Práctica 0

1. Dado el conjunto $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, y la relación $R \subseteq D \times D$ dada por

$$R = \{(1, 3), (1, 4), (2, 6), (4, 5), (6, 3)\}$$

Dar todos los elementos de la clausura reflexivo-transitiva de R.

2. Dada la siguiente gramática libre de contexto:

$$G = (\{E, E_p, V, I, D\}, \{+, -, *, /, (,), x, y, z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, P, E)$$

donde P consiste de las producciones:

$$\begin{array}{ll} E & \to E + E \mid E - E \mid E * E \mid E \,/\, E \mid E_p \\ E_p & \to V \mid I \mid (E) \\ V & \to x \mid y \mid z \\ I & \to DI \mid D \\ D & \to 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{array}$$

Dibujar el árbol de parseo de las siguientes expresiones, siempre y cuando sea posible.

1. $1 + x$
2. $42 * x - z$
3. $(13 + 7 * x * (y - 123))$
4. $(1$

3. Dada la siguiente gramática de la sintaxis concreta con símbolo inicial t

$t ::= v \mid$ `if` t `then` t `else` t
$v ::=$ `true` $\mid$ `false`

Dar árboles de parseo correspondientes a las cadenas:

1. `true`
2. `if true then false else false`
3. `if if true then false else false then true else false`

4. Dada la gramática libre de contexto

$$G = (\{E, V\}, \{+, *, (,), x, y, z\}, P, E)$$

donde P consiste de las producciones:

$$\begin{array}{l} E \to E + E \mid E * E \mid V \mid (E) \\ V \to x \mid y \mid z \end{array}$$

1. Probar que la gramática es ambigua.
2. Dar una gramática equivalente que resuelva la ambigüedad mediante la precedencia usual entre la multiplicación y la suma y usando asociatividad a izquierda para la suma y la multiplicación.

5. Un conjunto de términos se puede definir de diferentes maneras. Una manera usual de definirlos es *inductivamente*, como el conjunto más chico que cumple ciertas propiedades de clausura. Otra manera es darlos en forma más concreta, mediante el *límite* de una familia de conjuntos, en la que se va incrementando el tamaño de los términos definidos, dando un procedimiento para generar los diferentes términos. En este ejercicio se propone probar que éstas son dos maneras de ver el mismo conjunto.
Se define un conjunto de términos $\mathcal{T}$ como el menor conjunto tal que

A. $\{\texttt{true}, \texttt{false}, 0\} \subseteq \mathcal{T}$;

B. si $t_1 \in \mathcal{T}$, entonces $\{\texttt{succ}\ t_1, \texttt{pred}\ t_1, \texttt{iszero}\ t_1\} \subseteq \mathcal{T}$;

C. si $t_1 \in \mathcal{T}, t_2 \in \mathcal{T}$, y $t_3 \in \mathcal{T}$, entonces $\texttt{if}\ t_1\ \texttt{then}\ t_2\ \texttt{else}\ t_3 \in \mathcal{T}$

y el conjunto $\mathcal{S}$ como lo unión de una familia de conjuntos $\mathcal{S} = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} S_i$, donde, para cada $i \in \mathbb{N}$ definimos el conjunto S_i como:

$$
\begin{aligned}
S_0 &= \emptyset \\
S_{i+1} &= \quad \{\texttt{true}, \texttt{false}, 0\} \\
&\quad \cup \{\texttt{succ}\ t_1, \texttt{pred}\ t_1, \texttt{iszero}\ t_1 \mid t_1 \in S_i\} \\
&\quad \cup \{\texttt{if}\ t_1\ \texttt{then}\ t_2\ \texttt{else}\ t_3 \mid t_1, t_2, t_3 \in S_i\}
\end{aligned}
$$

1. ¿Cuántos elementos tiene S_3?
2. Probar que para todo $i \in \mathbb{N}$, tenemos que $S_i \subseteq S_{i+1}$.
3. Probar que $\mathcal{T} = \mathcal{S}$.