

ScienceDirect

Disponible en www.sciencedirect.com



Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 11 (2014) 3-19

www.elsevier.es/RIAI

Robótica Submarina: Conceptos, Elementos, Modelado y Control.

Héctor A. Moreno ab* , Roque Saltarén b , Lisandro Puglisi b , Isela Carrera bc , Pedro Cárdenas bd , César Álvarez e

^aInstituto Tecnológico Autónomo de México. Río Hondo No. 1 Col. Progreso Tizapán. 01080. México D.F., México.

^bCentro de Automática y Robótica, Universidad Politécnica de Madrid-CSIC. José Gutiérrez Abascal, 2. 28006. Madrid, España.

^cTecnológico de Monterrey, ITESM-Campus Laguna. Paseo del Tecnológico, 751. 27250. Torreón, México.

^dUniversidad Nacional de Colombia. Carrera 45 No. 26-28. Bogotá, Colombia.

^eUniversidad del Zulia, Facultad de Ingeniería. Av. 16 con C. 67. 4011. Maracaibo, Venezuela.

Resumen

Los robots submarinos han revolucionado la exploración del fondo marino. Por otro lado, estos robots han permitido realizar operaciones en aguas profundas sin la necesidad de enviar un vehículo tripulado por humanos. El futuro de esta tecnología es prometedor. El propósito de este documento es servir de primer contacto con este tema y va dirigido a estudiantes de postgrado, ingenieros e investigadores con interés en la robótica submarina. Además, se reporta el estado actual de los diferentes aspectos que giran alrededor de esta área de la robótica. Copyright © 2014 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Palabras Clave:

Robots Submarinos, Introducción, Componentes, Modelado, Control, Estado del Arte.

1. Introducción

Como es bien sabido, cerca de dos terceras partes de la superficie de la Tierra están cubiertas por agua. Los océanos permiten el transporte de productos y materia prima entre países, representan fuentes críticas de alimentos y otros recursos como los son el petróleo y el gas, y tienen un gran efecto en el clima y el medio ambiente.

El conocimiento científico de los mares profundos está creciendo rápidamente mediante el uso de una variedad de tecnologías. Las primeras exploraciones científicas se llevaron a cabo mediante vehículos submarinos ocupados por humanos. Recientemente, los robots submarinos han comenzado a revolucionar la exploración del fondo marino, ofreciendo generalmente mejor información a un costo más reducido. Por otro lado, estos robots han permitido realizar operaciones en aguas profundas, y también, intervenir en desastres como lo son las fugas en instalaciones petrolíferas.

La historia de los robots submarinos comienza a principios de la década de los 50 del siglo pasado con la construcción de El propósito de este texto es, por un lado, servir de primer contacto con el tema de la robótica submarina, y por otro lado, presentar una revisión del estado del arte sobre distintos aspectos de esta área de la robótica.

En esta sección se realiza una clasificación de los robots submarinos y se describen las aplicaciones de los mismos. En la sección 2, se presentan los tipos de componentes que comúnmente se encuentran en robots submarinos (la cabina, los sensores, el sistema de propulsión, etc.). Posteriormente en la sección 3 se presenta el modelado cinemático y dinámico de estos robots. Brevemente se explica la derivación de las ecuaciones de movimiento. Se hace especial hincapié en esta sección debido a que en robots submarinos la velocidad y su derivada temporal se miden con respecto al marco de referencia del cuerpo. En la sección 4 se realiza una revisión de las estrategias de control que se han propuesto para robots submarinos. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones y se citan algunas referencias útiles de consultar.

Los robots submarinos se pueden clasificar por su nivel de autonomía, el tipo de misión a realizar y su sistema de propul-

un robot submarino operado remotamente nombrado POODLE desarrollado por Dimitri Rebikoff en Francia. Desde ese entonces varios robots submarinos teleoperados y autónomos han sido desarrollados.

^{1.1.} Clasificación de los Robots Submarinos

^{*}Autor en correspondencia

Correos electrónicos: hector.moreno@itam.mx (Héctor A. Morenoab), rsaltaren@etsii.upm.es (Roque Saltarénb),

lisandropuglisi@alumnos.upm.es (Lisandro Puglisi^b),

icarrera@etsii.upm.es (Isela Carrera be), pfcardenash@unal.edu.co (Pedro Cárdenas bd), cealvarez@fing.luz.edu.ve (César Álvarez e)

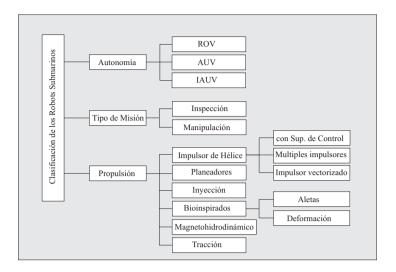


Figura 1: Clasificación de los robots submarinos.

sión. En la fig. 1 se presenta una clasificación de los robots submarinos. La principal manera de clasificarlos es de acuerdo a su nivel de autonomía. Existen robots completamente autónomos y otros que deben ser controlados continuamente por un operador, estos son los AUVs y los ROVs, respectivamente. Por otro lado están los IAUVs, que pueden considerarse actualmente en un nivel intermedio de autonomía, ya que los prototipos desarrollados hasta ahora requieren de un Control Supervisado o de un operador que realice la tarea de razonamiento para determinar las acciones que se deben llevar a cabo para completar la misión. No obstante, el objetivo final de estos robots es que lleguen a ser completamente autónomos y solo sea el operador quien al inicio defina la misión a realizar mediante comandos de alto nivel.

Por otro lado, estos robots se pueden clasificar por el tipo de misión a realizar. Las misiones pueden ser de inspección (u observación) o de manipulación (o intervención). La principal diferencia entre un robot diseñado para realizar intervenciones y otro que solo realiza inspecciones, es que el primero debe poseer herramientas o un brazo robótico. La misión para la que está diseñado un robot submarino definirá el tipo de sensores, actuadores, estructura que deberá poseer.

El sistema de propulsión de un robot submarino define completamente los tipos de movimientos y maniobras que este puede realizar. Los sistemas de propulsión también tienen implicaciones en el consumo de energía, el hardware del robot, y el efecto que el robot genera en el ambiente marino. Los principales sistemas de propulsión son: los Impulsores de Hélice, los Planeadores Acuáticos (basados en Sistemas de Lastre y Aletas), y los Bioinspirados. En fase experimental o cuya tecnología no se ha madurado completamente están los basados en Inyección de Agua y los Magnetohidrodinámicos. Otro sistema de propulsión es la Tracción. Esta puede ser con el fondo marino o con otras superficies como lo puede ser el casco de una embarcación.

1.2. Aplicaciones de los robos submarinos

Un robot submarino está diseñado para realizar tareas bajo el agua, estas pueden ser realizadas mientras navega o al llegar a un lugar prefijado mediante algún tipo de manipulador. Desde este punto de vista, los robots submarinos pueden hacer dos tipos de misiones:

Misiones de Inspección. Son aquellas misiones que se realizan durante la navegación del robot submarino. En este tipo de tareas no se requiere un brazo manipulador, ni mecanismos para interactuar con el ambiente. Una misión de inspección puede consistir en: adquirir imágenes con una o varias cámaras, mientras el robot navega en el agua; la observación del lecho marino, mediante la obtención de datos de la cartografía acústica o de la calidad del agua, y la revisión de instalaciones submarinas, como estructuras metálicas, tuberías cables, etc.

Misiones de Manipulación. Son aquellas misiones en las que el robot submarino interviene brazos manipuladores o herramientas. Para el desarrollo de estas misiones se deberá contar con un sistema de visión en tiempo real (en el caso de ROVs), que proporciona al operador las imágenes en directo del entorno de operación. Las tareas típicas de manipulación comprenden: el mantenimiento de estructuras subacuáticas; la apertura y cierre de válvulas en instalaciones subacuáticas; la desactivación de minas; el ensamble y desensamble de componentes; la recolección de muestras para estudios arqueológicos, geológicos o ecológicos; la intervención en desastres para controlar las fugas de material contaminante o el apoyo en el rescate de personas.

1.3. Robots Submarinos Operados Remotamente, ROVs

Los robots submarinos operados remotamente (ROVs, por las siglas en inglés de *Remotely Operated Vehicle*) están conec-

tados a la superficie mediante un cordón umbilical (un conjunto de cables unidos), que permite el intercambio de datos y la alimentación de energía al robot. A través de una interfaz gráfica del ordenador situado en la superficie, el usuario define los comandos que el robot deberá ejecutar. A su vez el ROV envía las señales de sus sensores (presión, temperatura, imágenes, etc.) al ordenador en superficie, para que el usuario conozca el estado del robot y el ambiente que lo rodea.

Actualmente a las instalaciones petroleras o de gas se les presta servicio mediante ROVs. Las exigencias del trabajo realizado en estructuras submarinas son altas, ya que requieren de inspección frecuente e intervención para realizar las operaciones de perforación, manipular válvulas, reparar o remplazar componentes submarinos, y realizar una variedad de tareas requeridas para mantener el ritmo de producción y la calidad del producto. La tendencia en el uso de ROVs aumentará a medida que la producción de gas y petróleo en instalaciones cerca de la costa se traslade hacia aguas profundas.

Cuando las tareas se realizan a grandes profundidades, las fuerzas de arrastre que se ejercen sobre la superficie del cable son mayores. Esto hace que el vehículo sea menos manejable. Aunque los cables han aumentado su diámetro (debido a los mayores requerimientos de energía), el aumento de la superficie de incidencia de las fuerzas de arrastre es producto, en gran medida, de la extensa longitud de los mismos.

No obstante, se han presentado algunas soluciones como construir un Sistema de Manejo de Cable (TMS, por las siglas en inglés de *Tether Management System*) que se ancla en el fondo marino y soporta las fuerzas de arrastre del cable de mayor distancia (el que va desde la embarcación en la superficie al TMS) y a la vez permite que el ROV navegue con más facilidad.

1.4. Robots Submarinos Autónomos, AUVs

Los robots submarinos autónomos (AUVs, por las siglas en inglés de *Autonomous Underwater Vehicle*) poseen una arquitectura de control que les permite realizar misiones sin la supervisión de un operador. Además contienen su propia fuente de energía generalmente basada en baterías recargables.

Por lo general no hay una línea de comunicación entre el vehículo y la superficie, ya que se le suele programar con tareas y misiones predefinidas. No obstante, cuando se requiere un intercambio de información con la superficie, la comunicación se puede realizar a través de dispositivos acústicos.

Estos robots pueden resolver las limitaciones impuestas por los cables de los ROVs para algunas tareas. Los AUVs se utilizan actualmente para tareas de exploración científica, muestreo oceanográfico, arqueología submarina y exploración debajo del hielo. Los datos que recopila el vehículo se almacenan en su memoria interna para luego ser analizados.

Por otro lado, también se han utilizado para operaciones militares (e.g. la detección de minas), y se están desarrollando aplicaciones más elaboradas como lo son vigilancia submarina.

Para el año 2008 se estimaba que alrededor de 200 AUVs estaban en operación, muchos de ellos experimentalmente (Antonelli et al., 2008). Sin embargo, esta tecnología está maduran-

do rápidamente y algunas compañías ya ofrecen servicios con este tipo de robots.

1.5. Robots Submarinos Autónomos para Intervenciones, IAIIVs

Los AUVs han sido diseñados para realizar misiones de observación, sin embargo, recientemente se ha generado un interés en que estos puedan realizar tareas de manipulación. Esta es la idea detrás de los robots submarinos autónomos para intervención (IAUVs, por sus siglas en inglés). Con este tipo de robots las misiones serían más económicas que en el caso de los ROVs, además su maniobrabilidad sería superior ya que el IAUV estaría libre de las restricciones que impone el cordón umbilical

Eiemplos de desarrollos de este tipo de robots son los proyectos ALIVE (Evans et al., 2003), SAUVIM (Marani et al., 2009) y RAUVI (DeNovi et al., 2010). El vehículo ALIVE navega autónomamente hasta el lugar donde se realizará la intervención, una vez que llega a la posición deseada, cambia su operación a Control Supervisado y, mediante comunicación acústica, realiza las tareas de manipulación. Por su parte, el robot GIRONA 500 (del proyecto RAUVI) explora primero la región de interés y toma información acústica y visual del fondo. Posteriormente el robot sube a la superficie donde la información recolectada es procesada para realizar una reconstrucción de la región explorada. A través de una interfaz gráfica de usuario un operador identifica el objeto de interés y da los comandos al robot para que realice la intervención. Hasta el momento se han realizado exitosamente pruebas experimentales en un escenario en el que la misión del robot era recuperar una caja negra de avión (Prats et al., 2012).

2. Componentes de Robots Submarinos

2.1. La Cabina

La cabina o casco (en inglés *Hull*) consiste de la estructura y el material que reviste al robot submarino. En la cabina están montados y/o contenidos, el ordenador abordo, el equipo eléctrico y electrónico (motores eléctricos, controladores, convertidores de señales, sensores, tarjetas electrónicas, etc), y los elementos mecánicos del robot (como lo son el sistema de lastre, las aletas y los impulsores).

Los factores que determinan el diseño de una cabina son: la profundidad a la que va operar (y por lo tanto la presión hidrostática que va a soportar); los niveles de temperatura que va resistir; la resistencia a la corrosión; el volumen de los elementos que contendrá; la facilidad para ensamblar/desensamblar; la factibilidad de su construcción y el costo.

Por otro lado, otro factor que se debe considerar son las fuerzas de arrastre que se generan por el movimiento del robot. Estas fuerzas son proporcionales al cuadrado de la velocidad del robot. Cuando el robot se mueve a velocidad constante, la fuerza generada por el impulsor es igual a las fuerzas de arrastre. Por lo tanto, a menores fuerzas de arrastre menor es la energía consumida durante la navegación del robot. Las fuerzas de arrastre dependen en gran medida de la geometría de la cabina.

| Tabla 1. Waterfales para cabinas, extraido de (Wang et al., 2007) | | | | | | | |
|---|-----------------------|---------------|------------|-------------|--|--|--|
| Material | Densidad | Resistencia | Modulo | Resistencia | | | |
| | (kg/dm ³) | a la fluencia | de tensión | Específica | | | |
| | | (MPa) | (GPa) | (kNm/kg) | | | |
| Acero alta resistencia (HY80) | 7.86 | 550 | 207 | 70 | | | |
| Aleación de Aluminio (7075) | 2.9 | 503 | 70 | 173 | | | |
| Aleación de Titanio (6-4 STOA) | 4.5 | 830 | 120 | 184 | | | |
| CFRP (Epoxy/S-lass) | 2.1 | 1200 | 65 | 571 | | | |
| GFRP (Epoxy/HS) | 1.7 | 1200 | 210 | 706 | | | |
| Acrílico | 1.2 | 103 | 3.1 | 86 | | | |
| PVC | 1.4 | 48 | 35 | 34 | | | |

Tabla 1: Materiales para cabinas, extraído de (Wang et al., 2009)

En el diseño de AUVs, una cabina con forma cilíndrica es una elección muy popular. Esto se debe a que (para un determinado volumen del robot) las fuerzas de arrastre que se generan son pequeñas cuando se comparan con otras geometrías. Por otro lado, esta forma geométrica es adecuada para resistir la presión hidrostática generada a grandes profundidades (Ross, 2006). Además, la manufactura de una cabina con esta geometría es relativamente simple y esto a su vez tiene consecuencias favorables en el costo.

Cabe hacer notar que la forma externa del vehículo no es necesariamente la de los compartimientos que alojan los equipos eléctricos y electrónicos. Por otro lado, para contrarrestar la presión hidrostática muchas veces la cabina es inundada en aceite.

Una parte elemental del diseño de la cabina es la forma del extremo frontal. Un extremo frontal plano no es aconsejable para un robot que realizará tareas a altas velocidades, ya que en las aristas de la cara frontal se lleva a cabo el fenómeno llamado cavitación ¹ que puede provocar la erosión o ruptura del material de la cabina. En (Paster, 1986) se aconseja el uso de un extremo ovalado para reducir la cavitación y las fuerzas de arrastre en el robot.

Otro aspecto importante del diseño de la cabina es el tipo de material. En (Wang et al., 2009) se presenta una discusión sobre los diferentes tipos de materiales mayormente utilizados en la construcción de robots submarinos. Estos materiales son principalmente metálicos, compuestos y plásticos. En la tabla 1 se presentan las propiedades de algunos materiales utilizados en la construcción de cabinas.

Una característica deseada del material a usar es que sea altamente resistente y de bajo peso. Los materiales compuestos muestran mejores propiedades que los materiales metálicos y los plásticos, esto se puede ver en la tabla 1. En el diseño de robots submarinos los materiales compuestos utilizados son los plásticos reforzados con fibra de vidrio (GFRP) y con fibra de carbono (CFRP). El plástico reforzado con fibra de vidrio es el

más utilizado debido a que es el más económico (Wang et al., 2009).

De los metales considerados, el titanio posee la mayor relación resistencia/peso, le siguen el aluminio y el acero. Sin embargo, el costo del titanio es superior al del resto. El aluminio tiene una mejor relación resistencia/peso que el acero y su precio es asequible. Las cabinas de aluminio deben ser convenientemente anodizadas y dotadas de ánodos de castigo para evitar la corrosión.

El acrílico se utiliza en vehículos submarinos que operan a profundidades de hasta 1 kilómetro. Es un material transparente y de alta resistencia. Se utiliza en las ventanillas que permiten a las cámaras de video ver los objetos de interés. El PVC es un material económico que se puede utilizar para construir vehículos submarinos que trabajarán a profundidades pequeñas.

2.2. Sensores

Los robots submarinos están equipados con sistemas de sensores dedicados a determinar la localización del vehículo, su velocidad y aceleración, así como su estado de funcionamiento. Los sistemas de visión entran en esta categoría de dispositivos cuando son utilizados para determinar la posición y orientación de objetos con respecto al vehículo. Los sensores permiten controlar los movimientos del robot lo cual a su vez permite que esté pueda realizar la misión que le fue encomendada. Se puede clasificarlos como:

- Posicionamiento
- Estado interno
- Medición del ambiente

En esta sección se presenta solamente sensores de Posicionamiento y sensores de estado interno. Los sensores de Medición del ambiente son aquellos que se utilizan para determinar las características del agua que los rodea, algunos de estos miden las siguientes variables: conductividad, pH, densidad, turbidez, oxígeno disuelto, temperatura, presencia de metales, etc.

Otra clase de dispositivo muy importante, empleado para caracterizar el fondo marino, es el Sonar. Este dispositivo consiste en uno o varios emisores (llamados proyectores acústicos) y uno o varios receptores (llamados hidrófonos). Al haber una

¹La cavitación es un cambio de fase muy rápido de líquido a vapor que se genera cuando el agua pasa a alta velocidad por una arista afilada del cuerpo del vehículo. En este punto se generan burbujas que implotan cuando son transportadas a regiones de mayor presión. Esto puede provocar un arranque del material de la superficie en la que se genera este fenómeno (Potter et al., 1998).

transmisión de la señal acústica ultrasónica, se determina la distancia de los objetos detectados, de acuerdo a la velocidad y el tiempo recorrido por el sonido en el agua. Los sonares se pueden utilizar para estimar la distancia a un objeto (e.g. icebergs, submarinos enemigos, etc.), generar imágenes del fondo marino (para arqueología submarina) y realizar mapas batimétricos.

2.2.1. Sensores de Posicionamiento

Los sensores de posicionamiento son aquellos que permiten determinar la posición, orientación, velocidad y aceleración del robot submarino con respecto a un marco de referencia inercial o con respecto a otros objetos de interés. A continuación se presentan algunos de los sensores que utilizan la mayoría de los robots submarinos.

GPS. Un sistema de posicionamiento global (GPS) permite determinar la posición de un objeto en cualquier parte del mundo. Estos se utilizan en las embarcaciones que apoyan en la misión de un ROV o en los Planeadores acuáticos para localizarse una vez que emergen a la superficie del mar. No puede ser usado por debajo del agua.

Unidad de medición inercial (IMU). Provee información acerca de la aceleración lineal del vehículo y la velocidad angular. La IMU que se utiliza en los robots submarinos se basa en tres giróscopos que permiten hacer las mediciones de los ángulos de: cabeceo, alabeo y guiñada, para luego transmitirlos a otro equipo por medio de un canal de comunicación. En la actualidad, las IMU son equipos pequeños que integran giróscopos y acelerómetros en la electrónica, incluso hay algunas que tienen una brújula electrónica.

Brújula de estado sólido. Una brújula de estado sólido se basa en la detección de los campos magnéticos de la Tierra. Para ello utiliza dos o tres magnetorresistencias o sensores de efecto Hall colocados a 90º entre ellos, que mediante un cálculo vectorial determinan la posición norte o de referencia horizontal. Las brújulas magnéticas pueden proveer estimados del norte magnético con una exactitud de 1º si se calibran cuidadosamente para compensar las perturbaciones magnéticas del vehículo.

Velocímetro Doppler de navegación. El velocímetro Doppler de navegación, se basa en la transmisión de tres o cuatro ondas ultrasónicas, con dirección diagonal hacia el fondo, ligeramente inclinado a los lados, al frente y hacia atrás. El dispositivo cuenta con un circuito de procesamiento que, mediante el análisis de los ecos recibidos y sus correlaciones, calcula la velocidad, y la posición se obtiene indirectamente por odometría. La operación del velocímetro de Doppler está limitada a un cierto nivel con respecto al fondo marino.

Sonar para detección de obstáculos. Como se explico anteriormente, el sonar está basado en varios proyectores y arreglos de hidrófonos. En función de la diferencia de tiempo entre la emisión de la señal acústica y el eco recibido se determina la distancia a la que se encuentra un objeto al frente o en ciertos ángulos. Para la detección de obstáculos también es posible utilizar emisores láser y sus receptores, pero estos pueden presentar problemas en aguas muy turbias.

Sensor de profundidad. Un método para medir profundidad consiste en colocar un sensor de presión absoluta cuyo punto de medición se pone en contacto con el agua. Debido a que la presión ejercida en el sensor es proporcional a la columna de agua multiplicada por su densidad (mas la presión atmosférica), se puede obtener el valor de la profundidad.

Sistemas de Posicionamiento Acústico. Los sistemas de posicionamiento acústico permiten determinar la posición del robot en x-y-z. Estos sistemas se basan en dos dispositivos que reciben y emiten señales acústicas, estos son el transceptor y transpondedor. El transceptor está montado en el robot submarino y los transpondedores están ubicados en sitios cuya ubicación es conocida. El transceptor envía una señal acústica que es recibida por al menos tres transpondedores. Los transpondedores responden a esta señal, emitiendo otra señal acústica (que los idéntifica a cada uno) que recibe el transceptor. La distancia a cada transpondedor se mide a partir del tiempo en que se tarda en llegar la señal acústica. Mediante triangulación se determina la posición del robot. Existen tres tipos de sistemas de posicionamiento acústico (los cuales se diferencian por la distancia que hay entre ellos), estos son: Sistemas de Base Larga (LBL, por Long-Baseline System), Sistemas de Base Corta (SBL, por Short-Baseline System), y Sistemas de Base Ultra-Corta (USBL, por Ultra Short-Baseline System). En un LBL los transpondedores están montados sobre el fondo marino, en el perímetro del área donde se realiza la exploración. Por su parte, en los SBL y USBL los transpondedores están unidos a la embarcación que apoya la misión.

Sistemas de Visión. Las cámaras de video se utilizan para obtener imágenes del lugar donde los ROVs están realizando la operación o en los AUVs para tomar fotografías o videos de la zona que se está explorando. Otra aplicación de los sistemas de visión es obtener estimados del movimiento relativo y en algunas ocasiones absoluto usando un algoritmo tipo SLAM, esto es útil para realizar tareas como lo son el seguimiento por visión de tuberías y el control de la posición. La tecnología de los sistemas de visión óptica se encuentra muy desarrollada, esto permite la obtención de imágenes con alta resolución, colores definidos y el procesamiento en tres dimensiones. Sin embargo, a partir de cierta distancia, que dependerá del grado de turbidez del agua, los objetos submarinos son difícilmente distinguibles. Es por esto que algunos trabajos de investigación se han enfocado en la búsqueda de alternativas para producir imágenes submarinas mediante el uso de ondas acústicas, debido a que el sonido presenta menor atenuación que la luz en el agua.

2.2.2. Sensores de Estado Interno

Estos sensores permiten determinar el consumo de energía del robot, una posible inundación, la temperatura interna del vehículo, etc. A continuación se presenta un par de sensores de este tipo.

Medición de Consumo Eléctrico. Los voltímetros y amperímetros son dispositivos que permiten observar el estado de consumo de los motores y las baterías. Un voltímetro consiste en un convertidor analógico a digital y suele estar integrado a un microcontrolador o a un procesador digital de señales. Un amperímetro consiste de una resistencia de precisión en serie al circuito que se le desea medir el consumo, de manera de convertirla a voltaje. En algunos casos la corriente eléctrica se puede determinar por medio de sensores de efecto Hall colocados cerca de los cables de alimentación. Esto permitirá determinar el consumo de corriente en cada motor y módulo del robot submarino, con el objeto de calcular el consumo de potencia y gestionar la distribución de energía en un AUV.

Detector de Inundación. Este dispositivo informa al operador o al computador de a bordo si hay problemas por falta de estanqueidad en el robot submarino. Para detectar la entrada de agua en el interior hay tres tipos de sensores de inundación: de humedad, conductividad y óptico. De estos, el sensor óptico es el más práctico, ya que el de humedad reacciona con retardo y el de conductividad está expuesto al ruido eléctrico de los componentes del robot submarino. El detector óptico se basa en la colocación de un prisma con un índice de refracción similar al del agua en la parte inferior interna. Su funcionamiento consiste en emitir una señal óptica mediante un led, y se detecta si hay reflexión o no dentro del prisma.

2.3. Sistemas de propulsión

Los sistemas de propulsión son los dispositivos que permiten que los robots submarinos avancen en el medio acuático. Aquí se considera como parte del sistema de propulsión, tanto los elementos que generan las fuerzas, como aquellos que controlan la dirección de estas fuerzas.

A pesar de que la mayoría de los sistemas de propulsión de robots submarinos consisten de impulsores de hélice, aletas móviles para el guiado, y sistemas de lastre para realizar las operaciones de viraje, se han propuesto otras formas de generar movimiento dentro del agua, a continuación se describen algunas de estas.

2.3.1. Impulsores de Hélice

El sistema de empuje con hélice y motor es el más utilizado en la mayoría de robots submarinos. Consiste generalmente en un motor eléctrico, al que se le acopla una hélice. Al girar la hélice produce un efecto de empuje al desplazar el fluido de adelante hacia atrás, debido a la diferencia de presión produci-

Los modelos matemáticos de impulsores que se han propuesto, son solo una aproximación para describir su comportamiento, ya que influyen muchos factores tales como: la forma, el diámetro y el área de las aspas; el área del ducto; la velocidad de giro de la hélice; las corrientes en el ambiente; la densidad y viscosidad del agua, etc. Diferentes modelos se han presentado en (Yoerger et al., 1990) (Bachmayer et al., 2000).

Frecuentemente, se utiliza un modelo matemático sencillo del impulsor en el que la fuerza del impulsor es proporcional al cuadrado de la velocidad angular de la hélice, y a su vez esta velocidad es proporcional al voltaje del motor. Lo anterior bajo el supuesto que la dinámica de los impulsores tienen unas constantes de tiempo mucho menores que la dinámica de los vehículos (Yuh, 2000).

Las prestaciones que ofrece el impulsor de hélice han hecho de este sistema de propulsión el más utilizado en robots submarinos, sin embargo estos dispositivos producen una gran cantidad de ruido en el ambiente marino, esto altera en cierta medida la vida acuática (Low and Willy, 2005), es por ello que en el desarrollo de ciertos robots submarinos se proponen otros sistemas de propulsión.

Impulsor y superficies de control. Este tipo de sistema de propulsión es el que más se usa en submarinos de gran envergadura y AUVs. Utilizan aletas o timones con un solo grado de libertad para obtener los movimientos de cabeceo, viraje y balanceo. Este sistema presenta una gran simplicidad, pero la maniobrabilidad es muy reducida, especialmente a baja velocidad.

Múltiples impulsores. Es el sistema más utilizado en los ROVs. Consiste en colocar un número determinado de impulsores para aportar maniobrabilidad al vehículo en los grados de libertad requeridos. A pesar de que los impulsores de mayor importancia para ejecutar la navegación se colocan en la parte trasera o a los lados del robot submarino, no hay una regla específica para la ubicación y orientación de ellos. Una configuración que puede dotar de seis grados de libertad a un vehículo submarino, es la que posee el robot ODIN II (Yuh et al., 1999).

Esta disposición de los impulsores permite al robot girar sobre sí mismo. Se utiliza sobretodo en trabajos de manipulación e inspección por su precisión en el posicionamiento y su capacidad para gobernar los grados de libertad independientemente. Los robots submarinos que utilizan el sistema de arreglo de impulsores suelen tener forma cúbica o esférica y compacta. El inconveniente que presenta esta configuración es el alto consumo de energía debido a la gran cantidad de impulsores.

Impulsor vectorial. La impulsión vectorial es la capacidad de un robot submarino para orientar o posicionar un impulsor con el objetivo de controlar su propio movimiento. En los robots submarinos con impulsor vectorial, el propulsor se coloca en la parte trasera, de forma similar a la de los vehículos con un impulsor fijo y aletas de guiado, pero en este caso el impulsor no está fijo, ya que tiene la capacidad de orientarse.

El desarrollo de robots submarinos con impulsores vectoriales es relativamente reciente. En algunos trabajos de investigación se ha analizado la dinámica de este tipo de vehículos y se ha encontrado que presenta grandes ventajas para la navegación y guiado con precisión (Le Page and Holappa, 2000), (Morel and Leonessa, 2003). En (Cavallo et al., 2004) se presentó un impulsor vectorial situado en la parte trasera que, mediante una estructura paralela esférica, permite los movimientos de cabeceo y viraje.

Por otro lado, en (Kinsey et al., 2011) y (Desset et al., 2005) se presentaron los AUVs SENTRY y Odysey IV, respectivamente. Estos robots poseen impulsores rotatorios que permiten controlar sus movimientos de avance y posicionamiento vertical simultáneamente. Estos robots han sido utilizados exitosamente para realizar exploraciones del fondo marino.

En (Saltaren et al., 2007) y (Alvarez et al., 2009) se presentó el diseño de robot submarino cuyo impulsor estaba unido a la cabina a través de una plataforma de Stewart-Gough. La ventaja que presenta este robot, llamado Remo I, es que utiliza un solo impulsor, lo cual representa un menor gasto de energía en comparación con los robots de varios impulsores. El robot puede controlar la posición y orientación de la fuerza de impulsión (vea fig. 2b). Además, por el hecho de poder deformarse, este robot tiene la potencial capacidad de nadar. Por otro lado, en (Yime, 2008) y (Moreno et al., 2011) se presentó el diseño y modelado del robot Remo II. El sistema de propulsión de este robot tiene dos impulsores, uno en cada plataforma, y un Giróscopo de Control de Momento.

2.3.2. Planeador Acuático (Glider)

Los robots submarinos planeadores no disponen de impulsor de hélice. Estos han sido diseñados para deslizarse desde la superficie del mar hasta una profundidad programada, luego cambian su flotabilidad y cabeceo para ir en dirección ascendente hasta llegar a un punto prefijado donde vuelven a descender y así sucesivamente. En la fig. 2c y d se presentan los glider Slocum y Seaglider. El avance se obtiene por medio de la inclinación de las aletas, que se consigue al combinar pequeñas variaciones de la posición y magnitud de la fuerza de flotabilidad. Como resultado se obtiene un movimiento de desplazamiento diagonal con un mínimo consumo de energía. Mientras se realiza el recorrido, recogen información de temperatura, salinidad, corrientes y otras medidas a lo largo de su trayectoria (Davis and Jones, 2002), (Graver, 2005), (Zhang et al., 2006), (Caffaz et al., 2010). Los planeadores acuáticos pueden tener diversas aplicaciones. Por ejemplo, el robot Liberade XRay fue diseñado para misiones de vigilancia y localización de submarinos enemigos.

A pesar de que la velocidad de estos robots es bastante reducida y el avance está inevitablemente ligado al movimiento vertical, su estructura es ideal para los robots AUV dedicados a la observación y medición oceanográfica. El mínimo consumo incrementa el tiempo de las misiones a varios meses y aumenta el campo de acción a cientos de kilómetros, esto reduce en gran medida los costes de seguimiento.

2.3.3. Bioinspirados

Este tipo de sistema de propulsión está inspirado en la fisiología de los peces o los cetáceos, y con ello su forma de desplazarse en el agua. El sistema más simple consiste en una aleta con un grado de libertad colocada vertical u horizontalmente en la parte trasera del vehículo submarino. Su movimiento cíclico perpendicular al plano de las aletas, produce ondas de agua que impulsan el vehículo hacia adelante. Este movimiento produce empuje en un solo sentido. En la fig. 2e se observa el prototipo de un robot nadador llamado Tuna Robot con una aleta trasera desarrollada por el Draper's Laboratory (Anderson and Chabra, 2002). El diseño permite mover una aleta vertical de izquierda a derecha y con ello hacer navegar a este robot submarino. El desarrollo de un modelo matemático basado en la dinámica de un robot similar llamado PoTuna se puede encontrar en un artículo de (Kim and Yourn, 2004). Por otro lado, en (Rossi et al., 2011) se presenta la aplicación de SMA para construir el sistema de locomoción de un robot pez.

En la fig. 2f se presenta el robot llamado AQUA, el cual posee 6 aletas (tipo pala) cuyo movimiento sincronizado le permiten navegar en el agua (Dudek et al., 2007).

En (Boyer et al., 2009) se presentó el diseño de un robot anguila. Al igual que la anguila, este robot deforma completamente su cuerpo para generar ondas en el agua y propulsarse. En los robots tipo pez solo la parte trasera se deforma. El robot anguila tiene multiples vertebras que permiten la deformación. Estas vertebras están compuestas de mecanismos paralelos de tres grados de libertad.

Otro tipo de vehículo submarino que se impulsa por deformación, es el desarrollado por la Universidad Tecnológica de Nanyang en Singapur, un robot submarino con aletas flexibles modulares que imitan las aletas de un pez raya (Low and Willy, 2005). Cada pequeña aleta es capaz de girar sobre la aleta adyacente a la que se encuentra unida para moverse de forma sincronizada. Esto produce un movimiento ondulatorio que impulsa el conjunto en una dirección.

Otro concepto de navegación por deformación es el robot AMOEBOT (Chen et al., 1999). Este es un vehículo que se impulsa en el agua por medio de cambios continuos en la forma de su cuerpo, parecido al movimiento de una medusa. La manera de navegar del vehículo consiste en inflar y desinflar determinados globos en una secuencia.

2.3.4. Inyección

La propulsión por inyección consiste en recoger agua del exterior para luego almacenarla en un depósito y finalmente expulsarla mediante una bomba, inyectándola al medio acuático a través de una boquilla.

El agua es forzada a salir a alta presión por la boquilla y la fuerza de empuje del agua produce una aceleración en el vehículo. Cuando se puede controlar la orientación de la boquilla, es posible obtener un empuje en diversas direcciones. En (Polsenberg et al., 2005) se presenta la implementación de este sistema de propulsión en pequeños robots submarinos.

Los sistemas de propulsión por inyección son considerados sistemas no convencionales, y se pueden emplear en aplicaciones de alta velocidad. Estos proveen una alternativa viable al impulsor convencional de hélice. Por otro lado, son más apropiados para proteger el medio ambiente, ya que evitan daños o heridas a seres acuáticos que pueden ser causadas por el contacto de una hélice en movimiento.

2.3.5. Impulsor Magnetohidrodinámico, MHD

El principio de funcionamiento de los impulsores magnetohidrodinámicos consiste en hacer circular corriente eléctrica

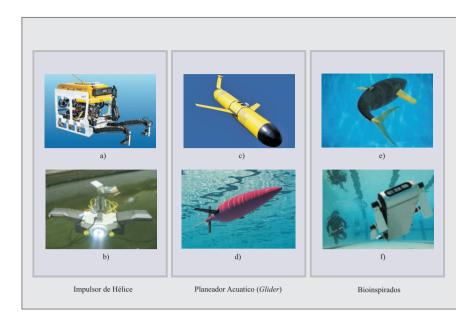


Figura 2: Sistemas de propulsión. a)Seaeye Panther-XT (Seaeye, 2012), b) REMO (Saltaren et al., 2007), c) Slocum Glider, d) Seaglider (Griffiths et al., 2002), e) Tuna Robot (Anderson and Chabra, 2002), f) AQUA (Dudek et al., 2007).

por un fluido conductor (e.g. agua salada) el cual es atravesado por un campo magnético. El impulsor MHD genera el movimiento del fluido debido a la interacción del campo magnético y la corriente que circula a través de él.

La ventaja que presenta este tipo de sistema de propulsión es que no tiene partes móviles, y por tanto será más fácil resolver problemas de estanqueidad y mantenimiento. Sin embargo, la desventaja que presenta es que los electrodos reducen notablemente el rendimiento electromecánico, debido a su disolución y al desprendimiento de gases causados por la electrólisis de los materiales afectados.

Otro problema es que se requieren campos magnéticos de alta intensidad para obtener una fuerza de propulsión considerable en un vehículo submarino. Según (Lin and Gilbert, 1991) la máxima eficiencia que puede dar este tipo de impulsores está por debajo del 50 %, debido a que la fuerza de propulsión depende de la eficiencia de la inductancia.

2.3.6. Tracción con el fondo marino

La técnica del desplazamiento de un vehículo submarino por medio de la interacción con el fondo marino es similar a la técnica utilizada por los robots terrestres, con la diferencia que el peso del vehículo en el agua se puede neutralizar mediante la flotabilidad del mismo, y que en el agua hay fuerzas de fricción viscosa que son mucho mayores que en el aire. En (Iwasaki et al., 1987) se presentó el Aquarobot, un robot caminador submarino de 6 patas simétricas unidas al cuerpo del robot que se encuentra en el centro. Los vehículos submarinos podrían desplazarse mediante patas, ruedas u orugas (Alvarez, 2008).

En esta apartado se presentaron diversos sistemas de propulsión de robots submarinos. Cabe mencionar que existe otra forma de propulsión externa, esta es la de los dispositivos remolcados por un barco (towfish). Tales dispositivos son empleados principalmente para obtener imágenes del fondo marino a través de sonares (llamados Side-scan sonar). Un ejemplo de esta clase de dispositivos podría ser el robot MILANA, que funciona al ser remolcado por un barco, mientras el vehículo mantiene una profundidad relativamente estable, para hacer tomas del fondo frente a la costa de Barcelona, España (Amat et al., 2006).

2.4. Brazos Robóticos

Para realizar misiones de manipulación los robots submarinos requieren de brazos robóticos. En general, los brazos de un ROV son teleoperados utilizando un sistema Maestro-Esclavo. Los ROVs utilizados en la industria del petróleo frecuentemente tienen dos brazos, uno para sujetar el robot a la estructura y el otro para realizar las operaciones requeridas, como lo pueden ser el mantenimiento o la reparación. La mayoría de los manipuladores han sido diseñados para ROVs y estos son controlados mediante actuadores hidráulicos. No obstante, también se han desarrollado brazos actuados por motores eléctricos. Estos son más útiles para IAUVs ya que consumen menos energía que los actuadores hidráulicos (Yuh, 2000).

2.5. Fuentes de Energía

La fuente de energía es uno de los componentes más críticos en un robot submarino, principalmente en los AUVs. El tipo de fuente de energía define el tiempo de operación del robot, además del volumen y peso del vehículo.

Las fuentes de energía más comunes son:

| Tabla 2: Comparación de capacidad de energía por peso de los distintos tipos |
|--|
| de baterías, (Bradley et al., 2001) (Yuh, 2000). |

| Elemento | Densidad de Energía | Ciclos de Carga | |
|----------------|---------------------|-----------------|--|
| | (Whr/Kg) | - | |
| Alcalina | 140 | 1 | |
| Li primaria | 375 | 1 | |
| Plomo-Acido | 31.5 | ~100 | |
| Ni-Cd | 33 | ~100 | |
| Ni-Zn | 58.5 | ~500 | |
| Li-Ion | 144 | ~500 | |
| Li-Polymer | 193 | ~500 | |
| Plata-Zinc | 100 | ~30 | |
| Celda de Acido | 150-1000 | - | |
| Celda Alcalina | 250-950 | - | |

Baterías. Están compuestas por una o más celdas electro-químicas que convierten la energía química almacenada en energía eléctrica. Las mismas se clasifican en primarias y secundarias. Las baterías primarias no se pueden recargar, mientras las baterías secundarias sí son recargables. Las baterías primarias tienen una mayor densidad de energía que las secundarias (el caso de la Li primaria), sin embargo su empleo es en general más costoso. Dentro del género de las baterías primarias, las más comunes y asequibles son las Alcalinas. Las baterías mayormente empleadas en AUVs son las secundarias. Hasta hace poco tiempo, las más usadas eran las de Plata-Zinc, pero los recientes avances en las baterías de Li-Ion han hecho de estas una alternativa atractiva (Wang et al., 2009).

Celdas de combustible. Generan energía eléctrica por medio de una reacción química entre un combustible (por lo general hidrógeno) y un agente oxidante (por lo general oxígeno). Si bien existe una gran diversidad de celdas de combustibles, todas están compuestas por un ánodo, un cátodo y un electrólito que permite el movimiento de cargas. El material empleado como electrólito da origen a las distintos tipos de celdas de combustibles. A diferencia de las baterías, una pila de combustible requiere de un flujo constante de combustible y elemento oxidante para generar energía eléctrica. Por lo general, poseen mayor autonomía que las baterías, pero es necesario que los tanques de combustibles estén presurizados.

En (Bradley et al., 2001), se presenta un resumen de los aspectos más importantes de las baterías y su empleo en sistemas submarinos. En la tabla 2 se presenta un cuadro comparativo de las distintas baterías y celdas de combustible y su densidad de energía.

3. Modelado de Robots Submarinos

En esta sección se presentará el modelado cinemático y dinámico de robots submarinos. El modelado cinemático consiste de las ecuaciones que relacionan los diferentes tipos de coordenadas utilizadas para expresar la velocidad del robot. Por otro

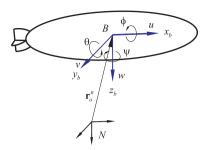


Figura 3: Notación en robótica submarina.

lado, en el modelado dinámico se describen las fuerzas que actúan sobre el robot cuando este navega.

Brevemente se presenta la derivación de las ecuaciones de movimiento para cuerpos sumergidos en agua. Se hace especial hincapié en esta sección debido a que, en robots submarinos, la velocidad y su derivada temporal se miden con respecto al marco de referencia del cuerpo. Se presentan solamente la ecuaciones más importantes, sin perder de vista el propósito didáctico de este trabajo.

3.1. Modelado Cinemático de Robots Submarinos

Cuando se analiza el movimiento de un robot submarino, es necesario definir dos marcos de referencia para describir su movimiento, estos son:

Marco de referencia inercial NED. Este marco esta ubicado sobre la superficie de la tierra y su nombre indica las siglas en inglés de Norte-Este-Abajo (*North-East-Down*). En este marco el eje x apunta hacia el norte, el eje y apunta hacia el este, y el eje z apunta hacia abajo y es normal a la superficie de la Tierra. De esta forma el plano x - y es tangente en la superficie de la tierra. En este trabajo se refiere a este marco simplemente por N.

Marco de referencia del cuerpo B**.** Este marco de referencia está fijo al cuerpo del robot (Body). El origen O de este marco de referencia generalmente se hace coincidir con el centro de gravedad del cuerpo, cuando este se encuentra en el plano principal de simetría, o en algún otro punto conveniente si este no es el caso. Los ejes de este marco se eligen de tal forma que coincidan con los ejes principales de inercia, siendo x_b el eje longitudinal (que va de atrás hacia adelante), y_b el eje transversal (que va de un lado al otro), y z_b que va dirigido hacia abajo.

En navegación maritima y en robótica submarina existe la convención de la SNAME (*Society of Naval Architects and Marine Engineers*) para expresar la posición, orientación del vehículo y las fuerzas que se ejercen sobre él. En la tabla 3 se presentan los nombres de los movimientos en inglés y español² de vehícu-

²De acuerdo al diccionario náutico de la Escuela Superior de la Marina Civil de la Universidad de Oviedo, *Heave* se traduce como: Movimiento vertical del CG, http://marina.uniovi.es/diccionario.

| Movimiento | Nombre | | Posición | Velocidad | Fuerza |
|-----------------|-------------|--------|----------|-----------|--------|
| | Español | Inglés | | | |
| Traslación en x | Avance | Surge | х | и | X |
| Traslación en y | Desvío | Sway | y | v | Y |
| Traslación en z | M. Vertical | Heave | z | w | Z |
| Rotación en x | Alabeo | Roll | φ | p | K |
| Rotación en y | Cabeceo | Pitch | θ | q | M |
| Rotación en z | Guiñada | Yaw | ψ | r | N |

Tabla 3: Notación del movimiento de vehículos marinos (SNAME, 1950)

los marinos, y la notación para posición, velocidad y fuerza. En la fig. 3 se puede visualizar esta notación.

Para representar la posición del vehículo con respecto al marco inercial *N* se tiene el vector:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_o^n \\ \boldsymbol{\Theta} \end{bmatrix} \tag{1}$$

donde $\mathbf{r}_o^n = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ representa la posición del marco de referencia del cuerpo B con respecto al marco N, mientras que $\mathbf{\Theta}$ es un vector de parámetros que permiten definir la orientación relativa entre estos dos marcos de referencia. En este caso, los parámetros de orientación pueden ser los ángulos de Euler o el cuaternión de los parámetros de Euler, \mathbf{p}_b .

La velocidad del vehículo se representa por el vector:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_o^b \\ \boldsymbol{\omega}_b^b \end{bmatrix} \tag{2}$$

donde $\mathbf{v}_o^b = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T$ es la velocidad lineal del vehículo medido en coordenadas del marco del cuerpo B, mientras que $\omega_b^b = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T$ representa la velocidad angular del cuerpo con respecto al marco inercial medido en el marco de referencia del cuerpo B. Estas velocidades también se suelen denotar por los vectores $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_o^b$ y $\mathbf{v}_2 = \omega_b^b$.

Para describir las fuerzas a las que está sujeto el vehículo se utiliza la notación :

$$\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_o^b \\ \mathbf{n}_o^b \end{bmatrix} \tag{3}$$

donde $\mathbf{f}_o^b = \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T \mathbf{y} \, \mathbf{n}_o^b = \begin{bmatrix} K & M & N \end{bmatrix}^T$ son los vectores de fuerza y momento ejercidos sobre el cuerpo medidos en el marco de referencia del cuerpo B.

3.1.1. Matriz de Rotación

Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la facilidad del uso del algebra matricial. Estas matrices describen la orientación mutua entre dos sistemas coordenados; sus vectores columna son los cosenos directores de los ejes un sistema coordenado con respecto a otro.

Dado un vector \mathbf{r}^b expresado en coordenadas del marco B, entonces ese mismo vector, expresado en coordenadas del marco A es dado por: $\mathbf{r}^a = \mathbf{R}_b^a \mathbf{r}^b$. Donde \mathbf{R}_b^a representa la matriz de rotación del marco B con respecto al marco A.

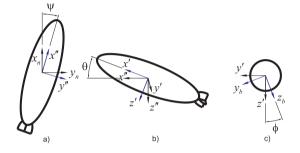


Figura 4: Secuencia de rotaciones de los ángulos de Euler: a) Guiñada, b) Cabeceo y c) Alabeo. El esquema del robot aparece en la orientación final después de la correspondiente rotación.

3.1.2. Ángulos de Euler

Euler estableció que cualesquiera dos marcos coordenados ortonormales independientes (con un origen común) pueden ser relacionados por una sucesión de no más de tres rotaciones alrededor de los ejes coordenados. Esto significa que si se conoce la secuencia de ejes a rotar, se necesitan sólo tres ángulos de Euler para definir completamente la rotación total.

Dada una sucesión de ángulos de Euler, es posible encontrar la matriz de rotación correspondiente. La convención utilizada en robótica submarina para los ángulos de Euler consiste de la siguiente sucesión:

- Rotación del marco de referencia de un ángulo ψ alrededor del eje z para obtener el marco B".
- Rotación del marco de referencia de un ángulo θ alrededor del eje y para obtener el marco B'.
- Rotación del marco de referencia de un ángulo φ alrededor del eje x para obtener el marco B.

En la fig. 4 se presenta esta secuencia de rotaciones de los ángulos de Euler.

De esta forma:

$$\mathbf{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde $s \cdot = \sin(\cdot)$ y $c \cdot = \cos(\cdot)$.

El orden de estas rotaciones no es arbitrario, se llevan a cabo desde el marco de referencia N al marco B. La matriz que representa estas rotaciones se denota por $\mathbf{R}_n^b = \mathbf{R}_b^{nT}$. La matriz transpuesta implica que el mismo resultado se obtiene de transformar un vector del marco de referencia B al marco N, invirtiendo el orden de rotación. Esta secuencia de rotaciones es matemáticamente equivalente a $\mathbf{R}_b^n = \mathbf{R}_{z,\psi} \mathbf{R}_{y,\theta} \mathbf{R}_{x,\phi}$.

Realizando esta operación se obtiene:

$$\mathbf{R}_{b}^{n} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$
(4)

Para realizar la operación inversa, es decir determinar los ángulos de Euler una vez conocida la matriz de rotación, se pueden derivar las siguientes expresiones:

$$\phi = \tan 2(r_{32}, r_{33}) \tag{5}$$

$$\theta = -\sin^{-1}(r_{31}) = -\tan^{-1}\left(\frac{r_{31}}{\sqrt{1 - r_{31}^2}}\right) \tag{6}$$

$$\psi = \tan 2(r_{21}, r_{11}) \tag{7}$$

en donde r_{ij} denota el elemento (i, j) de la matriz de rotación \mathbf{R}_b^n , y atan2(y, x) es la función arco tangente de dos argumentos reales x, y, y satisface que $-\pi \le \tan 2 \le \pi$.

Transformación de Velocidades. La transformación que relaciona el vector de velocidad lineal en un marco de referencia inercial al marco de referencia del cuerpo puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{r}}_{o}^{b} = \mathbf{R}_{b}^{n} \mathbf{v}_{o}^{b} \tag{8}$$

Por otro lado, el vector de velocidad angular del cuerpo ω_b^b y el vector de velocidad de los ángulos de Euler están relacionados mediante una matriz de transformación \mathbf{T}_{Θ} como se muestra a continuación:

$$\dot{\mathbf{O}} = \mathbf{T}_{\mathbf{O}} \boldsymbol{\omega}_b^b \tag{9}$$

donde T_{Θ} esta dada por:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{\Theta}} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}$$
(10)

 $y t \cdot = tan(\cdot)$.

Las expresiones anteriores se pueden resumir de la siguiente manera:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}\boldsymbol{\nu} \tag{11}$$

donde:

$$\mathbf{J}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_b^n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{\mathbf{\Theta}} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$y \dot{\boldsymbol{\eta}} = \frac{d(\boldsymbol{\eta})}{dt}$$
.

3.1.3. Parámetros de Euler

Otro alternativa para representar la orientación mediante parámetros de Euler. La principal motivación de usar estos parámetros es evitar las singularidades que sufre la representación mediante los ángulos de Euler.

Un cuaternión está compuesto de cuatro parámetros:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} e_0 & e_1 & e_2 & e_3 \end{bmatrix}^T \tag{13}$$

que satisfacen una restricción de norma unitaria, $\mathbf{p}^T \mathbf{p} = 1$.

La expresión de la matriz de rotación en términos de los parámetros de Euler es la siguiente:

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 - 2(e_2^2 + e_3^2) & 2(e_1e_2 - e_0e_3) & 2(e_1e_3 + e_0e_2) \\ 2(e_1e_2 + e_0e_3) & 1 - 2(e_1^2 + e_3^2) & 2(e_2e_3 - e_0e_1) \\ 2(e_1e_3 - e_0e_2) & 2(e_2e_3 + e_0e_1) & 1 - 2(e_1^2 + e_2^2) \end{bmatrix}$$
(14)

En forma compacta, se tiene:

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = \mathbf{I}_3 + 2e_0 \mathbb{S}(\mathbf{e}) + 2\mathbb{S}(\mathbf{e})^2$$

donde $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{bmatrix}^T$ es un subvector de \mathbf{p} y $\mathbb{S}(\cdot)$ es el operador matricial del producto cruz. Dado el vector \mathbf{e} se tiene que

$$\mathbb{S}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix}$$
 (15)

Transformación de Velocidades. Para realizar la transformación de velocidades lineales se realiza la misma operación que en el caso de los ángulos de Euler, simplemente mediante el uso de la matriz de rotación.

La transformación de la velocidad angular se puede derivar sustituyendo la expresión (14) en la ecuación diferencial $\dot{\mathbf{R}}_b^n = \mathbf{R}_b^n \mathbb{S}(\boldsymbol{\omega}_b^b)$. Mediante algunas operaciones se tiene:

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{T}_p \boldsymbol{\omega}_b^b \tag{16}$$

donde:

$$\mathbf{T}_{p}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -e_{1} & -e_{2} & -e_{3} \\ e_{0} & -e_{3} & e_{2} \\ e_{3} & e_{0} & -e_{1} \\ -e_{2} & e_{1} & e_{0} \end{bmatrix}$$
(17)

Las expresiones anteriores se pueden resumir de la siguiente manera:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}\boldsymbol{\nu} \tag{18}$$

donde:

$$\mathbf{J}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_b^n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T_p} \end{bmatrix} \tag{19}$$

En este caso $\dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_o^n & \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}^T$.

3.2. Dinámica de Robots Submarinos

El modelo dinámico de un robot submarino describe la relación existente entre los movimientos del robot y las fuerzas que se ejercen sobre el mismo. De esta manera, se pueden calcular las fuerzas externas necesarias para que el robot se mueva de una forma determinada, o por el contrario, se puede determinar el movimiento generado por las fuerzas externas a las que el robot está sujeto.

A continuación se presentarán las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler para cuerpos sumergidos en el agua. Los cuerpos sumergidos están sujetos a diferentes tipos de fuerzas. Estas fuerzas son principalmente las fuerzas inerciales, las hidrodinámicas y las fuerzas de restitución.

El modelo dinámico de un robot submarino se puede escribir en su forma compacta como se muestra a continuación:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v}) \mathbf{v} + \mathbf{g}(\mathbf{\eta}) = \mathbf{\tau} + \mathbf{g}_o + \mathbf{w}$$
 (20)

$$\tau = \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t \tag{21}$$

donde la matriz \mathbf{M} contiene los elementos de la matriz de inercia y la matriz de masa añadida (el concepto de la masa añadida se presentará posteriormente); por su parte la matriz \mathbf{C} consiste de la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis del cuerpo rígido y de la masa añadida; la matriz de \mathbf{D} es la matriz de fuerzas viscosas; y el vector $\mathbf{g}(\eta)$ representa las fuerzas de restitución (que están compuestas por la fuerza de gravedad y la fuerza de flotación).

Por otro lado el vector τ representa las fuerzas que ejercen los impulsores (o cualquier otro elemento generador de fuerza) sobre el robot submarino. Los elementos de la matriz de control \mathbf{B}_t dependen de la configuración de cada robot, sus superficies de control, el número de impulsores, y la ubicación y orientación de los impulsores. El vector \mathbf{u}_t está compuesto de las fuerzas que se generan en cada impulsor. Por otra parte, el vector \mathbf{g}_o representa la fuerza generada por el control de lastre. El vector \mathbf{w} representa las perturbaciones del ambiente (como lo son, las olas, el viento y las corrientes marinas).

La formulación vectorial fue desarrollada en (Fossen, 1991) inspirada en la estructura de los modelos de robots manipuladores. En las siguientes secciones se describen en mayor detalle las fuerzas anteriormente señaladas.

3.2.1. Fuerzas Inerciales

Las ecuaciones de Newton-Euler para un cuerpo rígido son las siguientes:

$$\mathbf{f}_c^b = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}_c^b) \tag{22}$$

$$\mathbf{n}_c^b = \frac{d}{dt} (\mathbf{I}_c \omega_b^b) \tag{23}$$

donde \mathbf{f}_c^b y \mathbf{n}_c^b son la fuerza y el torque en el centro de masa del cuerpo; m e \mathbf{I}_c son la masa y la matriz de inercia del cuerpo, respectivamente. En este caso la matriz de masa está dada en el marco de referencia del cuerpo. Los vectores \mathbf{v}_c^b y $\boldsymbol{\omega}_b^b$ representan la velocidad lineal y angular del cuerpo con respecto al marco de referencia inercial N pero medidas en el marco de referencia del cuerpo B.

Para robots submarinos, las ecuaciones de movimiento se derivan dada una posición arbitraria del origen *O* del marco de referencia del cuerpo *B*. Esto se debe a que algunas propiedades hidrodinámicas se pueden calcular con mayor facilidad en puntos que pueden no coincidir con el centro de masa del robot.

La velocidad lineal del centro de masa con respecto al marco N medido en el marco de referencia del cuerpo B se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{v}_{c}^{b} = \mathbf{v}_{o}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{b}^{b} \times \mathbf{r}_{o}^{b} \tag{24}$$

donde \mathbf{r}_g^b es la posición del centro de masa con respecto al origen del marco B. Para determinar la aceleración del centro de masa con respecto al marco de referencia N se considera primero que $\mathbf{v}_c^n = \mathbf{R}_b^n \mathbf{v}_c^b = \mathbf{R}_b^n (\mathbf{v}_o^b + \boldsymbol{\omega}_b^b \times \mathbf{r}_g^b)$. Derivando \mathbf{v}_c^n con respecto al tiempo se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{\mathbf{v}}_{c}^{n} = \mathbf{R}_{b}^{n} [\dot{\mathbf{v}}_{o}^{b} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b}^{b} \times \mathbf{r}_{o}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{b}^{b} \times \mathbf{v}_{o}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{b}^{b} \times (\boldsymbol{\omega}_{b}^{b} \times \mathbf{r}_{o}^{b})]$$
 (25)

Por lo tanto, sustituyendo el valor de la derivada (25) en la ecuación (22), y dado que $\mathbf{f}_o^b = \mathbf{f}_c^b$ para movimientos traslacionales se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{f}_{o}^{b} = m[\dot{\mathbf{v}}_{o}^{b} + \dot{\omega}_{b}^{b} \times \mathbf{r}_{g}^{b} + \omega_{b}^{b} \times \mathbf{v}_{o}^{b} + \omega_{b}^{b} \times (\omega_{b}^{b} \times \mathbf{r}_{g}^{b})]$$
(26)

lo cual permite calcular la fuerza en el origen del marco de referencia del cuerpo, es decir \mathcal{O} .

Por otra parte el momento angular con respecto al punto O y al punto C está dado por las siguientes expresiones $\mathbf{h}_o^b = \mathbf{I}_o \boldsymbol{\omega}_b^b + m \mathbf{r}_g^b \times \mathbf{v}_o^b$ y $\mathbf{h}_c^b = \mathbf{h}_o^b - m \mathbf{r}_g^b \times \mathbf{v}_c^b$

Considerando que $\mathbf{h}_c^n = \mathbf{R}_b^n \mathbf{h}_c^b$, la derivada temporal del momento angular con respecto al punto C es la siguiente:

$$\dot{\mathbf{h}}_{c}^{n} = \mathbf{R}_{b}^{n} [\mathbf{I}_{o} \dot{\omega}_{b}^{b} + m \mathbf{r}_{e}^{b} \times (\dot{\mathbf{v}}_{o}^{b} - \dot{\mathbf{v}}_{c}^{b}) + \omega_{b}^{b} \times (\mathbf{I}_{o} \omega + m \mathbf{r}_{e}^{b} \times (\mathbf{v}_{o}^{b} - \mathbf{v}_{c}^{b}))].$$

Por otro lado, el momento \mathbf{n}_c^n es igual a $\mathbf{n}_c^n = \dot{\mathbf{h}}_c^n$ y $\mathbf{n}_c^n = \mathbf{R}_b^n (\mathbf{m}_o^b - \mathbf{r}_g^b \times \mathbf{f}_c^b)$ siendo en este caso $\mathbf{f}_c^b = m(\dot{\mathbf{v}}_c^b + \boldsymbol{\omega}_b^b \times \mathbf{v}_c^b)$. Igualando las expresiones de \mathbf{n}_c^n y realizando operaciones algebraicas se obtiene finalmente la ecuación del momento en el origen del marco B:

$$\mathbf{n}_{o}^{b} = \mathbf{I}_{o}\omega_{b}^{b} + \omega_{b}^{b} \times (\mathbf{I}_{o}\omega_{n}^{b}) + m\mathbf{r}_{o}^{b} \times \dot{\mathbf{v}}_{o}^{b} + m\mathbf{r}_{o}^{b} \times (\omega_{b}^{b} \times \mathbf{v}_{o}^{b}) \quad (27)$$

Las ecuaciones (26) y (27) se pueden escribir en forma matricial, como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{o}^{b} \\ \mathbf{n}_{o}^{b} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{R} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_{o}^{b} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b}^{b} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{R}(\mathbf{v}_{o}^{b}, \boldsymbol{\omega}_{b}^{b}) \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{o}^{b} \\ \boldsymbol{\omega}_{o}^{b} \end{bmatrix}$$
(28)

donde \mathbf{M}_R es la matriz de masas del cuerpo rígido, y $\mathbf{C}_R(v)$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis. La matriz de masas está dada de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_{R} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3} & -m\mathbb{S}(\mathbf{r}_{g}^{b}) \\ m\mathbb{S}(\mathbf{r}_{g}^{b}) & \mathbf{I}_{O} \end{bmatrix}$$
 (29)

La matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis puede adoptar diferentes formas. En este caso se adopta una que hace que esta matriz sea antisimétrica. Una matriz antisimétrica tiene la propiedad $\mathbf{C}_R(v) = -\mathbf{C}_R(v)^T$. Por lo tanto, esta matriz está dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{C}_{R}(\nu) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3} & -\mathbb{S}(\mathbf{M}_{R11}\nu_{1} + \mathbf{M}_{R12}\nu_{2}) \\ -\mathbb{S}(\mathbf{M}_{R11}\nu_{1} + \mathbf{M}_{R12}\nu_{2}) & -\mathbb{S}(\mathbf{M}_{R21}\nu_{1} + \mathbf{M}_{R22}\nu_{2}) \end{bmatrix}$$
(30)

3.2.2. Fuerzas Hidrodinámicas

Los fuerzas hidrodinámicas que afectan un cuerpo sumergido son bastantes complejas ya que dependen de muchas variables como son las características del fluido, la temperatura, la presión y la forma geométrica del cuerpo entre otras. Las fuerzas hidrodinámicas son la fuerzas de masa añadida y las fuerzas viscosas.

Masa Añadida

La masa añadida es una fuerza que se opone al movimiento del cuerpo en el fluido y depende de la aceleración del cuerpo, como también puede serlo de la velocidad. La masa añadida se suele asociar con la cantidad de fluido que se encuentra alrededor del cuerpo, y que debe acelerarse cuando el cuerpo también lo hace. A diferencia de la masa de cuerpo rígido, la masa añadida no siempre cumple con la propiedad de ser constante y simétrica, como tampoco es siempre diagonal.

La manera más fiable de medir la masa añadida es a través de la experimentación. La forma como se hace es acelerar el cuerpo en dirección de los ejes y medir la variación en la fuerza requerida.

La matriz de masa añadida es una matriz cuadrada de orden 6:

$$\mathbf{M}_{A} = -\begin{bmatrix} X_{\hat{u}} & X_{\hat{v}} & X_{\hat{w}} & X_{\hat{p}} & X_{\hat{q}} & X_{\hat{r}} \\ Y_{\hat{u}} & Y_{\hat{v}} & Y_{\hat{w}} & Y_{\hat{p}} & Y_{\hat{q}} & Y_{\hat{r}} \\ Z_{\hat{u}} & Z_{\hat{v}} & Z_{\hat{w}} & Z_{\hat{p}} & Z_{\hat{q}} & Z_{\hat{r}} \\ K_{\hat{u}} & K_{\hat{v}} & K_{\hat{w}} & K_{\hat{p}} & K_{\hat{q}} & K_{\hat{r}} \\ M_{\hat{u}} & M_{\hat{v}} & M_{\hat{w}} & M_{\hat{p}} & M_{\hat{q}} & M_{\hat{r}} \\ N_{\hat{u}} & N_{\hat{v}} & N_{\hat{w}} & N_{\hat{p}} & N_{\hat{q}} & N_{\hat{r}} \end{bmatrix}$$

$$(31)$$

Por otro lado esta matriz se puede expresar en términos de 4 submatrices:

$$\mathbf{M}_{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{A11} & \mathbf{M}_{A12} \\ \mathbf{M}_{A21} & \mathbf{M}_{A22} \end{bmatrix}$$
(32)

La matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis de la masa añadida puede adoptar diferentes formas. Al igual que en el caso de $\mathbf{C}_R(\nu)$, se emplea una que hace que esta matriz sea antisimétrica:

$$\mathbf{C}_{A}(\nu) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbb{S}(\mathbf{M}_{A11}\nu_{1} + \mathbf{M}_{A12}\nu_{2}) \\ -\mathbb{S}(\mathbf{M}_{A11}\nu_{1} + \mathbf{M}_{A12}\nu_{2}) & -\mathbb{S}(\mathbf{M}_{A21}\nu_{1} + \mathbf{M}_{A22}\nu_{2}) \end{bmatrix}$$
(33)

Fuerzas Viscosas

Estas fuerzas son el resultado de la fricción que ejerce la viscosidad del fluido sobre el cuerpo. Se suelen clasificar según el efecto sobre el cuerpo en: fuerza de arrastre y fuerza de sustentación. Las fuerzas de arrastre se oponen al movimiento y actúan en dirección opuesta, mientras que las fuerzas de sustentación son perpendiculares al movimiento relativo del cuerpo sobre el fluido. Al igual que la masa añadida, la única forma de tener un conocimiento fiable de las magnitudes de dichas fuerzas es a través de la experimentación.

Las fuerzas de amortiguación viscosa se pueden modelar de la siguiente manera:

$$f(u) = -\frac{1}{2}\rho_a C_D A_t |u| u \tag{34}$$

Donde u es la velocidad del vehículo, A es la área que se proyecta en un plano ortogonal a la dirección de la velocidad, C_D es el coeficiente de arrastre basado en una área representativa, y ρ_a es la densidad del agua. El coeficiente de arrastre $C_D(Re)$ es una función del número de Reynolds³.

La matriz de amortiguamiento total está definida de la siguiente manera:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \mathbf{D}_l + \mathbf{D}_n \tag{35}$$

Donde \mathbf{D}_l es la matriz de amortiguamiento lineal y \mathbf{D}_n es la matriz de amortiguación no lineal. La matriz \mathbf{D} tiene las siguientes propiedades: es real, no simétrica y estrictamente positiva.

En general, el amortiguamiento de un vehículo submarino moviéndose en el espacio tridimensional a altas velocidades es altamente no lineal y acoplado. Sin embargo, una aproximación a groso modo es asumir que el robot realiza un movimiento desacoplado. Esto sugiere que la estructura de la matriz **D** con solo términos lineales o cuadráticos en la diagonal:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= -\operatorname{diag}\{X_{u}, Y_{v}, Z_{w}, K_{p}, M_{q}, N_{r}\} \\ &- \operatorname{diag}\{X_{|u|u}|u|, Y_{|v|v}|v|, Z_{|w|w}|w|, K_{|p|p}|p|, M_{|q|q}|q|, N_{|r|r}|r|\} \end{aligned} \tag{36}$$

Es necesario hacer notar que esta expresión no es válida cuando se realizan movimientos combinados. Particularmente en el caso de los términos cuadráticos ya que los resultados arrojados serian conceptualmente erróneos desde el punto de vista matemático.

Para obtener los parámetros hidrodinámicos de un robot, la mejor manera es la experimentación. No obstante es posible encontrar software especializado como el PowerFlow[®] (Powerflow, 2012) que puede ser útil para determinar estos parámetros. Además, también se han realizado trabajos para encontrar expresiones matemáticas que determinen estos parámetros a partir de la geometría del robot.

3.3. Fuerzas de Restitución

Además de las fuerzas hidrodinámicas, los vehículos submarinos son afectados por la gravedad y las fuerza de flotación. Estas fuerzas son llamadas fuerzas de restitución.

La fuerza gravitacional \mathbf{f}_g^b actúa sobre el centro de gravedad el cual está definido por el vector $\mathbf{r}_g^b = \begin{bmatrix} x_g & y_g & z_g \end{bmatrix}^T$. De manera similar, la fuerza de flotación \mathbf{f}_{by}^b actúa sobre el centro de flotación definido por el vector $\mathbf{r}_{by}^b = \begin{bmatrix} x_{by} & y_{by} & z_{by} \end{bmatrix}^T$. El peso

 $^{^3}$ El número de Reynolds es un parámetro adimensional comúnmente utilizado en mecánica de fluidos y sirve para determinar si un flujo es laminar o turbulento. Esta definido como $Re = \frac{LV}{\nu}$ donde L y V son una longitud y una velocidad características, respectivamente, y ν es la viscosidad cinemática. L depende de la geometría del problema de interes (Potter et al., 1998).

de un cuerpo sumergido en el agua y la fuerza de flotación están definidos de la siguiente manera:

$$W = mg \tag{37}$$

$$B = \rho_a g V \tag{38}$$

donde g es la aceleración de la gravedad y V es el volumen desplazado por el robot.

Por lo tanto $\mathbf{f}_g^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W \end{bmatrix}^T$ y $\mathbf{f}_{by}^n = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & B \end{bmatrix}^T$. Las fuerzas de gravedad y flotación se pueden transformar al marco de referencia del cuerpo simplemente multiplicando por la inversa de matriz de rotación \mathbf{R}_b^n , i.e. $\mathbf{f}_g^b = \mathbf{R}_b^{n-1} \mathbf{f}_g^n$ y $\mathbf{f}_{by}^b = \mathbf{R}_b^{n-1} \mathbf{f}_{by}^n$.

La fuerza y el momento de restitución en el marco de referencia del cuerpo está dado de la siguiente manera:

$$\mathbf{g}(\mathbf{v}) = -\begin{bmatrix} \mathbf{f}_g^b + \mathbf{f}_{by}^b \\ \mathbf{r}_g^b \times \mathbf{f}_g^b + \mathbf{r}_{by}^b \times \mathbf{f}_{by}^b \end{bmatrix}$$
(39)

En esta sección se presentó un revisión breve a la formulación presentada en (Fossen, 2002), entre otras fuentes, sobre el modelado de cuerpos sumergidos. El objetivo fue exponer de manera sucinta la formulación de las ecuaciones de movimiento de robots submarinos. Estas relaciones son útiles para la simulación, el análisis del diseño y control de estos robots.

Una herramienta útil (y didáctica) para el modelado de robots submarinos es el GNC Toolbox para Matlab[®] desarrollada por Fossen (2002).

4. Control de Robots Submarinos

En esta sección se hará una revisión de las estrategias, métodos y leyes de control que se han propuesto para robots submarinos. Antes de esto, se presentarán algunos conceptos relativos a los componentes de un sistema de control de robots submarinos

En (Fossen, 2002) y (Antonelli et al., 2008) se presenta el concepto del Sistema de Control de la Misión (MCS por *Mision Control System*). El MCS es el conjunto de programas responsables de que se lleve a cabo la misión deseada. Un MCS está usualmente equipado con una interfaz gráfica que permite al operador comandar diferentes tareas que componen la misión. El MCS contiene los elementos de Guiado, Control y Navegación del robot. Las tareas de la misión son generalmente concurrentes y su manejo depende del estado del vehículo y de las condiciones ambientales; por lo tanto el MCS maneja las tareas, eventualmente suprimiéndolas y definiendo su secuencia (modificando y priorizando). El MCS está compuesto por los siguientes sistemas:

Sistema de Guiado. El sistema de guiado genera las trayectorias que se desea que el robot siga durante una misión.

Esta información (la posición, velocidad y aceleración del robot) es enviada al Sistema de Control el cual tratará de alcanzar las referencias deseadas. El sistema de guiado tiene como entradas los Puntos Guía definidos por

el usuario, e información proveniente del sistema de Navegación. Además, puede recibir información sobre la situación del ambiente (e.g. corrientes marinas), de la topografía del fondo marino, y datos provenientes de un sonar para la detección de obstáculos. No obstante, actualmente algunos AUV tienen un módulo de planificación dinámica que les permite replanificar durante la misión y pasarle al módulo de guiado puntos guía que no fueron definidos previamente (Acosta et al., 2008).

Sistema de Control. El sistema de control es el encargado de calcular las fuerzas necesarias que debe generar el sistema de propulsión para que el robot alcance las referencias deseadas. La construcción del sistema de control involucra el diseño y la sintonización de las Leyes de Control que regularán los movimientos del robot. El sistema de control recibe información la posición, velocidad y aceleración deseada y el estado actual de estas variables medidas a través de los sensores del robot. Este sistema puede consistir de leyes de control clásico, control no lineal, control inteligente, sistemas basados en comportamiento (behavior-based), etc.

Sistema de Navegación. El sistema de navegación recibe la información de los sensores de posición, velocidad y aceleración del robot submarino. Mediante un Observador u otros algoritmos procesa esta información y posteriormente la envía al Sistema de Guiado y al Sistema de Control

En (Valavanis et al., 1997) se presenta una clasificación de los tipos de MSCs de AUVs en la que se identificaron 4 arquitecturas de control: Jerárquica, Distribuida, Por Capas (*subsumption*) e Hibrida. Por otro lado en (Ridao et al., 2000), se hace una clasificación de arquitecturas de control en la que se considera los aspectos de inteligencia artificial e interacción con el medio ambiente. En este último trabajo la clasificación de las arquitecturas de control quedaría de la siguiente manera: Deliberativa, Reactiva e Híbrida. Se considera que esta última clasificación es más general e incluye a la hecha en (Valavanis et al., 1997). De acuerdo a (Ridao et al., 2000) se describe brevemente estas arquitecturas:

Arquitectura Deliberativa. Esta arquitectura, del tipo piramidal, divide el sistema en niveles de mayor a menor responsabilidad. Los niveles más altos se encargan de la misión que debe realizar el robot, y los niveles más bajos resuelven problemas particulares. La comunicación sólo es posible entre dos capas adyacentes, la de mayor capa envía comandos al nivel más bajo subsiguiente. La arquitectura deliberativa se basa en el planeamiento y un modelo del mundo. Esto le permite razonar y hacer predicciones acerca del medio ambiente. El análisis de los datos obtenidos de los sensores identifica el mundo real y se usa para planear nuevas acciones.

Arquitectura Reactiva. La arquitectura reactiva o basada en comportamiento (*behavior based*) usa una estructura pa-

ralela, donde todos los módulos del sistema pueden comunicarse directamente entre ellos, sin necesidad de la supervisión de un nivel intermediario superior. El comportamiento obtenido del robot está basado en una secuencia de fases con un conjunto de conductas activas que reaccionan continuamente ante las situaciones detectadas. El comportamiento global surge de la combinación de los elementos activos, que siguen el principio de detección - reacción, y que pueden interactuar con medios dinámicos. Debido a que las múltiples reacciones podrían cambiar la perspectiva global de la misión, a veces el robot podría comportarse de una manera no previsible. Para evitar esto, se establece un sistema de arbitraje de prioridades, para que en el momento de algún conflicto, se resuelva la situación y se retome la meta establecida.

Arquitectura Híbrida. Es una arquitectura que combina a las arquitecturas deliberativa y reactiva, en donde se toman las ventajas de cada una. El sistema se divide por lo general en tres niveles: la capa deliberativa, la cual está basada en la planificación; la capa de ejecución de control, y la capa funcional reactiva. Estas capas usan diferentes niveles de abstracción. El nivel alto utiliza la arquitectura jerárquica para implementar las estrategias y la funcionalidad del sistema. El nivel más bajo utiliza la arquitectura reactiva, para controlar el hardware del subsistema según la interacción con el medio ambiente, pero controladas por la capa de ejecución de control. La capa reactiva consiste de algunos módulos con autonomía propia que pueden ejecutar tareas de forma independiente. En una situación de emergencia, puede hacerse cambios, para que el nivel más alto asuma el control.

Una vez descritas las arquitecturas de control, a continuación se hace una revisión de los sistemas de control (de bajo nivel) que se han propuesto en la literatura.

4.1. Control Clásico

Para controlar robots submarinos se pueden emplear las distintas técnicas de control que previamente se han propuesto para otros sistemas. Este es el caso de los controladores en lazo cerrado que realimentan las señales medidas por los sensores del robot. En el caso de un controlador PID, la ley de control se expresa de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\tau}_{PID} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\nu})^T \left[\mathbf{K}_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_d \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_i \int \tilde{\boldsymbol{\eta}}(\sigma) d\sigma \right]$$
(40)

donde $\tilde{\eta} = \eta_d - \eta$ es el error entre la posición real y la deseada, \mathbf{K}_p es la matriz de ganancias proporcionales, \mathbf{K}_d ganancias derivativas, y \mathbf{K}_i es la matriz de ganancias integrales. Por otro lado se ha propuesto también el controlador PID con realimentación de aceleración.

$$\tau_{PIDA} = \mathbf{J}(\mathbf{v})^{T} \left[\mathbf{K}_{p} \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_{d} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_{i} \int \tilde{\boldsymbol{\eta}}(\sigma) d\sigma \right] - \mathbf{H} \dot{\boldsymbol{v}}$$
(41)

Donde la matriz **H** puede ser constante o dependiente de la frecuencia. El propósito de la realimentación de aceleración es que

el sistema sea menos sensible a perturbaciones externas como lo pueden ser las corrientes marinas. En (Fossen, 2002) se explica este concepto.

Dada la estructura del modelo presentado en la ec. (20) se podrían extrapolar las distintas leyes de control que se han propuesto para robot manipuladores.

4.2. Control No Lineal

En (Yoerger and Slotine, 1985) se presentó un controlador en modos deslizantes para robots submarinos. Las ventajas de este tipo de controlador es que trabaja directamente con los términos no lineales, es altamente robusto a modelos imprecisos y a la presencia de perturbaciones que son difíciles de medir o estimar. En (Healey and Lienard, 1993) se diseñó un autopiloto basado en modos deslizantes para controlar la dirección, velocidad y profundidad de un vehículo submarino. En (Innocenti and Campa, 1999) se presenta la síntesis de dos controladores robustos (uno basado en modos deslizantes y otro basado en técnicas de desigualdades matriciales lineales, LMI) para robots submarinos.

Por otro lado, diversos autores han propuesto controladores adaptables, ya que pueden ser una solución al problema de determinar los parámetros hidrodinámicos del robot (es difícil obtener estos parámetros mediante formulaciones matemáticas, y por otro lado, determinarlos experimentalmente conlleva a un costo económico y de tiempo). En (Goheen and Jeffery, 1990) se presenta un par de autopilotos auto-sintonizables de múltiples entradas y múltiples salidas. En ese trabajo se presenta un controlador lineal cuadrático auto-sintonizable en línea, y por otro lado una ley de control basada en una aproximación de primer orden de la dinámica del sistema en lazo abierto con identificación recursiva en línea. En (Fossen and Sagatun, 1991) se presentan dos controladores para compensar las incertidumbres del modelo de un ROV, estos son: un controlador adaptable basado en pasividad, y un controlador híbrido (adaptativo y por modos deslizantes). En (Nie et al., 1998) se presentó un control adaptable para un robot que opera en aguas poco profundas.

4.3. Control Inteligente

En (Yuh, 1990) y (Yuh, 1994) se presentaron controladores basados en redes neuronales para robots submarinos. En (Yuh, 1994) el sistema de control consistía de una red neuronal y un algorimo de aprendizaje. La red neuronal está compuesta por múltiples capas de neuronas. La capa de entrada recibe la posición y velocidad deseada, la posición y velocidad actual, y señales provenientes del algoritmo de aprendizaje. La salida de la red neuronal es la que controla al vehículo. El algoritmo de aprendizaje ajusta los valores de los parámetros de ponderación de las neuronas, en función del error existente entre el estado deseado y el real. En (van de Ven et al., 2005) se hace una revisión sobre diferentes trabajos en los cuales se ha aplicado redes neuronales al control de robots submarinos y se realiza una clasificación de las estrategias presentadas.

En (DeBitetto, 1995) se presenta el diseño de un controlador de lógica difusa para el control de profundidad de robots submarinos. Este tipo de controlador es poco sensible a la configuración del vehículo y su dinámica. Según los autores de ese trabajo, los beneficios del uso de este tipo de controladores son: simplicidad, debido que no se requiere un modelo dinámico del sistema; la estrategia de control encaja mejor con los objetivos de control y las limitaciones; mediante el uso de reglas lingüísticas se puede tener una fácil comprensión y manipulación del controlador. En (Guo and Huang, 1996) se aplicaron algoritmos genéticos para sintonizar reglas para un controlador de lógica difusa. Se realizaron pruebas experimentales y se mostró cómo el controlador ajustado por el algoritmo genético mejoraba su desempeño. Por otro lado, en (Guo et al., 2003) se presentó la aplicación de un controlador en modos deslizantes con lógica difusa.

5. Conclusiones

Los objetivos de este trabajo fueron dos: por un lado, presentar de manera didáctica los diversos temas que giran alrededor de la robótica submarina, y por otro lado, hacer una revisión del estado del arte de este campo de la robótica.

Se describieron las aplicaciones de los robots submarinos y se realizó una clasificación de los mismos. Posteriormente, se presentaron los tipos de componentes que comúnmente se encuentran en en robots submarinos (la cabina, los sensores, los sistemas de propulsión, los brazos roboticos, y las fuentes de energía). Brevemente se mostró la derivación de las ecuaciones de movimiento. Se hizo especial hincapié en este tema debido a que, en robots submarinos, la velocidad y su derivada temporal se miden con respecto al marco de referencia del cuerpo. Finalmente, en la sección 4 se presentó una revisión de las estrategias de control que se han propuesto para robots submarinos.

El libro de referencia sobre el modelado y control de embarcaciones marinas es el que se presenta en (Fossen, 2002). Ahí se puede encontrar el modelado de olas y corrientes marinas. Además, en esta refencia se tratan diversos tipos de controladores que son aplicables a robots submarinos. Por otro lado, en (de la Cruz García et al., 2012) se hace una revisión del estado del arte del control de vehículos marinos. Sobre el tema de control de robots con brazos manipuladores, la referencia (Antonelli, 2003) presenta la aplicación de diversas técnicas para este problema de control.

Por otro lado, en (Newman, 1977) se presenta la teoría para calcular los parámetros hidrodinámicos de cuerpos rígidos en el agua.

Algunas revisiones del estado del arte recomendables para consultar son las siguientes: (Yuh, 2000), (Antonelli et al., 2008), (Wang et al., 2009).

Los robots submarinos han cambiado notablemente la exploración del fondo marino. Además, estos robots han permitido realizar intervenciones en desastres como en los casos de fugas en instalaciones petrolíferas. Precisamente, el mantenimiento de instalaciones para la extracción de petroleo y gas ubicadas en aguas profundas es lo que obligará al uso extensivo y mejoramiento de los robots submarinos. Sin duda, el desarrollo de esta tecnología es importante debido a las necesidades actuales y a las posibles futuras aplicaciones de estos robots.

English Summary

$\label{lem:concepts} \textbf{Underwater Robotics: Concepts, Elements, Modeling and Control.}$

Abstract

Underwater robots have considerably changed the exploration of deep sea. Even more, these robots allow performing operations in remote subsea installations. The future of this technology is promising. The purpose of this work is to provide an insight into the subject to postgraduate students, engineers and researchers interested in underwater robotics. Additionally, this work presents a survey of the different subjects that this branch of robotics include.

Keywords: Underwater Robotics, Introduction, Components, Modeling, Control, State of the Art.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España. I. Carrera y P. Cárdenas, quieren agradecer a CONACYT-México y Colciencias por sus becas doctorales, respectivamente. Los autores desean agradecer a los revisores de este artículo por sus observaciones y sugerencias.

Referencias

- Acosta, G., Curti, H., Calvo, O., Rossi, S., 2008. Some issues on the design of a low-cost autonomous underwater vehicle with an intelligent dynamic mission planner for pipeline and cable tracking. In: Inzartsev, A. (Ed.), Underwater Vehicles. InTech, Ch. 1, pp. 1–19.
- Alvarez, C., 2008. Concepción y desarrollo de un vehículo submarino robótico de estructura paralela de geometría variable. Ph.D. thesis, Univesidad Politecnica de Madrid, Madrid, España.
- Alvarez, C., Saltaren, R., Aracil, R., García, C., 2009. Concepción, desarrollo y avances en el control de navegación de robots submarinos paralelos: el robot remo i. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 6 (3), 92, 100.
- Amat, J., Escote, O., Frigola, M. anb Giralt, X., Hernansanz, A., 2006. Milana: a lowcost glider used for building a map of barcelona sea bed. In: Robotics and Automation in the Maritime Industries AUTOMAR, Madrid, Spain. pp. 295–304.
- Anderson, J. M., Chabra, N. K., 2002. Maneuvering and stability performance of a robotic tuna. Integrative and Comparative Biology 42 (1), 118–126.
- Antonelli, G., 2003. Underwater Robots: Motion and Force Control of Vehicle-Manipulator. Springer-Verlag.
- Antonelli, G., Fossen, T. I., Yoerger, D. R., 2008. Underwater Robotics. In: Siciliano, B., Khatib, O. (Eds.), Springer Handbook of Robotics. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, Ch. 44, pp. 987–1008.
- Bachmayer, R., Whitcomb, L., Grosenbaugh, M., 2000. An accurate four quadrant nonlinear dynamical model for marine thrusters. IEEE Journal of Oceanic Engineering 25 (1), 146 159.
- Boyer, F., Chablat, D., Lemoine, P., Wenger, P., 2009. The eel-like robot. In: Proceedings of the ASME IDETC/CIE 2009, San Diego, USA.
- Bradley, A., Feezor, M., Singh, H., Sorrell, F., 2001. Power systems for autonomous underwater vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 26 (4), 526538
- Caffaz, A., Caiti, A., Casalino, G., Turetta, A., 2010. The hybrid glider/auv folaga. Robotics Automation Magazine, IEEE 17 (1), 31 –44.
 DOI: 10.1109/MRA.2010.935791
- Cavallo, E., Michelini, R., Filaretov, V., 2004. Conceptual design of an auv equipped with a three degrees of freedom vectored thruster. Journal of Intelligent and Robotic Systems 39 (4), 365–391.

- Chen, I., Li, H., Cathala, A., 1999. Design and simulation of amoebot a metamorphic underwater vehicle. In: Proceedings of the International Conference of Robotics and Automation. pp. 90–95.
- Davis, Russ E.; Eriksen, C. C., Jones, C., 2002. Autonomous buoyancy-driven underwater gliders. The Technology and Applications of Autonomous Underwater Vehicles. G.Griffiths, ed., London, England.
- de la Cruz García, J. M., Almansa, J. A., Sierra, J. M. G., 2012. Automática marina: una revisión desde el punto de vista del control. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 9 (3), 205 – 218.
- DeBitetto, P., 1995. Fuzzy logic for depth control of unmanned undersea vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 20 (3), 242 248.
- DeNovi, G., Melchiorri, C., García, J., Sanz, P., Ridao, P., Oliver, G., 2010. A new approach for a reconfigurable autonomous underwater vehicle for intervention. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine 25 (11), 32–36
- Desset, S., Damus, R., Hover, F., Morash, J., Polidoro, V., 2005. Closer to deep underwater science with odyssey iv class hovering autonomous underwater vehicle (hauv). In: IEEE Oceans 2005 - Europe. Vol. 2. pp. 758 – 762.
- Dudek, G., Giguere, P., Prahacs, C., Saunderson, S., Sattar, J., Torres-Mendez, L.-A., Jenkin, M., German, A., Hogue, A., Ripsman, A., Zacher, J., Milios, E., Liu, H., Zhang, P., Buehler, M., Georgiades, C., 2007. Aqua: An amphibious autonomous robot. Computer 40 (1), 46 –53.
 DOI: 10.1109/MC.2007.6
- Evans, J., Redmond, P., Plakas, C., Hamilton, K., Lane, D., 2003. Autonomous docking for intervention-auvs using sonar and video-based real-time 3d pose estimation. Vol. 4. pp. 2201 – 2210.
- Fossen, T., 1991. Nonlinear modeling and control of underwater vehicles. Ph.D. thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.
- Fossen, T., 2002. Marine Control Systems. Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles. Marine Cybernetics.
- Fossen, T., Sagatun, S., 1991. Adaptive control of nonlinear underwater robotic systems. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. pp. 1687–1695.
- Goheen, K., Jeffery, R., 1990. Multivariable self-tuning autopilots for autonomous and remotely operated underwater vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 15 (3), 144–151.
- Graver, J., 2005. Undewater gliders: Dynamics, control and design. Ph.D. thesis. Princeton University. USA.
- Griffiths, G., Ed., Davis, R. E., Eriksen, C. C., Jones, C. P., 2002. Autonomous buoyancy-driven underwater gliders. In: Technology and Applications of Autonomous Underwater Vehicles. Taylor and Francis, London, England.
- Guo, J., Chiu, F.-C., Huang, C.-C., 2003. Design of a sliding mode fuzzy controller for the guidance and control of an autonomous underwater vehicle. Ocean Engineering 30 (16), 2137 – 2155.
- Guo, J., Huang, S., 1996. Adaptive control of nonlinear underwater robotic systems. In: Proceedings of the Symp. on Autonomous Underwater Vehicle Technology. pp. 285–289.
- Healey, A., Lienard, D., 1993. Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 18 (3), 327–339.
- Innocenti, M., Campa, G., 1999. Robust control of underwater vehicles: Sliding mode vs. lmi synthesis. In: LMI Synthesis, American Controls Conference. pp. 3422–3426.
- Iwasaki, M., Akizono, J., Takahashi, H., Umetani, T., Nemoto, T., Azakura, O., Asayama, K., 1987. Development on aquatic walking robot for underwater inspection. Report of the Port and Harbour Research Institute 26 (5), 393– 422.
- Kim, E., Yourn, Y., 2004. Design and dynamic analysis of fish robottuna. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, USA. pp. 4887 – 4892.
- Kinsey, J., Yoerger, D., Jakuba, M., Camilli, R., Fisher, C., Christopher, R., 2011. Assessing the deepwater horizon oil spill with the sentry autonomous underwater vehicle. In: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). pp. 261 – 267.
- Le Page, Y., Holappa, K., 2000. Simulation and control of an autonomous underwater vehicle equipped with a vectored thruster. In: OCEANS 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition. pp. 2129 –2134 vol.3.
- Lin, T., Gilbert, J., 1991. Analyses of magnetohidrodynamic propulsion with sea water for underwater vehicles. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Low, K. H., Willy, A., 2005. Development and initial investigation of ntu robo-

- tic fish with modular flexible fins. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. pp. 958–963.
- Marani, G., Choi, S. K., Yuh, J., 2009. Underwater autonomous manipulation for intervention missions auvs. Ocean Engineering 36 (1), 15 23.
- Morel, Y., Leonessa, A., 2003. Adaptive Nonlinear Tracking Control of an Underactuated Non-minimum Phase Model of a Marine Vehicle Using Ultimate Boundedness. In: 42nd IEEE Conference on Decision and Control.
- Moreno, H. A., Puglisi, L. J., Saltaren, R. J., Carrera, I., 2011. Kinematic analysis of an underwater parallel robot. In: OCEANS 2011 IEEE Spain. pp. 1–6. Newman, 1977. Marine Hidrodynamics.
- Nie, J., Yuh, J., Kardash, E., Fossen, T. I., 1998. On-board sensor-based adaptive control of small uuvs in very shallow water. In: Proc. of IFAC-Control applications in Marine Systems. pp. 201–206.
- Paster, D., 1986. Importance of hydrodynamic considerations for underwater vehicle design. OCEANS 18, 1413–1422.
- Polsenberg, A., Milano, M., Gsell, M., Fischer, K., 2005. Synthetic jet propulsion for small underwater vehicles. In: Proceedings of the International Conference of Robotics and Automation. pp. 181–187.
- Potter, M., Wiggert, D., Hondzo, M., 1998. Mecanica de Fluidos. Pretince Hall. Powerflow, 2012. Web page software package. Online:http://www.exa.com.
- Prats, M., Ribas, D., Palomeras, N., Garcia, J. C., Nannen, V., Wirth, S., Fernandez, J. J., Beltran, J. P., Campos, R., Ridao, P., Sanz, P. J., Oliver, G., Carreras, M., Gracias, N., Marin, R., Ortiz, A., January 2012. Reconfigurable AUV for intervention missions: A case study on underwater object recovery. Journal of Intelligent Service Robotics 5 (1), 19–31.
- Ridao, P., J., Y., Batlle, J., Sugihara, K., 2000. On auv control architecture. In: Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems. pp. 855–860.
- Ross, C., 2006. A conceptual design of an underwater vehicle. Ocean Engineering 33 (16), 2087–2104.
- Rossi, C., Colorado, J., Coral, W., Barrientos, A., 2011. Bending continuous structures with smas: a novel robotic fish design. Bioinspiration & Biomimetics 6, 045005.
- Saltaren, R., Aracil, R., Alvarez, C., Yime, E., Sabater, J., sep. 2007. Field and service applications - exploring deep sea by teleoperated robot - an underwater parallel robot with high navigation capabilities. Robotics Automation Magazine, IEEE 14 (3), 65–75.
- Seaeye, 2012. Web page Panther-XT. Online:http://www.seaeye.com/pantherxt.html.
- SNAME, 1950. Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Technical and Research bulletin No. 1-5.
- Valavanis, K., Gracanin, D., Matijasevic, M., Kolluru, R., 1997. Control architectures for autonomous underwater vehicles. IEEE Control Systems 17 (6), 48–64.
- van de Ven, P. W. J., Flanagan, C., Toal, D., Aug. 2005. Neural network control of underwater vehicles. Eng. Appl. Artif. Intell. 18 (5), 533–547.
- Wang, W., Engelaar, R., Chen, X., Chase, J., 2009. The state-of-art of underwater vehicles theories and applications. Mobile Robots State of the Art in Land, Sea, Air, and Collaborative Missions, X.Q. Chen, Y.Q. Chen and J.G. Chase (Ed.), InTech.
- Yime, E., 2008. Modelo matemático y control vectorial de robots submarinos de geometría variable. Ph.D. thesis, Univesidad Politecnica de Madrid, Madrid, España.
- Yoerger, D., Cooke, J., J., S., 1990. The influence of thruster dynamics on underwater vehicle behavior and their incorporation into control system design. IEEE Journal of Oceanic Engineering 15 (3), 167–178.
- Yoerger, D., Slotine, J., 1985. Robust trajectory control of underwater vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 10 (4), 462–470.
- Yuh, J., 1990. A neural net controller for underwater robotic vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 15 (3), 161–166.
- Yuh, J., 1994. Learning control of underwater robotic vehicles. IEEE Control System 14 (2), 39–46.
- Yuh, J., January 2000. Design and control of autonomous underwater robots: A survey. Auton. Robots 8 (1), 7–24.
- Yuh, J., Nie, J., Lee, C., 1999. Experimental study on adaptive control of underwater robots. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. pp. 393–398.
- Zhang, Y., Tian, J., Su, D., Wang, S., 2006. Research on the hierarchical supervisory control of underwater glider. In: Proceedigs of IROS 2006. pp. 5509 –5513.