Para usar el método de cofactores (o expansión de Laplace), es necesario seleccionar una fila o columna cualquiera de una matriz cuadrada A de orden n para la cual se aplicará la siguiente fórmula

$$det(A_{nxn}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{i,j} m_{i,j} \tag{1}$$

donde $a_{i,j}$ es el elemento en la fila i y columna j de la matriz A y $m_{i,j}$ es el determinante de la menor obtenida al eliminar la fila i y columna j de A. Este es el caso al seleccionar una fila determinada i, pero si en su lugar se quisiera usar una columna j, basta con hacer la sumatoria desde $i = 1$ hasta n.

Para utilizar la regla de Sarrus (en el caso de una matriz de orden 3) es requerido copiar las primeras dos columnas de la matriz (de izquierda a derecha) en el lado derecho de la misma. Posteriormente se sumará el producto de los elementos de cada diagonal descendente de "longitud tres" y se restará dicho producto pero de las diagonales ascendentes, de esta manera:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right) &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{aligned} \tag{2}$$

Para el caso de una matriz de orden 4, podemos intentar copiando las primeras tres columnas de la matriz y seguir la misma regla de la suma y resta de diagonales

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{cccc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{array}\right) &= a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} + a_{12}a_{23}a_{34}a_{41} \\ &+ a_{13}a_{24}a_{31}a_{42} + a_{14}a_{21}a_{32}a_{43} \\ &- a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} - a_{11}a_{24}a_{33}a_{42} \\ &- a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} - a_{13}a_{22}a_{31}a_{44} \end{aligned} \tag{3}$$

Ahora, comprobaremos usando el método de cofactores

$$
\begin{aligned}
\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \\
&+ a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{14} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} \\
&= a_{11} \left(a_{22} \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \right) - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \\
&+ a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{14} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}
\end{aligned} \tag{4}
$$

Podemos observar que estos no son iguales, por lo que la regla de Sarrus no siempre es válida para determinantes de orden distinto a 3, aunque podemos pensar en algún caso especial; supongamos que a = ..., etc., entonces:

En resumen, el método de cofactores es aplicable para obtener el determinante de cualquier matriz cuadrada, a diferencia de la regla de Sarrus que en realidad sólo es un caso especial de la regla de Leibniz y no siempre es válida para matrices de orden distinto a tres.

Respondiendo a las preguntas del laboratorio: 1. No es posible aplicar el método de la lluvia para cualquier matriz 4x4, aunque puede ser aplicable si satisface que:

2. No es posible ya que