



Práctica 2 - Semántica Operacional

- El lenguaje \mathbb{B} tiene los siguientes términos

$$t ::= \text{true} \mid \text{false} \mid \text{if } t \text{ then } t \text{ else } t$$

- El lenguaje \mathbb{NB} tiene los siguientes términos

$$t ::= \text{true} \mid \text{false} \mid \text{if } t \text{ then } t \text{ else } t \mid 0 \mid \text{succ } t \mid \text{pred } t \mid \text{iszero } t$$

La semántica operacional de estos lenguajes es la vista en clase.

1. En \mathbb{B} , encontrar un valor v tal que $t \Downarrow v$, justificar adecuadamente:

1. $s = \text{if true then false else true},$
 $t = \text{if } s \text{ then } s \text{ else false}.$
2. $s = \text{if false then false else false},$
 $r = \text{if } s \text{ then false else true},$
 $t = \text{if } r \text{ then } s \text{ else } s.$

2. En \mathbb{B} , justificar con un árbol de derivación que $t \rightarrow u$ en cada caso:

1. $s = \text{if true then false else true},$
 $t = \text{if } s \text{ then false else true},$
 $u = \text{if false then false else true}.$
2. $s = \text{if true then true else true},$
 $r = \text{if } s \text{ then true else true},$
 $t = \text{if } r \text{ then false else false},$
 $u = \text{if } s \text{ then false else false}.$

3. En \mathbb{B} , encontrar un término u correspondiente tal que $t \rightarrow u$, justificar adecuadamente:

1. $s = \text{if true then false else true},$
 $t = \text{if } s \text{ then } s \text{ else false}.$
2. $s = \text{if false then false else false},$
 $r = \text{if } s \text{ then false else true},$
 $t = \text{if } r \text{ then } s \text{ else } s.$

4. En \mathbb{B} , modificar la relación de evaluación dada para que al evaluar $\text{if } t \text{ then } t' \text{ else } t''$, primero evalúe t' , luego t'' , y finalmente t .

5. En \mathbb{B} , demostrar que si $t \rightarrow t'$ y $t \rightarrow t''$, entonces $t' = t''$.

6. En \mathbb{B} , demostrar que si t está en forma normal, entonces t es un valor.

7. La clausura reflexo-transitiva de una relación \rightarrow se puede definir como:

$$\frac{x \rightarrow y}{x \Rightarrow y} \quad \frac{x \rightarrow y \quad y \Rightarrow z}{x \Rightarrow z} \quad \frac{}{x \Rightarrow x}$$

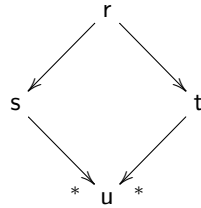
1. Probar que si $x \Rightarrow y$, y $y \Rightarrow z$, entonces $x \Rightarrow z$.
2. Probar la equivalencia entre esta forma de clausura reflexo-transitiva y la vista en la teoría. Es decir, probar que:

$$t \rightarrow^* u \quad \text{sii} \quad t \Rightarrow u$$

8. En \mathbb{B} , al agregar la regla

$$\frac{t_2 \rightarrow t'_2}{\text{if } t_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3 \rightarrow \text{if } t_1 \text{ then } t'_2 \text{ else } t_3} \quad (\text{E-FUNNY2})$$

se pierde la propiedad vista en el ejercicio anterior. Sin embargo, se puede probar que si tenemos $r \rightarrow s$ y $r \rightarrow t$, con $s \neq t$, entonces hay un término u tal que $s \rightarrow^* u$ y $t \rightarrow^* u$.



Probar este lema, que se lo suele conocer como *propiedad diamante*.

9. Considere la semántica big-step para \mathbb{B} . Probar los siguientes teoremas:

1. Determinismo de semántica de paso grande: Si $t \Downarrow v$ y $t \Downarrow v'$ entonces $v = v'$.
2. Terminación: Para todo término t , existe v tale que $t \Downarrow v$.

10. Se desea probar la equivalencia de semánticas de paso chico y paso grande para \mathbb{B} . Para esto, probar:

1. Si $t \rightarrow^* t'$ entonces $\text{if } t \text{ then } s \text{ else } u \rightarrow^* \text{if } t' \text{ then } s \text{ else } u$.
2. Si $t \rightarrow t'$ y $t' \Downarrow v$, entonces $t \Downarrow v$.
3. Equivalencia de semánticas: $t \Downarrow v$ sii $t \rightarrow^* v$.

Ayuda: Puede ser conveniente usar la forma de clausura reflexo-transitiva del ejercicio .

11. En \mathbb{NB} , agregar una nueva construcción **assertzero** de manera que **assertzero** t evalúe a 0 si t evalúa a 0, y evalúe a **false** en caso contrario. De manera intuitiva, ¿le parece “correcto” el comportamiento de esta construcción? ¿Por qué?

12. En \mathbb{NB} , probar que todo valor es una forma normal.

13. En \mathbb{NB} , demostrar que si $t \rightarrow t'$ y $t \rightarrow t''$, entonces $t' = t''$.

14. En \mathbb{NB} , demostrar que si $t \rightarrow^* u$ y $t \rightarrow^* u'$, con u y u' formas normales, entonces $u = u'$. Ayuda: puede pensar $t \rightarrow^* u$ como la aplicación de n pasos de \rightarrow , demostrar previamente esta equivalencia.

15. Dar una semántica operacional de paso-grande para \mathbb{NB} .