### 1 Semiconduttori

Per studiare le caratteristiche corrente-tensione dei circuiti basati su strutture a semiconduttore, biogna studiare il flusso di carica degli elettroni che si muovono nei materiali.

Gli elettroni fanno parte della struttura di un singolo atomo

### 1.1 Struttura dell'atomo

Il **nucleo** é formato da un coglomerato di neutroni e protoni, con carica complessiva positiva, attorno al quale ruotano gli elettroni con carica negativa.

L'elettrone che orbita attorno al nucleo ha una propria energia cinetica. La sua 'posizione' deriva dal bilanciamento di due forze:

- L'accelerazione centrifuga, che allontana l'elettrone dal nucleo
- La fora Coulombiana generata dalle due cariche di segno opposto che é inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

Piu 'veloce' l'elettrone gira attorno al nucleo piú larga é la sua orbita, quindi minore é l'energia di legame con i protoni in quanto é inversamente proporzionale al quadrato della distanza. L'elettrone oltre ad avere proprietá di natura corpuscolare (cioé ha una massa discreta che risponde alla legge della meccanica classica), ha proprietá ondulatorie ed inoltre non tutte le orbite sono possibili, e quindi, siccome ad un orbita l'elettrone ha una particolare energia, l'elettrone puó avere solo alcuni valori di energia.

L'energia é quantizzata: i livelli di energia permessi sono

- diversi per ogni tipo di atomo
- distribuiti non continuamente
- occupati al piú da due elettroni (con spin opposto) → il numero di elettroni per ogni livello é finito per semplicitá ogni livello puó avere solo un elettrone

In un **sistema in quiete**, non perturvato, gli elettroni tendono spontaneamente ad assumere la posizione ocn il livello di energia inferiore.

Un materiale é un insieme di atomi che interagiscono tra di loro cioè gli elettroni di un atomo sentono la presenza degli altri atomi attraverso la repulsione e l'attrazione. Le orbite variano perchè il bilancio delle forze é diverso (più cariche positive, nuclei, e più cariche negative, elettroni) e quindi le energie si modificano.

Il sistema costituito da due atomi, per esempio, ha diversi livelli energetici dei due atomi isolati.

Il numero di livelli di due atomi che interagiscono non puó variare in quanto non varia il numero di elettroni; varia soltanto la struttura.

Tipicamente ad ogni livelo energetico di un singolo atomo ne corrispondono due vicini e distinti.

Le proprietá rimangono uguali in particolare l'energia é discretizzata in livelli in cui puó stare un solo elettrone (coppia di spin opposti)

### 1.2 Modello a bande energetiche

L'interazione di più atomi provoca l'avvicinamento di rispettivi livelli  $\rightarrow$  si forniscono "Grappoli" di livelli nel quale c'é sempre un alternanza tra regioni ricche di livelli permessi e regioni proibite

- Modello a bande: ci sono intervalli in cui c'é un elevato numero di livelli tutti discreti
  - la distribuzione non é continua
  - ogni manda ha un numero finito di livelli e quindi (siccome le proprietá di un singolo atomo valgono ancora) ha un numero finito di elettroni che riempiono varie bande partendo da quelle con poca energia.
  - livello energetico di Fermi: livello limite al di sotto del quale, in assenza di perturazione, tutti
    i livelli energetici sono occupati al di sopra del quale tutti i livelli energetici sono vuoti.
  - la caratteristica di un materiale dipende dalla posizione del livello energetico di Fermi

### 1.3 Tipologia di un materiale

Per indurre corrente in un materiale bisogna perturbarlo per poter accelerare gli elettroni  $\rightarrow$  la perturbazione varia la velocitá degli elettroni che cambiano energia cinetica  $\rightarrow$  varia la posizione dell'elettrone che "salta" in un altro livello energetico

Per avere corrente, quindi occorre che:

- 1. ci sia energia prodotta da una sorgente esterna
- 2. l'energia sia sufficente a far "saltare" l'elettrone da un livello ad un altro

### 1.4 Materiali conduttori

Il livello di Fermi cade in una banda permessa  $\rightarrow$  la distanza minima di energia necessaria a modificare lo stato energetico degli elettroni (creazione di corrente) é la distanza tra due livelli che stanno nella stessa banda ed essendo la banda densa di livelli d'energia necessaria é piccola

### 1.5 Materiali isolanti

Il livello di Fermi cade in una banda proibita  $\rightarrow$  la quantitá minima necessaria a muovere un elettrone é la distanza tra l'ultimo livello occupato e il primo libero cioé almeno pari al gap energetico

L'energy gap é molto piú grande della distanza minima tra due livelli energetici della stessa banda e per questo i materiale isolanti conducono molto piú difficilmente elettroni rispetto a materiali conductori

Peró un materiale isolante puó sempre condurre elettroni ma, al contrario dei materiali conduttori, ha bisogno di piú energia (pari almento all'energy gap)

Si puó notare che un elettrone per potersi muovere deve essere in una banda con alcuni livelli energetici liveri quindi una banda complentamente vuota o completamente piena non dà nessun contributo alla corrente.

- le bande completamente piene vengono trascurate dall'analisi della corrente in quanto i loto elettroni hanno una remota possibilità di "saltare" in un livello energetico libero
- la situazione é come quella di una bottiglia: il liquido si puó muovere grazie ad una perturbazione se la bottiglia non é completamente vuota o piena (il liquido c'é ma non ha spazio per muoversi).
- Vengono definite le due bande fondamentalmente (quelle a cavallo del livello energetico di Fermi)

Banda di conduzione: sopra il livello di Fermi Banda di valenza: Sotto il livello di Fermi

### 1.6 Semiconduttore

La differenza tra i semiconduttori e gli altri materiali é la diversa interazione con il mondo esterno. Metodi di perturbazione

- termica: (siccome la termperature é diversa dallo 0 assoluto, gli elettroni che compongono le molecole dei vari materiali si muovono in funzione della temperatura in modo caotico)
- ottica: (n fotone porta una cera energia che viene trasformata da una radiazione)

Il livello teorico di Fermi é in condizinoe della non perturbazione cioé allo 0 assoluto. Nella realtá ci sono continui scambi di energia

- in un **isolante** l'energia media scambiata non é sufficiente a foar "saltare" un elettrone dalla banda di valenza a quella di conduzione
- in un **semiconduttore** il gas energetico é paragonabile all'energia scambiata con l'ambiente per un semplice effetto termico

### 1.7 Caratteristiche del semiconduttore

- 1. il livello energetico di Fermi cade nella banda proibita
- 2. l'energy gap é paragonabile all'energia media scambiata con l'ambiente esterno

La probabilitá dell'elettrone che riceva un energia pari ad 1 gap é elevata in un semiconduttore a temperatura ambiente.

- $\rightarrow$  si puó generare corrente in quanto
- l'elettrone (che si troa in un livello energetico piú alto e ha quindi una maggiore energia cinetica →
  maggiore velocitá) si trova in una banda con molti livelli energetici vuoti, serve poca energia per farlo
  saltare in un altro livello energetico (per questo la banda si chiama di conduzione → si comporta
  come un conduttore)
- 2. la banda di valenza diventa parzialmente occupata in cui si puó verificare un moto di elettroni con piccola energia

### 1.8 Differenza tra un conduttore ed un semiconduttore

- In un conduttore esiste solo una banda parzialmente occupata che costituisce il trasporto di corrente
- ullet In un semiconduttore necessariamente esistono due bande entrambe parzialmente occupate o questo provoca la caratteristica non lineare

### 1.8.1 Osservazione

La quantitá di elettroni presenti nella banda di conduzione dipende dalla temperature  $\rightarrow$  la conducibilitá elettrica consumata all'aumentare della temperatura (in quanto aumenta il nº di elettroni che possono "saltare" nella banda di conduzione)

- questo effetto é utilizzato per i sensori di temperature in quanto  $\theta$  é funzione della temperature.
- ullet questo effetto puó essere pericoloso perché la corrente provoca calore per effetto Joule o il componente si autoriscalda
- é un meccanismo instabile che puó provocare la rottura di un dispositivo (problema dell'elettronica di potenza)

### 2 Meccanismo di conduzione nei Semiconduttori

I materiali semiconduttori sono prevalentemente della quarta colonna, della tabola periodica degli elementi.

- Silicio, Germanio o anche di leghe di materiali della 3<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> colonna p
- GaAs, Arsenuro di gallio InP solfuro di indio

Il silicio é il materiale piú diffuso in natura. Per poterlo utilizzare bisogna lavorarlo in maniera complessa

- Gli atomi di silicio si legano tra di loro formando un reticolo regolare. Gli elettroni di valenza (quelli esterni) formano un legame covalente cioé gli atomi condividono una coppia di elettroni costituendo un legame forte.
- Il silicio ha 4 elettroni di valenza disponibili a stabilire un legame formando una struttura cristallina (reticolo cubico).
  - Ogni nucleo ha 4 legami covalenti. Gli elettroni di legame sono quelli più lontani dal nucleo e quindi con una maggiore energia cinetica ed una minore energia di legame  $\rightarrow$  sono nella banda di valenza (occupata dagli elettroni di valenza che fromano i legami con gli altri atomi)

In condizione di perturbazione (termica o ohmica) un elettrone puó ricevere energia saltando nella banda di conduzione  $\rightarrow$  entra in un livello energetico superiore e quindi ha un orbita piú grande e un minor legame con il nucleo  $\rightarrow$  ha bisogno di un ulteriore piccola energia per cambiare il suo nuovo stato orbitale.

In presenza di un campo elettrico esterno  $(\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E})$  l'elettrone riesce ad allontanarsi dall'atomo Il moto dell'elettrone é ostacolato dal reticolo cristallino

L'elettrone che dalla banda di valenza entra nella banda di conduzione é debolmente legato al suo nucleo e sottto ad una forza esterna (campo elettrico) pufacilmente cambiare il suo stato di moto  $\rightarrow$  elettrone libero  $\rightarrow$  pućontribuire alla corrente.

Per il principio di conservazione dalla carica, quando l'elettrone si allontana globalmente la carica totale é equilibrata ma localmente no  $\rightarrow$  l'assenza di un elettrone comporta uno sbilanciamento di carica positiva  $\rightarrow$  il legame vagante é il livello lasciato lbero dall'elettrone che é andato nella banda di conduzione.

Questo livello livero puó essere facilmente riempito a spese di un picco di energia

### 2.0.1 Microscopicamente accade che

- 1. un elettrone si mjuove in banda di conduzione
- 2. tanti elettroni si muovono in piccoli scostamenti (nella banda di valenza) provocando un apparente spostamenteo di una carica positiva nella direzione opposta della carica negativa in banda di conduzione

i meccanismi di conduzione nei semiconduttori sono diverse dal meccanismo di conduzione nei conduttori

- Nella banda di conduzione: il <u>moto</u> é dovuto dallo svincolamento di una <u>carica negativa</u> dal nucleo. (livera di muoversi sotto l'effetto di un campo elettrico)
- Nella banda di valenza: il <u>moto</u> é dovuto ad una successione dei piccoli movimenti di elettroni quali corrisponde microscopicamente un moto in direzione contraria di una carica positiva
- Lacuna (= assenza di carica negativa) corrisponde ad un moto in cascata di diversi elettroni che rappresenta macroscopicamente un moto di un unica particella fittizia dotata di carica positiva
- Elettrone viene considerato soltanto l'elettrone livero di muoversi nella banda di conduzioneo

In un conduttore esiste un'unica specie di portatori (trasferimento di elettroni)

In un **semiconduttore** esistono due meccanismi di conduzione  $\rightarrow$  carica negativa (elettrone) e carica positiva (lacuna)  $\rightarrow$  esistono due specie di portatori di carica

La generazione di un elettrone provoca la nascita di una lacuna

 $n = n^{\circ}$  elettroni per cm<sup>3</sup>

 $p = \text{quantitá di lacune per cm}^3$ 

n = p perche il materiale é uniforme (Silicio Puro)

• L'evento di sumltanea generazione di un elettrone libero o della corrispondente lacuna si chiama **evento** di generazione di una coppia elettrone-lacuna (coppia e-h dove h=hole)

Puó essere provocato sia in maniera elettrica (campo elettrico) che per via ottica (grazie a due fotoni come nelle macchine fotografiche digitali) che per via acustica/meccanica

• ci deve essere il fenomeno opposto alla generazione in quanto il sistema é costante nel tempo cioé l'alterazione puó cedere l'energia in eccesso che aveva liberato e ritornare nella banda di valenza. L'elettrone occupa una lacuna. → effetto di ricombinazione

L'energia viene ceduta sottoforma di di calore o radiazione luminosa (LED)

Sapendo che  $q=1.602\times 10^-14C$  per conoscere la densitá di carica

- degli elettroni liberi  $\rightarrow -q \times n$
- delle lacune  $\rightarrow +q \times n$

# Evento di generazione di una coppia elettrone-lacuna

### G =tasso di generazione

- é il numero di coppie elettrone-lacuna che vengono generati nell'unitá di volume e nell'unitá di tempo (velocitá di generazione)
- dipende dalla temperatura
- l'elettrone, ricevendo energia si alloontana dal legame covalente creando una lacuna interpretata come una carica positiva in eccesso

## Evento di ricombinazione R =tasso di ricombinazione

- é il numero di coppie elettrone-lacuna che si ricombinano nell'unitá di volume e nell'unitá di tempo
- dipende dalla temperatura e dai meccanismi di ricominazione.
- un elettrone libero incontra una lacuna, cede energia e occupa lo stato libero di legame. L'energia puó essere ceduta sottoforma di energia termica o radiazione ottica

Siccome il sistema é in una condizione stazionaria G=R perché la velocitá con cui vengono generate le coppie é uguale a quella con cui vengono ricombinate  $\rightarrow$  il tempo di "sopravvivenza" della coppia si chiama tempo di vita della coppia

Siccome in condizioni stazionarie p = n possono avere lo stesso nome

 $n_{\rm i}(T)$  = concentrazione intrinseca di portatori (lacune o elettroni); dipenda in prima approssimazione dalla temperatura (in modo esponenziale)

Valore tipico  $n_{\rm i}=10^{10}[\frac{coppie}{cm^3}]$  a 300K, i.e. 27°C

Densitá degli atomi del reticolo cristallino di silicio =  $10^{23} \left[\frac{atomi}{cm^3}\right]$ ; é estremamente piú grande di  $n_i$  che é peró sufficente a cambiare completamente il comportamento del dispositivo.

Per poter sfruttare la presenza di lacune ed elettroni bisogna sbilanciare l'equazione p=n cioé non bisogna utilizzare silicio puro.

## 3 Materiali Estrinseci

### 3.0.1 Atomi Donatori (5<sup>a</sup> colonna)

Si introduce nel reticolo cristallino di silicio una piccola quantitá di atomi della 5<sup>a</sup> colonna della tavola periodica degli elementi (ex. Fosforo)

- Questi atomi hanno 5 elettroni di valenza
- La piccola quantitá non influenza la struttura del reticolo

L'atomo di Fosforo é un atomo drogante e non forma una lega col silicio in quanto la proporzione é incongrua: il numero di atomi inseriti deve essere talmente piccolo da non portare perturbazione alla struttura reticolare

atomo di Fosforo  $\rightarrow$  quattro elettroni di valenza formano un legame covalente col silicio.

Il quinto elettrone non forma legami, é debolmente legato al nucleo e si allontana da esso non crea una lacuna (=posto vacante in un legame covalente). La carica positiva che si forma (che bilancia la carica negativa che si é allontanata) é un protone del nucleo, é una carica fissa  $\rightarrow$  il fosforo si ionizza positivamente

La carica positiva non puó spostarsi, come faceva la lacuna, in quanto nessun legame vacante ha un "buco"  $\rightarrow$  si genera un elettrone ma non una lacuna

Dal punto di vista energetico la struttura a banda cambio: l'atomo di fosforo introduce dei nuovi livelli caratteristici della sua natura

- la banda proibita per il silicio cambia grazie all'introduzione di qualche molecola di fosforo che aggiungono qualche livello energetico in prossimitá della banda di conduzione
- l'elettrone che occupa il nuovo livello puó facilmente "saltare" nella banda di conduzione senza creare una lacuna nella banda di valenza

Il Fosforo é un atomo donatore perché "regala" un elettrone libero senza modificare la struttura.  $N_0 = \text{concentrazione di atomi donatori} = \frac{n^0 \, di \, atomi \, donatori}{cm^3}$ 

Siccome la struttura del cristallo deve essere quella del silicio  $N_0$  < densitá diegli atomi del reticolo cristallino di silicio e siccome il nº di elettroni é spontaneamente  $n_i$  allora

$$10^{10} < N_0 < 10^{20}$$

Quando  $N_0 = 10^{20}$  non riesce a modificare la struttura del silicio

Siccome l'energia utile per far "saltare" l'elettrone dal livello donatore alla banda di conduzione é molto piccola alla temperatura ambiente, tutti gli elettroni di quel livello sono giá nella banda di conduzione, quindi  $N_0 \approx n$  (cioé ogni atomo donatore cede un elettrone, approssimazione quasi esatta)

$$N_{\rm D} \approx n > p$$

con atomi donatori (5<sup>a</sup> colonna)

#### Atomi accettori (3<sup>a</sup> colonna) 3.1

Si introduce nel reticolo cristallino di silicio una piccola quantitá di atomi della 3ª colonna della tavola periodica degli elementi (BORO)

- Questi atomi hanno 3 elettroni di valenza
- la piccola quantitá non influisce la struttura del reticolo

Il legame valente comporta lo spostamento di un elettrone al quale é associato ad uno spostamento di una carica virtuale positiva

### Atomo di Boro

- si genera una lacuna ma non un elettrone mobile
- si crea una carica fissa negativa (ione di Boro negativo)

Dal punto di vista di energetico il Boro introduce un nuovo livello energetico (livello accettore), vicino alla banda di valenza

- questo livello é uno stato legato ad una positione cioé gli elettroni nel nuovo livello non si spostano
- questo nuovo livello "cattura" facilmente un elettrone a spese di una piccola energia
- la popolazione di lacune é maggiore

 $N_{\rm A}={\rm concentrazione}$ di atomi accettori $=\frac{n^{\rm o}\,atomi\,accettori}{cm^3}$ 

$$10^{10} < N_A < 10^{20}$$

 $N_A \approx p > n$  con atomi accettori (3<sup>a</sup> colonna)

• Per un materiale **intrinseco** (solo silicio puro)

ci sono soo le coppie elettrone-lacuna

$$p = n = n_{\rm i}$$
 e  $p \times n = n_{\rm i}^2$   $N_{\rm D} = N_{\rm A} = 0$ 

• Per un materiale estrinseco (drogato con atomi accettori o donatori)

$$p \neq n \neq n_i$$
 e  $p \times n = n_i$ 

Densitá di carica ⇒ é dovuta da

- un elettrone libero
- una lacuna

- atomi donatore inoizzati positivamente perché hanno ceduto un elettone
- atomi accettore ionizzati completamente a temperatura ambiete negativamente

Solo la carica mobile puó produrre corrente

$$p = N_{\mathrm{D}} \times q - N_{\mathrm{A}} \times q - n \times q + p \times q$$

In condizioni di equilibrio sia per materiale intrinseche che estrinseche

$$p \times n = n_i^2$$

• Bozza di dimostrazione di  $p \times n = n_i^2$ 

In condizione di equilibrio stazionario G = R

G é funzione della temperatura  $G = \alpha(T)$ 

R é funzione dia della temperatura, sia del numero di elettroni e di lacune (piú elettroni liberi sono presenti e piú é alta la probabilitá che troviamo una lacuna)

$$R = \beta(T) \times n \times p$$

 $G = \alpha(T) = \beta(T) \times n \times p = R \leftarrow$  questa equazione é indipendente dal drogaggio del materiale

$$n \cdot p = \frac{\alpha(T)}{\beta(T)} = \gamma(T) = n_i^2$$

In condizione di equilibrio ed ad una temperatura finita  $\gamma(T)$  é una costante indipendente da  $N_D$  e  $N_A$  e, siccome per  $N_D = N_A$ ,  $n \cdot p = n_i^2$ , allora  $\gamma(T)$  é uguale a  $n_i^2$ , in quanto non varia al variare del drogaggio  $\Rightarrow$  Siccome  $n \cdot p = n_i^2 = \cos t$  in condizioni stazionarie, aumentando la concentrazione di elettroni, la concentrazione di lacune cala, in quanto:  $n = \frac{N_i^2}{p}$ 

## 3.2 Calcolo di $n(N_D, N_A)$ all' equilibrio, con $N_D$ ed $N_A$ costanti

- $N_D$  e  $N_A$  non sono variabili nello spazio
- A livello globale la carica é nulla

Siccome il materiale é uniforme, la carica locale é nulla  $\Rightarrow \rho = 0$ 

$$\begin{cases} \rho = q(N_D - N_A - n + p) = 0 \\ p = \frac{N_i^2}{n} \to \text{Perch\'e } n \text{ \'e all'equilibrio} \end{cases}$$
 
$$N_D - N_A + \frac{n_i^2}{n} - n = 0; \qquad n(N_D - N_A) + n_i^2 - n^2 = 0$$
 
$$n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0 \qquad n = \frac{N_D - N_A}{2} \pm \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

Siccome n é positivo per definizione:

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

$$p = -\frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

É importante la differenza tra  $N_D$  e  $N_A$  e non il loro valore:

- Principio di complementazione
- Bisogna rimanere entro certi limiti (non bisogna alterare la struttura cristallina del silicio)

Dal punto di vista energetico se c'é un atomo accettore e uno donatore:

Questo é utile per la realizzazione diversamente drogante: Prima si droga con un tipo di atomo tutto il materiale e, dove serve, si aggiunge l'altro atomo drogante.

• con  $N_D = N_A$  allora  $n = p = n_i$ 

• con 
$$N_D \gg N_A$$
 e  $N_D \gg n_i$   $n = \frac{(N_D - N_A)}{2} + \sqrt{(\frac{N_D - N_A}{2})^2 + p_i^2} \rightarrow n \approx N_D$ 

• con 
$$N_A \gg N_D$$
 e  $N_A \gg n_i$   $p = -\frac{(N_D - N_A)}{2} + \sqrt{(\frac{N_D - N_A}{2})^2 + p_i^2} \rightarrow p \approx N_A$ 

Gli atomi donatori incrementano la popolazione di elettroni e decrementano la popolazione di lacune Materiale estrinseco di tipo N Materiale estrinseco di tipo P

- Il silicio é drogato con atomi donatori con concentrazione superiore a quella degli atomi accettori
- predominano gli elettroni rispetto alle lacune

- Il silicio é drogato con atomi accettori con concentrazione superiore a quella degli atomi donatori
- Predominano le lacune rispetto agli elettroni

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline N_A \gg N_D, n_i \\ p \approx N_A & \mathrm{e} & n = \frac{n_i^2}{N_A} \\ \hline \end{array}$$

### 3.3 Effetto di un campo elettrico su un semiconduttore

Il campo elettrico esercita una forza sulla carica elettrica pari a

$$\vec{F} = -q\vec{E}$$
 (Forza Coulombiana)

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ con } m = 9.81 \cdot 10^{31} Kg$$

$$-q\vec{E} - m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{q}{m}\vec{E}$$

 $(N_D \text{ da } 10^{14} \text{ a } 10^{20} \text{cm}^{-3})$ 

se il campo elettrico é uniforme, il moto é uniformemente accelerato (accade solo nel vuoto)

L'elettrone all'interno di un materiale urta contro gli altri atomi (Forza attrattiva del nucleo e forza repulsiva deglu altri elettroni)

Il moto dell'elettrone all'interno di un materiale sotto l'effetto di un campo elettroco esterno é:

#### 3.4 ?

Potenza

- Statica = 0
- Dinamica
  - → Cortocircuito
  - $\rightarrow$  Carico

Placeholder

Figure 1: Grafico 1

$$I_{D} = \frac{\beta}{2} \left\{ \frac{t}{t_{R}} V_{DD} - V_{T} \right\}^{2}$$

$$V_{i}(t) = \frac{t_{1}}{t_{T}} V_{DD} = V_{T} \to t_{1} = \frac{V_{t}}{V_{DD}} t_{R}$$

$$V_{i}(t_{5}) = \frac{t_{5}}{t_{R}} V_{DD} = \frac{V_{DD}}{2} \to t_{5} = \frac{t_{R}}{2}$$

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} V_{DD} I_{D} dt = \frac{1}{T} 4 \int_{t_{1}}^{t_{5}} V_{DD} \frac{\beta}{2} \left( t \frac{V_{DD}}{t_{R}} - V_{T} \right)^{2} dt$$

$$= \frac{4}{T} \frac{\beta V_{DD}}{2} \frac{t_{R}}{3} \left[ \left( t \frac{V_{DD}}{t_{R}} - V_{T} \right)^{3} \right]_{\frac{V_{T}}{V_{DD}} t_{R}}^{\frac{t_{R}}{2}}$$

 $\widehat{P_{CC}} = \frac{\beta}{2} \frac{t_R}{T} \left( V_D D - 2V_T \right)^3$ 

Placeholder

Figure 2: Circuito 1

Applicando Kirkoff:  $I_{DP} = I_{Dn} + I_C$ 

Ricostruita la situazione possiamo analizzare la potenza media associata al carico  $\tilde{P}_i = \frac{1}{T} \int_0^T I_{DD} V_{DD} dt$ Sempre dalla relazione di prima, siccome  $I_C = 0 \Rightarrow I_{DD} = I_{DP}$ 

P-mos é **saturo** quando  $V_u < V_i + V_t$ 

Istantaneamente posso avere un bilancio energetico non nullo, ma in un caso periodico somma dell' energia, per il principio di conservazione deve essere nulla

Sommando le tre potenze devo trovare la potenza complessiva, quindi:

$$\tilde{P_L} = \tilde{P_n} + \tilde{P_p} + \tilde{P_C}$$

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} V_{U} I_{C} dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} V_{U} C_{L} \frac{dV_{U}}{dt} dt = \frac{C_{L}}{T} \int_{V_{U}(0)=0}^{V_{U}(T)=0} \dots = 0$$

Ovvio che é nullo perche l'energia di un condensatore é legata alla carica

$$\tilde{P}_{P} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} V_{BDP} I_{DP} dt = \frac{1}{T} \left[ \int_{0}^{\frac{T}{2}} V_{BD} I_{DP} dt + \int_{fracT2}^{2T} V_{SD} I_{DD} dt \right]$$

$$\frac{1}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} (V_{DD} - V_{U}) C_{L} \frac{dV_{U}}{dt} dt = -\frac{C_{L}}{T} \int (V_{U} - V_{DD}) dV_{U} = \cdots$$

$$= \frac{C_{L}}{T} \frac{V_{DD}}{2}^{2}$$

Calcolando la potenza consumata dal transitorio di Pull Down (N-mos) Osservando che nel primo semiperiodo l'n-mos é spento, La corrente é nulla, quindi ci limitiamo ad integrare nel secondo semiperiodo

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_0^T V_U I_C dt = \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^T V_U C_L \frac{dV_U}{dt} dt =$$

Sapendo che  $I_{DD} = -C_L \frac{dV_U}{dt}$  Abbiamo che:

$$-\frac{C_L}{T} \int_{V_U(T/2)=V_{DD}}^{V_U(T)=0} V_U \frac{dV_U}{dt} dt = \dots = \boxed{\frac{C_L}{T} \frac{V_{DD}^2}{2}}$$

Quindi:  $\tilde{P}_L = \frac{C_L}{T} V_{DD}^2$ Si puó notare che la potenza dissipata non dipende dai parametri dei transitori ( $\beta$  non compare nell' espressione)

Siccome quello che mi serve é caricare il condendatore, devo spendere un energia doppia rispetto a quella

Se cambia  $\beta$  cambia solo il tempo in cui si carica/scarica il condensatore,  $\beta$  non influisce sull'energia

Questa che é una potenza dinamica, aumenta con la frequenza  $\rightarrow$  devo caricare e scaricare il condensatore

In  $P_{CC}$  Compare il rapporto  $\frac{t_R}{T}$ , supponendo di essere capaci di far andare più veloce il circuito, il rapporto tende a rimanere costante  $\rightarrow$  Ridurre il periodo aumenta la potenza associata a carica-scarica, ma ha un effetto limitato sulla potenza di cortocircuito

La frequenza sicuramente cresce perche siamo sicuri di riuscire a fare dispositivi più veloci, ma fare dispositivi piu piccoli, lo scopo della riduzione delle geometrie non é fare lo stesso circuito piú piccolo, ma per poter mettere piú "roba" all'interno dello stesso chip.

Viene sfruttata la possibilitá di mettere piú componenti nello stesso spazio, la frequenza di clock dipende anche dall'architettura e da come é fatto il circuito

Rete sincrona é piu robusta e piu sicura al problema delle Alee, il periodo di clock deve garantire che tutta la rete combinatoria, abbia il tempo di completare il suo lavoro.

La possibilitá di integrare circuiti piú complessi viene sfruttata per implementare architetture con maggiori prestazioni, es. Circuiti in Parallelo

Siccome abbiamo scoperto che la frequenza di clock impatta direttamente sulla frequenza associata al carico, e tende ad aumentare con la riduzione delle dimensioni, comporta al fatto che, se tutto il resto rimanesse costante, tutto va piú veloce e consuma di piú perche va piu veloce: Utilizzo architetture con maggiore prestazione a cui é associato un maggiore consumo

Circuiti c-mos caratterizzato da un basso consumo di potenza statico, ma un alto consumo dinamico

Differenza fondamentale con la logica RTL era che quella consumava sia che lavorasse, sia che non

Logica di tipo ratioless: Le dimensioni del transistore non impattano sulla funzionalitá

Placeholder

Figure 3: Esempio di clock