OUNIDAD 2

- 2)Plantear el problema de programación lineal adecuado y resolver utilizando el método simplex.
- a) Suponga que una persona acaba de heredar \$6000 y que desea invertirlos. Al oír esta noticia dos amigos distintos le ofrecen oportunidad de participar como socio en dos negocios, cada uno planeado por cada amigo. En ambos casos, la inversión significa dedicar un poco de tiempo el siguiente verano, al igual que invertir efectivo. Con el primer amigo al convertirse en socio completo tendría que invertir \$5000 y 400 horas, y la ganancia estimada (ignorando el valor del tiempo) sería de \$4500. Las cifras correspondientes a la proposición del segundo amigo son \$4000 y 500 horas, con una ganancia estimada de \$4500. Sin embargo ambos amigos son flexibles y le permitirían entrar con cualquier fracción de la sociedad; la participación en las utilidades sería proporcional a esa fracción.

Como de todas maneras esta persona está buscando un trabajo interesante para el verano (600 horas a lo sumo), ha decidido participar en una o ambas propuestas, con la combinación que maximice la ganancia total estimada. Es necesario resolver el problema de obtener la mejor combinación.

Sean la propuesta del 1er amigo y la propuesta del 2do

$$= 4500 + 4500 [\\ 5000 + 4000 & 6000 \\ 400 + 500 & 600 \\ 0; & 1 \\ 0; & 1$$

$$= 0.67$$
 $= 0.67$
 $= 6000$

b) Una compañía manufacturera descontinuó la producción de cierta línea de productos no redituable. Esto creo un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a una o más de tres productos, llámese productos 1, 2 y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada maquina que puede limitar la producción:

Tipo de maquina	Tiempo disponible		
	(en horas-maquina por semana)		
Fresadora	500		

Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas máquina que se requiere para cada producto es:

Coeficiente de productividad (en horas-maquina por unidad)

Tipo de maquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas ha indicado que las ventas potenciales para los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son 20 unidades por semana. La ganancia unitaria sería de \$50, \$20 y \$25, respectivamente, para los productos 1, 2 y 3. El objetivo es determinar cuantos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia.

Sean , , los productos 1,2 y 3 respectivamente.

$$= 50 + 20 + 25 [Max]$$

$$9 + 3 + 5 500$$

$$5 + 4 350$$

$$3 + 2 150$$

$$20$$

$$0; 0; 0$$

$$= 26; = 55; = 20; = 2900$$

- 3) Plantear el modelo de Programación lineal adecuado.
- a) Un fabricante entrega sus productos en cajas de un kilogramo en dos variedades, A y B.

La caja tipo A, contiene 300 gramos de bombones de licor, 500 gramos de bombones de nuez y 200 gramos de bombones de fruta. La caja tipo B contiene 400 gramos, 200 gramos y 400 gramos de cada tipo de bombón, respectivamente.

La utilidad por cada caja de tipo A es de \$120, y por caja de tipo B es de \$90.

El fabricante dispone de 100 kilogramos de licor, 120 kilogramos de bombones de nuez, y 100 kilogramos de bombones de fruta.

Se pide definir la cantidad de cajas de cada tipo que debe armar en esta situación, para que su beneficio sea máximo.

Sean A y B las cajas de bombones

b) Un fraccionador de whisky importa el licor en tres distintas graduaciones, A, B y C. Mediante la mezcla de estos de acuerdo a sus formulas, se obtienen los whiskys de calidades comercializables Escocés, Kilt y Tartan.

Las citadas fórmulas especifican las siguientes relaciones entre los elementos a mezclar:

Marca	especificación	Precio de venta0
		(\$/litro)
Escocés	No menos del 60% de A	680
	No más del 20% de C	
Kilt	No mas del 60% de C	570
	No mas del 15% de A	
Tartan	No mas del 50% de C	450

Se conoce asimismo las disponibilidades y precios de los licores a, B y C, que se indican en el siguiente cuadro:

Tipo	Litros disponibles	Precio de costo
		(\$/litro)
A	2000	200
В	2500	150
С	1200	250

Se desea definir la composición de cada marca para maximizar el beneficio total.

: ; Graduaciones del tipo de Whisky Escoces

; ; Graduaciones del tipo Kilt

; ; Graduaciones del tipo Tartán

$$= (680 - 200) + (680 - 150) + (680 - 250) + (570 - 200) + (570 - 150) + (570 - 250) + (450 - 200) + (450 - 150) + (450 - 250)$$
[Max]

Simplificando nos queda:

$$=480 +530 +430 +370 +420 +320 +250 +300 \\ +200$$

$$-0,4 +0,6 +0,6 0$$

$$0,2 +0,2 -0,8 0$$

$$0,6 +0,6 -0,4 0$$

$$-0,85 +0,15 +0,15 0$$

$$0,5 +0,5 -0,5 \\ + + 2000 \\ + + 2500 \\ + + 1500$$

$$=2000; =666,67; =666,67; =0; =1833,33; =533,33; \\ =0 \\ =0; =0; =2540666,67$$

Hay una solución alternativa, que es la siguiente:

$$= 2000;$$
 $= 1333,33;$ $= 0;$ $= 0;$ $= 1166,66;$ $= 1200;$ $= 0$ $= 0;$ $= 2540666,67$

c) Una empresa se dedica al pintado y montaje de heladeras, lanzando el mercado tres tipos diferentes: A, B, y C

Existen distintos proveedores para las diversas partes de la heladera: motor, circuitos eléctricos, elementos plásticos, gabinete, etc. Pueden comprarse gabinetes sin pintar o pintados; estos últimos son un recargo de \$2300/gab., para las heladeras A y B, y de las heladeras \$3,500/gab para las heladeras C.

Los talleres de la empresa pueden montar 100 unidades A, y 80 unidades B, y 40 unidades C por mes, y tienen una capacidad de pintura de 60 heladeras por mes, independientemente del tipo de la misma. Los costos de pintura son de \$1800/gab. A, \$2000/gab. B y \$3000/gab. C.

Existen contratos firmados para entregar mensualmente 30 unidades A y 20 unidades B. Asimismo se conocen la cantidad demandada máxima de heladeras C, que es 10 por mes.

La utilidad que tienen la empresa por tipo de heladera cuando realiza el proceso de pintura en sus talleres, es de \$15000/heladera A, \$20000/heladera B y \$3 5000/heladera C.

Se desea determinar el plan de producción que maximice el beneficio.

Sean ; ; ; los diferentes tipos de heladeras, siendo el subíndice p indicador de que el gabinete se compro pintado.

$$= (15000 - 1800) + (15000 - 2300) + (20000 - 2000) + (20000 - 2300) + (35000 - 3500)$$
 [Max]
$$+ 100 + 80 + 40 + 60 + 30 + 30 + 20 + 10$$

La restricción 3 queda anulada debido a las restricción 7, y simplificando queda:

UNIDAD 3

1. En un lugar de atención con un único canal de despacho y cola simple se conoce el arribo de clientes que asciende a 15 unidades por hora, siendo la velocidad media de servicio de 25 unidades por hora.

Calcular todos los elementos característicos de la cola y del sistema, suponiendo que la ley de arribos y servicios es Poisson. Calcular los mismos parámetros suponiendo constante y valores de menor y mayor al dato original.

Calcular los mismos parámetros suponiendo constante y valores de menor y mayor al dato original.

Resum ir en un cuadro los resultados obtenidos y enunciar las conclusiones referentes a la variación obtenida en los parámetros.

 $Sean \hspace{1.5cm} = 15 \hspace{1.5cm} \mu = 25$

	= 15	= 20	= 10	= 15	= 15
	$\mu = 25$	$\mu=25$	$\mu=25$	$\mu = 30$	$\mu = 20$
	0 ,6	3, 0	0 ,4	0 ,5	0 ,75
	0 ,4	0,2	9, 0	0 ,5	0,25
L	1,5	4	96, 0	,	3
	2, 0	3,2	0,27	0 ,5	2,25
W	0 ,	0,2	90,0	90,0	0,2
	90, 0	0 ,16	0 ,027	880,0	0 ,15

- 2. Frente a la ventanilla de franqueo de una oficina de correos se presentan 70 personas por día (jornada de 10 hs). Se atiende en promedio a 10 personas por hora. A sum iendo las hipótes is convenientes, determinar:
- a) Longitud med ia de la cola frente a la ventanilla.
- b) Probabilidad de que exista una fila de más de 2 personas.
- c) Tiempo promedio de espera en el sistema y en la fila.
- d) Probabilidad de tener que esperar.

Sean
$$= \frac{7}{\mu(\mu - 1)} = \frac{7}{10(10 - 7)} = 1.6$$

$$= 7 \qquad \mu = 10$$

b)

$$(+2) = (+3) = (4) = = \frac{\pi}{\mu} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$= 0.24$$

c)
$$= \frac{1}{(\mu - 1)} = \frac{1}{10 - 7} = 0.33$$

$$= \frac{7}{\mu(\mu - 1)} = \frac{7}{10(10 - 7)} = 0.23$$

() = (1) =
$$=\frac{7}{\mu} = \frac{7}{10} = 0.7$$

- 3. En una fábrica un mecánico destinado al mantenimiento de las maquinas atiende todos los desperfectos que en ellas se presentan. Se ha observado que la demanda de servicios sigue la ley de Poisson con un parámetro =2,5 y que el mecánico atiende los pedidos con una velocidad =4,6 según una rigurosa disciplina F I FO. Determinar:
- a) Número promed io de maquinas en espera de ser atendidas.
- b) Tiempo promedio de atención.
- c) Tiempo promedio entre desperfectos.
- d) Tiempo promedio de espera de la maquina hasta comenzar su atención y hasta que se reintegre a la producción.
- e) Determinar si conviene pagar un incentivo al mecánico para que e leve su rendimiento de 90% (rendimiento actual) al 120% si la hora-hombre cuesta \$200 y la hora-máquina cuesta \$500.

a)
$$= \frac{2.5}{\mu(\mu - 1)} = \frac{2.5}{4.6(4.6 - 2.5)} = 0.65$$
 b)
$$= \frac{1}{(\mu - 1)} = \frac{1}{4.6 - 2.5} = 0.48$$
 c)
$$\frac{1}{-} = \frac{1}{2.5} = 0.4$$
 d)
$$= \frac{2.5}{\mu(\mu - 1)} = \frac{2.5}{4.6(4.6 - 2.5)} = 0.26$$
 e)
$$(4.6) = \frac{1}{\mu} = 500 - 0.26 + (500 + 200) - \frac{1}{4.6}$$
 Para un rend in iento del 120% $\mu = 6.13$
$$= \frac{2.5}{6.13(6.13 - 2.5)} = 0.11$$

$$(6.13) = 0.11 - 500 + (500 + 200 + 1) - \frac{1}{6.13} = 169.19 + \frac{1}{6.13}$$

$$(6.13) - (4.6) < 0 - (6.13) < (4.6) - 169.19 + \frac{1}{6.13} < 282.17$$

$$\overline{6.13} < 112.98 = 692.57$$

4. Una planta textil posee 30 telares, se requiere la presencia de un operario para la atención permanente de las maquinas (arreglo de desperfectos). Se supone que las roturas verifican las hipótesis de Poisson con una media de 3 roturas por día.

La empresa debe e legir entre contratar al operario A o al operario B. A cobra \$400 por día y arregla un promedio de 5 máquinas / día (servicio exponencial), mientras que B cobra \$900 por 7 maquinas / día. La maquina detenida (tiempo no productivo) origina a la empresa un costo de \$700 diarios. Cuál será el operario elegido?

Hipótesis simplificadora: población infinita.

$$= 700 \quad \frac{3}{5(5-3)} + (500 + 400) \quad \frac{1}{5} = 210$$
$$= 700 \quad \frac{3}{7(7-3)} + (500 + 400) \quad \frac{1}{7} = 275$$

Conviene contratar al operario A

- 5. En una gran empresa se examina el departamento de correspondencia ya que muchas veces se producen retrasos en el mismo análisis de datos, evidencia que el tiempo empleado en el mecanografiado de las cartas constituye el 51% del tiempo. Se supone que los mensajes llegan a la sección a razón de 5,75 mensajes por hora (y satisface Poisson).
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la sección esté inactiva?
- b) ¿Cuál es la longitud media de la cola?
- c) ¿Cuál debería ser aproximadamente la tasa de servicio para que la longitud media de la cola fuera (punto doce)?

Si se sustituyeran las mecanógrafas actuales que escriben 75 palabras por minuto, por otras que escribieran 100 palabras. ¿Cuál sería el número medio de mensajes esperando a ser mecanografiados?

a)

$$0.51 = \frac{1}{-} = 0.51 \quad \frac{1}{(\mu -)} = 11.73$$

$$(= 0) = (1 -) = 1 - \frac{5.75}{11.73} = 0.51$$

b)

$$=\frac{5,75}{\mu(\mu-)}=\frac{5,75}{11,73(11,73-5,75)}=0,47$$

c)

$$= 0.12$$

$$0.12 = \frac{}{\mu(\mu - \)} \qquad = 19.72$$

d)

Si para 75 palabras por minuto = 11,73

Para 100 palabras por minuto =
$$15,64$$

= $\frac{5,75}{15,64(15,64-5,75)} = 0,21$

Unidad 4

- 1. La demanda de cajas (estuches) de una casa de regalos es de 8.000 por año. El costo de almacenamiento por unidad y por año es de \$1.20 y el costo de ordenar una compra es de \$400. No se permite déficit; el remplazo es instantáneo. Determinar:
- a) Lote óptimo
- b) El número de pedidos por año.
- c) Tiempo óptimo entre pedidos
- d) Si el costo de cada estuche es \$5. ¿Cuál es el costo total anual de los estuches?
- e) Si todos los demás valores permanecen constantes y varía el costo de almacenamiento, calcular éste último sabiendo que q0 resulta ser igual a 3.000 unidades.

a)
$$= \frac{2}{2} = \frac{2 \cdot 8000 \cdot 400}{1.2} = 2309.4$$

b)
$$= - = \frac{2309,4}{8000} = 0,29 \quad \tilde{n} = 3,48$$

Nro de pedidos= 3,46 por año

c)
$$= 0.29 \quad \tilde{n} = 3.48$$

() = + +
$$\frac{1}{2}$$
 = 400 + 5 2309,4 + $\frac{2309,4}{2}$ = 12350,21
() = $\frac{()}{0,29}$ = 42586,93

e)
$$= \frac{3000}{2}$$

$$= \frac{2}{3000} = \frac{2 \cdot 8000 \cdot 400}{3000} = 0.71$$

- 2. Un fabricante de accesorios para automóviles recibe un pedido de 20.000 paragolpes que tienen que entregar uniformemente en el curso del año (300 días hábiles). Mantener una unidad almacenada le cuesta \$500/año y el costo de puesta en marcha para producir cada lote de paragolpes es de \$60.000.
- a) ¿Cuál es el lote óptimo que debe producirse?
- b) ¿Cuál es el lapso en días entre tandas de producción?
- c) Si por razones técnicas el fabricante debiera fabricar el 20% mas por lote (20% menos) ¿sería significativa la variación del costo total?

a)
$$=\frac{2}{2} = \frac{20000 \cdot 60000}{500} = 2190,89$$
b)
$$= -\frac{2190,89}{20000} = 0,1095 \quad \tilde{n} = 32,86 \quad i$$
c)
$$() = -+ + \frac{2}{2} = \frac{60000 \cdot 20000}{2190,89} + 20000 + \frac{2190,89 \cdot 500}{2} = 1095445,12 + 20000$$

$$(1,2) = (2629,1) = \frac{60000 \cdot 20000}{2629,07} + 20000 + \frac{2629,07 \cdot 500}{2} = 1113702,67 + 20000$$

$$= (1,2) - () = 18257,55$$

3. Un comerciante debe atender la demanda de un artículo de gran consumo (200.000 unidades por año) cuyo costo unitario es de \$ 50 y desea determinar la política de reposición de stocks que le asegure el mínimo costo, sabiendo que el costo administrativo de cada pedido de compra que emita es de \$ 15.000 y que el costo e mantenimiento en stock es del orden del 30% anual. Calcular Q^* , t^* , número de pedidos por año (300 días hábiles) y costo total anual.

$$= 0.3 \quad 50 = 15$$

$$= \frac{2}{100000} = \frac{200000 \quad 15000}{15} = 20000$$

$$= \frac{20000}{200000} = 0.1 \quad \tilde{n} = 30 \quad i \quad ; \quad \tilde{u} = \frac{10}{\tilde{n}}$$

() = --+ +
$$\frac{15000}{2} = \frac{15000}{20000} + 200000 = 50 + \frac{20000}{2} = $10.300.000$$

4. Una empresa adquiere un producto cuya demanda se considera constante en lotes óptimos de 5000 unidades. Si el costo de la orden aumenta al doble ¿Cuál será el lote óptimo de reposición? Si el costo de la orden y el costo de almacenamiento por unidad de producto y por unidad de tiempo aumenta en la misma proporción. ¿Qué puede decirse de Q*?

a)
$$=\frac{2}{2}$$
 $=\frac{2}{2}$ $=\frac{2}{2}$ $=\frac{2}{2}$ $=\frac{2}{2}$ $=\frac{2}{2}$ 5000 $=7071$ $=;=$ $=\frac{2}{2}$ $=\frac{2}{2}$

Unidad 5

1. Para cada una de las siguientes matrices de pago determine la estrategia óptima para cada jugador eliminando sucesivamente las estrategias dominadas. (Indique el orden en el que se eliminaron).

a)

I / II	1	2	3
1	-3	1	2
2	1	2	1
3	1	0	-2

Estrategias dominadas

- 1) Fila 3
- 2) Columna 3
- 3) Columna 2
- 4) Fila 1

Valor del juego =1

b)

I / II	1	2	3
1	1	2	0
2	2	-3	-2
3	0	3	-1

Estrategias dominadas

- 1) Columna 1
- 2) Fila 2
- 3) Columna 2
- 4) Fila 3

Valor del juego = 0

2. Considere el juego que tiene la siguiente matriz de pagos:

I/II	1	2	3	4
1	2	-3	-1	1
2	-1	1	-2	2
3	-1	2	-1	3

Determine la estrategia óptima para cada jugador mediante la eliminación sucesiva de estrategias dominadas. Proporcione una lista de estas estrategias dominadas (y la estrategia correspondiente) en el orden en que se pueden eliminar.

Estrategias dominadas

- 1) Fila 2
- 2) Columna 1
- 3) Columna 4
- 4) Fila 1
- 5) Columna 2

Valor del juego = -1

3. Encuentre el punto silla del juego que tiene matriz de pagos:

I / II	[1	2		3		
1		1	-1		1		-1
2		-2	0		3		-2 Maximin = 1
3		3	1		2		1
				3		1	3
	Mi	nimax=1		V	alor	del	juego= 1

4. Encuentre el punto silla del juego que tiene matriz de pagos:

	4	3	2	1	I/II
-4	-4	-2	-3	3	1
-4	1	-1	-2	-4	2
Maximin= -1	0	2	-1	1	3

5. Dos compañías comparten el grueso del mercado para cierto tipo de producto. Cada una está haciendo nuevos planes de comercialización para el próximo año con la intención de arrebatar parte de las ventas de la otra compañía. (Las ventas totales del producto son mas o menos fijas, por lo que una compañía puede incrementar sus ventas solo si disminuyen las de la otra). Cada una está considerando tres posibilidades: 1) un mejor empacado del producto, 2) un aumento en la publicidad y 3) una pequeña reducción en el precio. Los costos de las tres opciones son comparables y lo suficientemente grandes como para que cada compañía elija solo una. El efecto de cada combinación de alternativas sobre el porcentaje aumentado de las ventas para la compañía 1 es:

I / II	1	2	3
1	2	3	1
2	1	4	0
3	3	-2	-1

Cada compañía debe hacer su elección antes de conocer la decisión de la otra compañía.

- a) Sin eliminar las estrategias dominadas utilice el criterio mínimas para determinar la mejor estrategia para cada parte.
- b) Identifique y elimine las estrategias dominadas hasta donde sea posible. Haga una lista de las estrategias dominadas que muestre el orden en el que se pudieron eliminar. Después elabore la matriz de pagos reducida que resulta cuando ya no quedan estrategias dominadas.

a)

I / II	1	2	3		
1 / 11	1		3		
1	2	3	1	1	
2	1	4	0	0 Maximin =1	
3	3	-2	-1	-2	
3			4	1	
Minimax= 1			Valor del juego = 1		

Estrategias dominadas

- 1) Columna 1
- 2) Fila 3
- 3) Columna 2
- 4) Fila 2

Valor del juego = 1

- 6. El sindicato y la gerencia de una compañía negocian el nuevo contrato colectivo. Las negociaciones están congeladas pues la gerencia hace una oferta "final" de un aumento de 1.10\$/hora y el sindicato hace una demanda "final" de un aumento de 1.60\$/hora. Ambos han acordado que un árbitro imparcial establezca el aumento en alguna cantidad entre 1.10\$/hora y 1.60\$/hora (inclusive). El arbitraje ha pedido a cada lado que presente una propuesta confidencial de un aumento salarial económicamente razonable y justo redondeado a los 10 centavos mas cercanos. Por experiecias anteriores ambos lados saben que el arbitraje casi siempre acepta la propuesta que le convenga mas al lado que mas cede respecto de su cantidad "final". Si ningún lado cambia su cantidad final o si ambos ceden en la misma cantidad, el arbitraje suele establecer la cifra en la mitad (1.35\$/hora en este caso). Ahora cada lado necesita determinar que aumento proponer para obtener un beneficio máximo.
 - a. Formule este problema como un juego de dos jugadores de suma 0.
 - b. Utilice el concepto de estrategias dominadas para determinar la mejor estrategia para cada lado.
 - c. Sin eliminar estrategias dominadas utilice el criterio mínimas para determinar la mejor estrategia para cada lado.

S	/	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
G							
,	1,10	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,35
,	1,20	1,20	1,20	1,30	1,40	1,35	1,20
,	1,30	1,30	1,30	1,30	1,35	1,30	1,30
,	1,40	1,40	1,40	1,35	1,40	1,40	1,40

1,50	1,50	1,35	1,30	1,40	1,50	1,50		
							1,10	
1,60	1,35	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,20	
							1,30	Maximin= 1,35

1,35

1,30

1,20

1,35

Estrategias dominadas

- 1) Columna 6
- 2) Columna 5
- 3) Fila 1
- 4) Fila 2
- 5) Fila 3
- 6) Columna 1
- 7) Columna 4
- 8) Fila 6
- 9) Fila 5
- 10) Columna 2

Valor del juego = 1,35

Unidad 8

- 1. Utilice los números aleatorios de un dígito 5, 2, 4, 9, 7 para generar observaciones aleatorias en cada una de las siguientes situaciones:
 - a) La tirada de una moneda legal
 - b) La tirada de un dado
 - c) El color de un semáforo que permanece el 40% del tiempo en verde, el 10% en amarillo y el resto en rojo.

```
a)
  = (5,2)
                ( ) = 0.5
                (\ )=0,5
  = (4,9)
       7
b)
1 = (5,2)(5,4)(5,9)
2 = (5,7)(2,5)(2,4)
3 = (2,9)(2,7)(4,5)
4 = (4,2)(4,9)(4,7)
5 = (9,5)(9,2)(9,4)
6 = (9,7)(7,5)(7,2)
       (7,4)(7,9)
c)
        ) = 0.4
          ) = 0,1
                      = (5,2)(5,4)(5,7)(5,9)(2,5)(2,4)(2,7)(2,9)
```

= (4.5)(4.5)

= (4,9)(4,7)(9,5)(9,2)(9,4)(9,7)(7,5)(7,2)(7,4)(7,9)