

A) Saya memang suka matematika sehingga saya selalu menikmati setiap tugas yang diberikan. Tentunya target saya adalah mendapat nilai terbaik

B) ① a) $2y + e^x = 3$

→ adalah sebuah persamaan linear karena setiap tem di sebelah kiri merupakan bentuk perkalian antara konstanta dan unknown benderajat 1

b) $2x + y = \frac{3}{z}$

→ bukan merupakan sebuah persamaan linear karena bentuk $2x + y - \frac{3}{z} = 0$ memiliki tem pada sisi kiri yang mempunyai unknown benderajat bukan 1

c) $\ln(2^x) + \ln(3^y) = 16$

→ merupakan sebuah persamaan linear karena bentuk ekivalen $\ln(2)x + \ln(3)y = 16$
memiliki tem di sisi kiri yang semuanya merupakan perkalian antara konstanta benderajat 1

d) $\frac{x}{\sqrt{2}} - y = z$

→ merupakan persamaan linear karena bentuk

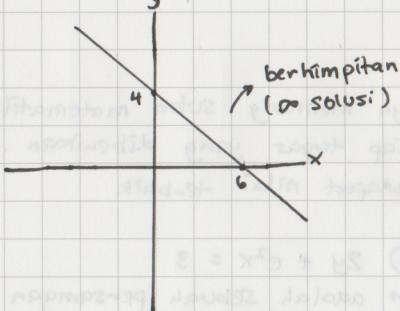
$$\frac{x}{\sqrt{2}} - y - z = 0$$

memiliki sisi kiri yang semua temnya bentuk perkalian unknown benderajat 1 dan konstanta.

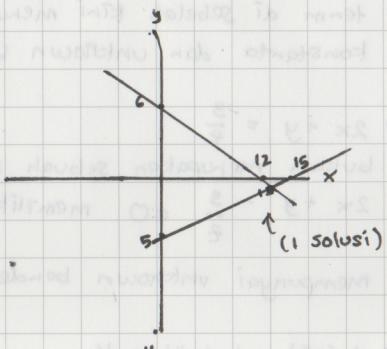
$$\textcircled{e} \quad 2x + 4y + 6xz = 2$$

→ bukan merupakan persamaan linear karena ada term di sisi kiri yang bukan merupakan perkalian antara unknown dan konstanta

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{a} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 12 \\ 4x_1 + 6x_2 = 24 \end{cases}$$

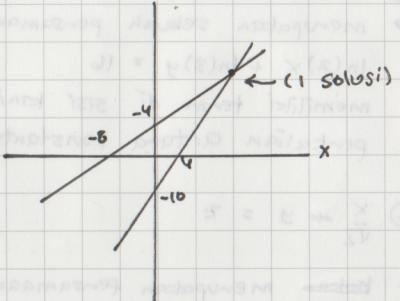


$$\textcircled{b} \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 6 \\ x - 3y = 15 \end{cases}$$



$$\text{HP : } \left\{ \left(\frac{66}{5}, -\frac{3}{5} \right) \right\}$$

$$\textcircled{c} \quad \begin{cases} -5x_1 + 2x_2 = -20 \\ 3x_1 - 6x_2 = -24 \end{cases}$$



$$\text{HP : } \left\{ (7, -4) \right\}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x + y + 2z = 1 \\ 2x + 4y - 6z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -6 & 2 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow R_3 - 2R_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow 0x + 0y + 0z = 2 \\ 0 = 2 \text{ (tidak konsisten)}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{cases} a + 3b + c = -1 \\ 2a + b - 5c = 3 \\ a + 3b + 4c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y - 4z = 2 \\ 2x + y - 5z = 3 \\ 5x + 5y - 6z = 5 \end{cases}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 5 & 5 & -6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow R_3 - R_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow \frac{1}{3}R_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = M_3$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 5 & 5 & -6 & 5 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow R_3 - R_2 - R_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow \frac{1}{3}R_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = M_3$$

Karena kedua matriks bisa diubah menjadi M_3 dengan GBE maka kedua SPL ekivalen

$$\textcircled{5} \quad \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + 3y + 5z = -1 \\ 3x + 8y + 9z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \\ 3 & 8 & 9 & -1 \end{bmatrix} R_2 \leftarrow R_2 - R_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 9 & -1 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 9 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} R_3 \leftarrow (R_2 - 2R_1) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} R_2 \leftarrow R_2 - 5R_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -27 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} R_1 \leftarrow R_1 - 2R_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 55 \\ 0 & 1 & 0 & 27 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{HP : } \left\{ (55, 27, 5) \right\}$$

$$\textcircled{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} -2y + 3z = 1 \\ x + 6y - 3z = -2 \\ 6x + 6y + 3z = 5 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 0 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & -3 & -2 \\ 6 & 6 & 3 & 5 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \left[\begin{array}{cccc} 0 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & -3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & 7 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 + 3R_1} \left[\begin{array}{cccc} 0 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 6 & 1 \\ 5 & 0 & 6 & 7 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 6 & 7 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_3 - R_1} \left[\begin{array}{cccc} 4 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 6 & 7 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + R_2} \left[\begin{array}{cccc} 4 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & 9 & 8 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - \frac{5}{4}R_1} \left[\begin{array}{cccc} 4 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 9 & \frac{3}{2} \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \left[\begin{array}{cccc} 4 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -\frac{1}{2} \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 \leftarrow \frac{1}{4}R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \leftarrow \frac{1}{6}R_3} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 \leftarrow \frac{1}{2}(R_2 - 3R_3)} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} \end{array} \right]$$

$$\text{HP: } \left\{ \left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{8}, -\frac{1}{12} \right) \right\}$$

$$\textcircled{7. a) } \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ 3x + 3y + 3z = 3 \\ 4x + 4y + 4z = 4 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 - 4R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad \text{ab solusi'}$$

$$\text{jadi SPL dengan HP: } \left\{ (x, y, z) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, z = 1 - x - y \right\}$$

$$\textcircled{b) } \quad \left\{ \begin{array}{l} a + b + c + d = 1 \\ 2a + 2b + 2c + 2d = 2 \\ 3a + 3b + 3c + 3d = 3 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

jadi SPL dengan HP: $\{(a, b, c, d) \mid a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}, d = 1 - a - b - c\}$
konsisten karena memiliki penyelesaian

\textcircled{8) } agar SPL Memiliki setidaknya satu solusi, banyak persamaan
> banyak unknown, sehingga tidak mungkin

\textcircled{9. 1) } Salah, suatu SPL Bisa saja terdiri atas 1 persamaan saja

\textcircled{9. 2) } Salah

counter example: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = 3 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$

memiliki satu solusi HP: $\{(1, 1)\}$

\textcircled{9. 3) } Benar, ketidak konsistennya terjadi ketika koefisien yang sama menghasilkan hasil yang berbeda.

contoh $\begin{cases} x+y=4 \\ x+y=16 \end{cases} \rightarrow \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 16 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 12 \end{array} \right]$

akan memunculkan $0 = 12$ yang merupakan pernyataan salah

\textcircled{9. 4) } Benar, suatu SPL underdetermined tidak mungkin memiliki tepat satu solusi

\textcircled{9. 5) } Salah, ada tak hingga bentuk eselon baris namun hanya satu eselon baris tereduksi

Refleksi:

- a. ① coba-coba : memasukkan nilai acak ke unknown
② Eliminasi - Substitusi : mengisolasi unknown dengan menggunakan/menambahkan persamaan
③ Geometris : mencari titik potong garis dan/atau bidang
④ Eliminasi Gauss-Jordan : menggunakan OBE pada Matriks Augmented untuk mendapatkan EBT

- b. ① coba-coba: hanya bisa dipakai ketika solusi sudah tentu atau jelas
atau jumlah unknown sedikit
② Eliminasi - Substitusi : tedious untuk jumlah unknown yang banyak
③ Geometris : hanya untuk 3 dimensi kebawah
⑤ Eliminasi Gauss-Jordan : butuh tetapan ekstra