

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA, DEPARTAMENT DE FÍSICA

---

# ONES I ÒPTICA

---

Alfredo Hernández Cavieres

2012-2013





Aquesta obra està subjecta a una llicència de  
Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 4.0  
Internacional de Creative Commons.



## ÍNDEX

<b>Ones</b>	<b>6</b>
<b>1 Oscil·lacions</b>	<b>8</b>
1.1 Moviment oscil·latori harmònic simple . . . . .	8
1.2 Energia d'un oscil·lador . . . . .	8
1.3 Pèndol simple . . . . .	9
1.4 Pèndol físic . . . . .	9
1.5 Pèndol de torsió . . . . .	9
1.6 Oscil·lacions amortides . . . . .	10
1.7 Oscil·lacions forçades . . . . .	11
<b>2 Ones</b>	<b>12</b>
2.1 Característiques . . . . .	12
2.2 Equació d'ona . . . . .	13
2.3 Ones viatgeres . . . . .	13
2.4 Ones harmòniques . . . . .	13
2.5 Principi de superposició lineal . . . . .	15
2.6 Interferències . . . . .	15
2.7 Intensitat . . . . .	16
2.8 Efecte Doppler . . . . .	17
2.9 Propagació del so . . . . .	18
<b>Òptica</b>	<b>20</b>
<b>3 La llum</b>	<b>22</b>
3.1 Propietats de la llum . . . . .	22
3.2 Propagació de la llum . . . . .	24
3.3 Reflexió i refracció . . . . .	26
3.4 Dispersió . . . . .	27
3.5 Polarització de la llum . . . . .	29

---

<b>4</b>	<b>Òptica geomètrica</b>	<b>30</b>
4.1	Miralls plans . . . . .	30
4.2	Miralls esfèrics . . . . .	31
4.3	Lents . . . . .	33
4.4	Lents primes . . . . .	34
4.5	Aberracions . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Instruments òptics</b>	<b>38</b>
5.1	Ull humà . . . . .	38
5.2	Magnificador simple . . . . .	40
5.3	Microscopi compost . . . . .	41
5.4	Telescopi . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Interferència i difracció</b>	<b>44</b>
6.1	Diferència de fase i coherència . . . . .	44
6.2	Interferència en làmines primes . . . . .	44
6.3	Divisió d'amplitud . . . . .	46
6.4	Divisió de fronts d'ona . . . . .	46
6.5	Difracció . . . . .	48
6.6	Ús de fasors per sumar ones harmòniques . . . . .	50
6.7	Difracció de Fraunhofer i Fresnel . . . . .	50

ONES





# 1 OSCIL·LACIONS

## 1.1 MOVIMENT OSCIL·LATORI HARMÒNIC SIMPLE

EQUACIÓ DEL MOVIMENT

$$\boxed{\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{k}{m}x} \quad (1.1)$$

CORRELACIÓ AMB MCU

## 1.2 ENERGIA D'UN OSCIL·LADOR

ENERGIA POTENCIAL ( $U$ )

$$\boxed{U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)} \quad (1.2)$$

ENERGIA CINÈTICA ( $K$ )

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)} \quad (1.3)$$

ENERGIA MECÀNICA TOTAL ( $E$ )

$$\boxed{E = U + K = \frac{1}{2}kA^2} \quad (1.4)$$

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 1.1: Pou de potencial. La partícula està confinada en  $x \in [-A, +A]$

### 1.3 PÈNDOL SIMPLE

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 1.2: Pèndol simple

EQUACIÓ DEL MOVIMENT

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{g}{L} \sin \phi} \quad (1.5)$$

### 1.4 PÈNDOL FÍSIC

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 1.3: Pèndol físic

EQUACIÓ DEL MOVIMENT

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{MgL}{I} \sin \phi} \quad (1.6)$$

### 1.5 PÈNDOL DE TORSIÓ

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 1.4: Pèndol de torsió

## EQUACIÓ DEL MOVIMENT

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{k\phi}{I}} \quad (1.7)$$

## 1.6 OSCIL·LACIONS AMORTIDES

## EQUACIÓ DEL MOVIMENT

$$\boxed{\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{m} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{k}{m} x = 0} \quad (1.8)$$

## SUBAMORTIMENT

## AMORTIMENT CRÍTIC I SOBREAMORTIMENT

## WIP: GRAFIC BONIC

Figura 1.5: Posició ( $x$ ) d'un oscil·lador en amortiment crític ( $\beta \ll \omega_0$ ) i sobreamortiment ( $\beta \gg \omega_0$ ). Per a l'amortiment crític,  $t$  per a l'equilibri és el mínim possible

## ENERGIA

$$\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A_0^2 e^{-2\beta t}} \quad (1.9)$$

## WIP: GRAFIC BONIC

Figura 1.6: Amortiment de l'energia d'un oscil·lador. Notem que podem definir un temps d'amortiment de l'energia  $\tau'_0 = \frac{m}{\gamma}$ , tal que l'energia sigui  $E(\tau'_0) = E_{max}/e$ .

## 1.7 OSCIL·LACIONS FORÇADES

EQUACIÓ DEL MOVIMENT

$$\boxed{m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial x}{\partial t} + m\omega_0^2 x = F_0 \cos(\omega t)} \quad (1.10)$$

## 2 ONES

- Moviment ondulatori: transporta  $\begin{cases} E \text{ (energia)} \\ \vec{P} \text{ (moment lineal)} \\ \vec{L} \text{ (moment angular)} \end{cases}$
- Tipus:
  - Mecàniques: requereixen medi.
  - Electromagnètiques: no requereixen medi.

### 2.1 CARACTERÍSTIQUES

- Focus emissor: origen de la pertorbació. Aporta energia.
- Material: les forces intermoleculars són les responsables de la propagació de l'ona:  $v_p \propto F_{\text{int}}$ ; en ones electromagnètiques,  $v_p = c$ .
- Tipus d'ones:
  - Transversals: la pertorbació és perpendicular a  $v_p$ .
  - Longitudinals: la pertorbació és paral·lela a  $v_p$ .
- Front d'ona:
  - Ona esfèrica:
  - Ona plana:
- Magnituds:
  - Velocitat de propagació: no depèn del focus i és  $\perp$  als fronts d'ona.  $\boxed{v_p = \frac{\partial x}{\partial t}}$ ,  $\boxed{v = \lambda \nu}$ .
  - Freqüència:  $\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$ .
  - Freqüència angular:  $\boxed{\omega = 2\pi \nu}$ .
  - Nombre d'ones:  $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$ .

## 2.2 EQUACIÓ D'ONA

La velocitat de propagació d'una ona en una corda oscil·lant és:

$$v_p = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2.1)$$

on  $T \equiv$  tensió de la corda i  $\mu \equiv$  densitat lineal de la corda.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v_p^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.2)$$

## 2.3 ONES VIATGERES

Compleixen l'equació d'ones aquelles ones tal que:

$$f(x, t) = f(x \mp vt) \quad (2.3)$$

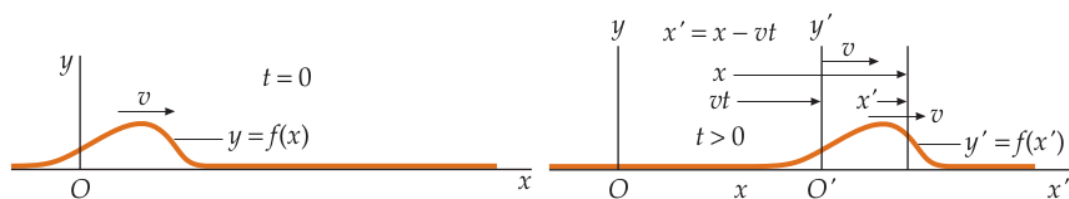


Figura 2.1: Pols de corda en moviment. Es compleix que  $x' = x - vt$

## 2.4 ONES HARMÒNIQUES

$$\psi(x, t) = \psi_0 \sin(x \mp vt) \quad (2.4)$$

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (2.5)$$

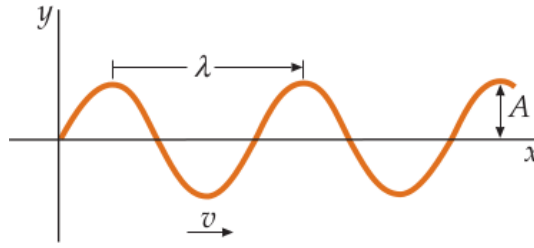


Figura 2.2: Representació gràfica d'una ona harmònica en funció de  $x$ .  
Es compleix que  $\lambda = vT$

### ENERGIA (EN UNA CORDA)

$$\boxed{\Delta E = \frac{1}{2}k_m A^2} \quad \text{on } k_m = m\omega^2 \quad (2.6)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\mu v \Delta t \omega^2 A^2 \Rightarrow \boxed{P_m = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2} \quad (2.7)$$

### DIFERÈNCIA DE FASE

Sigui  $\psi(x, t) = \psi_0 \sin(\omega t \pm kx \varphi_0)$ . Llavors definim la diferència de fase com:

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1} \quad (2.8)$$

- Per a temps  $t$  fix:  $\boxed{\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x}$ .
- Per a posició  $x$  fixa:  $\boxed{\Delta\varphi = \omega\Delta t = 2\pi\nu\Delta t}$ .

Quan tenim dues ones harmòniques,  $\forall m \in \mathbb{N}$ , les dues ones estaran:

- En fase:  $\boxed{\Delta\varphi = 0 \pm 2\pi m}$ .
- En contrafase:  $\boxed{\Delta\varphi = (2m \pm 1)\pi}$ .
- En quadratura:  $\boxed{\Delta\varphi = (\frac{1}{2} + m)\pi}$ .

## 2.5 PRINCIPI DE SUPERPOSICIÓ LINEAL

## 2.6 INTERFERÈNCIES

ONES ESTACIONÀRIES

ONES HARMÒNIQUES

POLSACIÓ D'ONES

PATRONS D'INTERFERÈNCIA

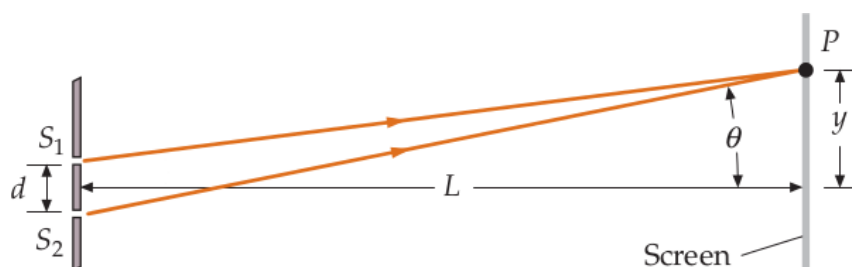


Figura 2.3: Diagrama de patró d'interferències de doble escletxa a una paret. Les distàncies entre elles són  $y_n$ , on  $n$  és l'ordre d'interferència

$$y_n = \frac{x\lambda}{d}n \quad (2.9)$$

DIFERENTS EIXOS DE VIBRACIÓ

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 2.4: Figures de Lisajous, la resultant de la superposició és una ona polaritzada



## DIFRACCIÓ

## WIP: GRAFIC BONIC

Figura 2.5: Difracció d'una ona en una escletxa

## 2.7 INTENSITAT

$$\boxed{I = \frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t}} \quad [\text{W m}^{-2}] \quad (2.10)$$

## MESURA DE LA INTENSITAT

El rang de  $I$  audibles pels humans és  $\begin{cases} I_{max} = 1 \text{ W m}^{-2} \\ I_{min} = 10 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2} \equiv I_0 \end{cases}$

Així doncs, definim el nivell d'intensitat com:

$$\boxed{\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)} \quad [\text{dB}] \quad (2.11)$$

## ATENUACIÓ PER PROPAGACIÓ

- Circulars:  $\boxed{I(r) = \frac{I_0}{2\pi r}}$ .
- Esfèriques:  $\boxed{I(r) = \frac{I_0}{4\pi r^2}}$ .

## INTENSITAT EN DUES DIMENSIONS

$$\boxed{I = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 \frac{A^2}{\Delta S}} \quad (2.12)$$

## INTENSITAT EN TRES DIMENSIONS

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 s_0^2 v; \quad s_0 = \frac{p_0}{\rho \omega v} \Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{2} \frac{p_0^2}{\rho v}} \quad (2.13)$$

## 2.8 EFECTE DOPPLER

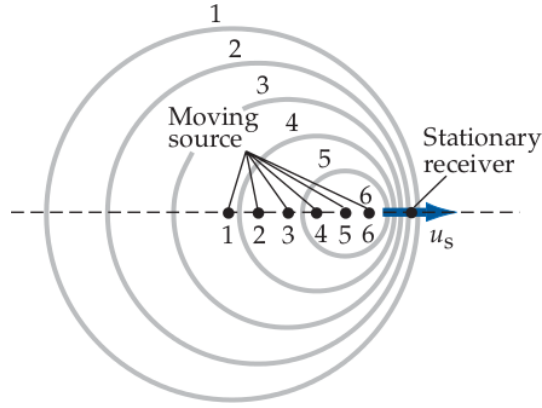


Figura 2.6: Diagrama de l'efecte Doppler per a un emissor  $E$  i un receptor  $R$  amb una velocitat relativa entre l'un respecte l'altre

$$\boxed{\nu_r = \frac{v_p \pm u_r}{v_p \mp u_e} \nu_e} \quad (2.14)$$

## CRITERI DE SIGNES

- $\frac{+}{-}$ : aproximació E-R  $\Rightarrow \nu_r > \nu_e$ .
- $\frac{-}{+}$ : allunyament E-R  $\Rightarrow \nu_r < \nu_e$ .

Observació: el medi trenca la simetria:  $E \rightarrow R \neq R \rightarrow E$ .

## ONES DE XOC

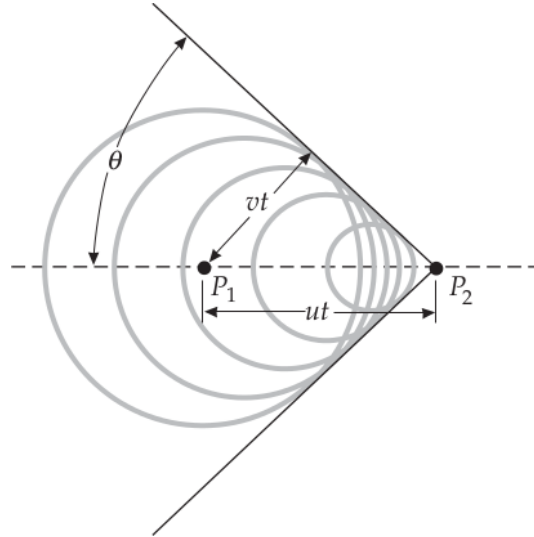


Figura 2.7: Situació en què es produeixen ones de xoc

$$\sin \theta = \frac{v}{u} = (\text{Nre. Mach})^{-1} \quad (2.15)$$

## EFECTE DOPPLER RELATIVISTA

$$\nu_r = \nu_e \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}} \quad \text{on } \beta = \frac{v_{rel}}{c} \quad (2.16)$$

Té el mateix criteri de signes.

## 2.9 PROPAGACIÓ DEL SO

- Líquids i sòlids:  $v_{so} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ .

- Gasos:  $v_{\text{so}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ .

ÒPTICA



## 3 LA LLUM

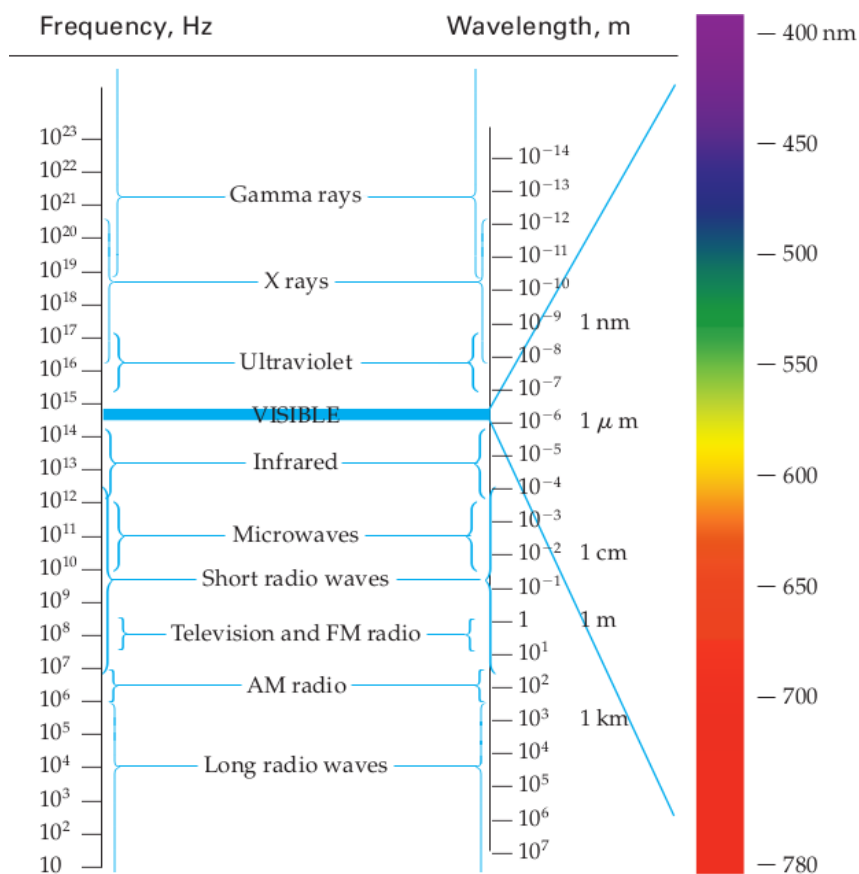
### 3.1 PROPIETATS DE LA LLUM

#### VELOCITAT DE LA LLUM

Els primers científics en intentar mesurar la velocitat de la llum han estat: Galileo Galilei (1638), Hippolyte Fizeau (1849), Michel Foucault (1850) i Albert Michelson (1880).

$$\boxed{c \equiv 299\,792\,458\,\text{m s}^{-1}} \text{ (exactament)}. \quad (3.1)$$

## ESPECTRE ELECTROMAGNÈTIC

Figura 3.1: Espectre electromagnètic segons  $\nu$  i  $\lambda$ .

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 3.2: Intensitat segons la font de llum



## DUALITAT ONA-CORPUSCLE

Els fotons de llum estan quantitzats, de manera que  $E$  només pot agafar valors que siguin múltiples enters de:

$$E = h\nu = h\frac{v}{\lambda} \quad (3.2)$$

on  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV s}$ .

## INTERACCIÓ LLUM-MATÈRIA



Figura 3.3: Processos d'absorció, emissió espontània i emissió estimulada, respectivament

- Absorció de llum
- Emissió de llum

Espontània

Fluorescència:  $\tau \sim 10 \times 10^{-8} \text{ s}$ .

Fosforescència:  $\tau \uparrow \sim \text{s, min, ...}$

Estimulada

## 3.2 PROPAGACIÓ DE LA LLUM

## PRINCIPI DE HUYGENS

Cada punt en un front d'ona primari actua com a font esfèrica secundària. La superposició d'aquests fronts d'ona secundaris és un nou front d'ona primari.

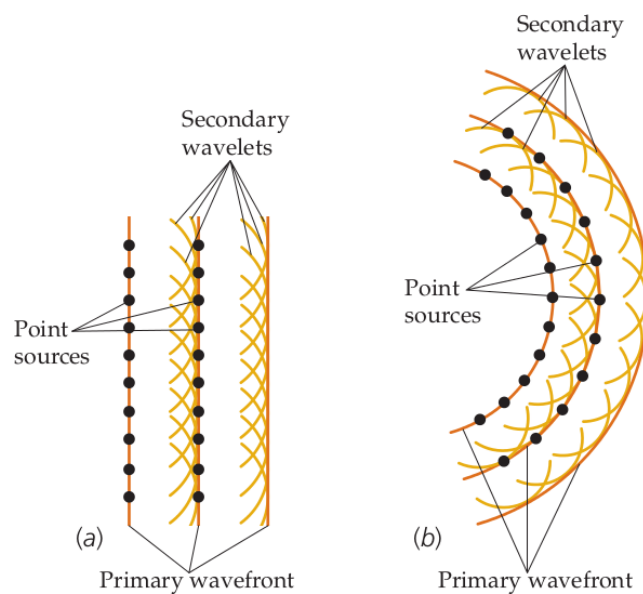


Figura 3.4: Construcció de Huygens dels fronts d'ona

## PRINCIPI DE FERMAT

El camí fet per la llum entre dos punts és tal que el temps de recorregut del qual és mínim.

### 3.3 REFLEXIÓ I REFRACCIÓ

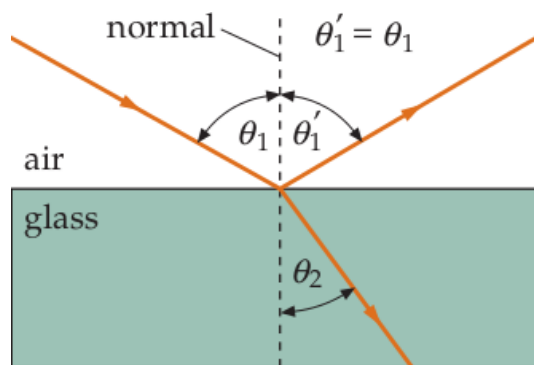


Figura 3.5: Diagrama de reflexió i refracció de la llum quan experimenta un canvi de medi

#### LLEI DE REFLEXIÓ

$$\boxed{\theta = \theta'} \quad (3.3)$$

#### LLEI D'SNELL DE LA REFRACCIÓ

$$\boxed{n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2} \quad (3.4)$$

on  $\boxed{n = \frac{c}{v}}$  és l'índex de refracció de cada medi.

La refracció de la llum és una conseqüència del principi de Fermat.

### ANGLE CRÍTIC DE REFLEXIÓ TOTAL

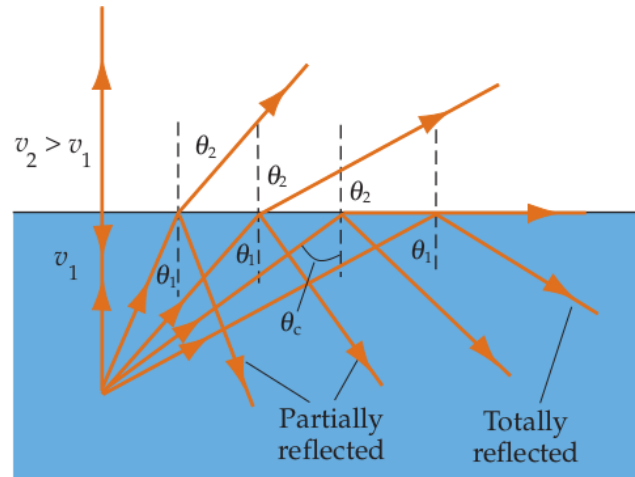


Figura 3.6: Diagrama d l'angle crític de reflexió total interna per a la refracció

$$n_1 \sin \theta_c = n_1 \sin 90^\circ \Rightarrow \boxed{\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}} \quad (3.5)$$

### CASOS CONCRETS DE REFRACCIÓ

## 3.4 DISPERSIÓ

### TIPUS DE SUPERFÍCIES

- Polida: actua com a una superfície especular.

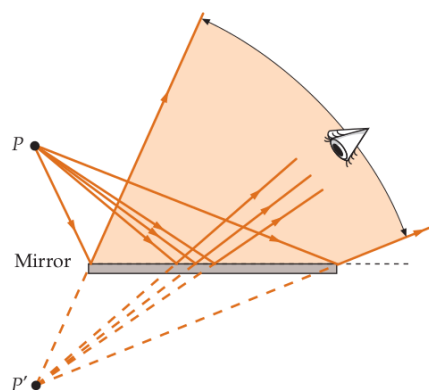


Figura 3.7: Superfície especular

- No polida: actua com a una superfície difusora.

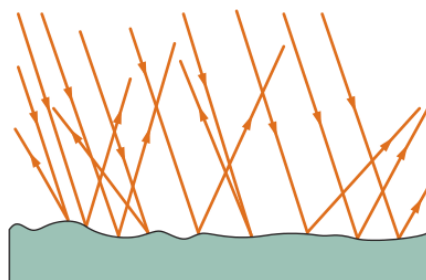


Figura 3.8: Superfície difusora

### DISPERSIÓ CROMÀTICA

Com que la freqüència  $\nu$  no varia en canviar la llum de medi,  $n(\lambda) \Rightarrow$  cada color es refracta en una direcció diferent.

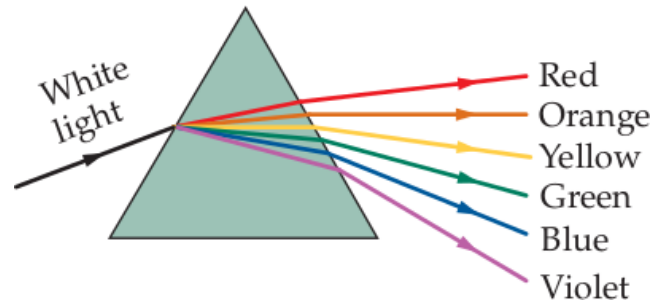


Figura 3.9: Dispersió cromàtica de la llum quan passa a través d'un prisma

### 3.5 POLARITZACIÓ DE LA LLUM

En una ona electromagnètica, la direcció del camp elèctric és perpendicular a la direcció de propagació de la ona. Si el camp elèctric roman paral·lel a la direcció de propagació, es diu que l'ona està polaritzada linealment. Les ones produïdes per nombroses fonts no solen estar polaritzades, en aquests casos, el camp elèctric té components  $x$  i  $y$  que poden variar amb el temps.

DICROISME (ABSORCIÓ SELECTIVA)

REFLEXIÓ SELECTIVA

DIFUSIÓ RAYLEIGH

BIREFRINGÈNCIA

## 4 ÒPTICA GEOMÈTRICA

### 4.1 MIRALLS PLANS

Les imatges formades pels miralls són conseqüència de la reflexió dels rajos de llum que van a parar a ells. Si el que veiem és una imatge formada pròpiament per aquests rajos, es tracta d'una imatge real; si el que veiem és una prolongació dels rajos, es tracta d'una imatge virtual.

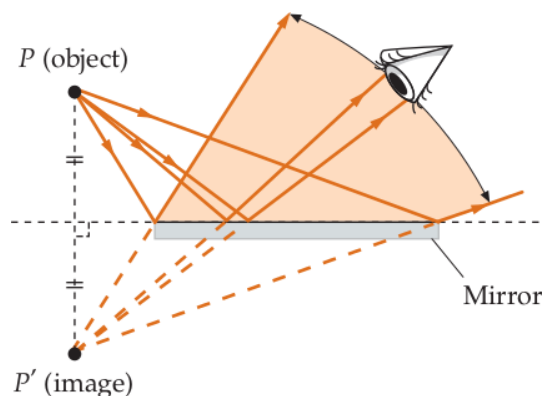


Figura 4.1: Imatge formada per un mirall pla. Els rajos que venen del punt  $P$  que van a parar al mirall sembla que vinguin del punt  $P'$ ; es tracta d'una imatge virtual

Si fiques la mà dreta al davant d'un mirall, la imatge no és magnificada ni reduïda, però sembla una mà esquerra. Aquesta reversió dreta-esquerra és el resultat d'una *inversió en profunditat*.

### EXEMPLES DE MIRALLS PLANS

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 4.2: Periscopi

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 4.3: Caleidoscopi

WIP: GRAFIC BONIC

Figura 4.4: Retroreflector

## 4.2 MIRALLS ESFÈRICS

Els miralls còncaus produeixen imatges reals i virtuals, mentre que els miralls convexos només produeixen de virtuals.

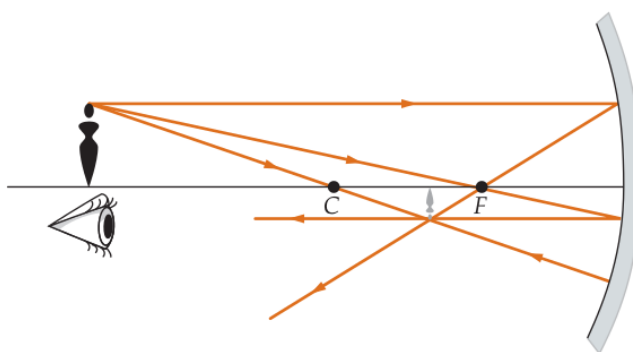


Figura 4.5: Imatge formada per un mirall esfèric. Els rajos que venen del punt  $P$  que van a parar al mirall convergeixen en el punt  $P'$ ; es tracta d'una imatge real

### DIAGRAMA DE RAJOS PER A MIRALLS

Dels infinits rajos, hi ha tres —els rajos principals— que són molt convenients d'emprar:



1. Raig paral·lel: dibuixat paral·lel a l'eix. Aquest raig és reflectit al punt focal ( $F$ ).
2. Raig focal: dibuixat tal que passi pel punt focal ( $F$ ). Aquest raig és reflectit paral·lel a l'eix.
3. Raig radial: dibuixat tal que passi pel centre de curvatura ( $C$ ). Aquest raig és reflectit en la mateixa direcció de provenença.

La imatge es forma allà on convergeixen aquests tres rajos.

#### CONVENCIÓ DE SIGNES

1.  $s$  és positiva si l'objecte està a la banda de la llum incident del mirall.
2.  $s'$  és positiva si la imatge es forma a la banda de la llum reflectida del mirall.
3.  $r$  (i, per tant,  $f$ ) és positiva si el mirall és còncav, de manera que el centre de curvatura està a la banda de la llum reflectida del mirall.

Assumint que tots els rajos són paraxials (aproximadament paral·lels a l'eix), podem establir la següent relació:

$$\boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}} \quad (4.1)$$

Es pot establir una relació entre les llargades dels objectes i les seves posicions, que anomenem magnificació lateral de la imatge:

$$\boxed{m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}} \quad (4.2)$$

Quan els rajos venen de l'infinit, la imatge es forma al punt focal  $F$ . La distància entre el mirall i aquest punt s'anomena distància focal i es defineix com a:

$$\boxed{f = \frac{1}{2}r} \quad (4.3)$$

Així doncs, podem reescriure l'equació 4.1, que anomenem equació dels miralls:

$$\boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}} \quad (4.4)$$

### 4.3 LENTS

#### IMATGES FORMADES PER REFRACCIÓ

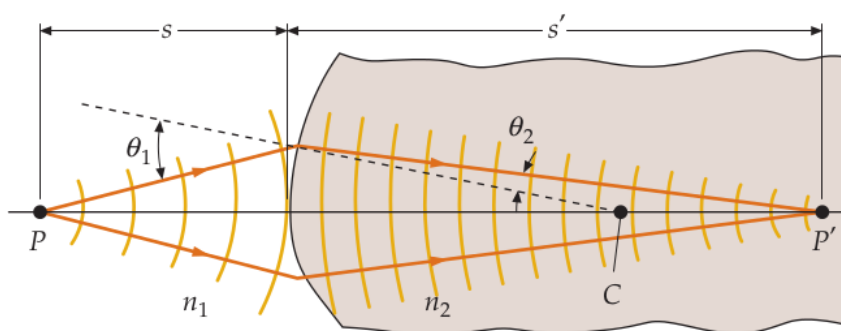


Figura 4.6: Imatge formada per la refracció de la llum a una sola superfície esfèrica

$$\boxed{\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{r}} \quad (4.5)$$

#### CONVENCIÓ DE SIGNES

1.  $s$  és positiva si l'objecte està a la banda de la llum incident de la superfície.
2.  $s'$  és positiva si la imatge es forma a la banda de la llum refractada de la superfície.

3.  $r$  és positiva si el centre de curvatura està a la banda de la llum refractada de la superfície.

La magnificació causada per la refracció a una superfície esfèrica és:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_1 s'}{n_2 s} \quad (4.6)$$

## 4.4 LENTS PRIMES

### TIPUS DE LENTS

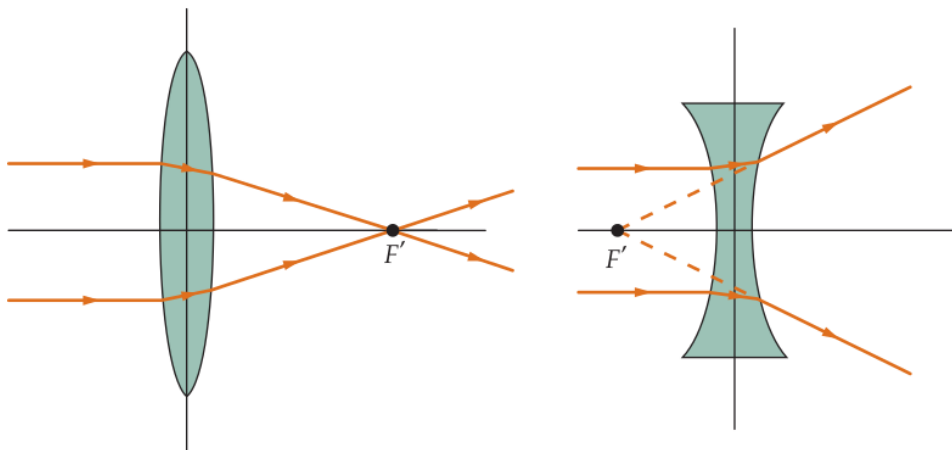


Figura 4.7: Lents convergent i divergent, respectivament

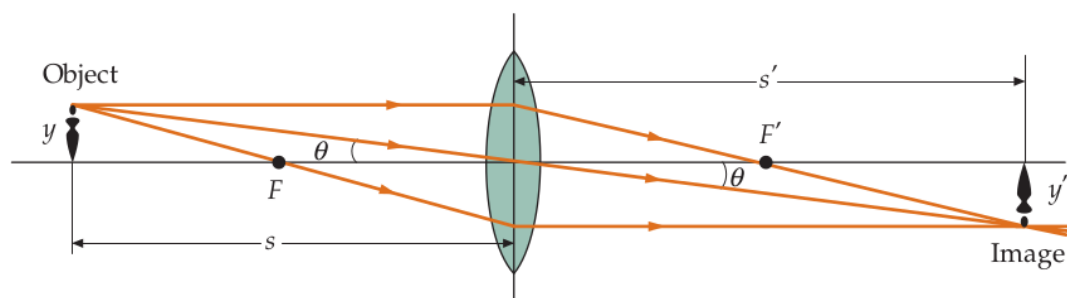


Figura 4.8: Imatge formada per una lent prima convergent. Els rajos que venen del l'objecte van a parar a la lent i convergeixen formant una imatge real

#### DIAGRAMA DE RAJOS PER A LENTS

Dels infinits rajos, hi ha tres —els rajos principals— que són molt convenients d'emprar:

1. Raig paral·lel: dibuixat paral·lel a l'eix. Aquest raig es dirigeix al segon punt focal de la lent ( $F'$ ).
2. Raig focal: dibuixat tal que passi pel primer punt focal ( $F$ ). Aquest raig emergeix paral·lel a l'eix.
3. Raig central: dibuixat tal que passi pel centre de la lent. Aquest raig no canvia la seva direcció<sup>1</sup>.

La imatge es forma allà on convergeixen aquests tres rajos.

L'equació creadora de lents és la següent:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n'}{n} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad (4.7)$$

<sup>1</sup>En realitat, les cares de les lents són paral·leles al centre, de manera que el raig emergeix en la mateixa direcció però desplaçat lleugerament. Com que la lent és prima, aquest fet és negligible.

## WIP: GRAFIC BONIC

Figura 4.9: Combinació de lents

L'equació de les lents primes és la mateixa que l'equació dels miralls (4.4):

$$\boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}} \quad (4.8)$$

La magnificació lateral d'una lent és:

$$\boxed{m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}} \quad (4.9)$$

## POTÈNCIA D'UNA LENT

El recíproc de la distància focal s'anomena potència d'una lent. Quan la distància focal és expressada en metres, la potència s'expressa en diòptries ( $D = \text{m}^{-1}$ ).

$$\boxed{P = \frac{1}{f}} \quad (4.10)$$

## COMBINACIÓ DE LENTS

Si tenim dues o més lents primes, podem trobar la imatge final produïda pel sistema cercant la distància de la imatge per a la primera lent i després utilitzant-la, juntament amb la distància entre les lents, per trobar la distància de l'objecte de la segona lent. És a dir, considerem cada imatge, si real o virtual —i si és realment formada o no— com a objecte per a la següent lent.

## DUES LENTS EN CONTACTE

Quan tenim dues lents en contacte, la distància focal eficient és donada per la següent equació:

$$\frac{1}{f_{ef}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (4.11)$$

La potència eficient de dues lents en contacte és:

$$P_{ef} = P_1 + P_2 \quad (4.12)$$

## 4.5 ABERRACIONS

Quan tots els rajos des d'un objecte puntual no convergeixen en una única imatge puntual, el desenfocament resultant s'anomena aberració.

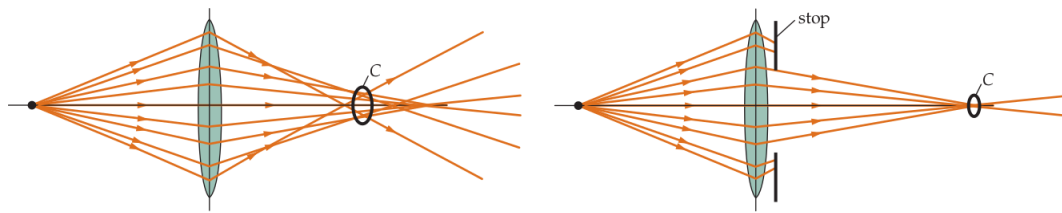


Figura 4.10: L'aberració esfèrica produïda per una lent es pot disminuir reduint l'obertura amb un diafragma.

## 5 INSTRUMENTS ÒPTICS

### 5.1 ULL HUMÀ

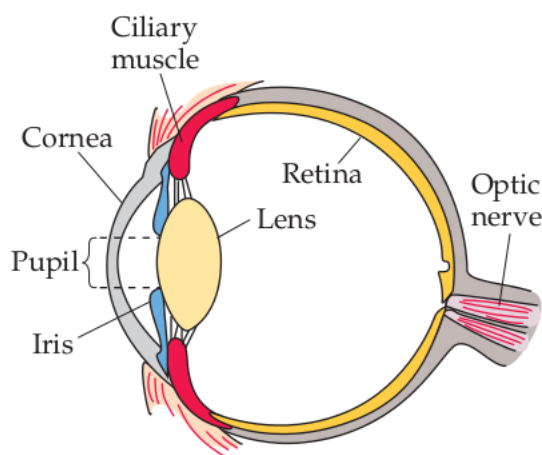


Figura 5.1: Diagrama de l'ull humà

#### CARACTERÍSTIQUES ÒPTIQUES DE L'ULL

- Pupil · la: Té un diàmetre variable de  $\sim 2\text{ mm} - 8\text{ mm}$ .
- Cristal · lí:  $n_C \approx 1.386 - 1.406$  (enfoc variable).

Cons: cèl · lules fotosensibles que permeten distingir els colors. N'hi ha  $\sim 6 \times 10^6 - 7 \times 10^6$ .

Bastons: cèl · lules fotosensibles que capten l'intensitat de llum. N'hi ha  $\sim 125 \times 10^6$ .

- Còrnia: quan el cristal · lí està relaxat, la distància focal del sistema còrnia–cristal · lí és de 2.5 cm, que és la distància entre la còrnia i la retina.
- Humor aquós i vitri:  $n_A \approx 1.336$ ,  $n_V \approx 1.336$ .
- Punt proper ( $x_{pp}$ ): és el punt més proper pel qual el cristal · lí pot enfocar la imatge a la retina. S'agafa 25 cm com a valor estàndard.

## DEFECTES DE L'ULL

- Miopia: la imatge es forma abans de la retina. S'arregla amb lents divergents.
- Hipermetropia: la imatge es forma després de la retina. S'arregla amb lents convergents.
- Presbícia: la distància més propera disminueix.

## MIDA APARENT D'UN OBJECTE

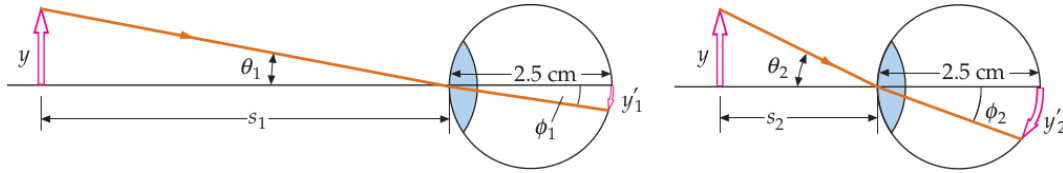


Figura 5.2: Diagrama de formació d'imatges sobre la retina de l'ull. Un objecte llunyà sembla petit perquè la seva imatge és més petita que la del mateix objecte més proper a l'ull

$$\boxed{\phi = \frac{y'}{2.5 \text{ cm}}} \quad \boxed{\theta \approx \frac{y}{s}} \quad (5.1)$$

Aplicant la llei d'Snell per a la refracció, tenim que  $n_{\text{aire}} \sin \theta = n \sin \phi$ , on  $n$  és l'índex de refracció de l'interior de l'ull. Llavors, per a angles petits:

$$\boxed{\theta \approx n\phi} \quad (5.2)$$

Així doncs, combinant les equacions anteriors, tenim:

$$\boxed{y' = \frac{2.5 \text{ cm}}{n} \frac{y}{s}}, \quad s \geq x_{pp} = 25 \text{ cm} \quad (5.3)$$



## 5.2 MAGNIFICADOR SIMPLE

Una lent convergent s'anomena magnificador simple o lupa si se situa a prop de l'ull i si l'objecte se situa de la lent a una distància inferior a la seva distància focal.

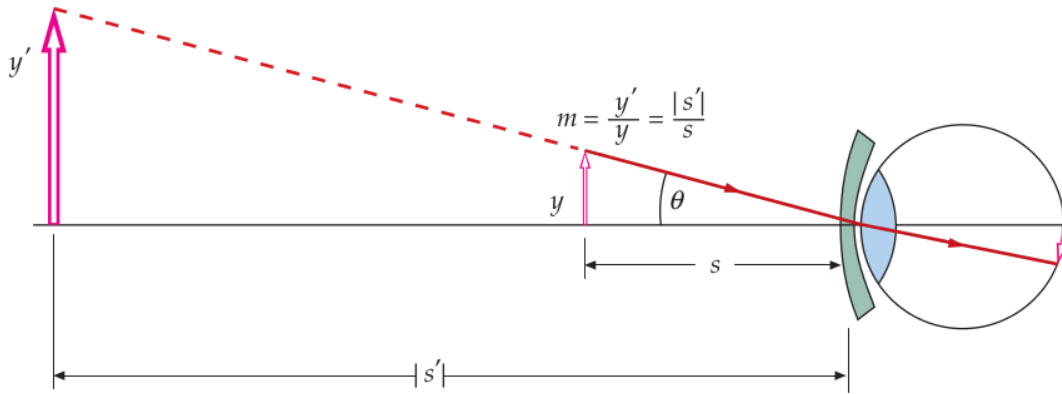


Figura 5.3: Diagrama de rajos d'un magnificador simple

Per a l'ull, la imatge d'un objecte subteixeix un angle  $\theta$  donat per aproximadament:

$$\theta \approx \frac{y}{s} = \frac{y'}{|s'|} \quad (5.4)$$

### PODER MAGNIFICADOR

L'angle màxim que pot subtendir l'ull és  $\theta_o = \frac{y}{x_{pp}}$  (amb l'objecte al punt proper), però quan posem al davant un magnificador simple, aquest angle màxim augmenta fins a  $\theta = \frac{y}{f}$  (posant l'objecte a la distància focal).

Llavors, definim el poder magnificador o amplificació angular d'una lent com a:

$$M = \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{x_{pp}}{f} \quad (5.5)$$

Aleshores, un magnificador simple permet enfocar objectes a una distància molt propera (de manera que la seva imatge formada a la retina és major) amb l'ull relaxat.

### 5.3 MICROSCOPI COMPOST

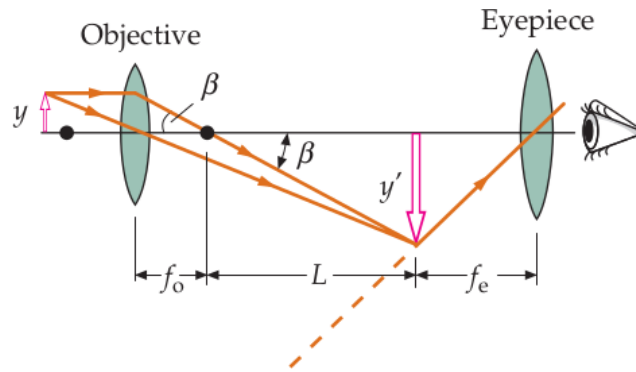


Figura 5.4: Diagrama de rajos d'un microscopi òptic compost. Està compost per, d'esquerra a dreta un objectiu i un ocular

La magnificació lateral  $m_o$  de l'objectiu és:

$$m_o = \frac{y'}{y} = -\frac{L}{f_o} \quad (5.6)$$

on  $f_o$  és la distància focal de l'objectiu i  $L$  és la distància entre la focal de l'objectiu i la focal de l'ocular; l'anomenem distància del tub.

El poder magnificador de l'ocular és:

$$M_e = \frac{x_{pp}}{f_e} \quad (5.7)$$

El poder magnificador del sistema compost és el producte dels augments de l'objectiu i l'ocular:

$$M = m_o M_e = -\frac{L}{f_o} \frac{x_{pp}}{f_e} \quad (5.8)$$

#### VALORS ESTÀNDARD DELS AUGMENTS

- $m_o$ :  $4\times$ ,  $10\times$ ,  $20\times$ ,  $40\times$ ,  $100\times$ .
- $M_e$ :  $10\times$ ,  $20\times$ .

### 5.4 TELESCOPI

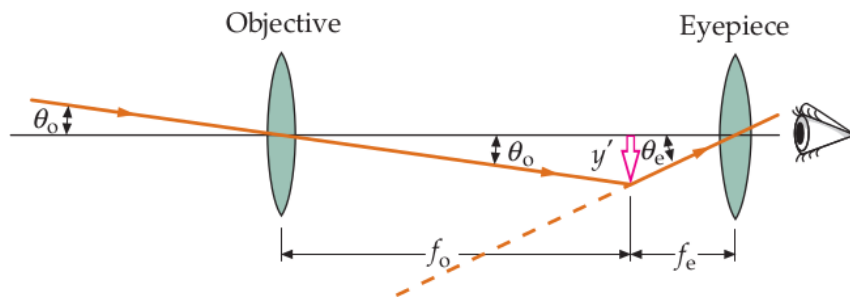


Figura 5.5: Diagrama de rajos d'un telescopi

Podem fer les aproximacions per a angles petits següents:

$$\tan \theta_o = \frac{y}{s} = -\frac{y'}{f_o} \approx \theta_o \quad (5.9)$$

$$\tan \theta_e = \frac{y'}{f_e} \approx \theta_e \quad (5.10)$$

com que  $y'$  és negativa,  $\theta_e$  és negativa, indicant que la imatge és invertida. El poder de magnificació del telescopi és, llavors:

$$M = \frac{\theta_e}{\theta_o} = \frac{f_o}{f_e} \quad (5.11)$$

### TELESCOPI REFLECTOR

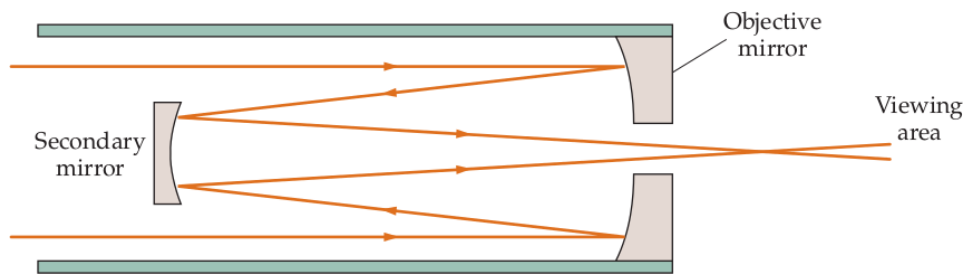


Figura 5.6: Diagrama de rajos d'un telescopi reflector

Un telescopi reflector utilitza miralls còncaus en comptes de lents per a l'objectiu. El fet d'utilitzar un mirall té molts avantatges, com ara eliminar la aberració cromàtica.

### TELESCOPI DE GALILEU

WIP: stuff.

## 6 INTERFERÈNCIA I DIFRACCIÓ

### 6.1 DIFERÈNCIA DE FASE I COHERÈNCIA

Quan dues ones harmòniques de la mateixa freqüència i longitud se superposen, tenim:

$$I_T = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (6.1)$$

i  $\delta$ , la diferència de fase deguda a una diferència de camins, ve donada per:

$$\delta = k\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (6.2)$$

Si  $\delta = 2\pi m$ , tenim una interferència constructiva. En canvi, si és  $\delta = (2m - 1)\pi$ , és destructiva. ( $m \in \mathbb{N}$ ).

Quan una ona és reflectida en una superfície d'un medi pel qual viatja més lentament, es produeix un canvi de fase de la llum reflectida de  $\delta_R = \pi$ .

### 6.2 INTERFERÈNCIA EN LÀMINES PRIMES

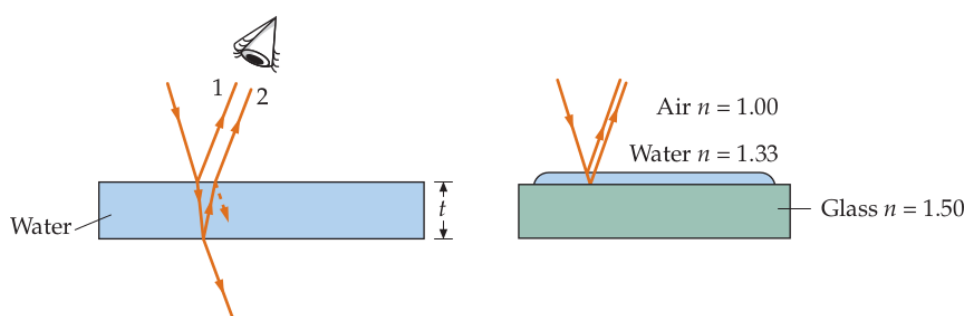


Figura 6.1: Diagrama de rajos que impacten en làmines primes

A més de la diferència de fase produïda per la diferència de camins  $\delta = 4t\pi/\lambda$ , s'ha de tenir en compte la diferència de fase  $\delta_R$  produïda en la reflexió sobre una superfície de  $n' > n$ .

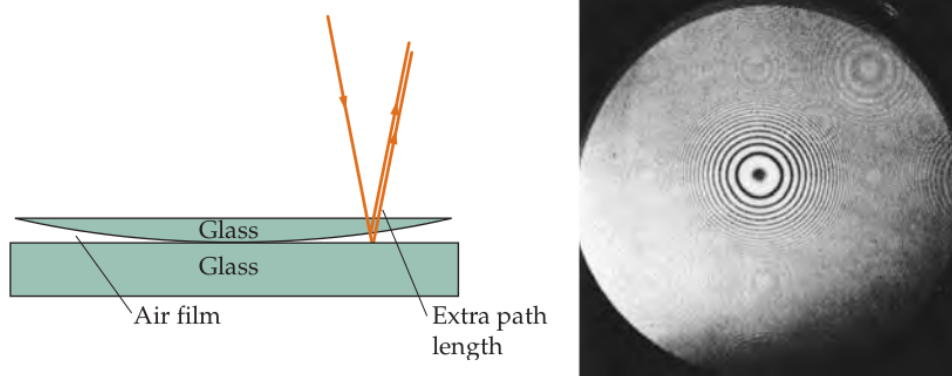


Figura 6.2: Diagrama del muntatge dels anells de Newton. Es forma un anell quan augmentem el gruix de l'aire en  $\pi$

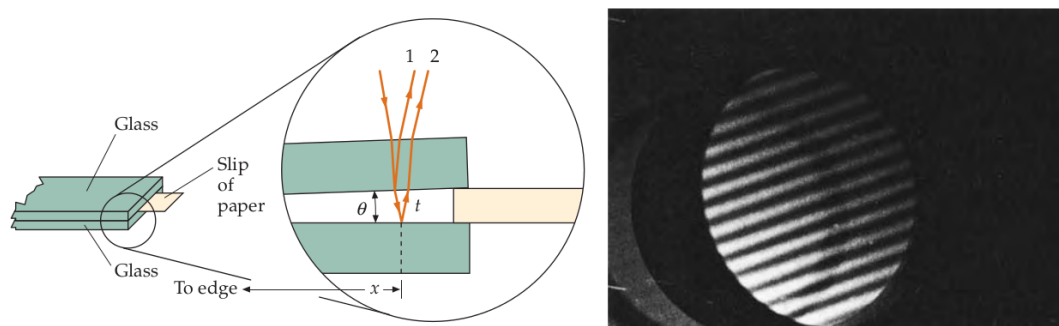


Figura 6.3: Diagrama del muntatge de les franges de Fizeau, que són equidistants

### PEL·LÍCULES ANTI-REFLECTANTS

Són pel·lícules que per a certes longituds d'ona, la superposició d'ones harmòniques és destructiva, de manera que a fins pràctics no reflecteix. Les pel·lícules acostumen a tenir un índex de refracció de  $n = 1.38$ .

## 6.3 DIVISIÓ D'AMPLITUD

Un exemple és l'interferòmetre de Michelson.

## 6.4 DIVISIÓ DE FRONTS D'ONA

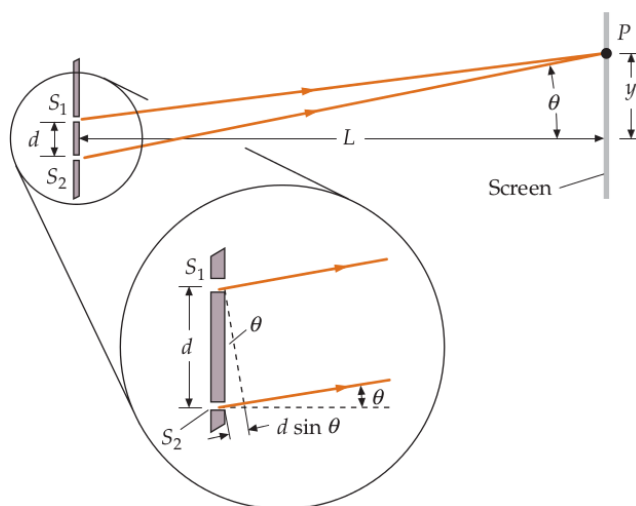


Figura 6.4: Diagrama de la doble escletxa de Young

### PATRÓ D'INTERFERÈNCIA DE DUES ESCLETXES

- Màxims:  $d \sin \theta_m = m\lambda$ ,  $m = 0, 1, 2 \dots$
- Mínims:  $d \sin \theta_m = (m - \frac{1}{2})\lambda$ ,  $m = 1, 2, 3 \dots$

on  $m$  és l'ordre d'interferència.

La diferència de fase ve donada per:

$$\delta = d \sin \theta \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6.3)$$

Podem relacionar la distància de les escletxes  $L$  a la pantalla amb la distància  $y_m$  a través de la pantalla:

$$\tan \theta_m = \frac{y_m}{L} \quad (6.4)$$

Llavors, per a angles petits  $\tan \theta \approx \sin \theta$ , i podem deduir:

$$\boxed{y_m = m \frac{\lambda L}{d}} \quad (6.5)$$

#### CÀLCUL DE LA INTENSITAT

$$\boxed{I = 4I_0 \cos^2 \left( \frac{1}{2} \delta \right)} \quad (6.6)$$

on  $I_0$  és la intensitat de llum que arriba de cada escletxa i  $\delta$  està relacionada amb la posició a la pantalla.



## 6.5 DIFRACCIÓ

### PATRÓ DE DIFRACCIÓ D'UNA ESCLETXA

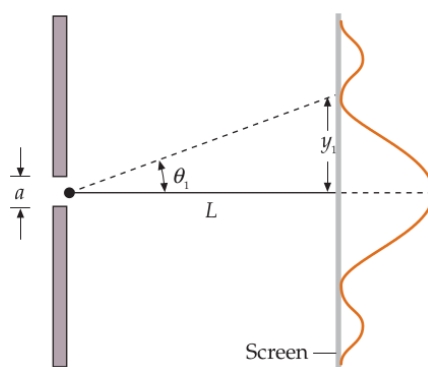


Figura 6.5: Diagrama de difracció causada per una escletxa

- Punts d'intensitat  $I = 0$ :  $\boxed{a \sin \theta_m = m\lambda}, \quad m = 1, 2, 3 \dots$

Podem relacionar la distància de les escletxes  $L$  a la pantalla amb la distància  $y_m$  a través de la pantalla:

$$\tan \theta_m = \frac{y_m}{L} \quad (6.7)$$

Llavors, per a angles petits  $\tan \theta \approx \sin \theta$ , i podem deduir els punts d'intensitat zero:

$$\boxed{y_m = m \frac{\lambda L}{a}} \quad (6.8)$$

## PATRÓ D'INTERFERÈNCIA-DIFRACCIÓ DE DUES ESCLETXES

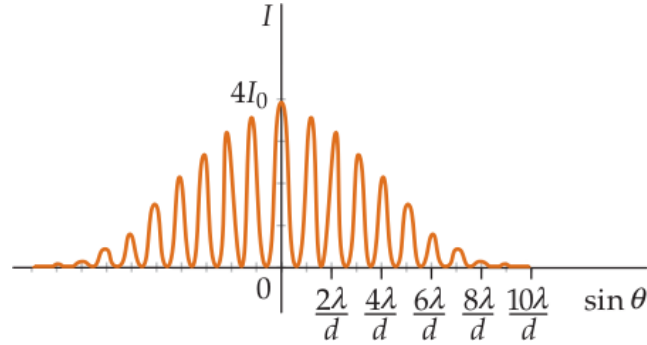


Figura 6.6: Diagrama de difracció causada per una escletxa

Al màxim central d'intensitat per difracció hi ha  $N$  pics d'intensitat màxima per interferència. Com que el  $m$ -èsim màxim d'interferència és d'intensitat zero per difracció, tenim  $m - 1$  pics a cada banda del pic central. Llavors:

$$\boxed{N = 2(m - 1) + 1 = 2m - 1} \quad (6.9)$$

Llavors,  $m$  és l'ordre d'interferència tal que el primer mínim de difracció sigui igual a l' $m$ -èsim màxim d'interferència:

$$\begin{aligned} \sin \theta_1 &= \frac{\lambda}{a} = \sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d} \\ \Rightarrow \boxed{m = \frac{d}{a}} &\Rightarrow \boxed{N = 2\frac{d}{a} - 1} \end{aligned} \quad (6.10)$$

## 6.6 ÚS DE FASORS PER SUMAR ONES HARMÒNIQUES

PATRÓ D'INTERFERÈNCIA DE TRES O MÉS FONTS SEPARADES PER LA MATEIXA DISTÀNCIA

PATRÓ D'INTERFERÈNCIA–DIFRACCIÓ DE MÚLTIPLES ESCLETXES

XARXA DE DIFRACCIÓ

## 6.7 DIFRACCIÓ DE FRAUNHOFER I FRESNEL

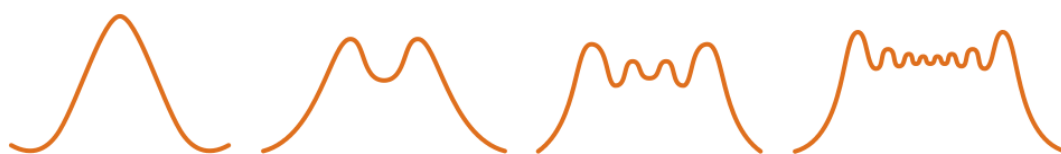


Figura 6.7: El patró de difracció de Fraunhofer (paraxial) canvia gradualment al de difracció de Fresnel (no paraxial) quan apropem l'objecte a l'escletxa

### DIFRACCIÓ I RESOLUCIÓ

La difracció a casa d'una obertura circular té importants implicacions per a la resolució de diferents instruments òptics. L'angle  $\theta$  subtendit pel primer mínim difracció de Fraunhofer està relacionat amb la longitud d'ona i el diàmetre  $D$  de l'obertura:

$$\boxed{\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}} \quad (6.11)$$

En moltes aplicacions, l'angle  $\theta$  és petit, llavors:

$$\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (6.12)$$

Dos focus puntuals subtendeixen un angle  $\alpha$  amb l'obertura. Si  $\alpha$  és molt major a  $1.22\lambda/D$  es veuran dos focus a l patró de difracció. Llavors per a una separació angular crítica  $\alpha_c$  els dos focus se solaparan:

$$\boxed{\alpha_c = 1.22 \frac{\lambda}{D}} \quad (6.13)$$