksi sesuai peraturan.
 - PR **harus** ditulis tangan baik secara digital (menggunakan *pen tablet*) maupun secara nondigital (pensil/pena dan kertas).
 - PR dikumpulkan paling lambat tanggal **27 Maret 2023 pukul 17.00** melalui slot pengumpulan di SCeLe.
 - Keterlambatan pengumpulan PR akan diterima hingga satu jam dari tenggat waktu (17.00 - 18.00) dan akan diberikan penalti 40% dari nilai yang diperoleh. **Pengiriman terlambat lebih dari satu jam tidak akan diterima.**
-

1. Pada restoran Makan Dong 2, terdapat 3 jenjang karir untuk para koki, yaitu koki *training*, koki tetap, dan koki senior. Setiap koki yang baru direkrut akan menjadi koki *training* selama satu tahun, dilanjutkan dengan koki tetap selama satu tahun, lalu koki senior untuk tahun-tahun berikutnya. Setiap koki tetap harus merekrut 1 koki baru setiap tahunnya. Sementara itu, setiap koki senior harus merekrut 2 koki baru setiap tahunnya. Jika diketahui pada awalnya terdapat 2 koki training di restoran Makan Dong 2, maka hitunglah jumlah koki pada akhir tahun ke-7 dan tuliskan rumusnya dalam bentuk relasi rekurensi!
2. Tentukan solusi umum dari relasi rekurensi berikut menggunakan fungsi pembangkit:
 - a. $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ untuk $n \geq 2$ dengan $a_0 = 4$ dan $a_1 = 1$
 - b. $a_n = 7a_{n-1} - 5^n$ untuk $n \geq 1$ dengan $a_0 = 8$ dan $a_1 = 51$
3. Tentukan apakah barisan $\{a_n\}$ berikut merupakan solusi relasi rekurensi dari $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$
 - a. $a_n = 0$
 - b. $a_n = 1$

Soal PR 2 : Teknik Berhitung Lanjutan
Matematika Diskret 2 Genap 2022/2023

- c. $a_n = n5^n$
 - d. $a_n = n^2 5^n$
4. Untuk setiap fungsi pembangkit dalam bentuk tertutup berikut, tentukan barisan yang dibentuk olehnya dengan menyebutkan suku ke-0 hingga suku ke-5 dari masing-masing barisan!
 - a. $G(z) = 3 + 3z + 3z^2 + 3z^3 + \frac{z}{1-2z^2}$
 - b. $G(z) = \frac{4z^2+z-1}{(1-z)^2}$
 - c. $G(z) = \frac{3z^2+7z-2}{1-z-2z^2}$
 5. Barisan $K_n = \langle 0, 3, 13, 44, \dots \rangle$ merupakan barisan yang dapat dibentuk dari konvolusi barisan $L_n = \langle 3, 4, 5, 6, \dots \rangle$ dan barisan $M_n = \langle 0, 1, 3, 9, \dots \rangle$. Tentukan fungsi pembangkit dari barisan K_n !
 6. Carilah *closed form* dari barisan-barisan berikut:
 - a. $X_n = \langle 2, -2, 2, -2, 2, -2, 2, \dots \rangle$
 - b. $X_n = \langle 0, 2, 5, 9, 14, 20, 27, \dots \rangle$
 - c. $X_n = \langle 4, 5, 9, 27, 123, \dots \rangle$ (hint: $\sum_{n=0}^{\infty} (n! x^n) = \frac{e^{-\frac{1}{x}} E_1(-\frac{1}{x})}{x}$)
 7. Untuk $n = 0, 1, 2, \dots$, carilah *closed form* dari:
 - i. $a_n = 2^n + 1$
 - ii. $a_n = \frac{n-1}{n}$, untuk $n \neq 0$
 8. Dari fungsi pembangkit bentuk tertutup $G(z) = \frac{1+3z-z^2}{(1-z)(1-2z)(z+1)}$, temukan suku umum x_n dari barisan $x = \langle x_0, x_1, \dots, x_n, \dots \rangle$ dengan menggunakan dekomposisi parsial.
 9. Terdapat 200 es krim yang akan dibagikan ke para mahasiswa sebelum mengikuti UTS. Es krim tersebut terdiri dari 30 es krim rasa vanilla, 45 es krim rasa *strawberry*, 55 es krim rasa coklat, dan 70 es krim rasa *matcha*. Dekdepe, Pak Esde, dan Sofita ingin ikut serta membantu pembagian es krim dan secara berurutan ingin membagikan setidaknya 20, 25, dan 35 es krim.
 - a. Tentukan dan jelaskan berapa **maksimal** es krim yang dapat dibagikan oleh masing-masing Dekdepe, Pak Esde, dan Sofita.
 - b. Jelaskan bagaimana representasi fungsi pembangkit dapat dimanfaatkan untuk menentukan **banyaknya cara untuk membagi jumlah es krim yang dapat dibagikan**

Soal PR 2 : Teknik Berhitung Lanjutan
Matematika Diskret 2 Genap 2022/2023

oleh masing-masing dari **Dekdepe, Pak Esde, dan Sofita**. *Catatan: Baik Dekdepe, Pak Esde, dan Sofita dapat membagikan es krim dengan rasa apapun.*

- c. Apabila disisihkan 50 es krim sebelum dibagikan untuk diberikan label kode *doorprize* makan gratis di kantin Fasilkom dan setiap kodenya unik, berupa semangatUTS1, semangatUTS2, semangatUTS3, dst. dengan rincian es krim yang diberi label kode *doorprize* adalah 7 es krim rasa vanilla, 10 es krim rasa *strawberry*, 15 es krim rasa coklat, dan 18 es krim rasa *matcha*. Jelaskan bagaimana representasi fungsi pembangkit yang menyatakan **banyaknya cara untuk memberikan label kode *doorprize* untuk masing-masing es krim** dari variasi pengambilan es krim ini.