

Soal PR 3: Relasi

Matematika Diskret 2 Genap 2022/2023

- Cantumkan nama lengkap, NPM, dan kelas Anda di dalam berkas tugas Anda.
 - File yang dikumpulkan merupakan satu buah berkas .pdf dengan nama file PR3_Kelas_NamaLengkap_NPM. Contoh: PR3_A_NabilaFathiaZahra_1706022741.pdf
 - Kecurangan akademis seperti menyontek, plagiarisme, dsb. pada tugas sangat dilarang. Pelanggar akan dikenakan sanksi sesuai peraturan.
 - PR **harus** ditulis tangan baik secara digital (menggunakan *pen tablet*) maupun secara nondigital (pensil/pena dan kertas).
 - PR dikumpulkan paling lambat tanggal **[tanggal] pukul 17.00** melalui slot pengumpulan di SCell.
 - Keterlambatan pengumpulan PR akan diterima hingga satu jam dari tenggat waktu (17.00 - 18.00) dan akan diberikan penalti 40% dari nilai yang diperoleh. **Pengiriman terlambat lebih dari satu jam tidak akan diterima.**
-

1. Diberikan suatu himpunan $A = \{a, b, c, d, e\}$ dan didefinisikan relasi sebagai berikut:

$$R = I_A$$

S = produk Cartesius $A \times A$

$$T = R \oplus S$$

$$U = T - \{(a, d), (b, d), (c, d), (d, a), (d, d), (e, d)\}^T$$

- Nyatakanlah relasi R , S , T , dan U dalam representasi matriks dan graf!
 - Tentukanlah seluruh sifat yang dipenuhi oleh masing-masing relasi R , S , T , dan U dengan menunjukkan cirinya pada representasi graf
contoh: relasi X simetri sebab setiap *edge* memiliki *edge* balik
2. Jelaskan sifat relasi apa saja yang pasti akan terpenuhi dan belum terpenuhi jika diberikan relasi R pada himpunan semua halaman web dengan $(a, b) \in R$, jika dan hanya jika:
- Setiap orang yang telah mengunjungi halaman web a juga mengunjungi halaman web b .
 - Setidaknya ada satu tautan sama pada halaman web a dan halaman web b .
 - Ada halaman web yang menyertakan tautan ke kedua halaman web a dan halaman web b .
3. Diberikan R dan S yang merupakan relasi pada suatu himpunan A .
- Jika R merupakan suatu relasi yang bersifat irrefleksif, apakah R^6 dapat bersifat irrefleksif? Jelaskan!
 - Jika diberikan sembarang relasi pada S yang bersifat tidak simetri, apakah relasi tersebut bersifat antisimetri atau asimetri? Jelaskan!

Soal PR 3: Relasi
Matematika Diskret 2 Genap 2022/2023

4. Diketahui relasi $R : A \times A$ dengan $A = \{a, b, c, d, e\}$ dan $R = \{(a, b), (b, a), (b, c), (c, a), (d, c), (e, b), (e, e)\}$.
- Nyatakan himpunan tupel untuk penutup refleksif R .
 - Nyatakan representasi tabel untuk penutup simetri R .
 - Nyatakan representasi graf berarah untuk penutup transitif R .
 - Nyatakan representasi matriks untuk penutup refleksif transitif dari R .
5. Tentukan semua bilangan bulat n yang memenuhi sehingga $\{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a + b \equiv 0 \pmod{n}\}$ merupakan relasi yang tidak ekuivalen. Jelaskan jawaban Anda!
6. Anggota organisasi eMDe terdiri mahasiswa tingkat pertama, tingkat kedua, dan tingkat ketiga. Untuk suatu acara, eMDe membagi anggotanya menjadi beberapa kelompok kecil. Pembagian kelompok dilakukan dengan membagikan kertas berisi nomor kelompok secara acak. Misalkan A adalah kelompok yang berisi 7 orang, yaitu Anggun, Budi, Chika, Dwi, Eka, Fajar, dan Gita. Budi berasal dari angkatan yang sama dengan Gita. Sedangkan, Anggun, Chika, dan Eka juga berasal dari angkatan yang sama. Dipastikan setiap mahasiswa yang berasal dari angkatan yang sama memiliki tahun kelahiran yang sama. (Diasumsikan Anggun, Budi, dan Fajar tidak ada yang seangkatan.)
- R didefinisikan sebagai relasi tupel-tupel (x, y) terhadap himpunan A di mana x lahir di tahun yang sama dengan y . Apakah relasi R dapat dikatakan relasi yang ekuivalen? Buktikan atau jelaskan jawabanmu!
 - Tuliskan himpunan tupel-tupel (x, y) serta kelas ekivalensi yang memenuhi relasi R terhadap himpunan A di atas!
 - Chika menukar kertasnya dengan Intan yang berasal dari angkatan yang sama dengan Fajar. Jelaskan apakah relasi R masih tergolong ekuivalen?
7. Terdapat sebuah relasi $R = \{(a, b) \in P(B) \mid a \text{ subset } b\}$ pada power set $P(B)$ dengan $B = \{a, b, c, d\}$. (Power set $P(X)$ didefinisikan sebagai himpunan semua subset dari X)
- Gambarkan diagram Hasse dari relasi terurut R !
 - Tentukan semua elemen maksimalnya (maximal element)!
 - Tentukan semua elemen minimalnya (minimal element)!
 - Tentukan semua elemen terbesarnya (greatest element) jika ada!
 - Tentukan semua elemen terkecilnya (least element) jika ada!
 - Tentukan semua batas atas (upper bounds) dari $\{\{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a, d\}, \{a, b, d\}\}$!

Soal PR 3: Relasi**Matematika Diskret 2 Genap 2022/2023**

- g. Tentukan semua batas atas terkecil (least upper bound) dari $\{\{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a,d\}, \{a,b,d\}\}$ jika ada!
- h. Tentukan semua batas bawah (lower bounds) dari $\{\{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a,d\}, \{a,b,d\}\}$!
- i. Tentukan semua batas bawah terbesar (greatest lower bound) dari $\{\{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a,d\}, \{a,b,d\}\}$ jika ada!
- j. Apakah poset $(P(B), R)$ merupakan sebuah lattice? Jelaskan!