Universitat Autònoma de Barcelona, Departament de Física

Inciació a la física experimental

Alfredo Hernández Cavieres

2012-2013

Índex

1 Metrologia

En formen part:

- Magnituds físiques: atribut d'un fenomen, cos o substància que pot ser distingit qualitativament i determinat quantitativament.
- Els seus valors numèrics: grandària d'una magnitud particular que generalment s'expressa com un número multiplicat per una unitat de mesura.
- Unitats.
- Patrons: la comparació amb una unitat patró arbitrària permet expressar una mesura amb un cert valor numèric.
- Mètodes de mesura.
- Avaluació d'incerteses.

Expressió d'unitats

a) $(x \pm y)$ unitats *(+ direcció i sentit)* $\equiv$ valor numèric $\pm$ incertesa (valor absolut).

b) x unitats $\pm y$ *(+ direcció i sentit)* $\equiv$ valor numèric $\pm$ incertesa (valor relatiu).

1.1 Definicions de la GUM

GUM Guide to Uncertainty Measurement.

Valor veritable Valor real d'una magnitud al qual només podem aproximar-nos-hi. Es dóna com a *resultat de mesura* la millor estimació/aproximació al valor veritable.

Errors

- Sistemàtics: errors de procediment (e.g., una cinta mètrica mal calibrada). Són errors evitables.
- Aleatoris: errors sense font coneguda (e.g., dilatació d'una cinta mètrica). Són errors inevitables.

Exactitud i precisió

- Exactitud: error petit d'una mesura respecte el valor veritable.
- Precisió: quan les mesures no difereixen gaire entre si, donant lloc a una incertesa petita.

A una mesura precisa se li pot fer una correcció, fent-la, alhora, exacta.$\Rightarrow$ precisió $\ll$ exactitud.

XIFRES SIGNIFICATIVES I NIVELL DE SIGNIFICACIÓ

- Les xifres significatives d'una mesura són aquelles (diferents dels zeros a l'esquerra) de les que estem totalment segurs que no variaran en repetir la mesura.
- El nivell de significació ve donat per la posició de la darrera xifra significativa.

INCERTESA ESTÀNDARD Incertesa del resultat d'una mesura expressat com una desviació estàndard. Dóna una indicació de la probabilitat que el resultat d'un mesura contingui el conjunt dels valors de les mostres experimentals.

- Mai podrà ser del 100%, a causa dels errors aleatoris.
- Si no se n'especifica cap, és del 68,27%.

AVALUACIÓ D'INCERTESES

- Tipus A: mètode d'avaluació de la incertesa a partir de l'anàlisi estadística d'una sèrie d'observacions.
- Tipus B: qualsevol altre mètode. (e.g., basar l'incertesa d'una mesura en l'incertesa instrumental especificada pel fabricant).

INCERTESA ESTÀNDARD COMBINADA Combinació d'incerteses d'una magnitud mesurada indirectament (e.g., propagació d'incerteses per a L i T quan es mesura una velocitat lineal).

INCERTESA EXPANDIDA Incertesa diferent ($>$) de l'estàndard, definida per un factor de cobriment k que normalment oscil·la entre 2 i 3.

1.2 MAGNITUDS

MAGNITUDS FONAMENTALS Magnituds independents entre elles que permeten constriur totes les magnituds físiques. Al Sistema Internacional en són 7:

- Longitud (L), s'expressa en metres (m).
- Massa (M), s'expressa en quilograms (kg).
- Temps (T), s'expressa en segons (s).
- Intensitat de corrent elèctric (I), s'expressa en ampères (A).
- Temperatura termodinàmica (Θ), s'expressa en kelvins (K).
- Intensitat lumínica (J), s'expressa en candeles (cd).
- Quantitat de substància (N), s'expressa en mols (mol).

MAGNITUDS DERIVADES Són les magnituds construïdes a partir d'una combinació de magnituds fonamentals.

1.3 Anàlisi dimensional

El resultat d'una mesura expressa el valor d'una magnitud física G com el producte d'un valor numèric $\{G\}$ per una unitat $[G]$. El valor d'una magnitud física és sempre el mateix: $\{G\}[G] = \{G'\}[G']$ (e.g., 1500 mm = 58,59").

Qualsevol magnitud física pot expressar-se en funció de les dimensions de les unitats fonamentals. $\boxed{[G] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta} \Theta^{\varepsilon} J^{\zeta} N^{\eta}}$.

L'anàlisi dimensional permet, doncs:

- Trobar l'equació dimensional d'una magnitud.
- Verificar la coherència d'una llei física.
- Trobar l'equació de la relació de proporcionalitat ($\propto$) d'una llei física desconeguda.

2 Càlcul d'incerteses

2.1 Incertesa d'un conjunt de mostres

Millor estimació del valor real d'una magnitud física

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}} \tag{2.1}$$

On $x_i \equiv$valors de les mesures i $n \equiv$nre. total de mesures. Associem $\bar{x}$ amb el valor de la magnitud $\approx$ valor real.

Variança σ^2 i desviació estàndard σ d'una mostra

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}; \qquad \boxed{\sigma = \sqrt{\sigma^2}} \tag{2.2}$$

Variança s^2 i desviació estàndard s de la mitjana

$$\boxed{s^2 = \frac{\sigma^2}{n}}; \qquad \boxed{s = \sqrt{s^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \tag{2.3}$$

Incertesa total u_T

$$\boxed{u_T = \sqrt{u_T^2}}; \qquad \boxed{u_T^2 = u_e^2 + u_i^2} \tag{2.4}$$

On $u_e \equiv$ incertesa d'origen estadístic ($= s$) i $u_i \equiv$ incertesa instrumental (valor més petit de les divisions de l'aparell de mesura.

La ISO recomana utilitzar dues xifres significatives per a les incerteses$\Rightarrow$ el valor es talla tal que tingui el mateix nivell de significació que la incertesa (e.g., $\bar{x} = 9,28823\ mm$ i $u_T = 0,01825\ mm \Rightarrow$ el valor serà $(9,288 \pm 0,018)\ mm$.

2.2 Incertesa combinada

Sigui $y = f(x_1, \cdots, x_n)$. L'incertesa combinada u_c de y es calcula de la forma següent:

$$\boxed{u_c^2\,(y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u_{x_i}^2} \tag{2.5}$$

2.3 Incertesa expandida

$$\boxed{U = k \cdot u_y} \tag{2.6}$$

on, k és el factor de cobriment.

3 Regressió lineal

3.1 Introducció

Linealització d'una funció

Sigui $f : X \to Y$, es pot esbrinar f? En general, tota relació funcional es pot linealitzar:

- Coulomb: $F = f(d) \Rightarrow F = f(\frac{1}{d^2})$ (parabòlica $\to$ lineal).
- Radioactivitat: $A = A_0 \exp[-\lambda t] \Rightarrow \ln A = -\lambda t \ln A_0$ (exponencial $\to$ lineal).

Mètode de linealització

Principi de màxima probabilitat $\Rightarrow$ mètode dels mínims quadrants $\Rightarrow$ regressió lineal.

3.2 Principi de màxima probabilitat

3.3 Mètode dels mínims quadrants

3.4 Coeficient de regressió

4 Distribució

4.1 Conceptes previs

- Sèrie de mesures: $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_{n-1}, x_n$.
- Residus: $d_i = x_i - \bar{x}$.
- Desviacions: $\varepsilon_i = x_i - x_{real}$.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}; \quad f_i = \frac{\# x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i \tag{4.1}$$

4.2 Distribució binomial

Experiment: $\begin{cases} A & \text{èxit} \rightarrow p \equiv P(A) \\ B & \text{fracàs} \rightarrow q \equiv P(B) \end{cases}$. L'experiment es pot repetir $\Rightarrow$ intents.

#èxits si intentem n vegades l'experiment = probabilitat de tenir k èxits si fem n intents $\equiv P(k)$.

$$P(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \Rightarrow \sum_{k=0}^{n} P(k) = 1 \tag{4.2}$$

$$\bar{k} = \sum_{k=0}^{n} P(k) k = pn \tag{4.3}$$

$$\sigma^2 = pn(1-p) \tag{4.4}$$

Exemple: tirar un da 10 vegades i treure $x \geq 3$.

$$\begin{aligned} k &\rightarrow P(k) \\ 0 &\rightarrow 0,0002 \\ 1 &\rightarrow 0,0034 \\ 2 &\rightarrow 0,0031 \\ 3 &\rightarrow 0,0163 \\ 4 &\rightarrow 0,0569 \\ 5 &\rightarrow 0,1366 \\ 6 &\rightarrow 0,2276 \\ 7 &\rightarrow 0,2601 \\ 8 &\rightarrow 0,1951 \\ 9 &\rightarrow 0,0867 \\ 10 &\rightarrow 0,0173 \end{aligned}$$

La màxima $P(k)$ és quan $k = 7$; $\quad \bar{k} = \frac{2}{3} \cdot 10 = 6,\bar{6}$.

4.3 Distribució de Poisson

Es realitza el mateix experiment, però $\begin{cases} n \to \infty \\ p \to 0 \end{cases}$ i $pn = \text{finit}$.

$$P(k) = \frac{(pn)^k \exp[-pn]}{k!} = \frac{\bar{k}^k \exp\left[-\bar{k}\right]}{k!} \tag{4.5}$$

$$\bar{k} = pn \tag{4.6}$$

$$\sigma^2 = \bar{k}(1-p) = \bar{k} \tag{4.7}$$

Exemple: detectar 1 àtom radioactiu entre 10^{molt} àtoms.

Si fem 10 mesures durant 10 minuts i obtenim el registre de 250 desintegracions $\equiv \bar{k} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\bar{k}} = 5$.

4.4 Distribució de Gauss

S'utilitza quan en comptes de fer servir variables discretes ($\mathbb{N}$) es fan servir variables contínues ($\mathbb{R}$) $\Rightarrow k \to x$. Tanmateix $p \to 0$.

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{x}}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\bar{x}}\right] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] \tag{4.8}$$

$$\bar{x} = pn \tag{4.9}$$

$$\sigma^2 = \bar{x} \tag{4.10}$$

Figura 4.1: Gràfic d'una distribució de Gauss