

1 Semiconduttori

Per studiare le caratteristiche corrente-tensione dei circuiti basati su strutture a semiconduttore, bisogna studiare il flusso di carica degli elettroni che si muovono nei materiali.

Gli elettroni fanno parte della struttura di un singolo atomo

1.1 Struttura dell'atomo

Il **nucleo** è formato da un conglomerato di neutroni e protoni, con carica complessiva positiva, attorno al quale ruotano gli elettroni con carica negativa.

L'**elettrone** che orbita attorno al nucleo ha una propria energia cinetica. La sua ‘posizione’ deriva dal bilanciamento di due forze:

- L’accelerazione centrifuga, che allontana l’elettrone dal nucleo
- La forza Coulombiana generata dalle due cariche di segno opposto che è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

Più ‘veloce’ l’elettrone gira attorno al nucleo più larga è la sua orbita, quindi minore è l’energia di legame con i protoni in quanto è inversamente proporzionale al quadrato della distanza. L’elettrone oltre ad avere proprietà di natura corpuscolare (cioè ha una massa discreta che risponde alla legge della meccanica classica), ha proprietà ondulatorie ed inoltre non tutte le orbite sono possibili, e quindi, siccome ad un’orbita l’elettrone ha una particolare energia, l’elettrone può avere solo alcuni valori di energia.

L’energia è quantizzata: i livelli di energia permessi sono

- diversi per ogni tipo di atomo
- distribuiti non continuamente
- occupati al più da due elettroni (con spin opposto) → il numero di elettroni per ogni livello è finito per semplicità ogni livello può avere solo un elettrone

In un **sistema in quiete**, non perturbato, gli elettroni tendono spontaneamente ad assumere la posizione su un livello di energia inferiore.

Un materiale è un insieme di atomi che interagiscono tra di loro cioè gli elettroni di un atomo sentono la presenza degli altri atomi attraverso la repulsione e l’attrazione. Le orbite variano perché il bilancio delle forze è diverso (più cariche positive, nuclei, e più cariche negative, elettroni) e quindi le energie si modificano.

Il sistema costituito da due atomi, per esempio, ha diversi livelli energetici dei due atomi isolati.

Il numero di livelli di due atomi che interagiscono non può variare in quanto non varia il numero di elettroni; varia soltanto la struttura.

Tipicamente ad ogni livello energetico di un singolo atomo ne corrispondono due vicini e distinti.

Le proprietà rimangono uguali in particolare l’energia è discretizzata in livelli in cui può stare un solo elettrone (coppia di spin opposti)

1.2 Modello a bande energetiche

L’interazione di più atomi provoca l’avvicinamento di rispettivi livelli → si forniscono “Grappoli” di livelli nel quale c’è sempre un’alternanza tra regioni ricche di livelli permessi e regioni proibite

- **Modello a bande:** ci sono intervalli in cui c’è un elevato numero di livelli tutti discreti
 - la distribuzione **non è continua**
 - ogni manda ha un numero finito di livelli e quindi (siccome le proprietà di un singolo atomo valgono ancora) ha un numero finito di elettroni che riempiono varie bande partendo da quelle con poca energia.
 - **livello energetico di Fermi:** livello limite al di sotto del quale, in assenza di perturbazione, tutti i livelli energetici sono occupati al di sopra del quale tutti i livelli energetici sono vuoti.
 - la caratteristica di un materiale dipende dalla posizione del livello energetico di Fermi

1.3 Tipologia di un materiale

Per indurre corrente in un materiale bisogna perturbarlo per poter accelerare gli elettroni → la perturbazione varia la velocità degli elettroni che cambiano energia cinetica → varia la posizione dell'elettrone che “salta” in un altro livello energetico

Per avere corrente, quindi occorre che:

1. ci sia energia prodotta da una sorgente esterna
2. l'energia sia sufficiente a far “saltare” l'elettrone da un livello ad un altro

1.4 Materiali conduttori

Il livello di Fermi cade in una banda permessa → la distanza minima di energia necessaria a modificare lo stato energetico degli elettroni (creazione di corrente) è la distanza tra due livelli che stanno nella stessa banda ed essendo la banda densa di livelli d'energia necessaria è piccola

1.5 Materiali isolanti

Il livello di Fermi cade in una banda proibita → la quantità minima necessaria a muovere un elettrone è la distanza tra l'ultimo livello occupato e il primo libero cioè almeno pari al gap energetico

L'energy gap è molto più grande della distanza minima tra due livelli energetici della stessa banda e per questo i materiali isolanti conducono molto più difficilmente elettroni rispetto a materiali conduttori

Però un materiale isolante può sempre condurre elettroni ma, al contrario dei materiali conduttori, ha bisogno di più energia (pari almeno all'energy gap)

Si può notare che un elettrone per potersi muovere deve essere in una banda con alcuni livelli energetici liberi quindi una banda completamente vuota o completamente piena non dà nessun contributo alla corrente.

- le bande completamente piene vengono trascurate dall'analisi della corrente in quanto i loro elettroni hanno una remota possibilità di “saltare” in un livello energetico libero
- la situazione è come quella di una bottiglia: il liquido si può muovere grazie ad una perturbazione se la bottiglia non è completamente vuota o piena (il liquido c'è ma non ha spazio per muoversi).
- Vengono definite le due bande fondamentalmente (quelle a cavallo del livello energetico di Fermi)

Banda di conduzione: sopra il livello di Fermi

Banda di valenza: Sotto il livello di Fermi

1.6 Semiconduttore

La differenza tra i semiconduttori e gli altri materiali è la diversa interazione con il mondo esterno.

Metodi di perturbazione

- **termica:** (siccome la temperatura è diversa dallo 0 assoluto, gli elettroni che compongono le molecole dei vari materiali si muovono in funzione della temperatura in modo caotico)
- **ottica:** (un fotone porta una certa energia che viene trasformata da una radiazione)

Il livello teorico di Fermi è in condizione di non perturbazione cioè allo 0 assoluto.

Nella realtà ci sono continui scambi di energia

- in un **isolante** l'energia media scambiata non è sufficiente a far “saltare” un elettrone dalla banda di valenza a quella di conduzione
- in un **semiconduttore** il gas energetico è paragonabile all'energia scambiata con l'ambiente per un semplice effetto termico

1.7 Caratteristiche del semiconduttore

1. il livello energetico di Fermi cade nella banda proibita
2. l'energy gap è paragonabile all'energia media scambiata con l'ambiente esterno

La probabilità dell'elettrone che riceva un energia pari ad 1 gap è elevata in un semiconduttore a temperatura ambiente.

→ si può generare corrente in quanto

1. l'elettrone (che si trova in un livello energetico più alto e ha quindi una maggiore energia cinetica → maggiore velocità) si trova in una banda con molti livelli energetici vuoti, serve poca energia per farlo saltare in un altro livello energetico (per questo la **banda** si chiama **di conduzione** → si comporta come un conduttore)
2. la **banda di valenza** diventa parzialmente occupata in cui si può verificare un moto di elettroni con piccola energia

1.8 Differenza tra un conduttore ed un semiconduttore

- In un conduttore esiste solo una banda parzialmente occupata che costituisce il trasporto di corrente
- In un semiconduttore necessariamente esistono due bande entrambe parzialmente occupate → questo provoca la caratteristica non lineare

1.8.1 Osservazione

La quantità di elettroni presenti nella banda di conduzione dipende dalla temperatura → la conducibilità elettrica consumata all'aumentare della temperatura (in quanto aumenta il n° di elettroni che possono "saltare" nella banda di conduzione)

- questo effetto è utilizzato per i sensori di temperature in quanto θ è funzione della temperatura.
- questo effetto può essere pericoloso perché la corrente provoca calore per effetto Joule → il componente si autoriscalda
- è un meccanismo instabile che può provocare la rottura di un dispositivo (problema dell'elettronica di potenza)

2 Meccanismo di conduzione nei Semiconduttori

I materiali semiconduttori sono prevalentemente della quarta colonna, della tabola periodica degli elementi.

- Silicio, Germanio o anche di leghe di materiali della 3^a e 5^a colonna p
- GaAs, Arsenuro di gallio
InP solfuro di indio

Il silicio è il materiale più diffuso in natura. Per poterlo utilizzare bisogna lavorarlo in maniera complessa

- Gli atomi di silicio si legano tra di loro formando un reticolo regolare. Gli elettroni di valenza (quelli esterni) formano un legame covalente cioè gli atomi condividono una coppia di elettroni costituendo un legame forte.
- Il silicio ha 4 elettroni di valenza disponibili a stabilire un legame formando una struttura cristallina (reticolo cubico).

Ogni nucleo ha 4 legami covalenti. Gli elettroni di legame sono quelli più lontani dal nucleo e quindi con una maggiore energia cinetica ed una minore energia di legame → sono nella banda di valenza (occupata dagli elettroni di valenza che formano i legami con gli altri atomi)

In condizione di perturbazione (termica o ohmica) un elettrone può ricevere energia saltando nella banda di conduzione → entra in un livello energetico superiore e quindi ha un orbita più grande e un minor legame con il nucleo → ha bisogno di un ulteriore piccola energia per cambiare il suo nuovo stato orbitale.

In presenza di un campo elettrico esterno ($\vec{F} = q\vec{E}$) l' elettrone riesce ad allontanarsi dall'atomo

Il moto dell'elettrone è ostacolato dal reticolo cristallino

L'elettrone che dalla banda di valenza entra nella banda di conduzione è debolmente legato al suo nucleo e sotto ad una forza esterna (campo elettrico) pu' facilmente cambiare il suo stato di moto → **elettrone libero** → può contribuire alla corrente.

Per il principio di conservazione della carica, quando l'elettrone si allontana globalmente la carica totale è equilibrata ma localmente no → l'assenza di un elettrone comporta uno sbilanciamento di carica positiva → il legame vagante è il livello lasciato libero dall'elettrone che è andato nella banda di conduzione.

Questo livello libero può essere facilmente riempito a spese di un picco di energia

2.0.1 Microscopicamente accade che

1. un elettrone si muove in banda di conduzione
2. tanti elettroni si muovono in piccoli scostamenti (nella banda di valenza) provocando un apparente spostamento di una carica positiva nella direzione opposta della carica negativa in banda di conduzione

i meccanismi di conduzione nei semiconduttori sono diverse dal meccanismo di conduzione nei conduttori

- **Nella banda di conduzione:** il moto è dovuto dallo svincolamento di una carica negativa dal nucleo. (liverà di muoversi sotto l'effetto di un campo elettrico)
- **Nella banda di valenza:** il moto è dovuto ad una successione dei piccoli movimenti di elettroni quali corrisponde microscopicamente un moto in direzione contraria di una carica positiva
- **Lacuna** (= assenza di carica negativa) corrisponde ad un moto in cascata di diversi elettroni che rappresenta macroscopicamente un moto di un'unica particella fittizia dotata di carica positiva
- **Elettrone** viene considerato soltanto l'elettrone libero di muoversi nella banda di conduzione

In un **conduttore** esiste un'unica specie di portatori (trasferimento di elettroni)

In un **semiconduttore** esistono due meccanismi di conduzione → carica negativa (elettrone) e carica positiva (lacuna) → esistono due specie di portatori di carica

La generazione di un elettrone provoca la nascita di una lacuna

$n = n^o$ elettroni per cm^3

$p = \text{quantità di lacune per } \text{cm}^3$

$n = p$ perché il materiale è uniforme (Silicio Puro)

- L'evento di simultanea generazione di un elettrone libero o della corrispondente lacuna si chiama **evento di generazione** di una coppia elettrone-lacuna (coppia $e-h$ dove $h=\text{hole}$)

Può essere provocato sia in maniera elettrica (campo elettrico) che per via ottica (grazie a due fotoni come nelle macchine fotografiche digitali) che per via acustica/meccanica

- ci deve essere il fenomeno opposto alla generazione in quanto il sistema è costante nel tempo cioè l'alterazione può cedere l'energia in eccesso che aveva liberato e ritornare nella banda di valenza. L'elettrone occupa una lacuna. → effetto di ricombinazione

L'energia viene ceduta sotto forma di calore o radiazione luminosa (LED)

Sapendo che $q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ per conoscere la densità di carica

- degli elettroni liberi → $-q \times n$
- delle lacune → $+q \times n$

Evento di generazione di una coppia elettrone-lacuna

G = tasso di generazione

- è il numero di coppie elettrone-lacuna che vengono generati nell'unità di volume e nell'unità di tempo (velocità di generazione)
- dipende dalla temperatura
- l'elettrone, ricevendo energia si allontana dal legame covalente creando una lacuna interpretata come una carica positiva in eccesso

Siccome il sistema è in una condizione stazionaria $G = R$ perché la velocità con cui vengono generate le coppie è uguale a quella con cui vengono ricombinate → il tempo di "sopravvivenza" della coppia si chiama tempo di vita della coppia

Siccome in condizioni stazionarie $p = n$ possono avere lo stesso nome

$n_i(T)$ = concentrazione intrinseca di portatori (lacune o elettroni); dipende in prima approssimazione dalla temperatura (in modo esponenziale)

Valore tipico $n_i = 10^{10} \left[\frac{\text{coppie}}{\text{cm}^3} \right]$ a $300K$, i.e. 27°C

Densità degli atomi del reticolo cristallino di silicio = $10^{23} \left[\frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3} \right]$; è estremamente più grande di n_i che è però sufficiente a cambiare completamente il comportamento del dispositivo.

Per poter sfruttare la presenza di lacune ed elettroni bisogna sbilanciare l'equazione $p = n$ cioè non bisogna utilizzare silicio puro.

3 Materiali Estrinseci

3.0.1 Atomi Donatori (5^a colonna)

Si introduce nel reticolo cristallino di silicio una piccola quantità di atomi della 5^a colonna della tavola periodica degli elementi (ex. Fosforo)

- Questi atomi hanno 5 elettroni di valenza
- La piccola quantità non influenza la struttura del reticolo

L'atomo di Fosforo è un atomo drogante e non forma una lega col silicio in quanto la proporzione è incongrua: il numero di atomi inseriti deve essere talmente piccolo da non portare perturbazione alla struttura reticolare

atomo di Fosforo → quattro elettroni di valenza formano un legame covalente col silicio.

Il **quinto elettrone** non forma legami, è debolmente legato al nucleo e si allontana da esso non crea una lacuna (=posto vacante in un legame covalente). La carica positiva che si forma (che bilancia la carica negativa che si è allontanata) è un protone del nucleo, è una carica fissa → **il fosforo si ionizza positivamente**

La carica positiva non può spostarsi, come faceva la lacuna, in quanto nessun legame vacante ha un "buco" → **si genera un elettrone ma non una lacuna**

Dal punto di vista energetico la struttura a banda cambia: l'atomo di fosforo introduce dei nuovi livelli caratteristici della sua natura

- la banda proibita per il silicio cambia grazie all'introduzione di qualche molecola di fosforo che aggiungono qualche livello energetico in prossimità della banda di conduzione
- l'elettrone che occupa il nuovo livello può facilmente "saltare" nella banda di conduzione senza creare una lacuna nella banda di valenza

Il Fosforo é un atomo donatore perché “regala” un elettrone libero senza modificare la struttura.

$$N_0 = \text{concentrazione di atomi donatori} = \frac{n^0 \text{ di atomi donatori}}{cm^3}$$

Siccome la struttura del cristallo deve essere quella del silicio $N_0 <$ densitá degli atomi del reticolo cristallino di silicio e siccome il n° di elettroni é spontaneamente n_i allora

$$10^{10} < N_0 < 10^{20}$$

Quando $N_0 = 10^{20}$ non riesce a modificare la struttura del silicio

Siccome l'energia utile per far “saltare” l'elettrone dal livello donatore alla banda di conduzione é molto piccola alla temperatura ambiente, tutti gli elettroni di quel livello sono giá nella banda di conduzione, quindi $N_0 \approx n$ (cioé ogni atomo donatore cede un elettrone, approssimazione quasi esatta)

$$N_D \approx n > p$$

con atomi donatori (5^a colonna)

3.1 Atomi accettori (3^a colonna)

Si introduce nel reticolo cristallino di silicio una piccola quantitá di atomi della 3^a colonna della tavola periodica degli elementi (BORO)

- Questi atomi hanno 3 elettroni di valenza
- la piccola quantitá non influisce la struttura del reticolo

Il legame valente comporta lo spostamento di un elettrone al quale é associato ad uno spostamento di una carica virtuale positiva

Atomo di Boro

- si genera una lacuna ma non un elettrone mobile
- si crea una carica fissa negativa (ione di Boro negativo)

Dal punto di vista di energetico il Boro introduce un nuovo livello energetico (livello accettore), vicino alla banda di valenza

- questo livello é uno stato legato ad una posizione cioè gli elettroni nel nuovo livello non si spostano
- questo nuovo livello “cattura” facilmente un elettrone a spese di una piccola energia
- la popolazione di lacune é maggiore

$$N_A = \text{concentrazione di atomi accettori} = \frac{n^0 \text{ atomi accettori}}{cm^3}$$

$$10^{10} < N_A < 10^{20}$$

$N_A \approx p > n$ con atomi accettori (3^a colonna)

- Per un materiale **intrinseco** (solo silicio puro)
ci sono solo le coppie elettrone-lacuna
 $p = n = n_i$ e $p \times n = n_i^2$ $N_D = N_A = 0$
- Per un materiale **estrinseco** (drogato con atomi accettori o donatori)
 $p \neq n \neq n_i$ e $p \times n = n_i$

Densitá di carica \Rightarrow é dovuta da

- un elettrone libero
- una lacuna

- atomi donatore ionizzati positivamente perché hanno ceduto un elettrone
- atomi accettore ionizzati completamente a temperatura ambiente negativamente

Solo la carica mobile può produrre corrente

$$p = N_D \times q - N_A \times q - n \times q + p \times q$$

In condizioni di equilibrio sia per materiale intrinseco che estrinseco

$$p \times n = n_i^2$$

- **Bozza di dimostrazione di $p \times n = n_i^2$**

In condizione di equilibrio stazionario $G = R$

G è funzione della temperatura $G = \alpha(T)$

R è funzione sia della temperatura, sia del numero di elettroni e di lacune (più elettroni liberi sono presenti e più è alta la probabilità che troviamo una lacuna)

$$R = \beta(T) \times n \times p$$

$G = \alpha(T) = \beta(T) \times n \times p = R \leftarrow$ questa equazione è indipendente dal drogaggio del materiale

$$n \cdot p = \frac{\alpha(T)}{\beta(T)} = \gamma(T) = n_i^2$$

In condizione di equilibrio ed ad una temperatura finita $\gamma(T)$ è una costante indipendente da N_D e N_A e, siccome per $N_D = N_A$, $n \cdot p = n_i^2$, allora $\gamma(T)$ è uguale a n_i^2 , in quanto non varia al variare del drogaggio

⇒ Siccome $n \cdot p = n_i^2 = \text{cost}$ in condizioni stazionarie, aumentando la concentrazione di elettroni, la concentrazione di lacune cala, in quanto: $n = \frac{n_i^2}{p}$

3.2 Calcolo di $n(N_D, N_A)$ all' equilibrio, con N_D ed N_A costanti

- N_D e N_A non sono variabili nello spazio
- A livello globale la carica è nulla

Siccome il materiale è uniforme, la carica locale è nulla $\Rightarrow \rho = 0$

$$\begin{cases} \rho = q(N_D - N_A - n + p) = 0 \\ p = \frac{n_i^2}{n} \end{cases} \rightarrow \text{Perché } n \text{ è all'equilibrio}$$

$$N_D - N_A + \frac{n_i^2}{n} - n = 0; \quad n(N_D - N_A) + n_i^2 - n^2 = 0$$

$$n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0 \quad n = \frac{N_D - N_A}{2} \pm \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

Siccome n è positivo per definizione:

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

$$p = -\frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

È importante la differenza tra N_D e N_A e non il loro valore:

- Principio di complementazione
- Bisogna rimanere entro certi limiti (non bisogna alterare la struttura cristallina del silicio)

Dal punto di vista energetico se c'è un atomo accettore e uno donatore:

Questo é utile per la realizzazione diversamente drogante: Prima si droga con un tipo di atomo tutto il materiale e, dove serve, si aggiunge l'altro atomo drogante.

- con $N_D = N_A$ allora $n = p = n_i$
 - con $N_D \gg N_A$ e $N_D \gg n_i$ $n = \frac{(N_D - N_A)}{2} + \sqrt{\left(\frac{(N_D - N_A)}{2}\right)^2 + p_i^2} \rightarrow n \approx N_D$
 - con $N_A \gg N_D$ e $N_A \gg n_i$ $p = -\frac{(N_D - N_A)}{2} + \sqrt{\left(\frac{(N_D - N_A)}{2}\right)^2 + p_i^2} \rightarrow p \approx N_A$

Gli atomi donatori incrementano la popolazione di elettroni e decrementano la popolazione di lacune
Materiale estrinseco di tipo N **Materiale estrinseco di tipo P**

- Il silicio è drogato con atomi donatori con concentrazione superiore a quella degli atomi accettori
 - predominano gli elettroni rispetto alle lacune
 - Il silicio è drogato con atomi accettori con concentrazione superiore a quella degli atomi donatori
 - Predominano le lacune rispetto agli elettroni

$$(N_D \text{ da } 10^{14} \text{ a } 10^{20} cm^{-3})$$

$$N_D \gg N_A, ni$$

$$n \approx N_D \quad \text{e} \quad p = \frac{n^2}{N_D}$$

$$N_A \gg N_D, n_i$$

$$p \approx N_A \quad \text{e} \quad n = \frac{n_i^2}{N_A}$$

3.3 Effetto di un campo elettrico su un semiconduttore

Il campo elettrico esercita una forza sulla carica elettrica pari a

$$\vec{F} = -q\vec{E} \text{ (Forza Coulombiana)}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ con } m = 9.81 \cdot 10^{31} Kg$$

$$-q\vec{E} - m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{q}{m}\vec{E}$$

se il campo elettrico è uniforme, il moto è uniformemente accelerato (accade solo nel vuoto)

L'elettrone all'interno di un materiale urta contro gli altri atomi (Forza attrattiva del nucleo e forza repulsiva degli altri elettroni)

Il moto dell'elettrone all'interno di un materiale sotto l'effetto di un campo elettroco esterno è:

3.4 ?

Potenza

- Statica = 0
 - Dinamica
 - Cortocircuito
 - Carico

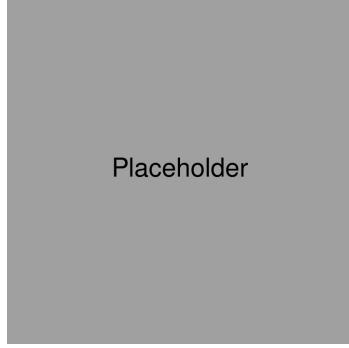


Figure 1: Grafico 1

$$I_D = \frac{\beta}{2} \left\{ \frac{t}{t_R} V_{DD} - V_T \right\}^2$$

$$V_i(t) = \frac{t_1}{t_r} V_{DD} = V_T \rightarrow t_1 = \frac{V_t}{V_{DD}} t_R$$

$$V_i(t_5) = \frac{t_5}{t_R} V_{DD} = \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow t_5 = \frac{t_R}{2}$$

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{1}{T} \int_0^T V_{DD} I_D dt = \frac{1}{T} 4 \int_{t_1}^{t_5} V_{DD} \frac{\beta}{2} \left(t \frac{V_{DD}}{t_R} - V_T \right)^2 dt \\ &= \frac{4}{T} \frac{\beta V_{DD}}{2} \frac{t_R}{3} \left[\left(t \frac{V_{DD}}{t_R} - V_T \right)^3 \right]_{\frac{V_T}{V_{DD}} t_R}^{\frac{t_R}{2}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\tilde{P}_{CC} = \frac{\beta t_R}{2 T} (V_{DD} - 2V_T)^3}$$

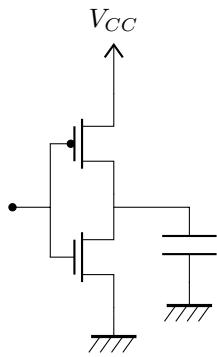


Figure 2: Circuito 1

Applicando Kirkoff: $I_{DP} = I_{Dn} + I_C$

Ricostruita la situazione possiamo analizzare la potenza media associata al carico $\tilde{P}_i = \frac{1}{T} \int_0^T I_{DD} V_{DD} dt$
Sempre dalla relazione di prima, siccome $I_C = 0 \Rightarrow I_{DD} = I_{DP}$

P-mos è **saturo** quando $\boxed{V_u < V_i + V_t}$

Istantaneamente posso avere un bilancio energetico non nullo, ma in un caso periodico somma dell'energia, per il principio di conservazione deve essere nulla

Sommando le tre potenze devo trovare la potenza complessiva, quindi:

$$\tilde{P}_L = \tilde{P}_n + \tilde{P}_p + \tilde{P}_C$$

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_0^T V_U I_C dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_U C_L \frac{dV_U}{dt} dt = \frac{C_L}{T} \int_{V_U(0)=0}^{V_U(T)=0} V_U dV_U = 0$$

Ovvio che è nullo perché l'energia di un condensatore è legata alla carica

$$\begin{aligned} \tilde{P}_P &= \frac{1}{T} \int_0^T V_{BDP} I_{DP} dt = \frac{1}{T} \left[\int_0^{\frac{T}{2}} V_{BD} I_{DP} dt + \int_{\frac{T}{2}}^{2T} V_{SD} I_{DD} dt \right] \\ &\quad \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} (V_{DD} - V_U) C_L \frac{dV_U}{dt} dt = -\frac{C_L}{T} \int (V_U - V_{DD}) dV_U = \dots \\ &\quad = \frac{C_L}{T} \frac{V_{DD}^2}{2} \end{aligned}$$

Calcolando la potenza consumata dal transitorio di Pull Down (N-mos) Osservando che nel primo semiperiodo l'n-mos è spento, La corrente è nulla, quindi ci limitiamo ad integrare nel secondo semiperiodo

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_0^T V_U I_C dt = \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^T V_U C_L \frac{dV_U}{dt} dt =$$

Sapendo che $I_{DD} = -C_L \frac{dV_U}{dt}$ Abbiamo che:

$$-\frac{C_L}{T} \int_{V_U(T/2)=V_{DD}}^{V_U(T)=0} V_U \frac{dV_U}{dt} dt = \dots = \boxed{\frac{C_L}{T} \frac{V_{DD}^2}{2}}$$

Quindi: $\tilde{P}_L = \frac{C_L}{T} V_{DD}^2$

Si può notare che la potenza dissipata non dipende dai parametri dei transistori (β non compare nell'espressione)

Siccome quello che mi serve è caricare il condensatore, devo spendere un energia doppia rispetto a quella che ...

Se cambia β cambia solo il tempo in cui si carica/scarica il condensatore, β non influisce sull'energia
 $\frac{1}{T} = f \Rightarrow f C_L V_{DD}^2$

Questa che è una potenza dinamica, aumenta con la frequenza → devo caricare e scaricare il condensatore più volte

In P_{CC} Compare il rapporto $\frac{t_R}{T}$, supponendo di essere capaci di far andare più veloce il circuito, il rapporto tende a rimanere costante → Ridurre il periodo aumenta la potenza associata a carica-scarica, ma ha un effetto limitato sulla potenza di cortocircuito

La frequenza sicuramente cresce perché siamo sicuri di riuscire a fare dispositivi più veloci, ma fare dispositivi più piccoli, lo scopo della riduzione delle geometrie non è fare lo stesso circuito più piccolo, ma per poter mettere più "roba" all'interno dello stesso chip.

Viene sfruttata la possibilità di mettere più componenti nello stesso spazio, la frequenza di clock dipende anche dall'architettura e da come è fatto il circuito

Rete sincrona è più robusta e più sicura al problema delle Aree, il periodo di clock deve garantire che tutta la rete combinatoria, abbia il tempo di completare il suo lavoro.

La possibilità di integrare circuiti più complessi viene sfruttata per implementare architetture con maggiori prestazioni, es. Circuiti in Parallelo

Siccome abbiamo scoperto che la frequenza di clock impatta direttamente sulla frequenza associata al carico, e tende ad aumentare con la riduzione delle dimensioni, comporta al fatto che, se tutto il resto rimanesse costante, tutto va più veloce e consuma di più perché va più veloce: Utilizzo architetture con maggiore prestazione a cui è associato un maggiore consumo

Circuiti c-mos caratterizzato da un basso consumo di potenza statico, ma un alto consumo dinamico

Differenza fondamentale con la logica RTL era che quella consumava sia che lavorasse, sia che non lavorasse

Logica di tipo **ratioless**: Le dimensioni del transistore non impattano sulla funzionalità

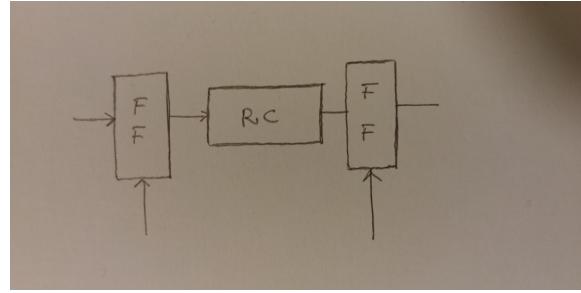


Figure 3: Esempio di clock

3.5 Immunità ai disturbi in sistemi analogici

Principale differenza tra elettronica analogica e digitale é che é in grado di distinguere il segnale dal rumore.

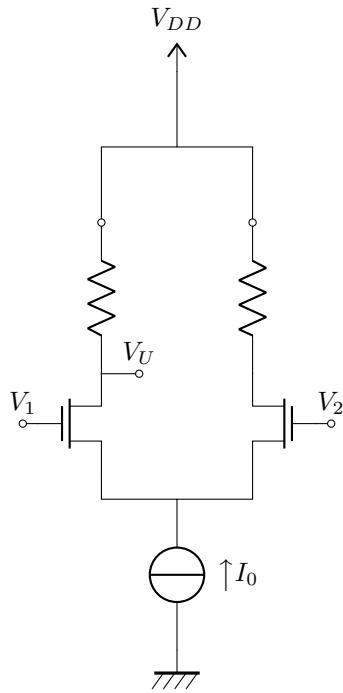


Figure 4: Amplificatore Differenziale

Osservazioni su Figura 4:

- Per Kirkoff $I_1 + I_2 = I_0$
- Siccome la somma delle correnti é non nulla, i due transistori (M_1 e M_2), non possono essere spenti allo stesso tempo
 $I_{D\text{sat}} = \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2$
- La caratteristica del generatore di corrente sul piano Tensione-Corrente é che é costante \Rightarrow la tensione V_X é incognita
- Per Kirkoff: $V_1 - V_{GS1} + V_{GS2} - V_2 = 0 \Rightarrow V_1 - V_2 = V_{GS1} - V_{GS2}$

Supponendo che per ipotesi: M_1 se acceso é saturo e M_2 se acceso é saturo, e, supponendo che $V_1 = V_2$, allora:

$$V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow V_{GS2} - V_{GS2} = 0 \Rightarrow V_{GS1} = V_{GS2}$$

Siccome la corrente dipende solo da V_{GS} , se le tensini sono uguali, le correnti sono uguali $\xrightarrow{SAT} I_1 = I_2$
 Siccome $I_1 + I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{I_0}{2}, I_2 = \frac{I_0}{2}$

$$V_{U1} = V_{DD} - RI_1 = V_{DD} - R \frac{I_0}{2}$$

$$V_{U2} = V_{DD} - RI_2 = V_{DD} - R \frac{I_0}{2}$$

Il valore di uscita non dipende dall'ingresso, se V_1 e V_2 sono uguali tra di loro, l'uscita non dipende da loro
 (Se lavoriamo in regione di saturazione)

Questo tipo di circuito non vede il rumore, siccome entra uguale in entrambi gli ingressi

Supponendo ora che V_1 e V_2 siano **diversi**, (es $V_1 > V_2$):

$$V_1 - V_2 > 0 \Rightarrow V_{GS1} - V_{GS2} > 0 \Rightarrow V_{GS1} > V_{GS2}$$

$$V_{GS1} > V_{GS2} \Rightarrow I_1 > I_2$$

Dato che la somma delle correnti è limitata ($I_1 + I_2 = I_0$), la corrente I_1 continua a crescere, mentre I_2 diminuisce, Fino a quando la corrente I_0 gira unicamente su un ramo. La corrente non può diventare negativa perché andrebbe contro le condizioni del transistore.

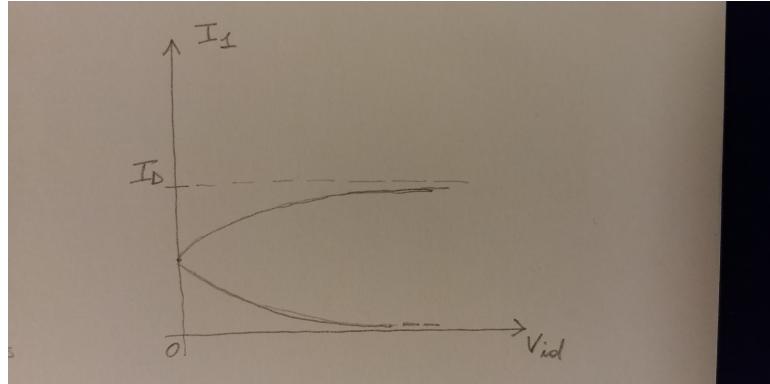
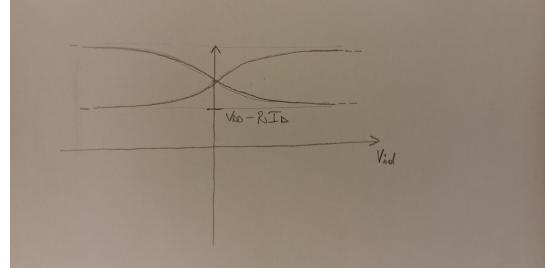


Figure 5: Grafico I_0, V_{id}

Chiamata V_{id} la tensione differenziale, posso tracciare l'andamento di I_1 (Figura 5), il quale satura al valore I_0

$$\begin{cases} V_{u1} = V_{DD} - RI_1 \\ V_{u2} = V_{DD} - RI_2 \end{cases}$$

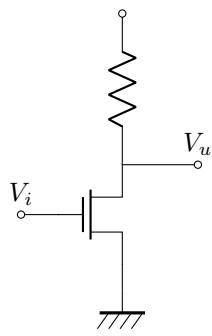


Comportamento radicalmente diverso se i segnali variano simultaneamente o non; Quelle non simultanee vengono amplificate

Segnale d'ingresso di modo differenziale

$$\begin{cases} V_{id} = V_1 - V_2 \\ V_{ic} = \frac{V_1 + V_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = V_{ic} + \frac{V_{id}}{2} \\ V_2 = V_{ic} + \frac{V_{id}}{2} - V_{id} = V_{ic} - \frac{V_{id}}{2} \end{cases}$$

Qualunque coppia di segnali é suddivisibile in un segnale di modo comune ed un segnale differenziale, questo circuito cancella il segnale di modo comune, mentre il segnale di modo differenziato viene amplificato. È utile per distinguere quale segnale contribuisce all'uscita



Se mettessi in ingresso due volte lo stesso segnale all'amplificatore differenziale (Figura 4):

$$V_{ic} = \frac{V_{i0} + V_m \sin wt + V_{i0} - V_m \sin wt - V_{i0}}{2} = V_{i0}$$

$$V_m = \sqrt{V_{i0}^2 + V_m^2} \sin wt - V_{i0} + V_m \sin wt = 2V_m \sin wt$$

3.6 Generatore di corrente

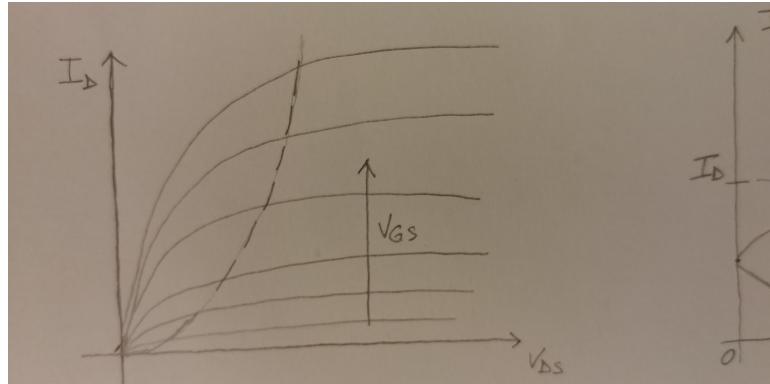


Figure 6: Grafico con linee orizzontali

Un transistore che lavora in saturazione, genera un'uscita costante

Applicando una tensione costante, il transistore è saturo e la corrente vale $I_D = \frac{\beta}{2}(V_{GG} - V_T)^2$
Per tensioni sufficientemente grandi: $V_{GS} < V_{DS} + V_T \Rightarrow V_x > V_{GG} - V_T$ lavora in saturazione

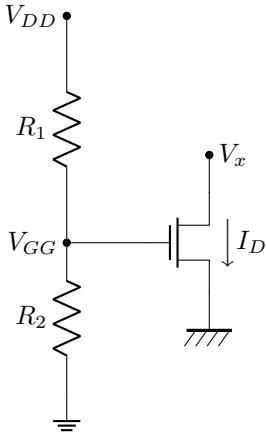


Figure 7: Disegno transitore allungato

Per partitore di tensione:

$$V_{GG} = V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_{DD} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \leftarrow \text{Compare ancora il rapporto tra fattori di forma}$$

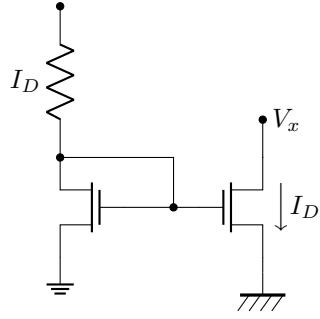


Figure 8: Disegno transitore allungato 2

Figure 9: Figura Dubbia

Avendo connesso il gate del transistore al Drain $\Rightarrow V_{GS2} = V_{DS2} \xrightarrow{V_T > 0} V_{GS2} < V_{DS2} + V_t$
 M_2 SAT M_1 SAT

$$\begin{aligned} I_{D2} &= \frac{\beta}{2} (V_{GS2} - V_t)^2 \\ I_{D1} &= \frac{\beta}{2} (V_{GS1} - V_t)^2 \end{aligned} \left\} \Rightarrow I_{D1} = I_{D2}$$

$$\begin{cases} I_D = I_{D2} \\ I_R = \frac{V_{DD} - V_{GS2}}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{DD} - V_{GS2}}{R} = \frac{\beta}{2} (V_{GS2} - V_t)^2$$

$$I_{D3} = \frac{\beta_3}{2} (V_{GS3} - V_t)^2$$

Da cui:

$$\begin{aligned} \frac{\beta_2}{2} (V_{GS2} - V_t)^2 &= \frac{\beta_3}{2} (V_{GS2} - V_t)^2 \\ \sqrt{\frac{\beta_2}{2} (V_{GS2} - V_t)^2} &= \sqrt{\frac{\beta_3}{2} (V_{GS2} - V_t)^2} \\ \dots \end{aligned}$$

$$V_{GS2} = \frac{V_{DD} + V_T(\theta - 1)}{\theta + 1} \quad \left(\theta := \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_3}} \right)$$

Ricordiamo che é vero solamente se entrambi i transitori lavorano in **saturazione**:

$$\begin{aligned} M_1 \text{ Saturo} &\Rightarrow V_{GS1} < V_{DS1} + V_T \\ V_1 - \cancel{V_x} &< V_{U1} - \cancel{V_x} + V_T \rightarrow \boxed{V_{U1} > V_1 - V_T} \\ M_2 \text{ Saturo} \dots &\Rightarrow \boxed{V_{U2} > V_2 - V_T} \end{aligned}$$

Siccome voglio che queste due condizioni siano verificate sempre, il prodotto RI_0 é costante, Fissato V_{DD} , se non devo scendere troppo, vuol dire che impone un vincolo sul valore massimo RI_0

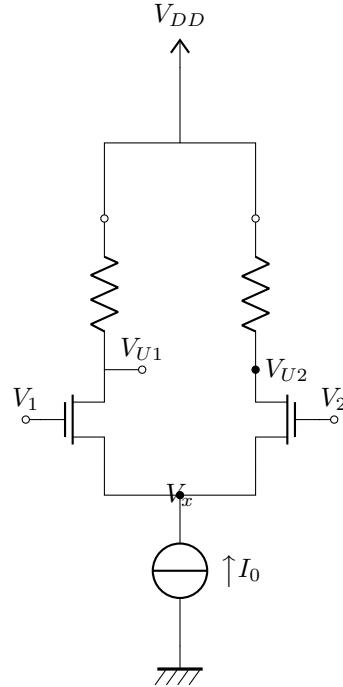


Figure 10: Amplificatore Differenziale

$$\begin{cases} V_{id} = V_1 - V_2 \\ V_{ic} = \frac{V_1 + V_2}{2} \end{cases}$$

4 Amplificatore Operazionale

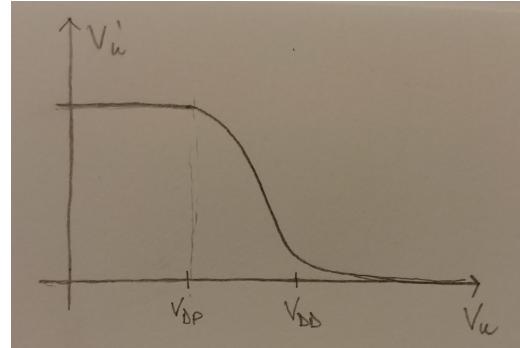
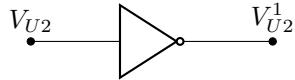


Figure 11: Grafico invertitore

Caratteristica a 3 rami:

- un ramo estremamente ripido
- due rami costanti

Cambiando il modo comune V_{ic} l'uscita differenziale non cambia

Doppio ingresso ed uscita singola, posso un segnale in ingresso differenziale, V_{id} ed un segnale in ingresso in modo comune V_{ic} (Grafico)

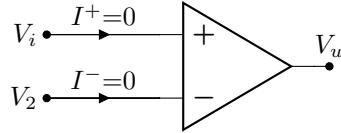


Figure 12: Amplificatore Operazionale

Posso definire la pendenza della retta passante per l'origine come $A_d = \frac{dV_u}{dV_{id}} \rightarrow \infty$

Lo chiamo guadagno differenziale perche é il guadagno dell'uscita riferito all'ingresso differenziale

Allostesso modo posso definire anche $A_c = \frac{dV_u}{dV_{ic}} \rightarrow 0$

Possiamo introdurre un parametro di qualitá: *CCMR: Common Mode Rejection Ratio*

$$\text{CMMR} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right|$$

Idealmente $CMRR \rightarrow \infty$

Chiamata **Regione di alto guadagno(AG)** La retta quasi verticale passante per l'origine abbiamo che AG

$$V_{id} = 0$$

$$-V_n < V_n < +V_n$$

Abbiamo poi due altre regioni, in cui il guadagno é nullo, chiamandole rispettivamente . . .

SAT+: $V_u = V_M$, $V_{id} > 0$

SAT-: $V_u = -V_M$, $V_{id} < 0$

Aggiungendo un criterio di idealitá , suppongo che la tensione di uscita V_u non é funzione della corrente di uscita I_u

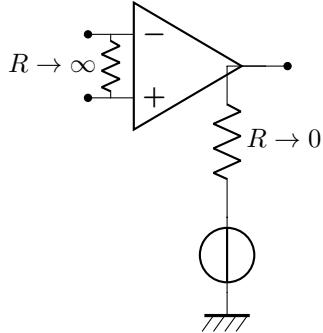
Cioé $V_u \neq f(I_u)$

→ Si comporta come generatore di tensione ideale

Le caratteristiche di questo amplificatore sono:

- corrente di ingresso nulla sui morsetti
- tensione d'uscita indipendente dalla corrente

Per ricordare, tra i due ingressi posso immaginare una resistenza che li collega con $R \rightarrow \infty$ poi un generatore ideale collegato a di corrente per I_u



4.1 Utilizzi

Quello che voglio è tracciare la caratteristica di trasferimento V_u in funzione di V_i

Inizio dalla regione di Autoguadagno:

$$V_{id} = 0 \\ V_{id} = V^+ - V^- \rightarrow V^- = -V_{id}$$

Applicando Kirchoff

$$\left. \begin{array}{l} I_u = V_i + I_2 \\ I_1 = \frac{V_i - V_u}{R_1} = \frac{V_i}{R_i} \\ I_2 = \frac{V^- - V_u}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_i}{R} = -\frac{V_u}{R_2} \rightarrow V_u = -\frac{R_2}{R_1} V_i$$

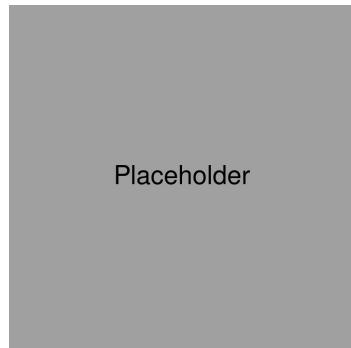


Figure 13: Grafico

$$V_u = \frac{R_2}{R_1} V_i = \frac{R_2}{R_1} V_M$$

Nella zona di SAT+:

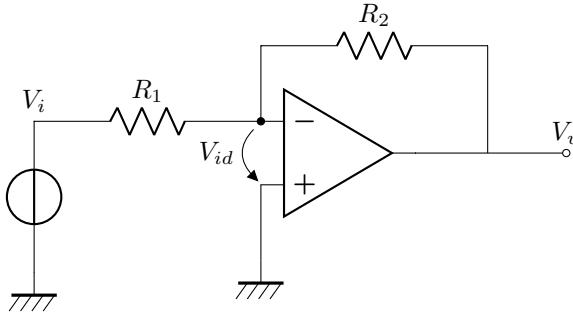
$$\begin{aligned} V_u &= +V_M \\ V_{id} &> 0 \\ V_{id} &= V^+ - V^- \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{V_i - V^-}{R_1} \\ I_2 = \frac{V^- - V_u}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_i - V^-}{R_1} = \frac{V^- - V_M}{R_2} \Rightarrow \dots \Rightarrow V^- = \frac{R_2 V_i + R_1 V_M}{R_1 + R_2} < 0$$

$$R_2 V_i + R_1 V_M < 0 \Rightarrow \boxed{V_i < -\frac{R_1}{R_2} V_M}$$

La retta è lineare \rightarrow è un buon amplificatore perché non distorce il segnale

Un altro aspetto importante è che quella curva non dipende dai parametri operazionali, dipende unicamente dalle resistenze, è totalmente indipendente dalla qualità dell'amplificatore stesso



Principio di cortocircuito virtuale: non è cortocircuito dal punto di vista della corrente, ma la tensione risulta virtualmente a terra

AG

$$\left. \begin{array}{l} V_{id} = 0 \\ V_{id} = V^+ - V^- \\ I_1 = \frac{0 - V^-}{R_1} \\ I_2 = \frac{V^- - V_u}{R_2} \\ I_1 = I_2 + \cancel{I} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V^+ = V^- \rightarrow V^- = V_i \\ \frac{-V_i R}{R_1} = \frac{V_i - V_u}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow V_u = V_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$-V_M < V_u < +V_M$$

SAT+

$$V_u = +V_M$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{id} > 0 \\ V_{id} = V^+ - V^- \end{array} \right\} \rightarrow V^+ > V^-$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{0 - V^-}{R_1} \\ I_2 = \frac{V^- - V_u}{R_2} \end{array} \right\} \rightarrow -\frac{V^-}{R_1} = \frac{V^- - V_M}{R_2} \rightarrow V^- \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = \frac{V_M}{R_2}$$

$$V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_M < V_i \Rightarrow \boxed{V_M < V_i \frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$

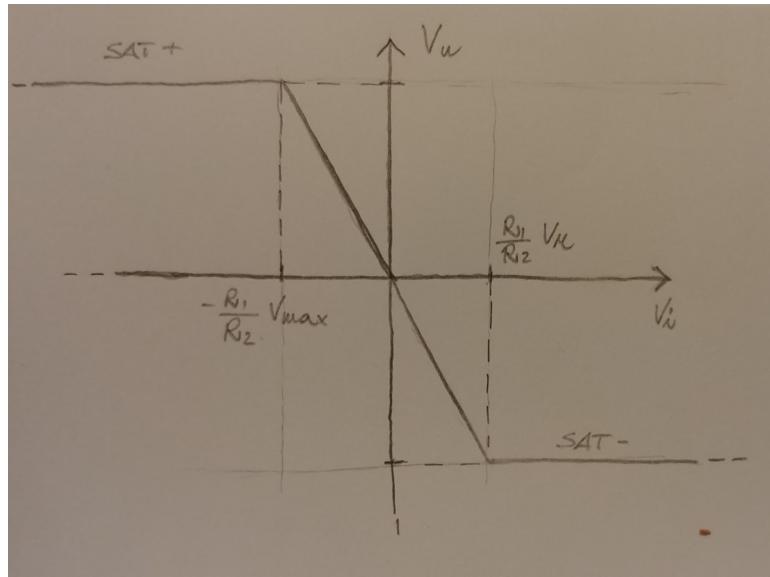
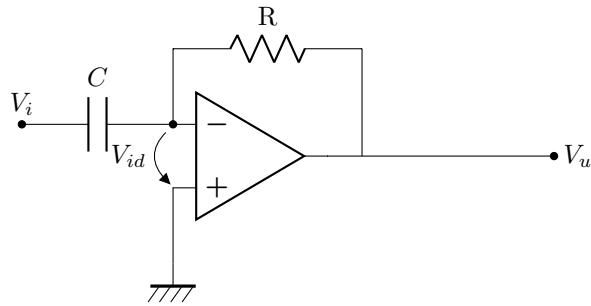


Figure 14: Grafico

\Rightarrow Tratto orizzontale



AG

$$V_{id} \rightarrow V^+ - V^- = 0 \rightarrow V^- = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} I_c = \cancel{V} + I_R \\ I_c = C \frac{d(V_i - \cancel{V})}{dt} \\ I_R = \frac{\cancel{V} - V_u}{R} \end{array} \right\} \rightarrow C \frac{dV_i}{dt} = - \frac{V_u}{R} \rightarrow V_u(t) = -RC \frac{dV_i}{dt}$$