

Modelado, análisis, simulación y control del movimiento oscilatorio de un edificio ante un sismo

Gil Félix, Abraham; Hernández Coronado, Joshua Daniel; Sandoval Suarez, Cristian Aldo; Vidaña Cerda, Brenda Paola

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus Estado de México

Introducción

Un sismo es un fenómeno que se produce, principalmente, por la ruptura de la corteza terrestre, lo cual genera vibraciones que se propagan y son percibidas como sacudidas con duración e intensidad variables. Al generarse un sismo, 3 tipos de ondas son producidas, la onda P, la onda S (ondas internas) y las ondas superficiales, cada una de estas tienen diferentes comportamientos y efectos.

En México se registraron 252,126 sismos desde 1985 a 2022, de los cuales 3 han tenido magnitud mayor a 8 en la escala Richter y consecuencias devastadoras. Debido a que la mayoría del país tiene riesgo sísmico moderado o alto, el Estado ha implementado la *Norma Técnica Complementaria para la Revisión de la Seguridad Estructural de las Edificaciones (NTC-RSEE)*.

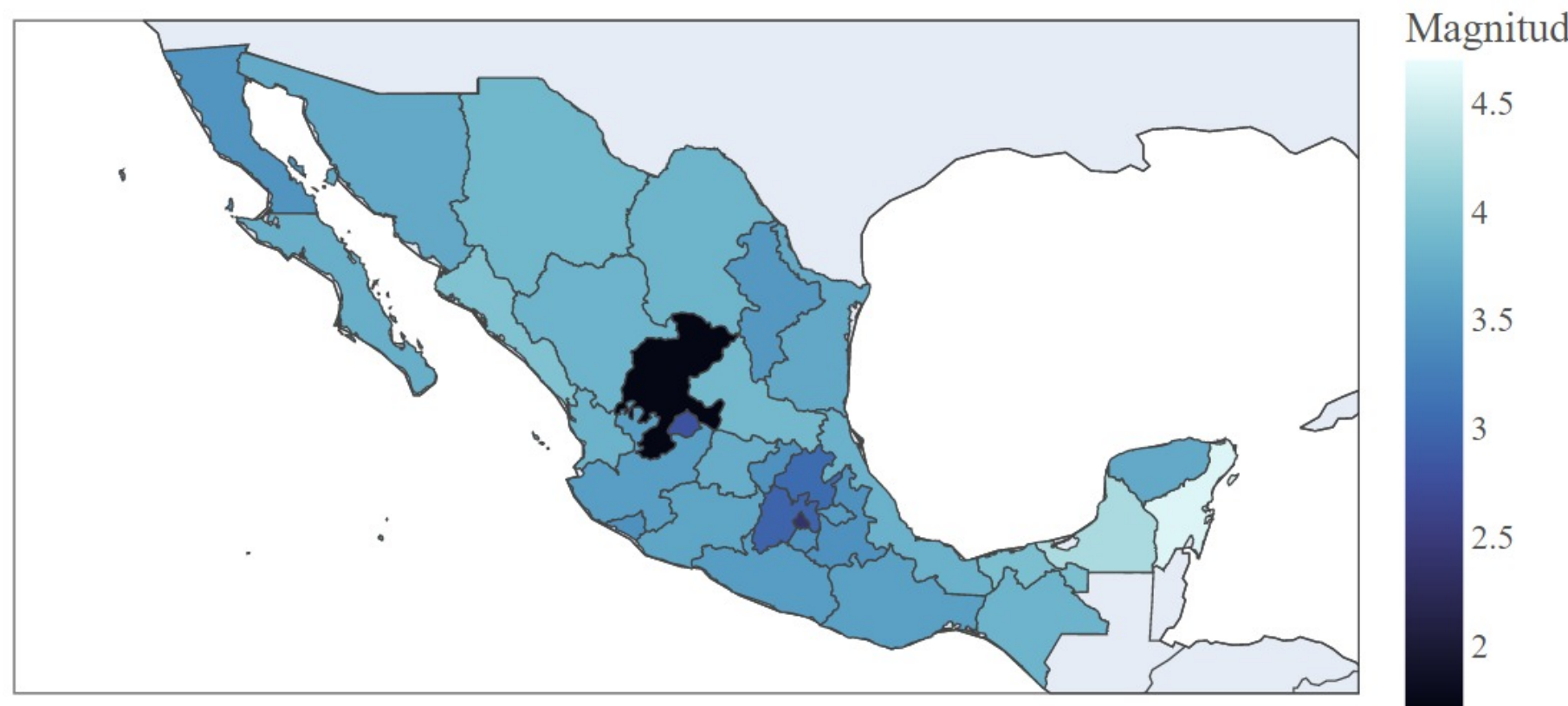


Figura: Magnitud promedio por estado.

Modelado

Sistemas de varios grados de libertad (MDOFS)

Los sistemas estructurales pueden tener un gran número N de parámetros cinemáticos (grados de libertad), y generalmente son considerados como los componentes de un vector $x(t)$. Por lo que, existen N ecuaciones de movimiento del sistema. La ecuación matricial dinámica del sistema tiene la siguiente forma:

$$\hat{M}\ddot{x}(t) + \hat{B}\dot{x}(t) + \hat{K}x(t) = -\hat{M}\ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

donde \hat{M} , \hat{B} , \hat{K} están dadas por la ecuación 2 y el vector $\ddot{x}_g(t)$ representa la excitación sísmica relacionado con los grados de libertad.

$$\begin{aligned} \hat{M} &= M + \bar{M} \\ \hat{B} &= B + \bar{B} \\ \hat{K} &= k + \bar{K} \end{aligned} \quad (2)$$

La matriz dinámica representa un sistema de coeficientes constantes de N ecuaciones diferenciales de Segundo Orden acopladas.

Implementación Sistema MIMO

El caso de estudio es el *Modelo Múltiple Masa-Resorte-Amortiguador* en un edificio de tres pisos. En este sistema solo se modela el movimiento horizontal y se supone que las paredes son flexibles y sin masa, que los pisos son masas rígidas conectadas por amortiguadores de resorte (las paredes) y que la ley de Hooke (fuerza restauradora entre pisos) es válida en el sistema.

Las ecuaciones de movimiento que representan el comportamiento del sistema son:

$$M_1\ddot{X}_1 - B_2(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - K_2(X_2 - X_1) - B_1(\dot{X}_1) - K_1X_1 = M_1F_1$$

$$M_2\ddot{X}_2 - B_3(\dot{X}_3 - \dot{X}_2) - K_3(X_3 - X_2) - B_2(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - K_2(X_2 - X_1) = M_2F_2$$

$$M_3\ddot{X}_3 - B_3(\dot{X}_3 - \dot{X}_2) - K_3(X_3 - X_2) = M_3F_3$$

Parámetros de la simulación:

$$\begin{aligned} M_1 &= 6 & B_1 &= 5000 & K_1 &= 0.06 \\ M_2 &= 7 & B_2 &= 5200 & K_2 &= 0.07 \\ M_3 &= 9 & B_3 &= 5400 & K_3 &= 0.09 \\ F &= 5 \cos(5\pi t) \end{aligned}$$

Análisis

El sistema es interna (Lyapunov) y externamente (BIBO) estable dados los valores propios de la matriz A del Modelo de Estados, así como controlable y observable.

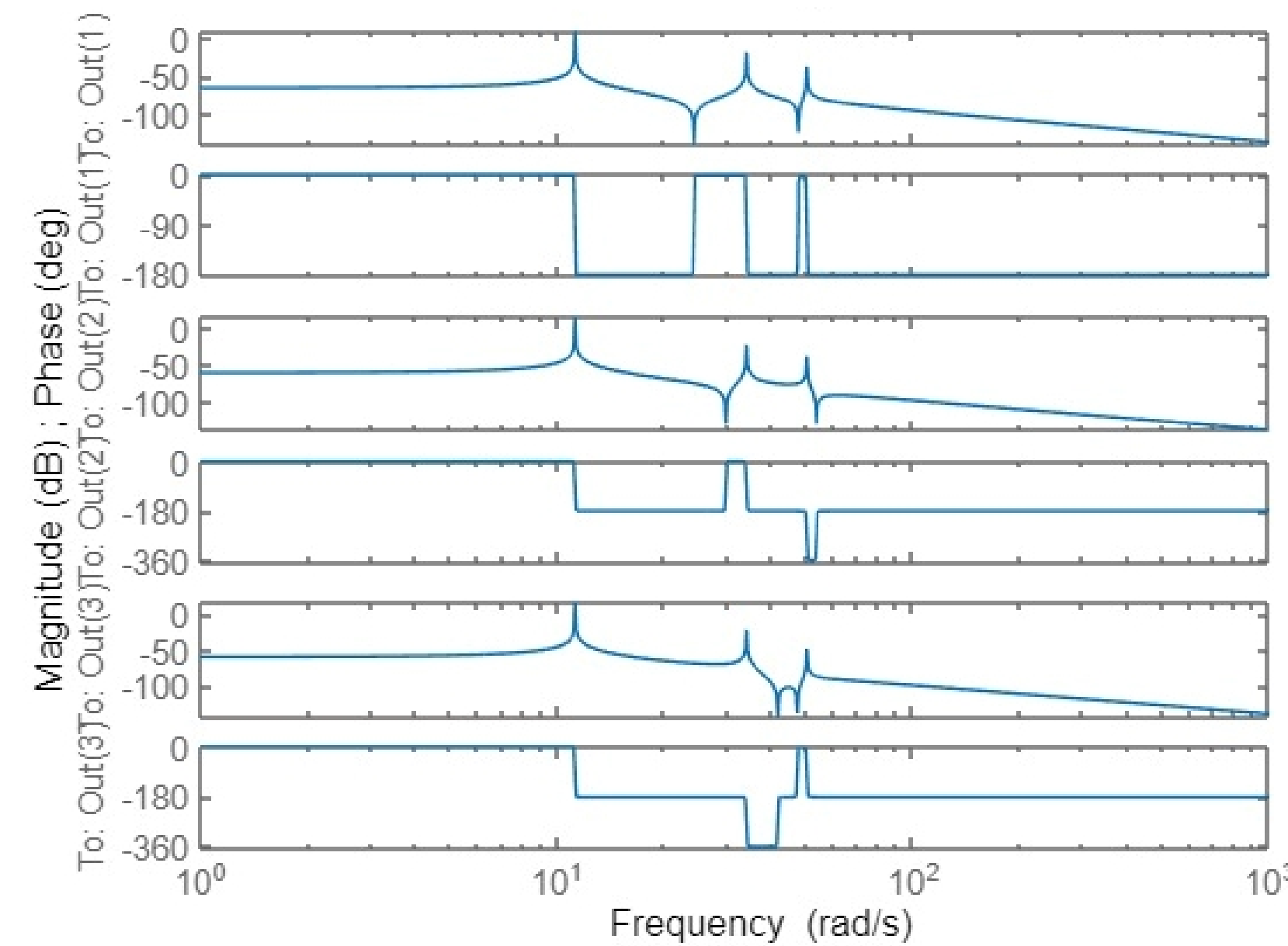


Figura: Diagramas de bode.

Control Óptimo LQR

Soluciones del sistema retroalimentado con condiciones iniciales:

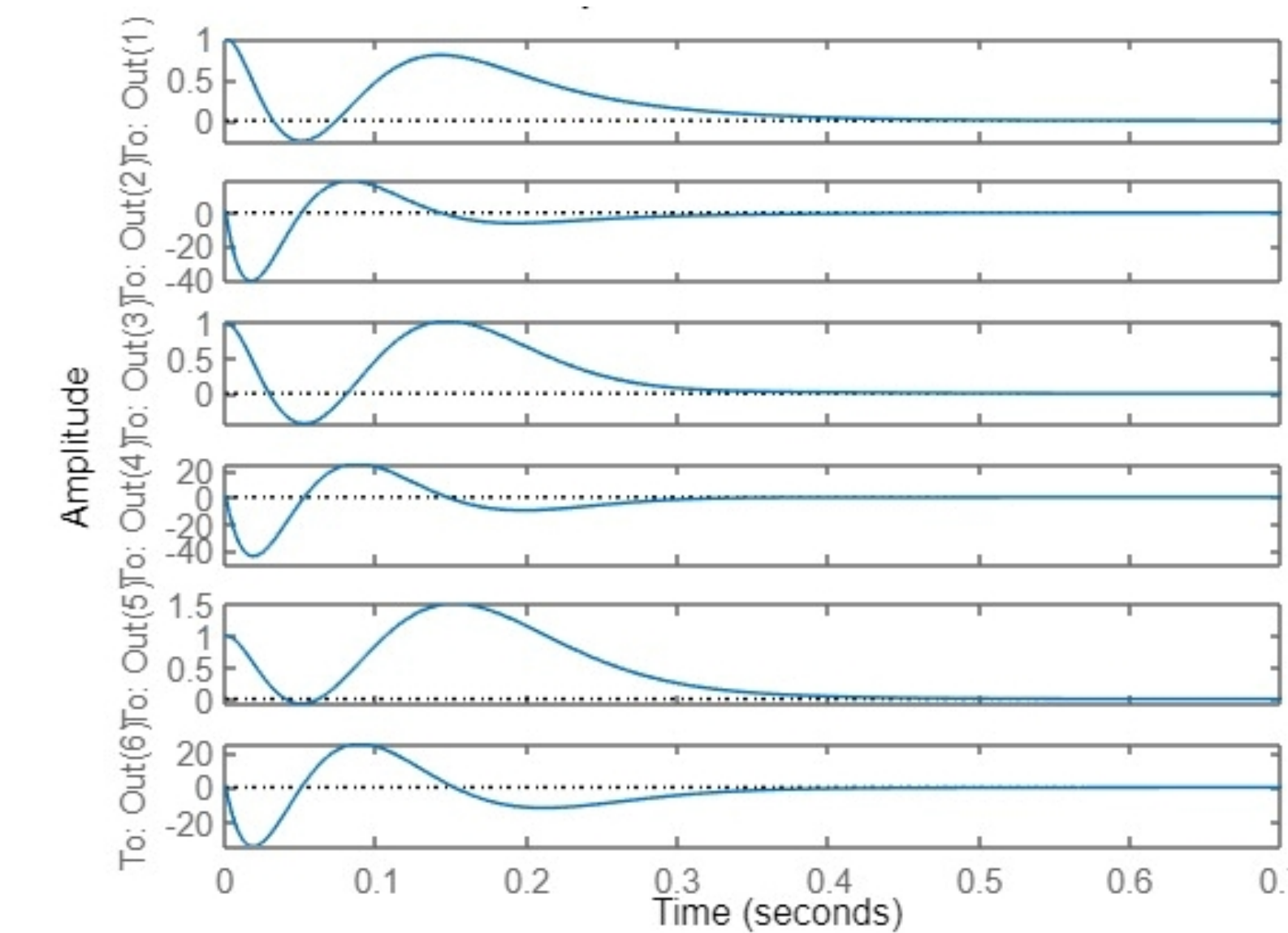


Figura: Respuesta con condiciones iniciales.

Vibraciones

Cálculo de las frecuencias naturales y los periodos de oscilación de los tres pisos del edificio, seguido de los vectores modales:

Valores propios	Frecuencia	Periodo
λ	$\sqrt{-\lambda}$	$\frac{2\pi}{\omega} (seg)$
-1700	41.2311	0.1524
-1514.3	38.9138	0.1615
-600	24.4949	0.2565

Tabla: Frecuencias y periodos de oscilaciones naturales del edificio.

$$v_1 = (1 \ 0 \ 0) \quad v_2 = (1 \ 0.2143 \ 0) \quad v_3 = (0.6648 \ 0.8438 \ 1)$$

Conclusiones

Gracias a la estabilidad inicial del sistema y sus demás características, fue posible implementar 3 modelos diferentes de control (Control por Retroalimentación con y sin observador y Control Óptimo LQR) para controlar su respuesta ante un fenómeno de vibración. De tal forma que, la solución propuesta permite contener la onda de excitación (sismo).

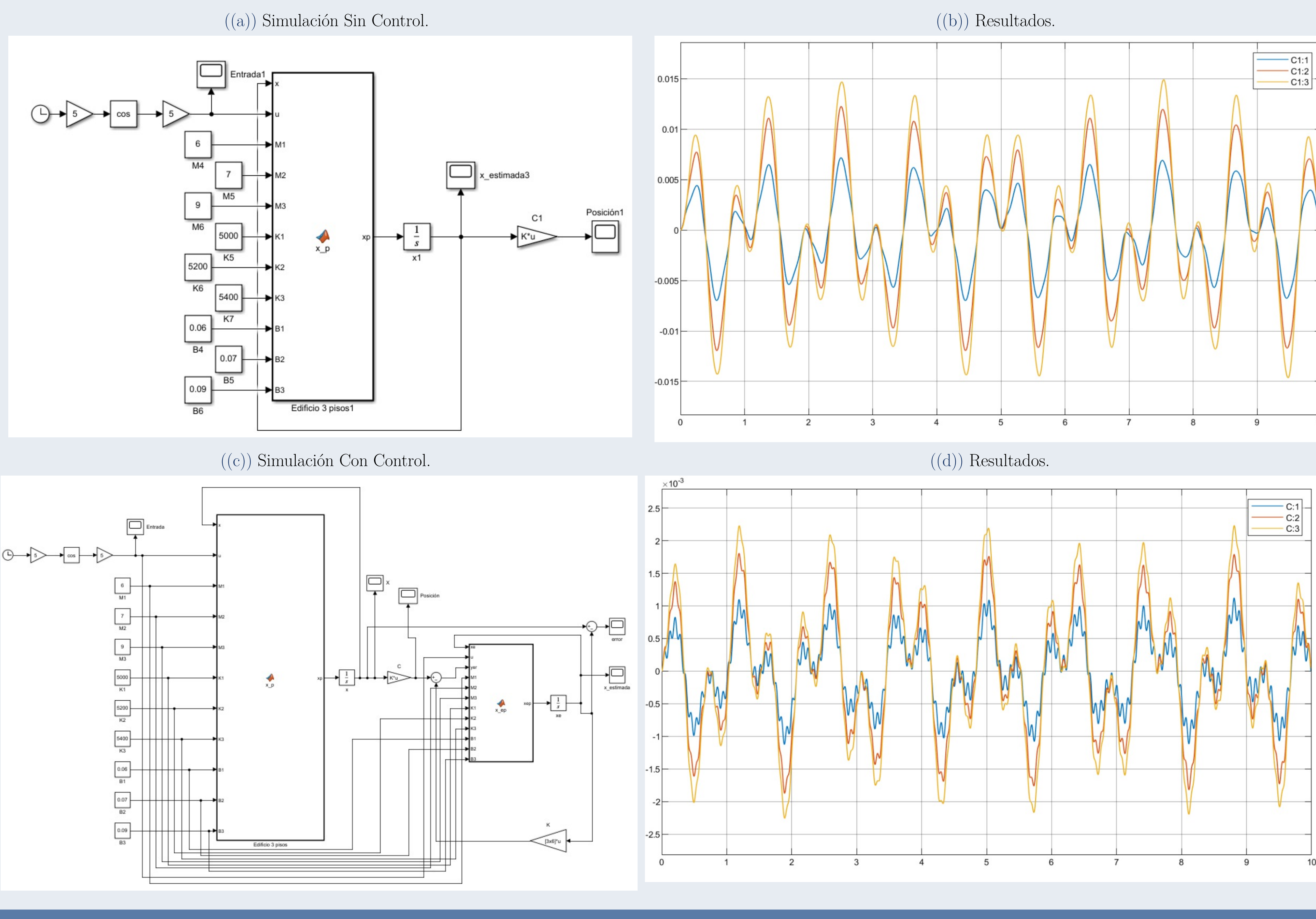
Además, se estudio la vibración del sistema para tener certeza del movimiento en cada piso, su interacción y frecuencias de resonancia naturales.

Referencias

- [1] P. Castaldo. *Integrated Seismic Design of Structure and Control Systems*. Springer International Publishing, 2014.
- [2] F. Cheng, H. Jian, and K. Lou. *Smart Structures: Innovative Systems for Seismic Response Control*. CRC Press, 2008.

Control por Retroalimentación con Observador

Figura: Simulación edificio de 3 pisos.



Reporte, código
y simulación

