1 Formulari mecànica clàssica

1.1 Tensor d'inèrcia

$$\overleftrightarrow{\mathcal{I}} = \int \mathrm{d}m \begin{pmatrix} \hat{x}^2 & -xy & -xz \\ -yx & \hat{y}^2 & -yz \\ -zx & -zy & \hat{z}^2 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

on $\hat{x}^2 \equiv y^2 + z^2$, $\hat{y}^2 \equiv x^2 + z^2$, i $\hat{z}^2 \equiv x^2 + y^2$.

$$T = T_{tras} + T_{rot} \quad (1.2)$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2}\left[\vec{\omega}^t \cdot \overleftrightarrow{\mathcal{I}} \cdot \vec{\omega}\right] \quad (1.3)$$

$$\vec{L} = \vec{L}_{cm} + \vec{L}_{rot} \quad (1.4)$$

$$\vec{L}_{rot} = \overleftrightarrow{\mathcal{I}} \times \vec{\omega} \mid \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (1.5)$$

1.2 Angles d'Euler (rotacions)

Rotació: $\overleftrightarrow{\mathcal{O}} \cdot \vec{x}$.

$$\text{Eix } z_f\text{: } \overleftrightarrow{\mathcal{O}}_\varphi = \begin{pmatrix} \mathrm{c}\,\varphi & \mathrm{s}\,\varphi & 0 \\ -\mathrm{s}\,\varphi & \mathrm{c}\,\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$\text{Eix } x_{girat}\text{: } \overleftrightarrow{\mathcal{O}}_\theta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{c}\,\theta & \mathrm{s}\,\theta \\ 0 & -\mathrm{s}\,\theta & \mathrm{c}\,\theta \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

$$\text{Eix } z_m\text{: } \overleftrightarrow{\mathcal{O}}_\psi = \begin{pmatrix} \mathrm{c}\,\psi & \mathrm{s}\,\psi & 0 \\ -\mathrm{s}\,\psi & \mathrm{c}\,\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1\dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\omega_2\omega_3 \\ I_2\dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3)\omega_3\omega_1 \\ I_3\dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\omega_1\omega_2 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

$$\text{Precessió: } \vec{N} = \vec{\Omega} \times \vec{L} \quad (1.10)$$

1.3 Sistemes de referència mòbils

$$\begin{aligned} m\ddot{\vec{r}}' = m\vec{a}_f \overbrace{-m\ddot{\vec{R}}_f - m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}'}^{\text{arrossegament}} \\ \underbrace{-2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}'}_{\text{coriol·lis}} \underbrace{-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')}_{\text{centrífuga}} \end{aligned} \quad (1.11)$$

$m\vec{a}_f$ és la força al SR inercial, mentre que $m\ddot{\vec{r}}'$ és la forç aparent al SR mòbil.

$$\begin{aligned} &\vec{\omega}_T \mapsto \text{SRm (per coriolis):} \\ &\quad \vec{\omega} = \omega\,(-\,\mathrm{c}\,\lambda, 0, \mathrm{s}\,\lambda)\ (\text{nord}) \\ &\quad \vec{\omega} = \omega\,(-\,\mathrm{c}\,\lambda, 0, -\,\mathrm{s}\,\lambda)\ (\text{sud}) \end{aligned} \quad (1.12)$$

1.4 Foucault

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{c}\,\omega_z t & \mathrm{s}\,\omega_z t \\ -\,\mathrm{s}\,\omega_z t & \mathrm{c}\,\omega_z t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_z} = \frac{2\pi}{\omega\,\mathrm{s}\,\lambda} \quad (1.14)$$

on ω_z és la component z de ω al SRm i λ és la latitud.

1.5 Punt de percussió

$$p_p = \frac{I}{mR} \quad (1.15)$$

on R és la distància del centre de masses a l'extrem.