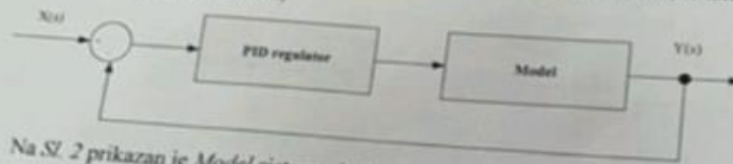


### ZADATAK 1

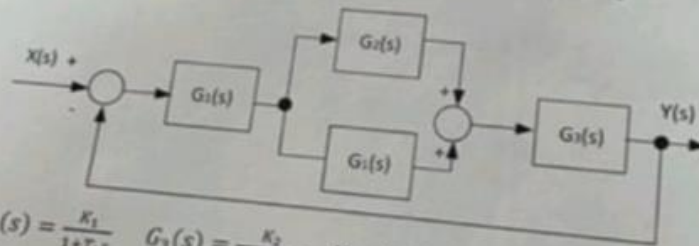
(20 bodova)

Odrediti odziv sistema ( $y(t)$ ) prikazanog na Sl. 1, za Model objekta prikazan na Sl. 2, ako je ulazni signal  $x(t) = 3\sin 2t$ , i ukoliko se upravljanje vrši PID regulatorom. Parametre PID regulatora odrediti na osnovu Modela objekta koristeći Ziegler-Nichols metodu za određivanje parametara objekta pri upravljanju u otvorenoj petlji. Zadatak odrediti analitički rješavajući Laplasove transformacije datih modela, te iste predstaviti u Matlabu (*m-file* i Simulink)



(Sl. 1)

Na Sl. 2 prikazan je Model sistema, koji predstavlja objekat upravljanja.



(Sl. 2)

$$G_1(s) = Ts \quad G_2(s) = \frac{K_1}{1+T_1s} \quad G_3(s) = \frac{K_2}{1+T_2^2s^2} \quad K_1=10, K_2=1, T=0.1s \quad T_1=0.05s \quad T_2=2s$$

### ZADATAK 2

1. Paralelna veza

$$G_{11}(s) = G_1(s) + 1 = Ts + 1 = 0.1s + 1$$

2. Serijna veza

$$G_{12}(s) = G_{11}(s) \cdot G_2(s) \quad G_2(s) = (0.1s + 1) \left( \frac{K_1}{1+T_1s} \right) \cdot \left( \frac{K_2}{1+T_2^2s^2} \right)$$

$$= (0.1s + 1) \frac{10}{(1+0.05s)(1+4s^2)} = \frac{s + 10}{(1+0.05s)(1+4s^2)}$$

3. Povratna veza

$$G(s) = \frac{\frac{s+10}{(1+0.05s)(1+4s^2)}}{1 + \frac{s+10}{(1+0.05s)(1+4s^2)}} = \frac{\frac{s+10}{(1+0.05s)(1+4s^2)}}{\frac{(1+0.05s)(1+4s^2) + s+10}{(1+0.05s)(1+4s^2)}} = \frac{s+10}{(1+0.05s)(1+4s^2) + s+10}$$

$$= \frac{S+10}{1+4S^2+0,055+0,02S^3+0,110}$$

$$G(s) = \frac{S+10}{0,02S^3+4S^2+1,055+11}$$

izredačavanjem funkcije u Simulinku, dobijamo da se funkcija smiruje u 0,45.

$$0,1 \cdot K_S = 0,048 \quad 0,68 \cdot K_S = 0,3024$$

$$T_Z = 0,2$$

$$T_a = 0,5 - T_Z = 0,5 - 0,2 = 0,3$$

$$\alpha = \frac{K_S \cdot T_Z}{T_a} = \frac{0,48 \cdot 0,2}{0,3} = 0,32$$

$$K_r = \frac{1,2}{\alpha} = \frac{1,2}{0,32} = 3,75$$

$$T_i = 2 \cdot T_Z = 2 \cdot 0,2 = 0,4$$

$$T_D = 0,5 \cdot T_Z = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$$

$$K_p = K_r = 3,75$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} = \frac{3,75}{0,4} = 9,375$$

$$K_D = K_p \cdot T_D = 3,75 \cdot 0,1 = 0,375.$$

Za ovaj zadatak imamo u folderu: Drugi zadatak i Simulink model pod nazivom: drugiZadatakSIM.slx, ali .m file nemamo!

## ZADATAK 2

(20 bodova)

Mjerno područje senzora je bipolarno od  $\pm 300$ . Stvarna statička karakteristika senzora, sa izraženom nelinearnošću, zadanom funkcijom  $y = 5e^{2x+3} - 7$ , pri čemu je  $x$  mjerna veličina, a  $y$  izlaz senzora. Potrebno je *analitički* i *programski* koristeći Matlab/Simulink odrediti i predstaviti:

- inverznu statičku karakteristiku senzora.
- skicirati statičku karakteristiku dobijenu pod a).
- skicirati statičku karakteristiku senzora sa kompenzacijom pomoću inverzne funkcije.

**OPOMENA** Uz urađeni rad predati i dobivenu specifikaciju zadatka (ispitni rok), u suprotnom zabranjeno slikanje ispitnog roka ili iznošenje iz prostorije.

d) definisati vrijednosti parova u nepotpunoj tabeli za linearizaciju statičke karakteristike senzora. Elemente nepotpune tabele formirati tako da se za karakteristične tačke uzmu parovi koji odgovaraju promjeni mjerene veličine od -300 do 300 sa korakom 50.

(20 bodova)

1. Isti sa starih rokova - 10.12.2019.

2. Bipolarno  $\pm 300$ . Stvarna statička karakteristika senzora, sa izraženom nelinearnošću zadanu funkcijom  $y = 5e^{2x+3} - 7$ .

- inverzna statička kar.
- statička kar. dobijena pod a.) skica
- skicirati stat. kar. senzora sa kompenzacijom pomoću inverzne funkcije
- Definisati vrijednosti parova u nepotpunoj tabeli za linearizaciju stat. kar. senzora. Elemente nepotpune tabele formirati tako da se za karakteristične tačke uzmu parovi koji odgovaraju promjeni mjerene veličine od -300 do 300 sa korakom 50.

SA VJEZBI:

## SPECIFIKACIJA

### *Linearizacija statičkih karakteristika senzora*

Mjerno područje senzora je unipolarno  $0 \div 800$ . Stvarna statička karakteristika senzora, sa izraženom nelinearnošću, zadata je funkcijom  $y = 50 \cdot (1 - e^{-0.005x})$ , gdje je  $x$  označena mjerna veličina, a  $y$  izlaz senzora.

- a) *Odrediti inverznu statičku karakteristiku senzora.*
- b) *Skicirati statičku karakteristiku dobijenu pod a).*
- c) *Skicirati statičku karakteristiku senzora sa kompenzacijom pomoću inverzne funkcije.*
- d) *Definisati vrijednosti parova u nepotpunoj tabeli za linearizaciju statičke karakteristike senzora. Elemente nepotpune tabele formirati tako da se za karakteristične tačke uzmu parovi koji dogovaraju promjeni mjerene veličine od 0 do 800 sa korakom 100.*

### **Rad u laboratoriji**

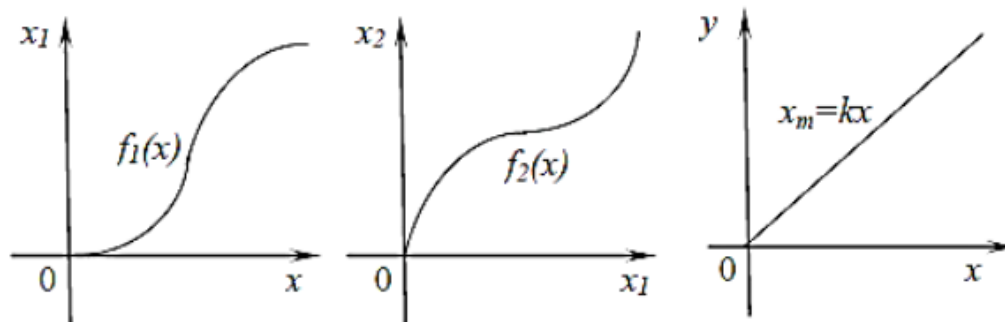
- e) *Rezultate u tačkama b), c), d) provjeriti crtanjem statičkih karakteristika u Matlab Simulinku*
- f) *Simulacijom u Matlab Simulinku nacrtati kako se mijenja izlaz senzora kompenzovanog pomoću inverzne nelinearnosti određene pod c), za promjenu mjerene veličine od 0 do 800.*
- g) *Simulacijom u Matlab Simulinku nacrtati kako se mijenja izlaz senzora kompenzovanog pomoću nepotpune tabele određene pod d), za promjenu mjerene veličine od 0 do 800.*
- h) *Simulacijom u Matlab Simulinku nacrtati kako se mijenja greška linearizovanog senzora u slučajevima pod f) i g).*
- i) *Dati analizu i objašnjenje dobijenih rezultata.*

## RJEŠENJE

Statička karakteristika se po pravilu uvijek posmatra prva (od primarnog je značaja). Statička karakteristika opisuje maksimalnu grešku koja se može očekivati u stacionarnom stanju (kada se nakon promjene mjerene veličine sačeka da izlaz senzora postane konstantan). Greška se obično izražava u postocima mjernog opsega njegovog izlaza. Određivanje i povećanje statičke tačnosti senzora se provodi u postupku kalibracije, u jednom ili više ciklusa, a sam ciklus kalibracije predstavlja sporu promjenu mjerene veličine od minimalne do maksimalne vrijednosti i nazad ponovo do minimalne vrijednosti.

U ovoj laboratorijskoj vježbi je potrebno prikazati *linearizaciju statičkih karakteristika* senzora. Jedan od načina jeste korištenje *inverzne* statičke karakteristike senzora.

Za realizaciju inverzije kola u inženjerskoj praksi se obično koristi postupak gdje se snimi statička karakteristika senzora, te se na osnovu odstupanja stvarne statičke karakteristike od pravca usvajaju karakteristične tačke za koje treba da veza bude linearna. Pritom se usvajaju funkcije oblika  $1/x$ ,  $x^m$ ,  $\log x$ , *polinomi*, itd. Ukoliko je statička karakteristika izrazito nelinearna, onda se za linearizaciju koriste složena elektronska kola.



*Slika 1. Linearizacija jedne statičke karakteristike senzora pomoću inverzne funkcije*

a) Inverzna statička karakteristika senzora

Na temelju zadane funkcije traži se inverzna funkcija kroz nekoliko koraka matematičkog računa:

Zadana funkcija:

$$y = 50 \cdot (1 - e^{-0.005x})$$

Postupak: zamijene se varijable  $x$  i  $y$ , te se izrazi  $y(x)$ :

$$x = 50 \cdot (1 - e^{-0.005y})$$

$$x = 50 - 50 \cdot e^{-0.005y}$$

$$x - 50 = -50 \cdot e^{-0.005y}$$

$$-50 \cdot e^{-0.005y} = x - 50 \quad /*(-1)$$

$$50 \cdot e^{-0.005y} = 50 - x$$

$$e^{-0.005y} = \frac{50-x}{50} \quad /\ln$$

$$\ln(e^{-0.005y}) = \ln\left(\frac{50-x}{50}\right)$$

$$-0.005 \cdot y = \ln\left(\frac{50-x}{50}\right)$$

$$y = -\frac{\ln\left(\frac{50-x}{50}\right)}{0.005}$$

$$y = f(x)^{-1} = -\frac{\ln\left(\frac{50-x}{50}\right)}{0.005}$$



b) Skicirana inverzna statička karakteristika uz pomoć funkcije dobivene pod a)

Pomoću dobivene funkcije nacrtat će se karakteristika računanjem vrijednosti izlaza za određenu vrijednost ulaza koje se uvrštavaju u dobivenu inverznu funkciju.

$$y = f(x)^{-1} = -\frac{\ln\left(\frac{50-x}{50}\right)}{0.005}$$

$$y(x=0) = -\frac{\ln\left(\frac{50-0}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-0}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(1)}{0.005} = \frac{0}{0.005} = 0$$

$$y(x=5) = -\frac{\ln\left(\frac{50-5}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-5}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{45}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.9)}{0.005} = \frac{0.1053}{0.005} = 21.1$$

$$y(x=10) = -\frac{\ln\left(\frac{50-10}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-10}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{40}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.8)}{0.005} = \frac{0.223}{0.005} = 44.6$$

$$y(x=15) = -\frac{\ln\left(\frac{50-15}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-15}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{35}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.7)}{0.005} = \frac{0.356}{0.005} = 71.3$$

$$y(x=20) = -\frac{\ln\left(\frac{50-20}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-20}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{30}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.6)}{0.005} = \frac{0.51}{0.005} = 102.2$$

$$y(x=25) = -\frac{\ln\left(\frac{50-25}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-25}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{25}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.5)}{0.005} = \frac{0.693}{0.005} = 138.6$$

$$y(x=30) = -\frac{\ln\left(\frac{50-30}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-30}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{20}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.4)}{0.005} = \frac{0.916}{0.005} = 183.3$$

$$y(x=35) = -\frac{\ln\left(\frac{50-35}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-35}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{15}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.3)}{0.005} = \frac{1.2}{0.005} = 240.8$$

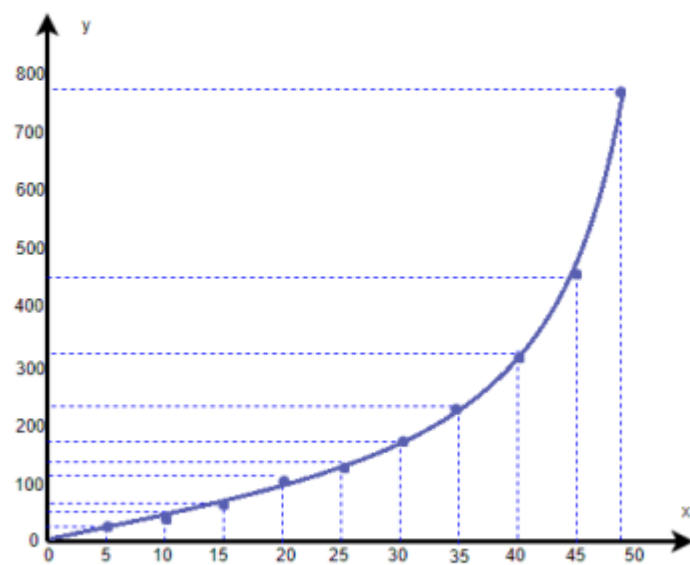
$$y(x=40) = -\frac{\ln\left(\frac{50-40}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-40}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{10}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.2)}{0.005} = \frac{1.609}{0.005} = 321.9$$

$$y(x=45) = -\frac{\ln\left(\frac{50-45}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-45}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{5}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.1)}{0.005} = \frac{2.302}{0.005} = 460.5$$

$$y(x=49) = -\frac{\ln\left(\frac{50-49}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{50-49}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln\left(\frac{1}{50}\right)}{0.005} = -\frac{\ln(0.02)}{0.005} = \frac{3.912}{0.005} = 782.4$$

**Tabela 1.** Računanje izlaznih vrijednosti na temelju ulaznih

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	49
y	0	21.1	44.6	71.3	102.2	138.6	183.3	240.8	321.9	460.5	782.4



**Slika 2.** Skicirana inverzna statička karakteristika senzora

Na *Slici 2* data je inverzna statička karakteristika senzora.



c) *Statička karakteristika senzora sa kompenzacijom inverzne funkcije u opsegu 0-50*

Na osnovu dobivene vrijednosti  $x$  (od 0 do 50), i vrijednosti  $y$  (800), dobivena je sljedeća funkcija:

$$y = \frac{800}{50} \cdot x = 16 \cdot x$$

$$y(x = 0) = 16 \cdot x = 16 \cdot 0 = 0$$

$$y(x = 5) = 16 \cdot x = 16 \cdot 5 = 80$$

$$y(x = 10) = 16 \cdot x = 16 \cdot 10 = 160$$

$$y(x = 15) = 16 \cdot x = 16 \cdot 15 = 240$$

$$y(x = 20) = 16 \cdot x = 16 \cdot 20 = 320$$

$$y(x = 25) = 16 \cdot x = 16 \cdot 25 = 400$$

$$y(x = 30) = 16 \cdot x = 16 \cdot 30 = 480$$

$$y(x = 35) = 16 \cdot x = 16 \cdot 35 = 560$$

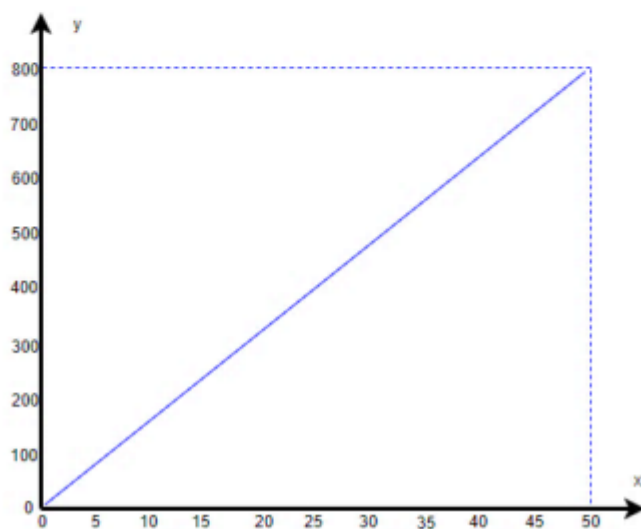
$$y(x = 40) = 16 \cdot x = 16 \cdot 40 = 640$$

$$y(x = 45) = 16 \cdot x = 16 \cdot 45 = 720$$

$$y(x = 50) = 16 \cdot x = 16 \cdot 50 = 800$$

**Tabela 2.** Računanje izlaznih vrijednosti na temelju ulaznih

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	0	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800



**Slika 3.** Statička karakteristika sa kompenzacijom inverzne funkcije u opsegu 0-50

d) *Definisanje vrijednosti nepotpune tabele sa korakom 100*

Koristi se *nepotpuna* tabela. Potrebno je elemente nepotpune tabele formirati tako da se za karakteristične tačke uzmu parovi koji dogovaraju promjeni mjerene veličine od 0 do 800 sa korakom 100. Tabela se formira od manjeg broja mjernih podataka, za razliku od potpune tabele gdje se za svaku izlaznu vrijednost senzora iz tabele pročita njoj pridružena ulazna vrijednost, a to zahtjeva velik kapacitet memorije.

Kod *nepotpune* tabele vrijednosti mjerene veličine se dobivaju kombinacijom tabele i interpolacije. Za dobivenu vrijednost informacionog signala pronalaze se u tabeli prva veća i prva manja vrijednost  $y_i < y < y_{i+1}$  i njima pripadajuće vrijednosti mjerene veličine  $x_i, x_{i+1}$ . Vrijednost mjerene veličine se sada određuje linearnom interpolacijom prema izrazu:

$$x = x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i} (y - y_i)$$

$$x_1(x, y = 0) = x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i} (y - y_i) = -1 + \frac{1 - (-1)}{1 - (-1)} (0 - (-1)) = -1 + 1 * 1 = \mathbf{0}$$

$$x_1(x = 19.67, y = 100) = 18.67 + \frac{20.67 - 18.67}{101 - 99} (100 - 99) = 18.67 + \frac{2}{2} (1) = \mathbf{19.67}$$

$$x_2(x = 31.61, y = 200) = 30.61 + \frac{32.61 - 30.61}{201 - 199} (200 - 199) = 30.61 + \frac{2}{2} (1) = \mathbf{31.61}$$

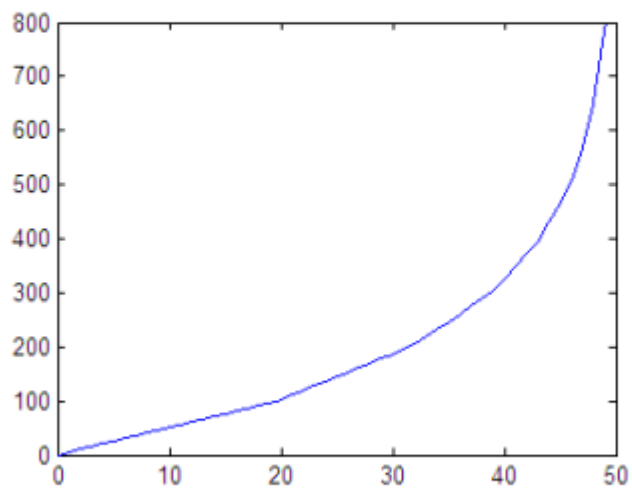
$$x_3(x = 38.84, y = 300) = 37.84 + \frac{39.84 - 37.84}{301 - 299} (300 - 299) = 37.84 + \frac{2}{2} (1) = \mathbf{38.84}$$

·  
·  
·

$$x_9(x = 49.08, y = 800) = 48.08 + \frac{50.08 - 48.08}{801 - 799} (800 - 799) = 48.08 + \frac{2}{2} (1) = \mathbf{49.08}$$

**Tabela 3.** Vrijednost nepotpune tabele sa korakom 100

<b>x</b>	<b>0</b>	<b>19.67</b>	<b>31.61</b>	<b>38.84</b>	<b>43.23</b>	<b>45.9</b>	<b>47.51</b>	<b>48.49</b>	<b>49.08</b>
<b>y</b>	0	100	200	300	400	500	600	700	800

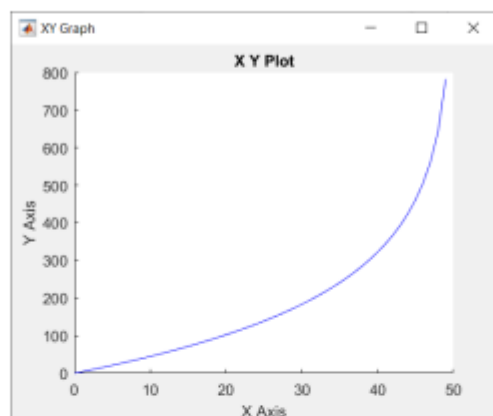


**Slika 4.** Statička karakteristika nepotpune tabele sa korakom 100

## Rad u laboratoriji (Matlab Simulink)

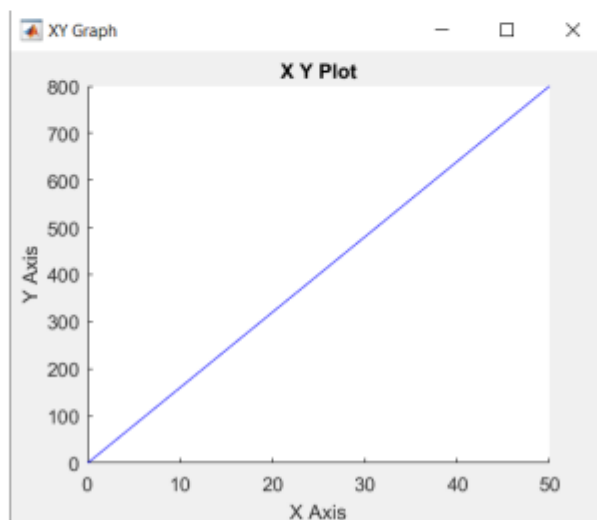
e) Provjera rezultata u tačkama b), c), d) simulacijom crtanja statičkih karakteristika u Simulinku

b) Provjera skice inverzne statičke karakteristike



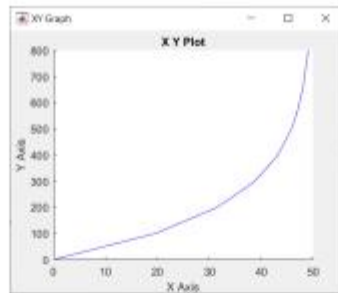
*Slika 5. Iscrtana inverzna statička karakteristika senzora*

c) Kompenzacija inverzne funkcije (opseg 0-50 mjerene veličine)



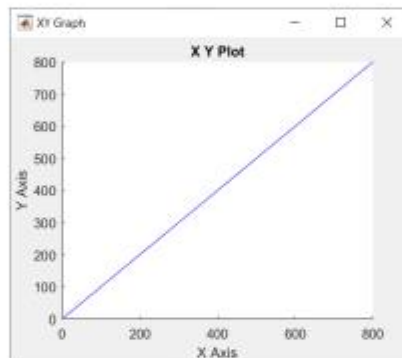
*Slika 6. Iscrtana linearizovana statička karakteristika senzora za kompenzaciju inverzne funkcije*

**d) Nepotpuna tabela**



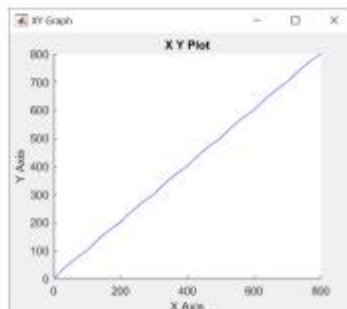
**Slika 7.** Iscrtana funkcija s nepotpunom tabelom

- f) Simulacija kako se mijenja izlaz senzora kompenzovanog pomoću inverzne nelinearnosti određene pod c), za promjenu mjerene veličine od 0 do 800.



**Slika 8.** Iscrtana kompenzovana inverzna funkcija u opsegu 0 -800

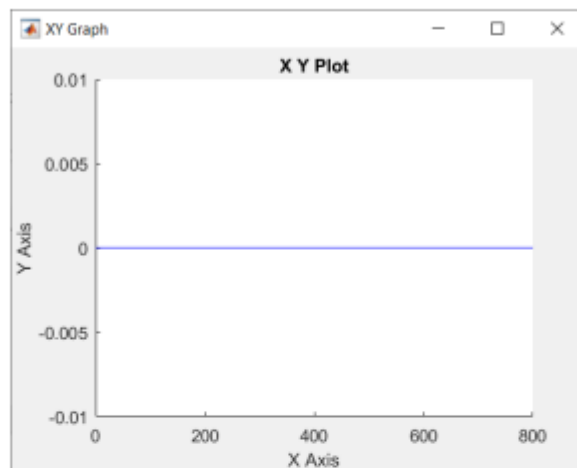
- g) Simulacija kako se mijenja izlaz senzora kompenzovanog pomoću nepotpune tabele određene pod d), za promjenu mjerene veličine od 0 do 800.



**Slika 9.** Iscrtana st. karakteristika za kompenzovanu inverznu funkciju pomoću nepotpune tabele u opsegu 0-800

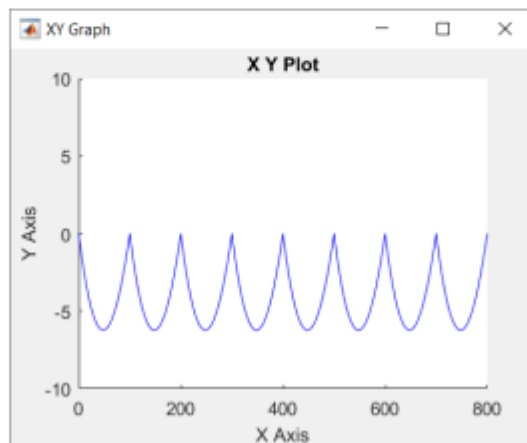
h) Simulacijom mijenjanja greške linearizovanog senzora u slučajevima pod f) i g).

**f) Sa inverznom funkcijom**



*Slika 10. Iscrтана greška uz inverznu funkciju*

**g) Sa nepotpunom funkcijom**



*Slika 11. Iscrтана greška uz nepotpunu tabelu*

MATLAB DATOTEKE SE NALAZE U FOLDERU: Matlab\_linearizacija\_funkcije



### ZADATAK 2 (Vježbe)

(30 bodova)

Mjerno područje senzora je unipolarno od 0 do 50, sa korakom rezolucije 5. Stvarna statička karakteristika senzora, sa izraženom nelinearnošću, zadata je opštom funkcijom  $y = f(x) + 3e^{2x}$ , gdje je sa  $x$  označena mjerna veličina (proizvoljno), a sa  $y$  izlaz senzora. Potrebno je *analitički* i *programski* koristeći Matlab/Simulink odrediti i predstaviti:

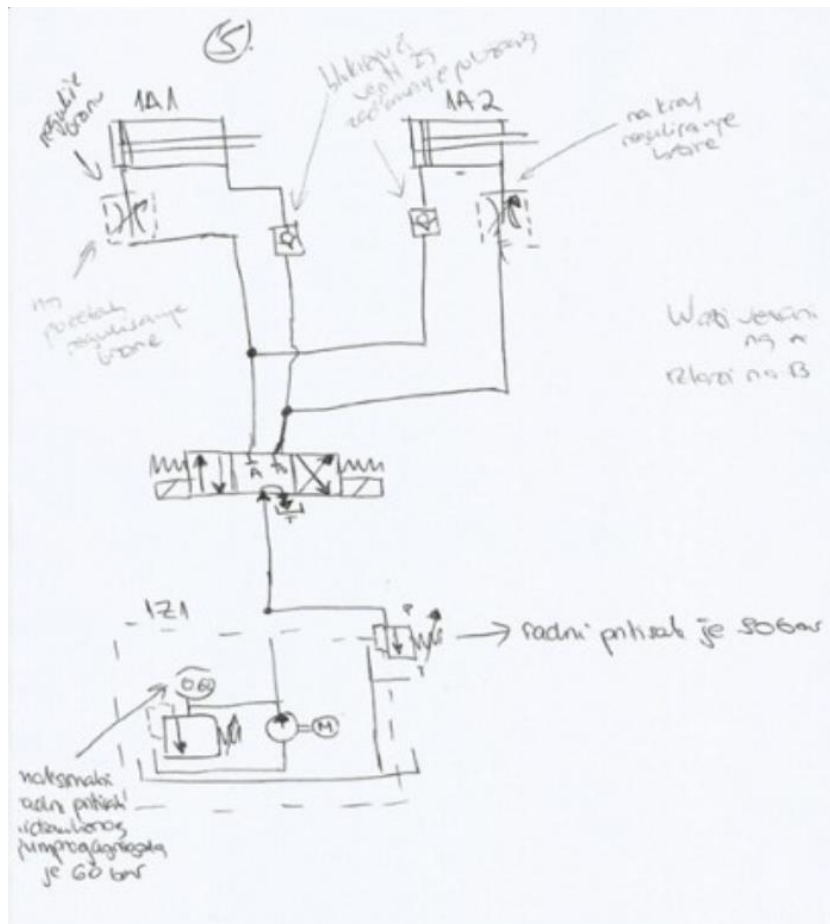
- inverznu statičku karakteristiku senzora.
- skicirati statičku karakteristiku dobijenu pod a).
- skicirati statičku karakteristiku senzora sa linearizacijom pomoću inverzne funkcije.
- definirati vrijednosti parova u nepotpunoj tabeli za linearizaciju statičke karakteristike senzora. Elemente nepotpune tabele formirati tako da se za karakteristične tačke uzmu parovi koji dogovaraju promjeni mjerene veličine od 0 do 30 sa korakom 3.

### ZADATAK 3

Podizanje i spuštanje rampe na parkingu obavlja se s dva dvoradna hidraulična cilindra učvršćenim na bočnim stranama potpornih zidova. Brzina spuštanja i podizanja rampe je podesiva. Upravljanje je hidraulično i mora biti izvedeno tako da kod spuštanja ili podizanja rampe omogući njeno zadržavanje u bilo kojem položaju, te spriječi trzaji kod izvlačenja uslijed inercije mase. Maksimalni radni pritisak hidrauličnog pumpnog agregata je 70 bara, dok je maksimalni radni pritisak ograničen na 60 bara.

Potrebno je koristeći FestoFluidSim nacrtati (po nivoima) i označiti hidrauličku i elektrohidrauličku šemu upravljanja za gore opisani scenarij, opisati rad istih pozivajući se na oznake korištenih elemenata, te napraviti tabelarni popis i navesti funkcije korištenih elemenata.

(30 bodova)

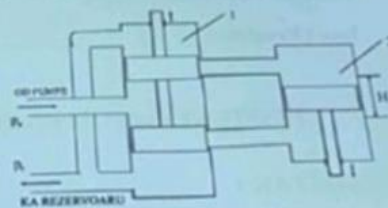


### ZADATAK 3

(20 bodova)

Klip cilindra hidrauličke prese, prikazan na *Slici 3*, radni i povratni hod ostvaruje napajanjem od zupčaste pumpe koja daje pritisak od 120 bara. Ako je pritisak u rezervoaru ulja 10 bara, sila koja opterećuje klipnjaču 1 MN, brzina sabijanja 2 mm/s, a hod prese je 40 mm. Potrebno je odrediti:

- Površinu klipa cilindra
- Prečnik klipa
- Zapreminu hoda klipa
- Protok ulja u cilindar
- Vrijeme hoda klipa



(Slika 3)

3)

$$p = 110 \text{ bara}$$

$$p_r = 5 \text{ bara}$$

$$F = 1 \text{ MN} = 10^6 \text{ N}$$

$$v = 2 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 0,002 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h = 40 \text{ mm} = 0,04 \text{ m}$$

a) površina klipa ciindra

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow A = \frac{F}{p_1} = \frac{F}{p - p_r} = \frac{10^6}{105 \cdot 10^5} = 0,095 \text{ m}^2$$

$$p_1 = p - p_r = 110 - 5 = 105 \text{ bara} = 105 \cdot 10^5$$

b) prečnik klipa

$$A = \frac{D^2 \pi}{4}$$

$$4A = D^2 \pi \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,095}{3,14}} = 0,35 \text{ m}$$

c) zapremina hoda klipa

$$V = h \cdot A$$

$$V = 0,04 \cdot 0,095 = 0,0038 \text{ m}^3$$

d) protok ulja

$$Q = A \cdot v$$

$$Q = 0,095 \cdot 0,002 = 0,00019 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,19 \frac{\text{l}}{\text{min}}$$

e) vreme hoda klipa

$$t = \frac{V}{Q}$$

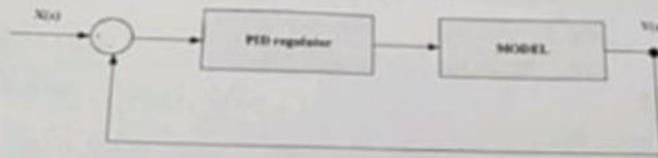
$$t = \frac{0,0038}{0,00019} \frac{\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 20 \text{ s}$$

$$t = 20 \text{ s}$$

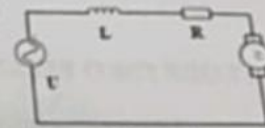
# ZADATAK 1

(20 bodova)

Odrediti odziv sistema za model sistema prikazanog na Slici 1, ukoliko se upravljanje vrši PID regulatorom. Parametre PID regulatora odrediti na osnovu dobijene jednačine MODEL-a prikazanog na Slici 2 koristeći Ziegler-Nichols metodu podešavanja za upravljanje u otvorenoj petlji.



(Slika 1)



(Slika 2)

Poznato:  $U=2[V]$ ,  $K_t=0.52 [Nm/A]$ ,  $R=1 [k\Omega]$ ,  $K_b=0.122 [V/rad/s]$ ,  $L=2 [H]$ ,  $I_L=0.002 [kgm^2]$

$$\textcircled{1} \quad U=2V \quad K_t=0.52 \frac{Nm}{A} \quad R=0.6k\Omega$$

$$K_b=0.12 \frac{V}{rad/s} \quad L=2H \quad I_L=0.002kgm^2$$

$$U_{izV} - L \frac{di(t)}{dt} - i(t) \cdot R - U_m = 0$$

$$U_m = K_b \omega(t)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} = U_{izV} - i(t) \cdot R - U_m$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{K_t \cdot i(t)}{I_L}$$

12

$$U_{izV}(s) = s L I(s) + I(s) \cdot R + K_b \omega(s)$$

$$s \omega(s) = \frac{K_t}{I_L} \cdot I(s)$$

$$I(s) = \frac{I_L \cdot s \omega(s)}{K_t}$$

$$U_{izV}(s) = s L I(s) + I(s) \cdot R + K_b \omega(s)$$

$$U_{izV}(s) = [s^2 \frac{I_L \cdot L}{K_t} + \frac{I_L \cdot s \cdot R}{K_t} + K_b] \omega(s)$$

$$U_{izV}(s) = \omega(s) \left[ \frac{I_L \cdot L}{K_t} s^2 + \frac{I_L \cdot s \cdot R}{K_t} + K_b \right]$$

$$\frac{U_{izV}(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{s^2 \left[ \frac{I_L \cdot L}{K_t} \right] + s \left[ \frac{I_L \cdot R}{K_t} \right] + K_b}$$

$$G(s) = \frac{1}{0.5s^2 + 0.15s + 0.12}$$

KP

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 0,5 & 0,12+Kp \\ s^1 & 0,15 & 0 \\ s^0 & 0,12+Kp & \end{array}$$

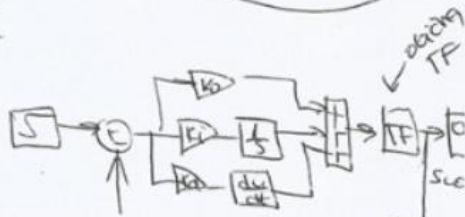
$$K_p > 0$$

$$\theta_{w1} = 1,237^\circ$$

$K_p = 13 \rightarrow$  prozobno wrek

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}$$

→ Area Measurement



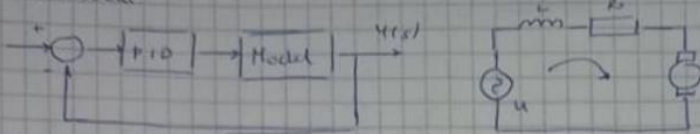
PID	$k_p$	$T_i$	$T_d$
	7.8	0.6185	0.1546

$$k_i = 12, 72$$

**DRUGA VERZIJA:**



6. Odrediti odziv PID regulatora. Parametre odrediti na osnovu jednazine Modela koristeći Ziegler - Nichols metodu



$$U = 3V, K_t = 0,12, R = 300, K_b = 0,212, L = 2, I_L = 0,005$$

$$G(s) = \frac{W(s)}{U(s)}$$

$$U = L \frac{dw(t)}{dt} + R i(t) + K_b w(t) / \alpha$$

$$U(s) = L s I(s) + R I(s) + K_b w(s)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} \cdot I_L = K_t i(t) / \alpha$$

$$s W(s) I_L = K_t I(s) \rightarrow I(s) = W(s) \frac{I_L s}{K_t}$$

$$U(s) = I(s) (Ls + R) + K_b w(s)$$

$$U(s) = W(s) \frac{I_L s}{K_t} (Ls + R) + K_b w(s)$$

$$U(s) = W(s) \left( \frac{I_L s}{K_t} Ls + \frac{I_L s}{K_t} R + K_b \right)$$

$$U(s) = W(s) \left( \frac{L \cdot I_L}{K_t} s^2 + \frac{R \cdot I_L}{K_t} s + K_b \right)$$

$$U(s) = W(s) \left( \frac{2 \cdot 0,005}{0,12} s^2 + \frac{300 \cdot 0,005}{0,12} s + 0,212 \right)$$

$$U(s) = W(s) * (0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212)$$

$$U(s) = W(s) \left( \frac{I_L s}{K_t} Ls + \frac{I_L s}{K_t} R + K_b \right)$$

$$U(s) = W(s) \left( \frac{L \cdot I_L}{K_t} s^2 + \frac{R \cdot I_L}{K_t} s + K_b \right)$$

$$U(s) = W(s) \left( \frac{2 \cdot 0,005}{0,12} s^2 + \frac{300 \cdot 0,005}{0,12} s + 0,212 \right)$$

$$U(s) = W(s) * (0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212)$$

$$G(s) = \frac{W(s)}{U(s)} = \frac{1}{0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212}$$

$$G(s) = \frac{K}{0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212} = \frac{K}{1 + \frac{K}{0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212}}$$

$$G(s) = \frac{\frac{K}{0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212}}{0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212 + K} = \frac{K}{0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212 + K}$$

$$\varphi(s) = 0,083 s^2 + 12,5 s + 0,212 + K$$

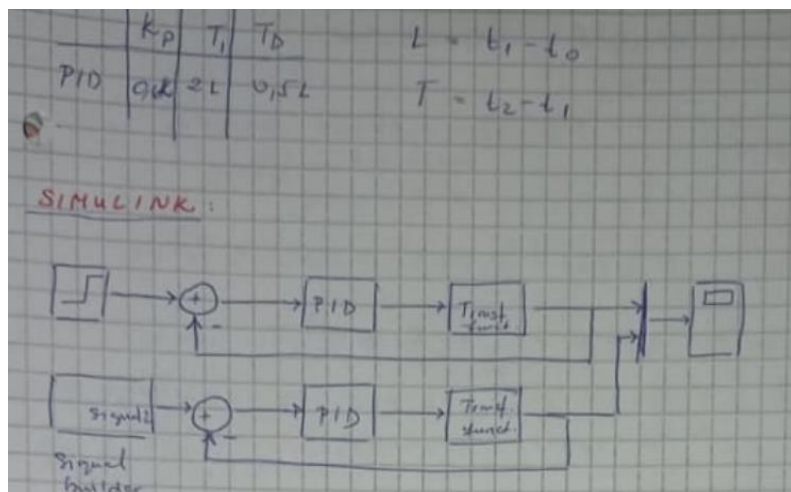
$$s^2 \quad 0,083 \quad 0,212 + K \quad 0,212 + K > 0$$

$$s \quad 12,5 \quad 0 \quad K > -0,212$$

$$s^0 \quad 0,212 + K$$

$$T = \frac{1}{40}$$





## ZADATAK 2

(20 bodova)

Mjerno područje senzora je bipolarno  $\pm 100$  jedinica, sa izlaznim područjem senzora  $\pm 20$ . Senzor je sa izraženim ofsetom  $+5$ . Sve ostale pokazatelje statičke tačnosti senzora smatrati idealnim.

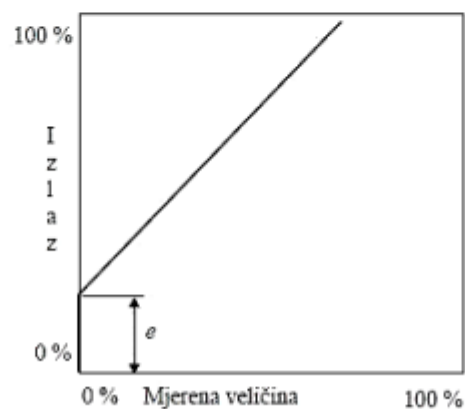
- Nacrtati statičku karakteristiku senzora.
- Nacrtati idealizovanu statičku karakteristiku senzora kada se zanemari postojanje ofseta.
- Odrediti razliku između vrijednosti (grešku) mjerene veličine ako se uzme u obzir ofset senzora i kada se pretpostavi idealizovan senzor, za vrijednosti izlaza senzora  $\pm 2$ ,  $\pm 5$  i  $\pm 10$ .
- Skicirati grešku linearizacije za promjenu mjerene veličine u čitavom mjernom području od  $-100$  do  $+100$ .

Navedene slučajeve od a) do d) uraditi analitički, te iste provjeriti u programskom paketu Matlab Simulink.

Nemamo identičan urađen, ali evo sa vježbi:

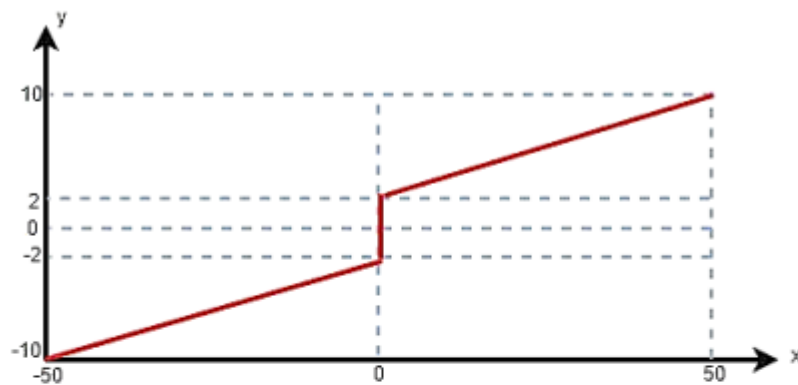
Statička karakteristika se po pravilu uvijek posmatra prva (od primarnog je značaja). Statička karakteristika opisuje maksimalnu grešku koja se može očekivati u stacionarnom stanju (kada se nakon promjene mjerene veličine sačeka da izlaz senzora postane konstantan). Greška se obično izražava u postotcima mjernog opsega njegovog izlaza. Određivanje i povećanje statičke tačnosti senzora se provodi u postupku kalibracije, u jednom ili više ciklusa, a sam ciklus kalibracije predstavlja sporu promjenu mjerene veličine od minimalne do maksimalne vrijednosti i nazad ponovo do minimalne vrijednosti.

U ovoj laboratorijskoj vježbi je potrebno prikazati uticaj ofseta senzora na tačnost mjerenja. Kada je mjerena veličina jednaka nuli tada je izlaz pasivnog senzora također jednak nuli. Ovo ne mora da vrijedi u slučaju aktivnog senzora. Vrijednost signala na izlazu senzora/transdjusera, kada je mjerena veličina jednak nuli naziva se ofsetom.



**Slika 1.** Prikaz ofseta senzora

a) *Statička karakteristika senzora*



*Slika 2. Realna statička karakteristika senzora sa uticajem ofseta senzora na tačnost mjerenja*

- $x$  – mjerena veličina senzora ( $\pm 50$  jedinica)
- $y$  – izlazno područje senzora ( $\pm 10$  jedinica)
- ofset  $+2$

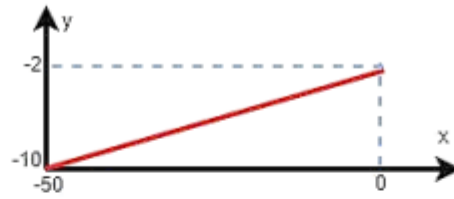
Ukoliko sa  $y_r$  bude označen izlaz iz realnog senzora u stacionarnom stanju, tada je izlaz senzora u funkciji mjerene veličine dat sa funkcijom koja se računa formulom za linearnu statičku karakteristiku:

$$y_r = K \cdot x + a$$

$$K = \frac{y_{max} - y_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

$$a = y_{min} - K \cdot x_{min}$$

1. Posmatranje statičke karakteristike u rasponu  $-50 \leq x \leq -2$ :



*Slika 3. Posmatranje statičke karakteristike u zadanom rasponu*

$$K = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{-2 - (-10)}{0 - (-50)} = \frac{-2 + 10}{0 + 50} = \frac{8}{50}$$

$$a = y_{\min} - K \cdot x_{\min} = -10 - \frac{5}{50} \cdot (-50) = -10 + \frac{5}{50} \cdot 50 = -10 + 8 = -2$$

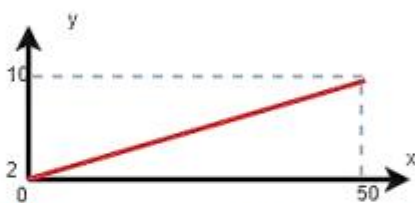
$$y_r = K \cdot x + a = \frac{8}{50} \cdot x - 2$$

2. Posmatranje statičke karakteristike u rasponu  $-2 < y < 2$ ,  $x = 0$ :



*Slika 4. Posmatranje statičke karakteristike u zadanom rasponu*

3. Posmatranje statičke karakteristike u rasponu  $0 \leq x \leq 50$ :



*Slika 5. Posmatranje statičke karakteristike u zadanom rasponu*

$$K = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{10 - 2}{50 - 0} = \frac{8}{50}$$

$$a = y_{\min} - K \cdot x_{\min} = 2 - \frac{8}{50} \cdot 0 = 2 - 0 = 2$$

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{8}{50} \cdot x + 2$$

Sumirano, izlaz iz realnog senzora  $y_r$  možemo zapisati u obliku:

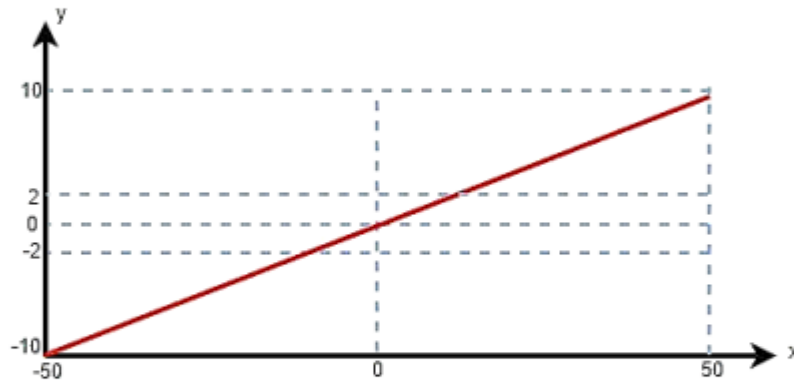
$$y_r = \begin{cases} \frac{8}{50}x - 2, & -50 \leq x \leq 0 \\ \frac{8}{50}x + 2, & 0 \leq x \leq 50 \end{cases}$$

Pri granici  $-2 < y < 2$ ,  $x = 0$ .

b) *Idealna statička karakteristika senzora kada se zanemari uticaj ofseta na tačnost mjerenja*

Idealna statička karakteristika prikazuje linearni rast izlazne veličine iz mjernog pretvarača pri linearnom rastu ulazne veličine u mjerni pretvarač.

- $-50 \leq x \leq 50$ :



*Slika 6. Linearna statička karakteristika u zadanom rasponu*

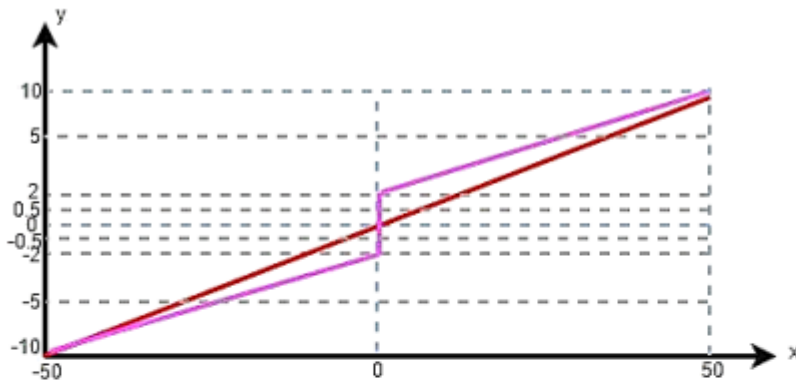
$$K = \frac{y_{max} - y_{min}}{x_{max} - x_{min}} = \frac{10 - (-10)}{50 - (-50)} = \frac{20}{100} = \frac{10}{50}$$

$$a = y_{min} - K \cdot x_{min} = -10 - \frac{10}{50} \cdot (-50) = -10 + \frac{10}{50} = -10 + 10 = 0$$

$$y_l = K \cdot x + a = \frac{10}{50} \cdot x + 0 = \frac{10}{50}x$$



- c) Greška mjerene veličine za idealni i realni senzor, za vrijednosti izlaza senzora  $\pm 5, \pm 2, \pm 0.5$ .



**Slika 7.** Realna i idealna statička karakteristika sa naznačenim vrijednostima izlaza senzora za računanje greške

- Za realni senzor sa izlazom  $y_r$ :

Prvo se izrazi mjerena veličina  $x$  iz jednačina za izlaz realnog senzora u odgovarajućim rasponima, te se uvrštavaju vrijednosti izlaza senzora.

- Za  $-50 \leq x \leq 0$ :

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{8}{50} \cdot x - 2$$

$$\frac{8}{50}x - 2 = y_r \quad / \cdot 50$$

$$8x - 100 = 50y_r$$

$$8x = 50y_r + 100$$

$$x = \frac{50}{8}y_r + \frac{100}{8}$$

$$x = 6.25y_r + 12.5$$

- Za  $0 \leq x \leq 50$ :

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{8}{50} \cdot x + 2$$

$$\frac{8}{50}x + 2 = y_r \quad / \cdot 50$$

$$8x + 100 = 50y_r$$

$$8x = 50y_r - 100$$

$$x = \frac{50}{8}y_r - \frac{100}{8}$$

$$x = 6.25y_r - 12.5$$

- Za  $2 \leq x \leq 50$ :

$$x = 0$$

Sa *Slike 7* uzimamo vrijednosti  $y_r$ :

$$y_r = -5 \rightarrow x = 6.25 \cdot (-5) + 12.5 = -18.75$$

$$y_r = -2 \rightarrow x = 6.25 \cdot (-2) + 12.5 = 0$$

$$y_r = -0.5 \rightarrow x = 0$$

$$y_r = 0.5 \rightarrow x = 0$$

$$y_r = 2 \rightarrow x = 6.25 \cdot (2) - 12.5 = 0$$

$$y_r = 5 \rightarrow x = 6.25 \cdot (5) - 12.5 = 18.75$$

- Za idealni senzor sa izlazom  $y_i$ :

Prvo se izrazi mjerena veličina  $x$  iz jednačina za izlaz idealnog senzora u odgovarajućim rasponima, te se uvrštavaju vrijednosti izlaza senzora.

- Za  $-50 \leq x \leq 50$ :

$$y_i = K \cdot x + a = \frac{10}{50} \cdot x + 0 = \frac{10}{50}x$$

$$y_i = \frac{10}{50}x$$

$$10x = 50y_i$$

$$x = \frac{50}{10}y_i$$

$$x = 5y_i$$

Sa *Slike 7* uzimamo vrijednosti  $y_i$ :

$$y_i = -5 \rightarrow x = 5 \cdot (-5) = -25$$

$$y_i = -2 \rightarrow x = 5 \cdot (-2) = -10$$

$$y_i = -0.5 \rightarrow x = 5 \cdot (-0.5) = -2.5$$

$$y_i = 0.5 \rightarrow x = 5 \cdot (0.5) = 2.5$$

$$y_i = 2 \rightarrow x = 5 \cdot (2) = 10$$

$$y_i = 5 \rightarrow x = 5 \cdot (5) = 25$$

Sada se traži greška (razlika između vrijednosti mjerene veličine) koja se označi sa  $e(y)$ :

$$e(y) = |y_r - y_i|$$

$$e(-5) = |-18.75 - (-25)| = 6.25$$

$$e(-2) = |0 - (-10)| = 10$$

$$e(-0.5) = |0 - (-2.5)| = 2.5$$

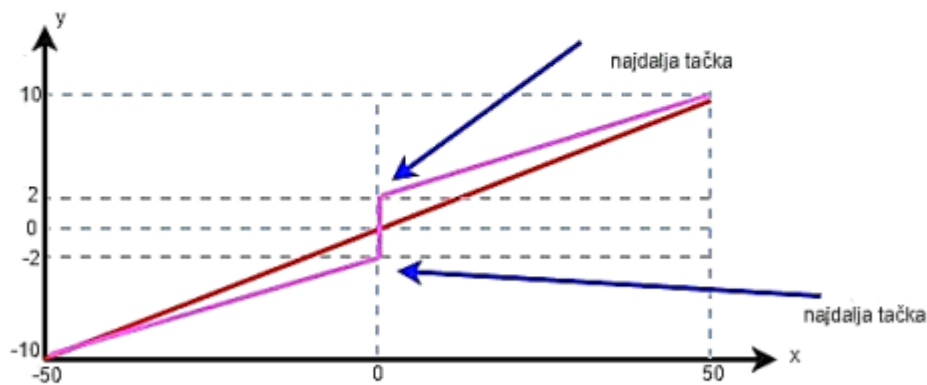
$$e(0.5) = |0 - (2.5)| = 2.5$$

$$e(2) = |0 - (10)| = 10$$

$$e(5) = |18.75 - (25)| = 6.25$$

d) Skicirana greška linearizacije za promjenu mjerne veličine u čitavom mjernom području

Najveća greška mjerenja je ona vrijednost na x – osi na realnoj funkciji koja je najdalja od idealne funkcije.



**Slika 8.** Najdalje vrijednosti na x - osi realne funkcije od idealne funkcije

Dakle, posmatramo tačke  $\pm 2$  na x – osi, te računamo vrijednosti uvrštavanjem ovih vrijednosti u izraze za idealnu i realnu funkciju:

$$y_r(\pm 2) = ?$$

$$y_i(\pm 2) = ?$$

Realna funkcija je prikazana formulom:

$$y_r(+2) = \frac{8}{50} \cdot (2) + 2 = \mathbf{2.32}$$

$$y_r(-2) = \frac{8}{50} \cdot (-2) - 2 = \mathbf{-2.32}$$

Idealna funkcija je prikazana formulom:

$$y_l = \frac{10}{50}x$$

$$y_l(+2) = \frac{10}{50} \cdot (2) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = \mathbf{0.4}$$

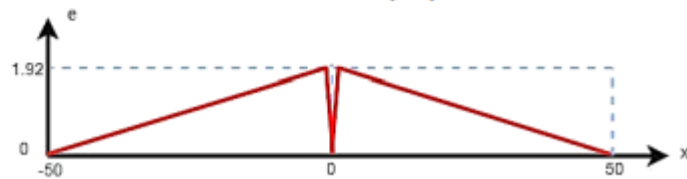
$$y_l(-2) = \frac{10}{50} \cdot (-2) = \frac{-20}{50} = \frac{-2}{5} = \mathbf{-0.4}$$

Greška:

$$e(y) = |y_r - y_l|$$

$$e(2) = |2.32 - (0.4)| = 1.92$$

$$e(-2) = |-2.32 + (0.4)| = 1.92$$

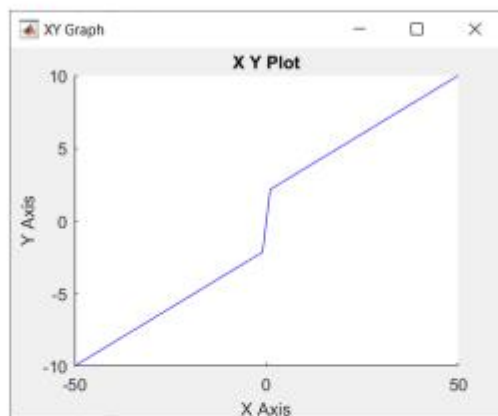


*Slika 9. Skicirana greška linearizacije*

**Rad u laboratoriji (simulink):**

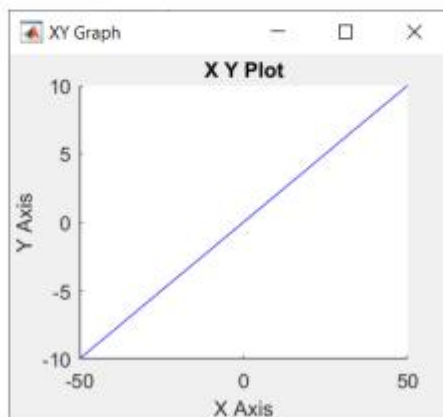
e) *Provjera rezultata u tačkama a) i b) simulacijom crtanja statičkih karakteristika u Simulinku*

**a) Provjera realne statičke karakteristike**



*Slika 10. Iscrtana realna statička karakteristika senzora*

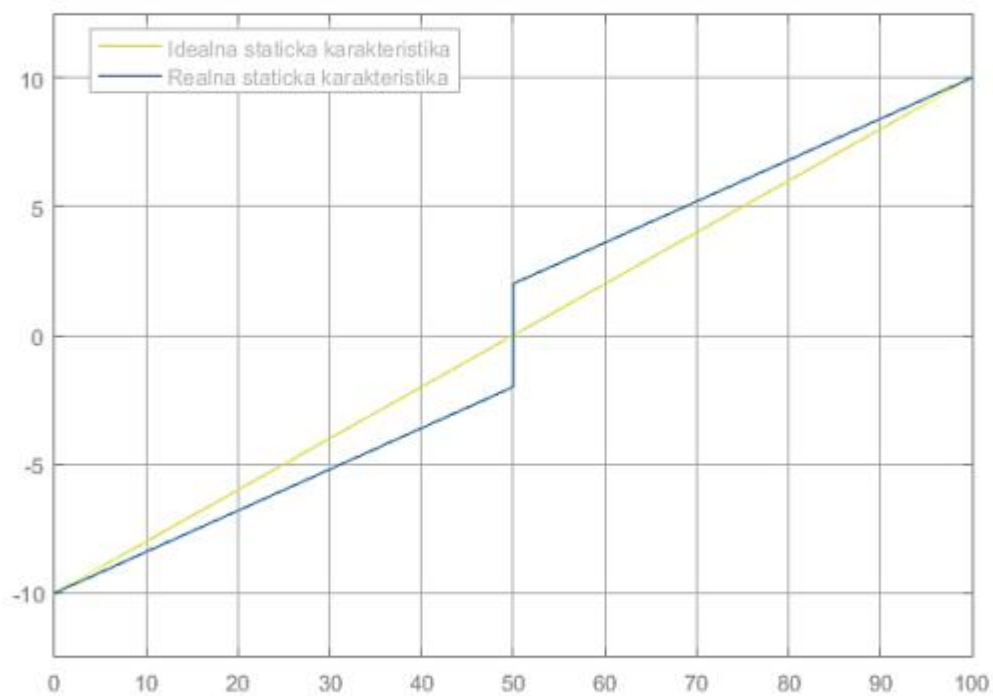
**b) Provjera idealne statičke karakteristike**



*Slika 11. Iscrtana idealna statička karakteristika senzora*

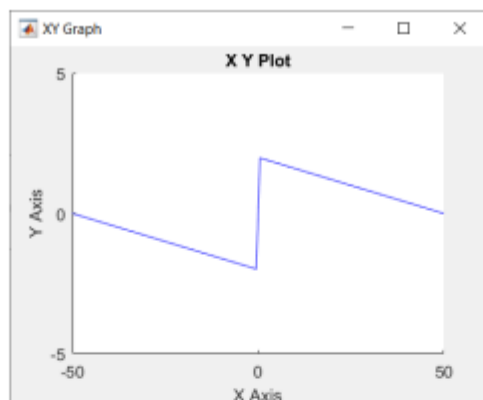


a) , b) Iscrtavanje idealne i realne statičke karakteristike na jednom dijagramu



**Slika 12.** Prikaz idealne i realne statičke karakteristike na jednom dijagramu

f) Simulacija promjene greške u određivanju mjerene veličine sa i bez zonom neosjetljivosti



**Slika 13.** Iscrtavanje greške linearizacije

g) Analiza i objašnjenje dobijenih rezultata

Sve što je u prethodnoj laboratorijskoj vježbi navedeno, vrijedi i za ovu laboratorijsku vježbu, s razlikom da je za svaku vrijednost izlaza ofset ulaz, odnosno mjerena veličina  $x=0$ . Dakle, također je prvo skicirana realna statička karakteristika, zatim idealna statička karakteristika, te su se računale vrijednosti greške. Nakon upotpunjenog matematičkog modela, prešlo se na rad u laboratoriji (korišten Matlab/Simulink), gdje je svaka opcija iz matematičkog modela potvrđena u ovom programskom paketu.

---

MATLAB DATOTEKE SE NALAZE U FOLDERU: Matlab\_offset

OVAJ ZADATAK NIJE ISTI KAO OFFSET, ZASTO STO OVDJE PIŠE: IZRAŽENO SIMETRIČNOM ZONOM NEOSJETLJIVOSTI

Mjerno područje senzora je bipolarno  $\pm 50$  jedinica, sa izlaznim područjem senzora  $\pm 10$  jedinica. Senzor je sa izraženom simetričnom zonom neosjetljivosti  $\pm 2$ . Sve ostale pokazatelje statičke tačnosti senzora smatrati idealnim.

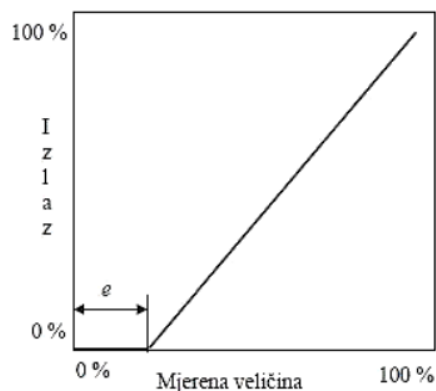
- a) *Nacrtati statičku karakteristiku senzora*
- b) *Nacrtati idealizovanu statičku karakteristiku senzora kada se zanemari postojanje zone neosjetljivosti*
- c) *Odrediti razliku između vrijednosti (grešku) mjerene veličine ako se uzme u obzir zona neosjetljivosti senzora i kada se pretpostavi idealizovan senzor, za vrijednosti izlaza senzora  $\pm 0.5$ ,  $\pm 2$  i  $\pm 5$*
- d) *Skicirati grešku linearizacije za promjenu mjerene veličine u čitavom mjernom području od -50 do +50*

**Rad u laboratoriji (simulink):**

- e) *Rezultate u tačkama a) i b) provjeriti simulacijom crtanja statičkih karakteristika u Simulinku*
- f) *Simulacijom u Simulinku nacrtati kako se mijenja greška u određivanju mjerene veličine ako se pretpostavi da je senzor sa zonom neosjetljivosti i bez zone neosjetljivosti kada se na izlazu senzora dobijaju vrijednosti u opsegu  $\pm 10$  sa inkrementom 0.5*
- g) *Dati analizu i objašnjenje dobijenih rezultata*

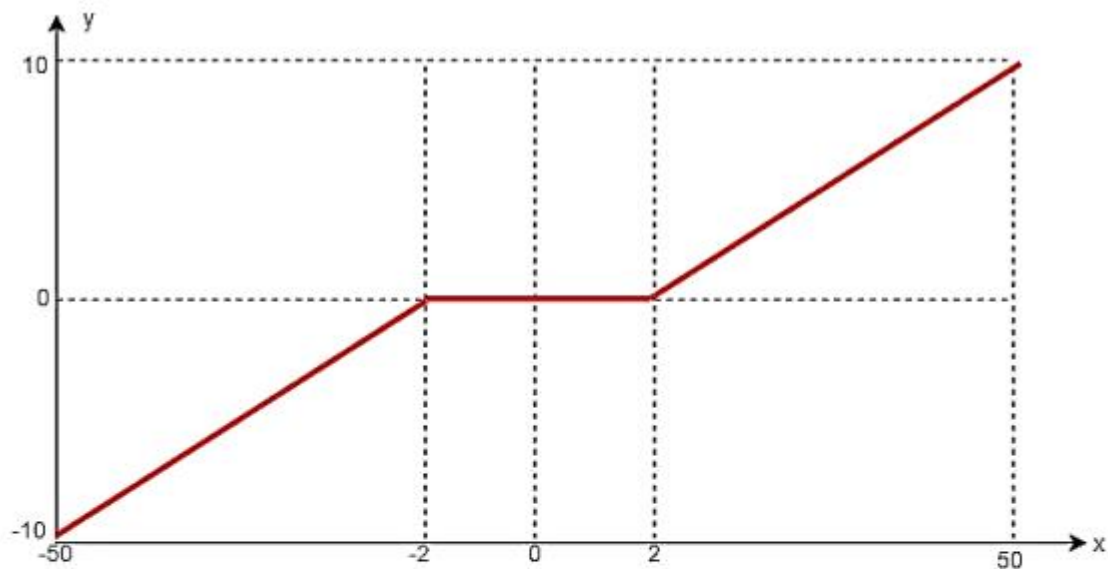
Statička karakteristika se po pravilu uvijek posmatra prva (od primarnog je značaja). Statička karakteristika opisuje maksimalnu grešku koja se može očekivati u stacionarnom stanju (kada se nakon promjene mjerene veličine sačeka da izlaz senzora postane konstantan). Greška se obično izražava u postocima mjernog opsega njegovog izlaza. Određivanje i povećanje statičke tačnosti senzora se provodi u postupku kalibracije, u jednom ili više ciklusa, a sam ciklus kalibracije predstavlja sporu promjenu mjerene veličine od minimalne do maksimalne vrijednosti i nazad ponovo do minimalne vrijednosti.

U ovoj laboratorijskoj vježbi je potrebno prikazati uticaj zone neosjetljivosti senzora na tačnost mjerenja. Zona neosjetljivosti je najmanja konačna vrijednost promjene mjerene veličine potrebna da se prouzrokuje mjerljiva promjena veličine.



**Slika 1.** Prikaz zone neosjetljivosti

a) Statička karakteristika senzora



**Slika 2.** Realna statička karakteristika senzora sa uticajem zone neosjetljivosti na tačnost mjerenja

- $x$  – mjerena veličina senzora ( $\pm 50$  jedinica)
- $y$  – izlazno područje senzora ( $\pm 10$  jedinica)
- zona neosjetljivosti:  $\pm 2$

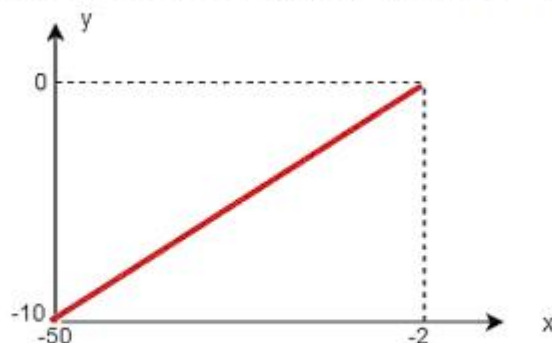
Ukoliko sa  $y_r$  bude označen izlaz iz realnog senzora u stacionarnom stanju, tada je izlaz senzora u funkciji mjerene veličine dat sa funkcijom koja se računa formulom za linearnu statičku karakteristiku:

$$y_r = K \cdot x + a$$

$$K = \frac{y_{max} - y_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

$$a = y_{min} - K \cdot x_{min}$$

1. Posmatranje statičke karakteristike u rasponu  $-50 \leq x \leq -2$ :



*Slika 3. Posmatranje statičke karakteristike u zadanom rasponu*

$$K = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{0 - (-10)}{-2 - (-50)} = \frac{10}{-2 + 50} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

$$a = y_{\min} - K \cdot x_{\min} = -10 - \frac{5}{24} \cdot (-50) = -10 + \frac{5}{24} \cdot 50 = \frac{-120 + 125}{12} = \frac{5}{12}$$

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{5}{24} \cdot x + \frac{5}{12}$$

2. Posmatranje statičke karakteristike u rasponu  $-2 \leq x \leq 2$ :



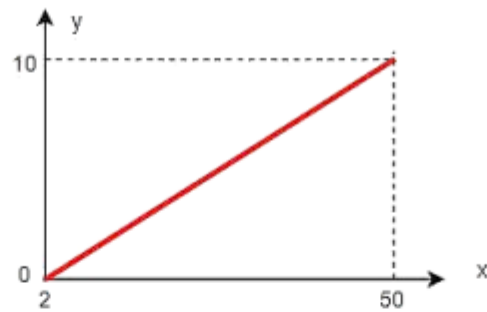
*Slika 4. Posmatranje statičke karakteristike u zadanom rasponu*

$$K = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{0 - 0}{2 - (-2)} = \frac{0}{4} = 0$$

$$a = y_{\min} - K \cdot x_{\min} = 0 - 0 \cdot (-2) = 0$$

$$y_r = K \cdot x + a = 0 \cdot x + 0 = 0$$

3. Posmatranje statičke karakteristike u rasponu  $2 \leq x \leq 50$ :



*Slika 5. Posmatranje statičke karakteristike u zadanom rasponu*

$$K = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{10 - 0}{50 - 2} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

$$a = y_{\min} - K \cdot x_{\min} = 0 - \frac{5}{24} \cdot 2 = -\frac{10}{24} = -\frac{5}{12}$$

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{5}{24} \cdot x - \frac{5}{12}$$

Sumirano, izlaz iz realnog senzora  $y_r$  možemo zapisati u obliku:

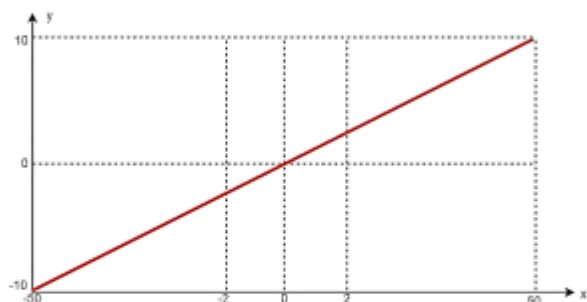
$$y_r = \begin{cases} \frac{5}{24}x + \frac{5}{12}, & -50 \leq x \leq -2 \\ 0, & -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{5}{24}x - \frac{5}{12}, & 2 \leq x \leq 50 \end{cases}$$



b) *Idealna statička karakteristika senzora kada se zanemari uticaj zone neosjetljivosti na tačnost mjerenja*

Idealna statička karakteristika prikazuje linearni rast izlazne veličine iz mjernog pretvarača pri linearnom rastu ulazne veličine u mjerni pretvarač.

- $-50 \leq x \leq 50$ :



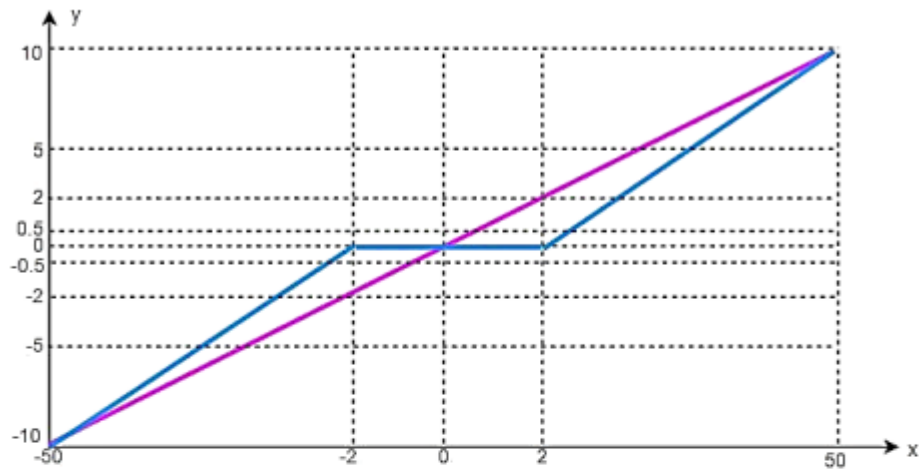
*Slika 6. Linearna statička karakteristika u zadanom rasponu*

$$K = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{10 - (-10)}{50 - (-50)} = \frac{20}{100} = \frac{10}{50}$$

$$a = y_{\min} - K \cdot x_{\min} = -10 - \frac{10}{50} \cdot (-50) = -10 + \frac{10}{50} = -10 + 10 = 0$$

$$y_i = K \cdot x + a = \frac{10}{50} \cdot x + 0 = \frac{10}{50}x$$

c) Greška mjerene veličine za idealni i realni senzor, za vrijednosti izlaza senzora  $\pm 5, \pm 2, \pm 0.5$ .



**Slika 7.** Realna i idealna statička karakteristika sa naznačenim vrijednostima izlaza senzora za računanje greške

- Za realni senzor sa izlazom  $y_r$ :

Prvo se izrazi mjerena veličina  $x$  iz jednačina za izlaz realnog senzora u odgovarajućim rasponima, te se uvrštavaju vrijednosti izlaza senzora.

- Za  $-50 \leq x \leq -2$ :

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{5}{24} \cdot x + \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{24}x + \frac{5}{12} = y_r \quad / \cdot 24$$

$$5x + 10 = 24y_r$$

$$5x = 24y_r - 10$$

$$x = \frac{24}{5}y_r - \frac{10}{5}$$

$$x = 4.8y_r - 2$$

- Za  $2 \leq x \leq 50$ :

$$y_r = K \cdot x + a = \frac{5}{24} \cdot x - \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{24}x - \frac{5}{12} = y_r \quad / \cdot 24$$

$$5x - 10 = 24y_r$$

$$5x = 24y_r + 10$$

$$x = 4.8y_r + 2$$

Sa *Slike 7* uzimamo vrijednosti  $y_r$ :

$$y_r = -5 \rightarrow x = 4.8 \cdot (-5) + 2 = -26$$

$$y_r = -2 \rightarrow x = 4.8 \cdot (-2) + 2 = -11.6$$

$$y_r = -0.5 \rightarrow x = 4.8 \cdot (-0.5) + 2 = -4.5$$

$$y_r = 0.5 \rightarrow x = 4.8 \cdot (0.5) + 2 = 4.4$$

$$y_r = 2 \rightarrow x = 4.8 \cdot (2) + 2 = 11.6$$

$$y_r = 5 \rightarrow x = 4.8 \cdot (5) + 2 = 26$$

- Za idealni senzor sa izlazom  $y_i$ :

Prvo se izrazi mjerena veličina  $x$  iz jednačina za izlaz idealnog senzora u odgovarajućim rasponima, te se uvrštavaju vrijednosti izlaza senzora.

- Za  $-50 \leq x \leq 50$ :

$$y_i = K \cdot x + a = \frac{10}{50} \cdot x + 0 = \frac{10}{50}x$$

$$y_i = \frac{10}{50}x$$

$$10x = 50y_i$$

$$x = \frac{50}{10}y_i$$

$$x = 5y_i$$

Sa *Slike 7* uzimamo vrijednosti  $y_i$ :

$$y_i = -5 \rightarrow x = 5 \cdot (-5) = -25$$

$$y_i = -2 \rightarrow x = 5 \cdot (-2) = -10$$

$$y_i = -0.5 \rightarrow x = 5 \cdot (-0.5) = -2.5$$

$$y_i = 0.5 \rightarrow x = 5 \cdot (0.5) = 2.5$$

$$y_i = 2 \rightarrow x = 5 \cdot (2) = 10$$

$$y_i = 5 \rightarrow x = 5 \cdot (5) = 25$$

Sada se traži greška (razlika između vrijednosti mjerene veličine) koja se označi sa  $e(y)$  :

$$e(y) = |y_r - y_i|$$

$$e(-5) = |-26 - (-25)| = 1$$

$$e(-2) = |-11.6 - (-10)| = 1.6$$

$$e(-0.5) = |-4.4 - (-2.5)| = 1.9$$

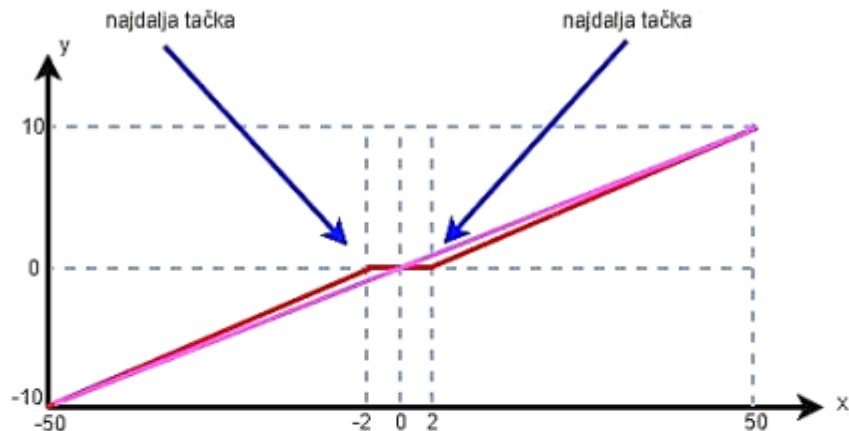
$$e(0.5) = |4.4 - (2.5)| = 1.9$$

$$e(2) = |11.6 - (10)| = 1.6$$

$$e(5) = |26 - (25)| = 1$$

d) Skicirana greška linearizacije za promjenu mjerne veličine u čitavom mjernom području

Najveća greška mjerenja je ona vrijednost na x – osi na realnoj funkciji koja je najdalja od idealne funkcije.



**Slika 8.** Najdalje vrijednosti na x - osi realne funkcije od idealne funkcije

Dakle, posmatramo tačke  $\pm 2$  na x – osi, te računamo vrijednosti uvrštavanjem ovih vrijednosti u izraze za idealnu i realnu funkciju:

$$y_r(\pm 2) = ?$$

$$y_i(\pm 2) = ?$$

Realna funkcija je prikazana formulom:

$$y_r = \begin{cases} \frac{5}{24}x + \frac{5}{12}, & -50 \leq x \leq -2 \\ 0, & -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{5}{24}x - \frac{5}{12}, & 2 \leq x \leq 50 \end{cases}$$

$$y_r(+2) = \frac{5}{24} \cdot 2 - \frac{5}{12} = \frac{10}{24} - \frac{5}{12} = \frac{10 - 10}{24} = \frac{0}{24} = 0$$

$$y_r(-2) = \frac{5}{24} \cdot (-2) + \frac{5}{12} = \frac{-10}{24} + \frac{5}{12} = \frac{-10 + 10}{24} = \frac{0}{24} = 0$$

Idealna funkcija je prikazana formulom:

$$y_t = \frac{10}{50}x$$

$$y_i(+2) = \frac{10}{50} \cdot 2 = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 0.4$$

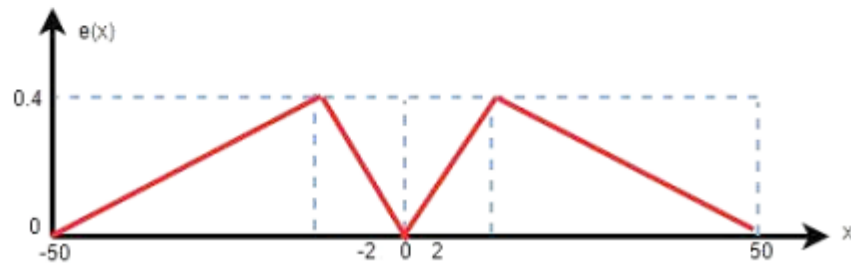
$$y_i(-2) = \frac{10}{50} \cdot (-2) = \frac{-20}{50} = \frac{-2}{5} = -0.4$$

Greška:

$$e(y) = |y_r - y_t|$$

$$e(2) = |0 - (0.4)| = 0.4$$

$$e(-2) = |0 + (0.4)| = 0.4$$

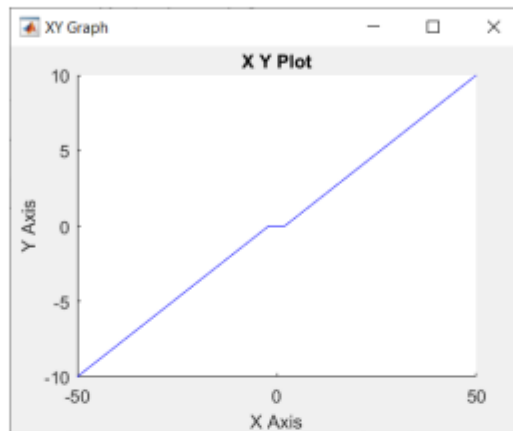


*Slika 9. Skicirana greška linearizacije*

**Rad u laboratoriji (simulink):**

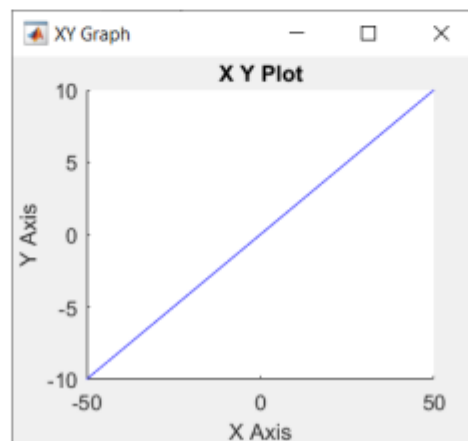
e) *Provjera rezultata u tačkama a) i b) simulacijom crtanja statičkih karakteristika u Simulinku*

**a) Provjera realne statičke karakteristike**



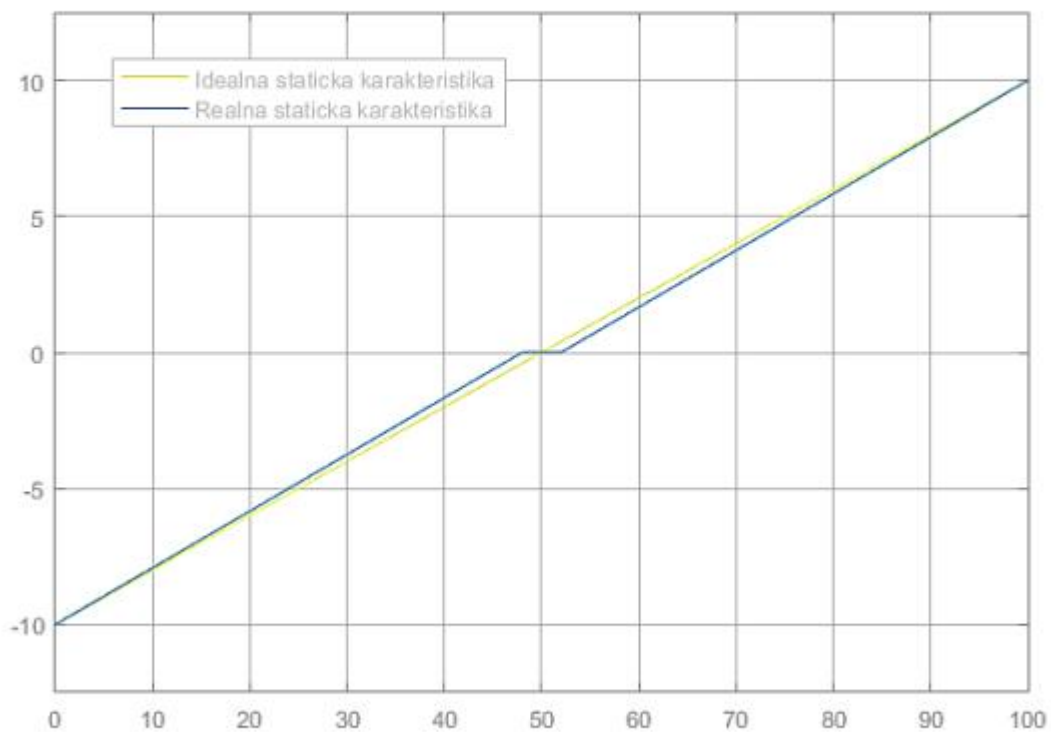
**Slika 10.** *Iscrtana realna statička karakteristika senzora*

**b) Provjera idealne statičke karakteristike**



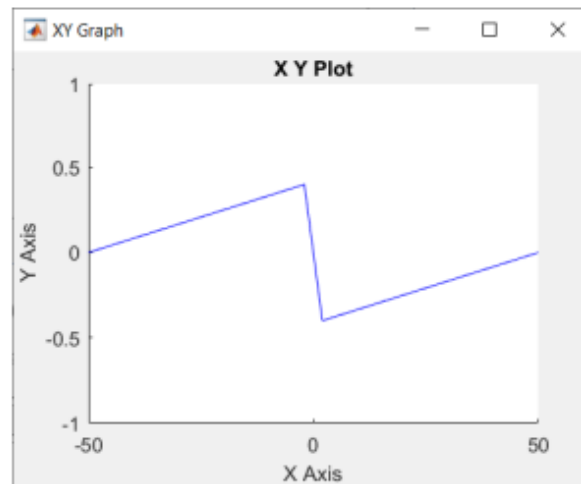
**Slika 11.** *Iscrtana idealna statička karakteristika senzora*

a) , b) Iscrtavanje idealne i realne statičke karakteristike na jednom dijagramu



**Slika 12.** Prikaz idealne i realne statičke karakteristike na jednom dijagramu

f) Simulacija promjene greške u određivanju mjerene veličine sa i bez zonom neosjetljivosti



Slika 13. Iscrtavanje greške linearizacije

g) Analiza i objašnjenje dobijenih rezultata

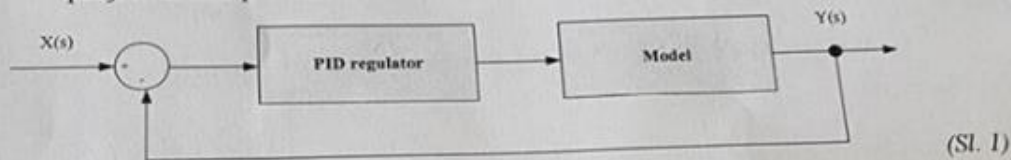
U datoj laboratorijskoj vježbi je bilo potrebno izvršiti sve radnje koje se tiču zone neosjetljivosti. Zona neosjetljivosti se prostire za neko mjereno područje  $x$ , pri kojem je  $y=0$ . Prije rada u programskom paketu *Matlab/Simulink* bilo je potrebno predstaviti matematički model. Kada se skicira realna statička karakteristika, na vrlo jednostavan način se odredi funkcija za statičku karakteristiku, koja je potrebna za daljnje proračune. Nakon što se skicirala realna statička karakteristika, bilo je potrebno skicirati i idealnu statičku karakteristiku senzora. Idealnu statičku karakteristiku je veoma jednostavno skicirati, jer ona samo predstavlja količnik  $\text{maxizlaz}/\text{maxulaz}$  (nema odsječaka na  $y$  osi). Nakon toga se određuje greška, koja zapravo predstavlja razliku realne vrijednosti i idealne vrijednosti.

MATLAB fajlovi se nalaze u folderu: Matlab\_zona\_neosjetljivosti

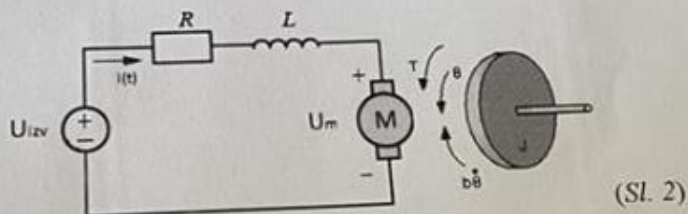


**ZADATAK 1 (Vježbe)****(30 bodova)**

Izvršiti modelovanje sistema prikazanog na Sl. 1, za Model sistema prikazan na Sl. 2, ukoliko se upravljanje vrši PID regulatorom. Parametre PID regulatora odrediti na osnovu funkcije Modela koristeći Ziegler-Nichols metodu za upravljanje u zatvorenoj petlji sa nultim početnim uslovima.



Na Sl. 2 prikazan je Model kojim se modeluje objekat upravljanja.



Potrebno je:

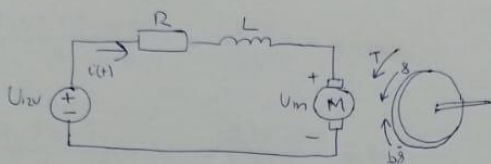
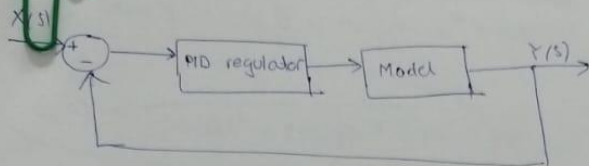
- Koristeći Laplasovu transformaciju analitički odrediti model sistema, te isti predstaviti u Matlabu (*m-file* i *Simulink*)
- koristeći *Simscape* alat programskom paketa *Matlab* prikazati upravljanje H-mostom koristeći „Controlled PWM Voltage“ i „H-Bridge“ blokove za upravljanje motorom. Ako se pretpostavi da DC motor daje 15 W mehaničke snage pri 3000 obrtaja u minuti, a brzina bez opterećenja iznosi 4000 obrtaja u minuti kada je priključen na napon od 12 V. Procijeniti potrebnu snagu izvora napajanja, da bi se pri navedenom naponu, od 12 V, ostvarilo 4000 obrtaja u minuti.

Poznato je:  $R=3 \text{ [k}\Omega\text{]}$ ,  $L=2 \text{ [H]}$ ,  $K_t=0.025 \text{ [Nm/A]}$ ,  $K_m=0.12 \text{ [V/rad/s]}$ ,  $I_L=0.07 \text{ [kgm}^2\text{]}$ .

Slučajeve pod a) i b) je potrebno predstaviti koristeći subplot(2,1,x).

... predati rad se neće razmatratil

17.05.2024



$R = 3 \text{ [}\Omega\text{]}, L = 2 \text{ [H]}, K_t = 0.025 \text{ [Nm/A]}, K_m = 0.12 \text{ [Vs/rad]},$   
 $J_L = 0.07 \text{ [kgm}^2\text{]}$

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)}$$

1.  $U_w = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + U_m \quad \xrightarrow{K_b \cdot \omega(t)}$

$U_w(s) = R \cdot I(s) + L \cdot s \cdot I(s) + K_b \cdot \omega(s)$

2.  $\frac{d\omega(t)}{dt} \cdot J_L = K_t \cdot i(t)$

$s \cdot \omega(s) \cdot J_L = K_t \cdot I(s)$

$$I(s) = \frac{J_L}{K_t} \cdot s \cdot \omega(s)$$

$U_w(s) = I(s) [R + L \cdot s] + K_b \cdot \omega(s)$

$U_w(s) = \frac{J_L}{K_t} \cdot s \cdot \omega(s) (R + L \cdot s) + K_b \cdot \omega(s)$

$U_w(s) = \omega(s) \left[ \frac{J_L}{K_t} \cdot s (R + L \cdot s) + K_b \right]$

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_w(s)} = \frac{1}{0.052s^2 + 11.136 \cdot s + 0.22}$$

$$\frac{W(s)}{U_{ref}(s)} = \frac{1}{\frac{I \cdot R}{K_t} \cdot s + \frac{I \cdot L}{K_t} \cdot s^2 + K_b}$$

$$G(s) = \frac{1}{5,6s^2 + 8400s + 9,12} \Leftarrow$$

$$\frac{0,07 \cdot 2000}{0,025} = \frac{210}{0,025} = 8400$$

$$\frac{0,07 \cdot 2}{0,025} = \frac{0,14}{0,025} = 5,6$$

$$G(s) = \frac{K}{5,6s^2 + 8400s + 9,12} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K}{5,6s^2 + 8400s + 9,12}}$$

$$G(s) = \frac{K}{5,6s^2 + 8400s + 9,12 + K} \Leftarrow$$

$$f(s) = 5,6s^2 + 8400s + 9,12 + K$$

$s^2$	5,6	$9,12 + K$
$s^1$	8400	0
$s^0$	$9,12 + K$	

$$9,12 + K > 0$$

$$K > -9,12$$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PID	$0,6 \cdot K_u$	$0,8 T_u$	$0,2 T_{kr}$

$$K_p = K_m$$

$$K_i = 0,6 K_m$$

$$K_d \rightarrow \text{nauyastiti}$$

	$K_p$	$K_i$	$K_d$
PID	$0,6 \cdot K_u$	$2 \cdot \frac{K_u}{T_u}$	$0,5 \cdot \frac{K_p T_u}{2}$

$$(2,775)$$

