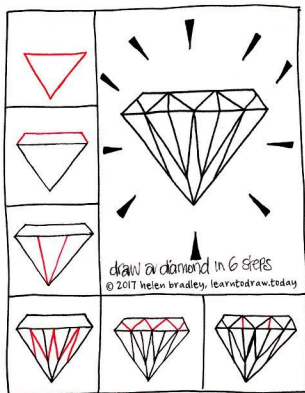


Solución Práctica 2 — Ejercicio 8

Juan Manuel Rabasedas



En B , al agregar la regla

$$\frac{t_2 \rightarrow t'_2}{\text{if } t_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3 \rightarrow \text{if } t_1 \text{ then } t'_2 \text{ else } t_3} \quad (\text{E-FUNNY2})$$

se pierde la propiedad que si $t \rightarrow t'$ y $t \rightarrow t''$ entonces $t' = t''$. Sin embargo, se puede probar que si tenemos $r \rightarrow s$ y $r \rightarrow t$ con $s \neq t$, entonces hay un termino u tal que $s \rightarrow^* u$ y $t \rightarrow^* u$.

Este lema se conoce como propiedad diamante

Demostración Lema

Primero vamos a probar que si tenemos $r \rightarrow s$ y $r \rightarrow t$ con $s \neq t$, entonces hay un termino u tal que $s \rightarrow u$ y $t \rightarrow u$

Demostramos por inducción sobre la derivación $r \rightarrow s$

- Si la última regla aplicada para $r \rightarrow s$ fue E-IFTRUE entonces

$$r = \text{if } t_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3 \text{ con } s = t_2 \text{ y } t_1 = \text{True}$$

Luego la última regla de la derivación $r \rightarrow t$ no puede ser ni E-IFFALSE, ni E-IF ya que $t_1 = \text{True}$ es un valor.

La única regla posible es E-FUNNY2

Luego $t = \text{if } t_1 \text{ then } t'_2 \text{ else } t_3$ con $t_2 \rightarrow t'_2$
entonces $s \rightarrow t'_2$ y $t \rightarrow t'_2$ por E-IFTRUE
podemos elegir $u = t'_2$

- Si la última regla aplicada para $r \rightarrow s$ fue E-IF entonces

$$r = \text{if } t_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3, s = \text{if } t'_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3 \text{ y } t_1 \rightarrow t'_1$$

Luego la última regla de $r \rightarrow t$ no puede ser ni E-IFTRUE, ni E-IFFALSE ya que t_1 no es un valor.

Las únicas reglas de $r \rightarrow t$ pueden ser E-IF o E-FUNNY2.

Primero supongamos que la última regla aplicada en ambas derivaciones sea E-IF entonces:

$$t = \text{if } t''_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3 \text{ y } t_1 \rightarrow t''_1$$

Pero luego por **HI** existe un t'''_1 tal que $t'_1 \rightarrow t'''_1$ y $t''_1 \rightarrow t'''_1$
podemos ver que $s \rightarrow \text{if } t'''_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3$

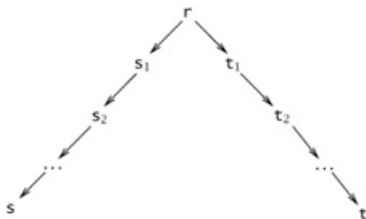
y $t \rightarrow \text{if } t'''_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3$ por E-IF.

Luego podemos tomar $u = \text{if } t'''_1 \text{ then } t_2 \text{ else } t_3$

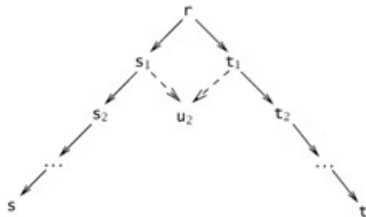
Los demás casos son similares.

Unicidad

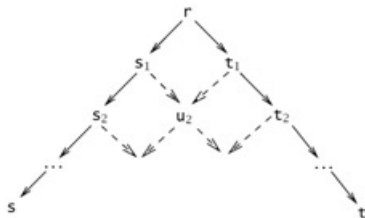
La prueba de la unicidad de los resultados se obtiene siguiendo caminos en un diagrama con forma de diamante. Supongamos que $r \rightarrow^* s$ y $r \rightarrow^* t$



Podemos usar el lema anterior para juntar s_1 y t_1



Luego lo podemos usarlo para juntar s_2 con u_2 y por otro lado u_2 con t_2



y podemos continuar así hasta junta s y t , construyendo un diamante completo formado por muchos diamantes individuales de un solo paso. De esta manera queda demostrado.