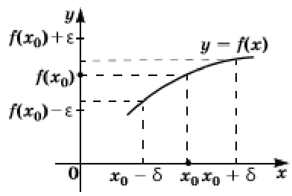

Рис. 25

деление 1 в п. 5.4), так и в смысле определения по Коши(см. определение 9 в п. 5.7). В первом случае это означает, что для любой последовательности

$$x_n \in X, n = 1, 2, \dots, \\ \lim_{n\to\infty} x_n = x_0 \tag{5.48}$$

выполняется условие

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(x_0). \tag{5.49}$$

Во втором случае это означает, что для любого $\varepsilon>0$ существует такое $\delta>0$, что для всех точек x, удовлетворяющих условию

$$|x - x_0| < \delta, x \in X, \tag{5.50}$$

выполняется (рис.25) неравенство

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon. \tag{5.51}$$

Понятие непрерывности функции, сформулированное в терминах последовательностей (определение ((5.48)–(5.49)), отражает собой ситуацию, часто встречающуюся на практике при косвенном вычислении какой-либо величины y, т.е. вычислении её с помощью измерения некоторого параметра x, от которого эта величина непрерывно зависит, $y = f(x)$. Именно знание непрерывности функции $y = f(x)$ в точке x_0 даёт объективную уверенность в том, что чем точнее будут последовательно получаться (в результате экспериментов, измерений или расчётов) значения $x_n, n = 1, 2, \dots,$ приближающие значение x_0, тем точнее будут и соответсвующие приближённые значения $y_n = f(x_n)$ величины $y_0 = f(x_0)$.

Определение (5.50)–(5.51) непрерывности функции f в точке x_0 можно ещё перефразировать так: функция f непрерывна в точке x_0, если, какова бы ни была заданная степень точности $\varepsilon > 0$ для значений функции f, существует такая степень точности $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ для аргумента, что коль скоро мы выберем значение аргумента x, равное x_0 с точностью до δ, т.е. удовлетворяющее условию (5.50), и возьмём значение функции $f(x)$, то получим значение $f(x_0)$ с заданной степенью точности.