ale-cci

# Elettronica 1

### Diodo a giunzione PN

#### Diodo

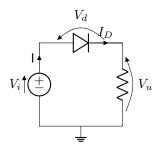


Figure 1: Raddrizzatore a singola semionda

La dipendenza Corrente-Tensione per il diodo è un circuito esponenziale. La formula  $I_s(e^{V/V_T}-1)$  è valida solo per piccoli spostamenti dall'origine.

$$\lim_{V \to \infty} I_s \left( e^{V/V_T} - 1 \right) = -I_S$$

La corrente di Saturazione  $I_S$  assume un valore trascurabile ( $\approx 10^{-15}$ ) rispetto al resto delle correnti misurabili in polarizzazione diretta, per questo diremo che il diodo è spento (D-OFF) in polarizzazione inversa, ed acceso (D-ON) in polarizzazione diretta.

Analizzando il circuito in figura 1, otteniamo le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} V_i = V_d + V_u \\ I_D = I_s \left( e^{V_d/V_T} - 1 \right) \\ I = I_D \end{cases}$$

Con  $V_T$  viene indicata la tensione termica  $V_T=K\frac{T}{q}$ , dove con K è indicata la costante di Boltzmann, q è la carica elettronica, e T è la temperatura. Misurata con T=300K (Temperatura ambiente),  $V_T\approx 26mV$ .

#### Modello a soglia

Dato che lavorare con equazioni esponenziali non è così pratico, si preferisce utilizzare un modello più semplice da utilizzare, ma che rispetti sempre il comportamento del diodo.

Tralasciando la regione di breakdown, trattiamo le zone di polarizzazione diretta ed inversa come due tratti lineari, validi rispettivamente per i valori di V:  $V < V_{\gamma}$  e  $V > V_{\gamma}$ .

P. INVERSA (off) P. DIRETTA (on) 
$$\begin{cases} I=0 \\ V< V_{\gamma} \end{cases} \qquad \begin{cases} V=V_{\gamma} \\ I>0 \end{cases}$$

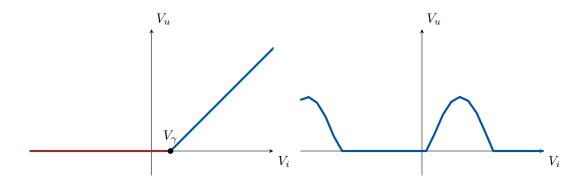
Per poter utilizzare questo modello è necessario risolvere il circuito per tutti i possibili stati in cui i diodi si possono trovare, indicando anche le relative ipotesi di funzionamento.

Il seguenti calcoli riguardano il circuito in figura 1, utilizzando il modello di approssimazione.

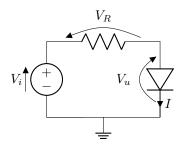
Partendo dall'ipotesi che il diodo sia spento, avremo che I=0, quindi  $V_u=0$ , per  $V_u=R\cdot I$ . Il modello inoltre richiede che  $V_d< V_\gamma$ , e, utilizzando la prima equazione di Kirchoff alla maglia, otteniamo  $V_d=V_i-V_u=V_i$ . Quindi il diodo è spento per  $V_i< V_\gamma$ .

Studiando ora la seconda ed ultima ipotesi per questo circuito, diodo acceso, abbiamo che:  $V_u=V_i-V_d=V_i-V_\gamma$ . E come condizioni di validità:

$$\begin{cases} V_u = R \cdot I \\ I \cdot R > 0 \\ V_u = V_i - V_d \end{cases} \Rightarrow V_i - V_d > 0 \Rightarrow V_i > V_d$$

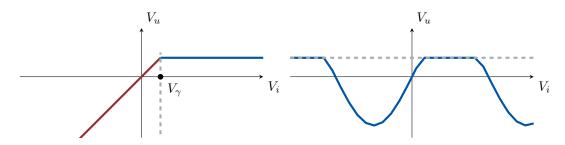


#### Circuito limitatore di tensione

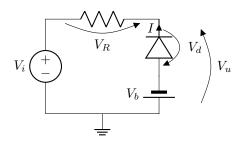


# 

Se il segnale in ingresso eccede il valore  $V_{\gamma}$ , viene limitato a  $V_{\gamma}$ , da questo il nome limitatore di tensione.



#### Circuito limitatore inferiore



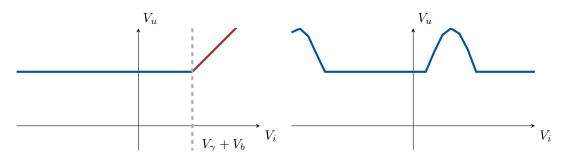
#### Diodo OFF

$$\begin{cases} I = 0 \\ V_d < V_{\gamma} \end{cases} \quad \cup \begin{cases} V_i = V_u - V_R \\ V_u = V_b - V_d \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} V_i = V_u \\ V_i > V_b - V_{\gamma} \end{cases}$$

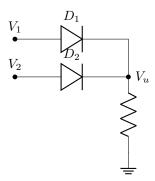
#### Diodo ON

$$\begin{cases} V_d = V_{\gamma} \\ I > 0 \end{cases} \quad \cup \begin{cases} V_i = V_u - V_R \\ V_u = V_b - V_d \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} V_u = V_b - V_{\gamma} \\ V_i < V_b - V_{\gamma} \end{cases}$$

Il circuito effettua una limitazione sui valori bassi, e la soglia di intervento è regolabile dal parametro  $V_b$ .



#### Circuito rivelatore di massimo



In questo caso, avendo due diodi, ciascuno descritto da un modello lineare a tratti, caratterizzato da due regioni distinte, abbiamo quattro regimi di funzionamento differenti.

#### Relazioni fondamentali

$$V_{d1} = V_1 - V_u$$

$$V_{d2} = V_2 - V_u$$

$$V_u = R \cdot I$$

$$I_1 + I_2 = I$$

$$\begin{cases} V_u = 0 \\ V_1 < V_\gamma \\ V_2 < V_\gamma \end{cases}$$

#### D1 ON e D2 OFF

$$\begin{cases} V_u = V_1 - V_{\gamma} \\ V_1 > V_{\gamma} \\ V_1 > V_2 \end{cases}$$

D1 OFF e D2 ON

$$\begin{cases} V_u = V_2 - V_\gamma \\ V_2 > V_\gamma \\ V_2 > V_1 \end{cases}$$

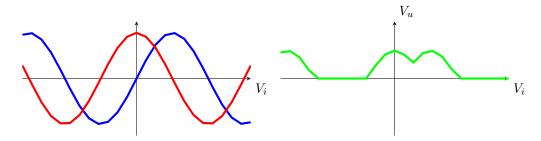
D1 ON e D2 ON

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ V_1 > V_{\gamma} \\ V_2 > V_{\gamma} \end{cases}$$

Possiamo osservare che quando entrambi i diodi sono spenti, l'uscita è uguale a 0. Quando la tensione  $V_1$  maggiore sia di  $V_\gamma$  che di  $V_2$ , la tensione di uscita segue il valore di  $V_1$  a meno di una costante,  $V_\gamma$ . In maniera del tutto analoga, quando  $V_2$  è maggiore di  $V_\gamma$  e  $V_1$ , la tensione di uscita segue il valore di  $V_2$  a meno di una costante,  $V_\gamma$ .

Caso particolare, quando  $V_1$  e  $V_2$  sono uguali, e sono entrambi maggiori di  $V_\gamma$ , allora l' uscita segue l'uno o l'altro a meno di una costante.

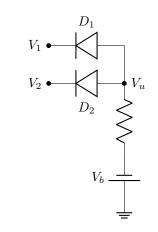
Possiamo sintetizzare tutto questo, dicendo che  $V_u = \max \left\{ 0, V_1 - V_\gamma, V_2 - V_\gamma \right\}.$ 



Se si volesse estendere questo circuito per trovare il massimo tra tre ingressi, si potrebbe tranquillamente fare aggiungendo un' altro ramo in ingresso.

Nel caso in cui  $V_1$  e  $V_2$  siano segnali digitali, ovvero che possono solo assumere due valori  $V_h$  e  $V_l$ , il circuito si comporta come una porta logica  $\mathbf{OR}$ .

#### Circuito rivelatore di minimo



#### Relazioni fondamentali

$$V_{d1} = V_u - V_1$$

$$V_{d2} = V_u - V_2$$

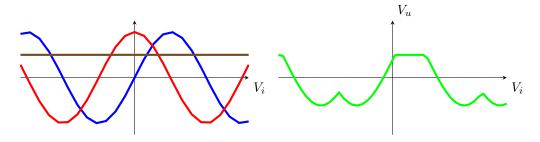
$$I = I_1 + I_2$$

$$V_R = R \cdot I = V_b - V_u$$

$$\begin{array}{ll} \textbf{D1 e D2 OFF} & \textbf{D1 ON e D2 OFF} \\ \\ \begin{cases} V_u = V_b \\ V_1 > V_b - V_\gamma \\ V_2 > V_b - V_\gamma \end{cases} & \begin{cases} V_u = V_1 + V_\gamma \\ V_1 < V_b - V_\gamma \\ V_1 < V_2 \end{cases} \\ \\ \textbf{D1 OFF e D2 ON} & \textbf{D1 e D2 ON} \\ \\ \begin{cases} V_u = V_2 + V_\gamma \\ V_2 < V_b - V_\gamma \\ V_2 < V_1 \end{cases} & \begin{cases} V_u = V_1 + V_\gamma \\ V_1 = V_2 \\ V_1 < V_b - V_\gamma \end{cases} \\ \end{cases}$$

Quando entrambi i segnali di ingresso sono superiori a  $V_b-V_\gamma$ , entrambi i diodi sono spenti e la tensione coincide con  $V_b$ . Se la tensione  $V_1$  scende al di sotto di  $V_b-V_\gamma$  ed è minore di  $V_2$ , allora l'uscita segue  $V_1$  a meno di una costante  $V_\gamma$ . Stesso succede quando  $V_2$  scende al di sotto di  $V_b-V_\gamma$ . Se entrambe le tensioni di ingresso hanno lo stesso valore e sono al di sotto di  $V_b-V_\gamma$ , entrambi i diodi sono accesi e l'uscita segue l'uno o l'altro a meno di una costante.

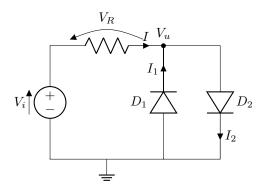
L'uscita  $V_u$  può essere vista come  $V_u = \min\{V_1 + V_\gamma, V_2 + V_\gamma, V_b\}$ .



Se si fa riferimento a segnali di tipo digitale, il circuito si comporta come una porta logica AND.

#### Circuito limitatore di tensione superiore ed inferiore

Negli ultimi due esempi abbiamo dovuto analizzare quattro casi, uno per ogni zona possibile in cui i due diodi del circuito potevano trovarsi. È evidente quindi, che nel caso più generale, con n diodi presenti nel circuito, il numero di casi da analizzare crescerebbe come  $2^n$ . Quello che è importante da osservare è che non tutte le combinazioni sono significative dal punto di vista fisico. Alcune di esse possono essere escluse facendo ragionamenti a priori.



#### Equazioni generali

$$V_u + I \cdot R = V_i$$

$$V_1 = -V_u$$

$$V_2 = V_u$$

$$I + I_1 = I_2$$

$$\begin{cases} V_i = V_u \\ V_i < V_\gamma \\ V_i > -V_\gamma \end{cases}$$

D1 ON e D2 OFF

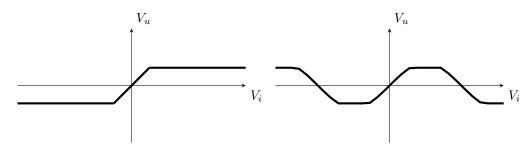
$$\begin{cases} V_u = -V_1 \\ V_i < -V_2 \end{cases}$$

D1 OFF e D2 ON

$$\begin{cases} V_u = V_{\gamma} \\ V_i > V_{\gamma} \end{cases}$$

D1 e D2 ON

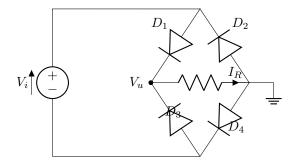
$$\begin{cases} V_u = -V\gamma \\ V_u = V\gamma \\ \text{Non verificabile} \end{cases}$$



Al momento dell'impostazione delle equazioni generali, si poteva direttamente notare che  $V_1=-V_2$ , quindi entrambi i diodi non potevano essere accesi allo stesso tempo.

Per modificare le due soglie del raddrizzatore basta mettere in serie nel circuito due generatori di tensione.

#### Raddrizzatore a doppia semionda



Dal numero di diodi presenti nel circuito mi attendo  $2^4=16$  combinazioni delle regioni di funzionamento del circuito.

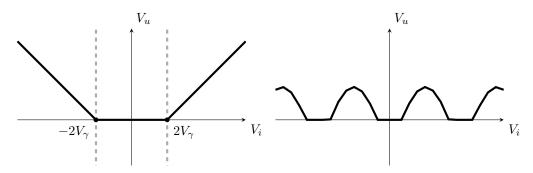
#### **Equazioni Generali**

$$\begin{split} I &= I_1 - I_2 = I_3 - I_4 \\ V_i &= V_1 + V_R + V_4 \\ &- V_i = V_3 + V_R + V_2 \\ I_R &= I_2 + I_4 \\ I_R &= I_3 + I_1 \\ V_u + V_1 + V_2 &= 0 \\ V_u + V_3 + V_4 &= 0 \end{split}$$

Risolvendo il circuito, otteniamo che le uniche soluzioni che hanno senso fisico sono le seguenti:

D1,D4 OFF D2,D3 ON D1,D2 D1,D4 ON D2,D3 OFF 
$$\begin{cases} V_u = -2V_\gamma - V_i \\ V_i < -2V_\gamma \end{cases} \qquad \begin{cases} V_u = 0 \\ V_i < 2V_\gamma \\ V_i > -2V_\gamma \end{cases} \qquad \begin{cases} V_u = Vi - 2V_\gamma \\ V_i > 2V_\gamma \end{cases}$$

Il circuito ha un comportamento analogo al raddrizzatore a singola semionda, ha di diverso un tratto a pendenza negativa. Ciò significa che per un valore negativo di  $V_i < V_\gamma$ , l'uscita assume il valore positivo opposto. Quindi a differenza del circuito a singola semionda, che taglia la semionda negativa, questo circuito la trasforma in semionda positiva.



Il circuito raddrizzatore a doppia semionda è utilizzato per la trasformazione da corrente alternata a corrente continua.

#### Rivelatore di cresta

Quando ho in ingresso un segnale sinusoidale (a valor medio nullo), tutti i circuiti raddrizzatori visti fino ad ora, hanno la caratteristica di aver il valor medio della tensione in uscita, maggiore di zero. In particolare nel caso del raddrizzatore a doppia semionda, la trasformazione delle semionde negative, contribuisce ulteriormente al valor medio risultando in un valore maggiore rispetto al raddrizzatore a singola semionda. È stato anche accennato che questi circuiti sono utilizzati per la trasformazione di corrente alternata in corrente continua, resta comunque visibile dai grafici, che il segnale ottenuto in uscita dai circuiti è periodico e non assimilabile ad un segnale di tensione continua.

Quello che vogliamo ottenere ora è estrarre il valor medio della tensione dal segnale periodico in uscita. Attraverso le serie di Fourier possiamo ricostruire una qualunque funzione periodica attraverso una combinazione lineare di toni sinusoidali a frequenza decrescente.

In particolare ricordiamo che tra le armoniche ottenute dalla serie di Fourier, l'armonica con frequenza di 0Hz rappresenta il valor medio del segnale. Il nostro obbiettivo diventa quindi quello di isolare la componente continua. Possiamo fare ciò attraverso un filtro passa-basso capace di fare passare le componenti a frequenza più bassa, filtrando quelle a frequenza più alta.

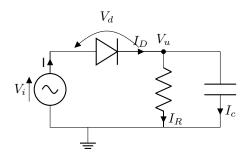


Figure 2: Raddrizzatore a singola semionda con filtro passa-basso

#### **Equazioni Generali**

$$I_D = I_R + I_C$$
 
$$I_R = \frac{V_u}{R}$$
 
$$I_C = C \frac{dV_u}{dt}$$

Nel caso del diodo acceso, il termine  $\frac{V_u}{R}$ , è positivo se  $V_u$  è positivo, quindi fino a quando siamo nel  $1^\circ$  o  $2^\circ$  quadrante. Mentre il secondo termine, essendo derivata di  $V_u$  è negativa in caso di segnale decrescente. Quindi il diodo è sicuramente acceso nell'intervallo  $[0;\pi/2]$ , mentre è sicuramente spento nell'intervallo  $[\pi;\frac{3}{4}\pi]$ .

Indichiamo con  $\omega t_{\rm off}$  il punto appartenente a  $]\pi/2;\pi[$  in cui il diodo passa dallo stato ON allo stato OFF. Il punto  $\omega t_{\rm off}$  è facilmente calcolabile osservando che corrisponde al punto di spegnimento, quindi dal passaggio di  $I_D>0$  a  $I_D=0$ .

$$\left. \begin{array}{l} V_d = V_\gamma \\ V_i - V_d - V_u = 0 \\ V_i = V_M \sin(\omega t) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_u = V_M \sin(\omega t) - V_\gamma \\ \frac{dV_u}{dt} = V_M \cos(\omega t) \omega \end{array} \right.$$

$$I_D = \frac{V_M \sin(\omega t)}{R} + C V_M \omega \cos(\omega t)$$

$$\sin(\omega t_{\rm off}) + CR\omega\cos(\omega t_{\rm off}) = 0$$

Siccome il punto che cerchiamo appartiene all'intervallo  $]\pi/2;\pi[$ , possiamo tranquillamente dire che  $\omega t_{\rm off}=\arctan(-CR\omega)$ , tenendo presente di prendere la soluzione in tale intervallo. Osserviamo inoltre il fatto che per  $\omega RC$  crescente, il punto  $\omega t_{\rm off}$  tende a  $\pi/2$ .

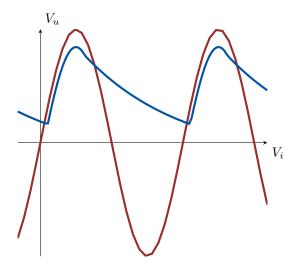
Per il caso di diodo basta risolvere l'equazione differenziale  $\frac{V_u}{R}+C\frac{dV_u}{dt}=0$ , ottenendo:

$$\left\{ egin{aligned} an(\omega t) > -CR\omega \ V_u = V_M \sin(\omega t) - V_M \end{aligned} 
ight.$$
  $\left\{ egin{aligned} V_u = V_M \sin(\omega t) - V_M \end{aligned} 
ight.$ 

#### Diodo OFF

$$\begin{cases} V_u(t) = V_u(t_{\rm off}) e^{-\frac{1}{RC}(t-t_{\rm off})} \\ V_u > V_M \sin(\omega t) - \text{Vy} \end{cases} {\rm transcurabile}$$

Quindi al momento di spegnimento del diodo, l'andamento della tensione decade seguendo l'andamento di un esponenziale negativo.



L'effetto della capacità diventa quindi evidente, La presenza della capacità fa si che il diodo si spenga prima, tanto prima quanto più elevata la capacità, ed una volta che si è spento la tensione non segue più la sinusoide ma un esponenziale decrescente con costante di tempo dipendente da RC. Maggiore è il prodotto RC, minore è il decadimento.

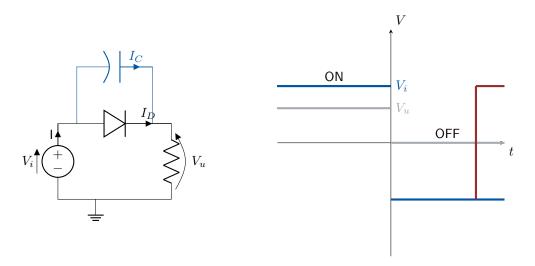
L'idea di partenza era quella di trasformare la tensione alternata in tensione continua, e per RC sufficientemente grande, siamo in grado di approssimare un generatore di tensione continua.

Questo circuito può essere utilizzato anche come un demodulatore di ampiezza, portando l'uscita a seguire l'andamento dell'ampiezza della sinusoide in ingresso.

#### Diodi in regime dinamico

Fin'ora abbiamo tracciato delle caratteristiche di trasferimento ingresso-uscita, presupponendo che in ogni istante fosse possibile determinare la tensione d'uscita in funzione di quella in ingresso indipendentemente dal tempo, come se fosse una relazione statica. Ma nel diodo, per passare dalla condizione di polarizzazione diretta, alla condizione di polarizzazione inversa, è necessario che avvenga uno spostamento di carica all'interno del dispositivo, ed è impossibile muovere elettrone in tempi nulli. Quindi a questo spostamento, che corrisponde alla commutazione di polarizzazione diretta ed inversa, è associato un ritardo.

Vogliamo stimare questo ritardo per capire se i risultati sino ad ora calcolati sono effettivamente realistici o devono essere a loro volta corretti alla luce di questa considerazione.



In grigio riportata la risposta statica del circuito in risposta al segnale in ingresso  $V_i$ .

Per calcolare il ritardo dobbiamo introdurre un modello nel diodo, che, in aggiunta a quanto descritto fino ad ora, tenga conto anche degli effetti di reazione appena introdotti. Introduciamo in parallelo al diodo una capacità, che ci permette di simulare il comportamento del diodo in regime dinamico. La relazione associata alla carica di questo condensatore parassita non è descritta dalla relazione Q = CV, ma da una relazione non lineare, dove nel primo quadrante segue la relazione esponenziale  $Q = Q_s(e^{V_d/V_t}-1)$ . È facile osservare che il rapporto  $Q/I_D = Q_s/I_s$  è una costante delle dimensioni fisiche di un tempo, che indicheremo genericamente con la costante  $\tau$ . Sintetizziamo quindi la regione di funzionamento della capacità in funzione diretta, come  $Q = \tau I$ .

La stessa relazione non vale in polarizzazione inversa, dove la carica non segue un asintoto, ma ha un' andamento simile a quello di una radice quadrata.

Dato che abbiamo approssimato l'andamento della corrente con un andamento lineare a tratti, faremo lo stesso con la carica. È del tutto evidente che la qualità di questa approssimazione è meno buona ma ci accontenteremo, mettendo in evidenze i momenti in cui questa approssimazione risulterà inadeguata.

Diodo OFF 
$$\begin{cases} I_D=0\\ Q=0\\ V_d< V_\gamma \end{cases} \qquad \begin{cases} V_D=V_\gamma\\ I_D>0\\ Q>0 \end{cases}$$

Ed in entrambe è valida  $Q = \tau I$ .

Per t<0, siccome arriviamo da tempo  $t=-\infty$ , il circuito è ancora in regione statica, per questo la derivata della corrente è nulla e valgono ancora le equazioni del diodo in regione statica.

Stesso ragionamento è valido se attendo un tempo sufficientemente lungo, dove ogni fenomeno transitorio tenderà ad esaurirsi.

#### Equazioni generali

$$V_i - V_d - V_u = 0$$

$$I_d + I_c = I$$

$$I_c = \frac{dQ_u}{dt}$$

$$I_d = \frac{Q}{\tau}$$

#### Circuito a diodo acceso

$$\begin{cases} V_i = V_f > V_\gamma \\ V_u = V_f - V_\gamma \\ I = \frac{V_f - V_\gamma}{R} \\ Q = \frac{\tau}{R} (V_f - V_\gamma) \end{cases}$$

#### Circuito da t>0 a $t\to\infty$

$$\begin{cases} V_u = 0 \\ I_c = 0 \\ I = 0 \\ Q = 0 \end{cases}$$

Condizioni iniziali  $t = 0^+$ 

$$Q(0^{+}) = Q(0^{-}) = \frac{\tau}{R}(V_f - V_{\gamma})$$

$$V_d(0^{+}) = V_d(0^{-}) = V_{\gamma}$$

$$V_u(0^{+}) = -V_R - V_{\gamma}$$

$$I(0^{+}) = \frac{-V_R - V_{\gamma}}{R}$$

Circuito a t > 0

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} = -\frac{V_R + V_\gamma}{R}$$

da cui

$$Q(t) = \frac{\tau}{R}(V_f + V_R)e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{\tau}{R}(V_R + V_{\gamma})$$

Analizzando l'equazione del transitorio di Q(t) ottenuta, possiamo osservare che per t=0, allora  $Q(t)=\frac{\tau}{R}\big(V_f-V_\gamma\big)$ , che corrisponde a  $Q(0^+)$ . Mentre per  $t\to\infty$ , otteniamo  $-\frac{\tau}{R}\big(V_R+V_\gamma\big)$ , che, essendo  $V_R+V_\gamma$  positivo Q(t)<0 per  $t\to\infty$ .

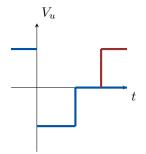
L'equazione  $V_d=V\gamma$ , ipotesi utilizzata per il transitorio, è valida fino a quando il valore di Q è positivo, maggiore o al limite 0.

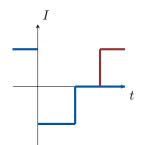
L'equazione del transitorio è valida fino a quando l'equazione del diodo una costante e pari a  $V_{\gamma}$ , Q(t)>0 Il valore finale di Q(t) può essere al minimo 0,

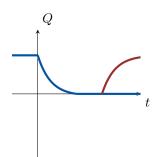
Il diodo, dovendo smaltire la carica positiva sulla giunzione, per un certo periodo di tempo tiene costante la tensione ai suoi capi, quindi ritarda a spegnersi. Chiamiamo questo tempo: tempo di storage. Per calcolare questo tempo dobbiamo trovare il punto in cui l'equazione della carica raggiunge il valore 0.

$$\begin{split} \frac{\tau}{R}(V_f + V_R)e^{-t_s/\tau} - \frac{\tau}{R}(V_R + V_\gamma) &= 0 \\ t_s &= \tau \ln \left(\frac{V_f + V_R}{V_R + V_\gamma}\right) \end{split}$$

Si vede subito che il rapporto è maggiore di 1, e che il tempo di storage, non dipende dal valore della resistenza, ma dipende unicamente dalla escursione di tensione e dalle caratteristiche fisiche  $\tau$  del diodo.







Nel modello approssimato che stiamo utilizzando si impiega un tempo  $t_s$  per passare da  $Q=Q(0^-)$ , a Q=0 perché abbiamo dovuto spostare le cariche interne al diodo fino ad arrivare al valore 0. Dato che nel modello approssimato che stiamo utilizzando non c'è ulteriore carica da spostare, il tempo del transitorio è necessariamente nullo, quindi la tensione è libera di variare istantaneamente.

Abbiamo già commentato che la qualità dell'approssimazione della carica è inferiore a quella della corrente, dato che in regione di polarizzazione inversa, una si comporta come radice e l'altra come esponenziale negativo che tende ad un valore di  $I_s$  pressoché 0.

Questo significa che l'approssimazione considera nulla la carica in polarizzazione inversa non è accuratissima, perché la carica essendo anche debolmente negativa, comporta un transitorio di scarica del condensatore, dove ci dobbiamo aspettare che il valore della resistenza R influirà sul tempo di scarica.

Abbiamo descritto il transitorio di spegnimento del diodo, descrivendolo in due tratti: il primo caratterizzato da una tensione costante  $V_d=V_\gamma$  ed una carica che varia da un valore positivo ad un valore nullo in un tempo  $t_s$ , ed un secondo tratto dove la carica è costante e vale 0, e la tensione  $V_d < V_\gamma$  che si compie in un tempo nullo.

Per determinare come funziona il passaggio di accensione del diodo, dovremo percorrere questi due tratti all'inverso, entrambi descritti dalle stesse equazioni. Dato che percorrendo il secondo tratto impieghiamo un tempo nullo, visto che non comporta spostamento di carica, nel primo tratto avremo ai capi del diodo una tensione costante pari a  $V_f - V_\gamma$ . Ma siccome non appena il condensatore comincia a caricarsi la tensione ai capi del diodo ha assunto già il suo valore definitivo, il transitorio inverso ha un comportamento totalmente differente. Mentre per spegnere il diodo è necessario un tempo di spegnimento  $t_s$ , per accendere il diodo (in termini di tensione in uscita) il tempo di accensione non è visibile.

Il transitorio del diodo è asimmetrico, è lento a spegnersi e molto rapido ad accendersi.

Abbiamo stimato che il tempo di spegnimento del diodo è di circa 20ns, e questo tempo è pressoché indipendente dalla resistenza.

Le approssimazioni fatte sino ad ora sono del tutto accettabili quando il periodo del segnale è maggiore come ordine di grandezza al ritardo intrinseco del diodo. Diventa non trascurabile quando le frequenze del segnale sono notevolmente maggiori rispetto al ritardo. Al crescere della frequenza il capacitore tende a cortocircuitare il diodo.

Esiste quindi un limite alla frequenza massima di commutazione che posso richiedere ad un diodo. Questo è uno dei motivi per cui la frequenza di clock è limitata ad un valore massimo e che il periodo associato a quella frequenza deve essere sufficientemente lungo per permettere ai transitori del circuito di completarsi.

## Transistore bipolare a giunzione BJT

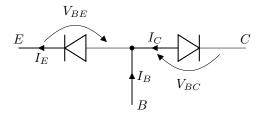


Figure 3: transistor bipolare

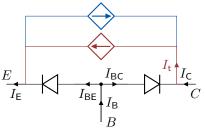
#### Modello di Ebers e Moll

Supponiamo che  $V_{BE}>0$  e  $V_{BC}<0$ . Questo ci permetterà di dire che il diodo tra base ed emettitore è polarizzato in regione diretta ed il diodo tra base e collettore è polarizzato in inversa. Questo comporta che  $I_E>0$  e  $I_C\approx0$  e, considerando la legge di Kirchoff  $I_B+I_C=I_E$ , abbiamo  $I_B\approx I_E$ .

Quello che accade se la distanza tra i due diodi è ridotta (che indicheremo con w), l'interazione tra le loro cariche porta fa cambiare loro comportamento radicalmente, portando a far valere le relazioni  $I_e \approx -I_c$  e  $I_b \approx 0$ .

Quando w è sufficientemente piccolo, quello che accade è che nel momento in cui il diodo tra base ed emettitore è' polarizzato in diretta, ed il diodo tra base e collettore è polarizzato in inversa, la corrente fluisce prevalentemente fra collettore ed emettitore a fronte di una corrente di base molto più piccola rispetto alle altre due regioni.

Possiamo tenere conto di questo comportamento attraverso un generatore aggiuntivo di corrente (riportato in rosso) che aggiunga alla corrente prevista dal modello del diodo polarizzata in inversa, correntemente trascurabile, una nuova corrente che dipende a sua volta esponenzialmente da  $V_{\rm BE}$ . Chiameremo questa corrente  $I_t$ : corrente dell'effetto transistore.



#### Equazioni caratteristiche transistore

$$\begin{split} I_{\text{BE}} &= I_{\text{BES}} \big( e^{V_{\text{BE}}/V_T} - 1 \big) \\ I_{\text{BC}} &= I_{\text{BCS}} \big( e^{V_{\text{BC}}/V_T} - 1 \big) \\ I_{\text{t}} &= I_{\text{S}} \big( e^{V_{\text{BE}}/V_T} - 1 \big) - I_{\text{S}} \big( e^{V_{\text{BC}}/V_T} - 1 \big) \end{split}$$

È semplice calcolare l'espressione della corrente di emetti-

tore  $I_{\rm E}$ , di collettore  $I_{\rm C}$  e di base  $I_{\rm B}$ , attraverso le equazioni di Kirchoff ai tre nodi. Bisogna considerare che abbiamo utilizzato solo una particolare condizione di polarizzazione. Se studiassimo il caso opposto, ovviamente otterremmo risultati simmetrici: vedremo che con  $V_{\rm BE} < 0$  e  $V_{\rm BC} > 0$  avremo una componente aggiuntiva di corrente ad effetto transistore, diretta in direzione opposta, rappresentabile anch'essa con un generatore di corrente pilotato.

#### Equazioni caratteristiche transistore (linearm. dipendenti)

$$\begin{split} I_{\rm B} &= I_{\rm BES} \big( e^{V_{\rm BE}/V_T} - 1 \big) - I_{\rm BC} \big( e^{V_{\rm BC}/V_T} - 1 \big) \\ I_{\rm E} &= (I_{\rm S} + I_{\rm BE}) \big( e^{V_{\rm BE}/V_T} - 1 \big) - I_{\rm S} \big( e^{V_{\rm BC}/V_T} - 1 \big) \\ I_{\rm C} &= I_{\rm S} \big( e^{V_{\rm BE}/V_T} - 1 \big) - (I_{\rm S} + I_{\rm BCS}) \big( e^{V_{\rm BC}/V_T} - 1 \big) \end{split}$$

Il transistore in figura 4 prevede due giunzioni ed ha il nome di transistore npn. Esiste anche il suo duale, transistore pnp al quale faremo solo un rapido cenno più avanti ma suo comportamento è del tutto identico a quello che stiamo discutendo.



Figure 4: transistor

Per la legge di Kirchoff abbiamo se conosciamo due tra le differenze di potenziale ai lati del transistore, la terza è univocamente determinata. Ragionamento del tutto analogo vale per le correnti.

Per determinare completamente il regime di funzionamento del transistore, occorre determinare le 6 grandezze: 3 correnti e 3 tensioni, attraverso 6 equazioni, due delle quali sono quelle di Kirchoff appena indicate. Per trovare le altre quattro equazioni, utilizziamo lo stesso metodo che abbiamo applicato per determinare le equazioni del diodo: mettiamo un morsetto a terra e, fornendo un potenziale su uno dei due morsetti rimanenti, misuriamo il potenziale sull'ultimo morsetto.

Ovviamente è possibile connettere il transistor in 3 modi differenti: emettitore, base e collettore comune. Ma di queste ultime due ce ne occuperemo più avanti.

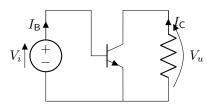


Figure 5: Connessione a Emettitore comune

Già osservando il circuito, possiamo notare che due incognite sono eliminate dalla equazione della tensione in ingresso  $V_i = V_{BE}$ , che possiamo considerare data, e dall'equazione  $V_{II} = R \cdot I_{C}$ . Ricordando che la corrente in ingresso corrisponde alla corrente di base, e che la corrente in uscita corrisponde alla corrente di collettore, per le ultime due equazioni residue possiamo utilizzare quelle fornite dalle caratteristiche del transistore elencate precedentemente.

$$\begin{split} I_{\mathrm{B}}(V_{\mathrm{BE}},V_{\mathrm{CE}}) &= I_{\mathrm{BES}}\big(e^{V_{\mathrm{BE}}/V_T}-1\big) - I_{\mathrm{BC}}\big(e^{V_{\mathrm{BC}}/V_T}-1\big) \\ I_{\mathrm{C}}(V_{\mathrm{BE}},V_{\mathrm{CE}}) &= I_{\mathrm{S}}\big(e^{V_{\mathrm{BE}}/V_T}-1\big) - (I_{\mathrm{S}}+I_{\mathrm{BCS}})\big(e^{V_{\mathrm{BC}}/V_T}-1\big) \end{split}$$

Siccome queste relazioni di correnti sono due funzioni di due variabili ( $V_{\mathsf{BE}}$  e  $V_{\mathsf{CE}}$ ), è necessario un grafico in tre dimensioni per poterle rappresentare graficamente, e ciò non sarebbe pratico.

Per questo motivo riconduciamo queste espressioni ad una rappresentazione più semplice, riconducendoci ad una famiglia di curve parametriche ponendo  $V_{\mathsf{CE}}$  come variabile indipendente e tracciando le funzioni al variare di  $V_{CE}$  (Figura 6).

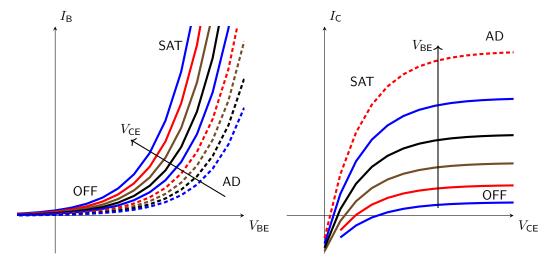


Figure 6:  $I_{\mathsf{B}}(V_{\mathsf{BE}})$  al variare di  $V_{\mathsf{CE}}$ 

Figure 7:  $I_{C}(V_{CE})$  al variare di  $V_{BE}$ 

Il transistor è composto da 2 diodi, ognuno polarizzabile in regione diretta o regione inversa. Possiamo riconoscere quindi quattro regioni di funzionamento del transistore, dipendenti da  $V_{\rm BE}$  e  $V_{\rm BC}$ .

- BE on, BC off: Regione normale di funzionamento o regione di polarizzazione attiva diretta
- BE off, BC on: Regione di polarizzazione attiva inversa.
- BE off, BC off: Regione di interdizione, per brevità diremo che il transistore è spento
- BE on, BC on: Regione di saturazione.

#### Regione Attiva Diretta

Prendendo in considerazione la regione di funzionamento attiva diretta, considerando che  $e^{V_{\rm BE}/V_{\rm T}} > e^{V_{\rm BC}/V_{\rm T}}$  siccome il primo termine è maggiore di 1 per  $V_{\rm BE} > 0$  ed il secondo minore di 1 per  $V_{\rm BC} < 0$ , possiamo semplificare le relative equazioni caratteristiche del transistore in

$$\begin{split} I_{\mathsf{C}} &= I_{\mathsf{s}} \big( e^{V_{\mathsf{BE}}/V_T} - 1 \big) \\ I_{\mathsf{B}} &= I_{\mathsf{BEs}} \big( e^{V_{\mathsf{BE}}/V_T} - 1 \big) \\ I_{\mathsf{E}} &= (I_{\mathsf{s}} + I_{\mathsf{BEs}}) \big( e^{V_{\mathsf{BE}}/V_T} - 1 \big) \end{split}$$

Osserviamo che in questa regione, tutte le correnti assumono la forma di esponenziale traslata in funzione della sola tensione  $V_{\rm BE}$ . In questo caso particolare, il circuito in figura 5, la corrente in uscita  $I_{\rm c}$  non è una funzione della tensione di uscita  $V_{\rm u}=V_{\rm CE}$ , quindi si comporta come un circuito generatore di corrente costante/controllata in funzione di  $V_{\rm i}$ .

Inoltre, siccome tutte le correnti dipendono dallo stesso esponenziale, allora sono proporzionali tra loro

$$\frac{I_{\rm C}}{I_{\rm B}} = \frac{I_{\rm s}}{I_{\rm BEs}} = \beta_F$$

Per analogo ragionamento  $I_{\mathsf{E}}=(\beta_F+1)I_{\mathsf{B}}$ , e  $I_{\mathsf{C}}=\frac{\beta_F}{\beta_F+1}I_{\mathsf{E}}=\alpha_FI_{\mathsf{E}}$ . Con  $\alpha_F$  viene definita l'efficienza di emettitore: maggiore è la costante più la corrente di collettore assomiglia alla corrente di emettitore. Quindi siccome  $\alpha_F=\frac{\beta_F}{\beta_F+1}$ , maggiore è  $\beta_F$ , più  $\alpha_F$  è vicina ad 1, e migliore è il transistore.

#### Regione attiva inversa

Per ragionamento analogo alla regione precedente,  $V_{\rm BE} < 0$  e  $V_{\rm BC} > 0$  ci porta a trascurare i termini in funzione di  $V_{\rm BE}$ 

$$\begin{split} I_{\text{C}} &= -(I_{\text{S}} + I_{\text{BCs}}) \big(e^{V_{\text{BC}}/V_T} - 1\big) \\ I_{\text{B}} &= I_{\text{BCs}} \big(e^{V_{\text{BC}}/V_T} - 1\big) \\ I_{\text{E}} &= -I_{\text{s}} \big(e^{V_{\text{BC}}/V_T} - 1\big) \end{split}$$

Indicando con  $\beta_R = I_{\rm s}/I_{\rm BCs}$ , abbiamo che

$$\begin{split} I_{\mathsf{E}} &= -\beta_R I_{\mathsf{B}} \\ I_{\mathsf{C}} &= -(\beta_R + 1) I_{\mathsf{B}} \\ I_{\mathsf{E}} &= \frac{\beta_R}{1 + \beta_R} I_{\mathsf{C}} = \alpha_R I_{\mathsf{C}} \end{split}$$

Il crescere di  $\beta_R$  aumenta le prestazioni del transistore:  $\alpha_R \approx 1$ .

Nota: F e B a pedice, indicano Forward e Reverse

#### Regione di interdizione

 $V_{\rm BE} < 0$  e  $V_{\rm BC} < 0$  ci portano ad osservare che ciascuna delle espressioni esponenziali è trascurabile, quindi:

$$\begin{split} I_{\text{C}} &= I_{\text{BCs}} \\ I_{\text{B}} &= -I_{\text{BEs}} - I_{\text{BCs}} \\ I_{\text{E}} &= I_{\text{BEs}} \end{split}$$

"Il modello non ha bisogno dell'aggiunta di un generatore controllato per essere descritto".

#### Regione di saturazione

 $V_{\rm BE}>0$  e  $V_{\rm BC}>0$  indica che nessun esponenziale è trascurabile. Tutte le correnti dipendono da entrambe le tensioni di funzionamento  $V_{\rm BE}$  e  $V_{\rm BC}$ .

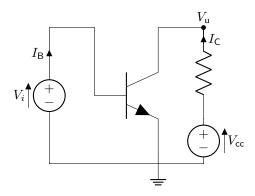
#### Analisi del circuito transistore BJT

Utilizzando le approssimazioni appena ricavate nel circuito in figura 5

#### Regione attiva diretta

$$\begin{split} V_{\rm u} &= V_{\rm BE} - V_{\rm BC} > 0 \\ V_{\rm u} &= -RI_{\rm C} = -RI_{\rm s} \big(e^{V_{\rm BE}/V_T} - 1\big) < 0 \end{split}$$

Quindi il circuito non può funzionare in regione normale. Modifichiamo quindi il circuito aggiungendo un generatore di tensione  $V_{\rm cc}$  tale che  $V_{\rm u}=V_{\rm cc}-RI_{\rm c}>0$ . Mantenendo compatibilità con la prima ipotesi.



Siccome ci siamo assicurati che il circuito funzioni in regione attiva diretta, verifichiamo ora se è possibile che tale circuito funzioni in regione attiva inversa:

#### Regione attiva inversa

$$\begin{split} V_{\mathrm{u}} &= V_{\mathrm{BE}} - V_{\mathrm{BC}} < 0 \\ V_{\mathrm{u}} &= V_{\mathrm{cc}} - RI_{\mathrm{C}} > 0 \end{split}$$

Abbiamo dimostrato quindi che questo circuito, corretto appositamente per farlo lavorare in regione attiva diretta, non può lavorare in regione attiva inversa. Per funzionare in quest'ultima regione il generatore di tensione  $V_{\rm cc}$  dovrebbe avere una tensione negativa, per questo motivo per analizzare di questo circuito, consideriamo solo tre regioni di funzionamento.

# Regione di interdizione $I_{\text{C}} = I_{\text{BEs}} \approx 0$ $V_{\text{u}} = V_{\text{cc}} \qquad \qquad V_{\text{BE}} = V_{\text{i}} > 0$ $V_{\text{BE}} = V_{\text{i}} < 0 \qquad \qquad V_{\text{u}} = V_{\text{cc}} - RI_{\text{s}} \left(e^{V_{\text{i}}/V_{T}} - 1\right)$ $V_{\text{BC}} = V_{\text{i}} - V_{\text{u}} < 0$

In regione di saturazione abbiamo che

$$I_{\mathsf{C}} = \frac{V_{\mathsf{cc}} - V_{\mathsf{CE}}}{R}$$

Ricordandoci che in figura 2.2 abbiamo già calcolato una relazione che lega  $I_{\rm C}$  e  $V_{\rm CE}$ . Tracciamo l'equazione di  $I_{\rm C}$  appena trovata. Ciascuno dei punti di intersezione in tale figura, rappresenta quindi il luogo dei punti soluzione di questa equazione. Dal grafico quindi possiamo osservare che in regione di saturazione, la tensione di uscita continua a calare, ma tende asintoticamente ad un valore appena maggiore di 0.

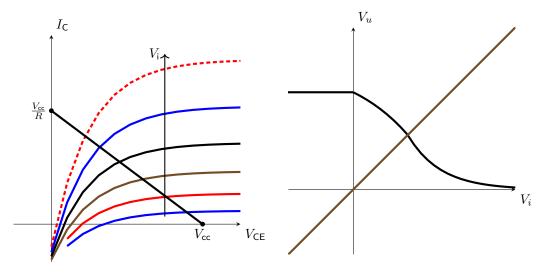


Figure 8: Grafico con ramo di carico

Figure 9: Andamento qualitativo di  $V_{\mathrm{u}}$  in funzione di  $V_{\mathrm{i}}$ 

In particolare, il valore a cui asintoticamente tende la tensione in uscita è dato da

$$I_{\mathrm{C}} = I_{\mathrm{S}} \big( e^{V_{\mathrm{BE}}/V_T} - 1 \big) - \big( I_{\mathrm{S}} + I_{\mathrm{BCs}} \big) \big( e^{V_{\mathrm{BC}}/V_T} - 1 \big) = 0$$

Dove entrambi i termini 1 sono trascurabili, siccome entrambi gli esponenziali sono maggiori di 1.

$$V_{\sf CE} = V_{\sf T} \ln \frac{1}{\alpha_R}$$

Quindi  $V_{\text{CE}}$ è strettamente positivo, dato che  $\alpha_R$  è compreso tra 0 ed 1, quindi il suo reciproco è maggiore di 1, e rispettivo logaritmo è positivo. Inoltre dato che questa espressione non dipende da  $V_{\text{BE}}$ , significa che tutte le caratteristiche intersecano l'asse delle ascisse in questo valore.

# Contents

Diodo a giunzione PN	1
Diodo	
Modello a soglia	1
Circuito limitatore di tensione	2
Circuito limitatore inferiore	3
Circuito rivelatore di massimo	3
Circuito rivelatore di minimo	
Circuito limitatore di tensione superiore ed inferiore	
Raddrizzatore a doppia semionda	7
Rivelatore di cresta	8
Diodi in regime dinamico	10
ransistore bipolare a giunzione BJT	13
Modello di Ebers e Moll	13
Analisi del circuito transistore BIT	17