

ale-cci

Elettronica 1

May 10, 2020

Contents

Diodo a giunzione PN	1
Diodo	1
Modello a soglia	1
Circuito limitatore di tensione	2
Circuito limitatore inferiore	4
Circuito rivelatore di massimo	4
Circuito rivelatore di minimo	6
Circuito limitatore di tensione superiore ed inferiore	7
Raddrizzatore a doppia semionda	9
Rivelatore di cresta	10
Diodi in regime dinamico	12
 Transistore bipolare a giunzione BJT	 16
Modello di Ebers e Moll	16
Amplificatore invertente di tensione per piccoli segnali	21
Approssimazione Transistor BJT	24
 Logica RTL: Transistor Resistor Logic	 28
Margine di immunità al rumore	28
Porta logica NOR	32
 Transistor in regione dinamica	 36
 Dispositivi e Circuiti Elettronici	 38
Lezione 4	45
Ragionamento su struttura diversamente drogata	46

Diodo a giunzione PN

Diodo

La relazione corrente-tensione per il diodo è esponenziale. Per piccoli spostamenti dall'origine è ben approssimata dalla formula $I_s(e^{V/V_T} - 1)$. Da una rapida analisi è facile osservare come per $V \rightarrow -\infty$ la corrente tende a saturare in un valore $-I_s$, chiamato per questo motivo *corrente di saturazione*.

Tale corrente assume un valore molto basso ($\approx 10^{-15}V$) risultando trascurabile rispetto al resto delle correnti misurabili nel circuito in polarizzazione diretta.

Diremo quindi che il diodo è spento e non fa passare corrente quando si trova in regione di polarizzazione diretta. Diversamente diremo che è acceso quando si trova in polarizzazione diretta.

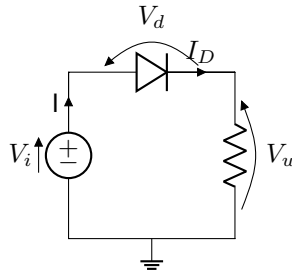


Figure 1: Raddrizzatore a singola semionda

Il circuito in figura 1 è descritto dalle relazioni:

$$\begin{cases} V_i = V_d + V_u \\ I_D = I_s(e^{V_d/V_T} - 1) \\ I = I_D \end{cases}$$

V_T indica la tensione termica: $V_T = K \frac{T}{q}$, con K costante di Boltzmann, q la carica di un elettrone e T la temperatura del circuito (misurata a temperatura ambiente: $300K$).

Siccome è prodotto di costanti, V_T è considerabile come una costante che vale approssimativamente $26mV$.

Modello a soglia

Per semplificare la risoluzione del circuito, approssimiamo le zone di polarizzazione diretta ed inversa con due tratti lineari: Il primo descritto dalla caratteristica $I = 0$ (diodo spento) valido per $V_d < V_\gamma$, ed il secondo una semiretta perpendicolare alle ascisse $V = V_\gamma$ a rappresentare la corrente costante a diodo acceso.

P. INVERSA (off)

$$\begin{cases} I = 0 \\ V < V_\gamma \end{cases}$$

P. DIRETTA (on)

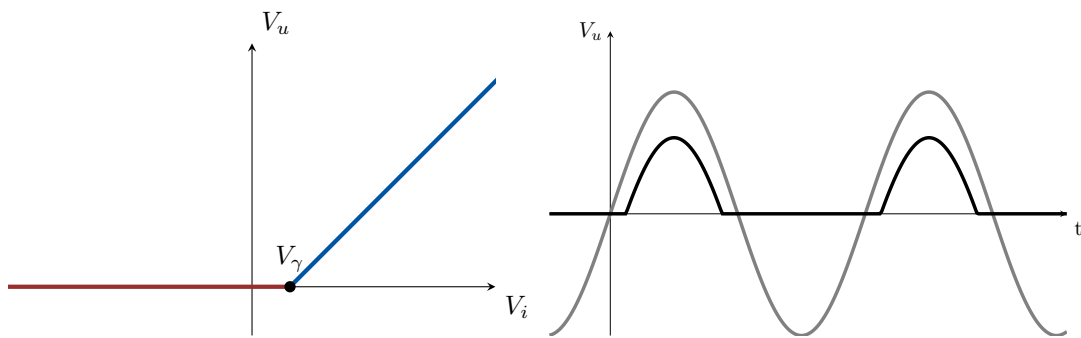
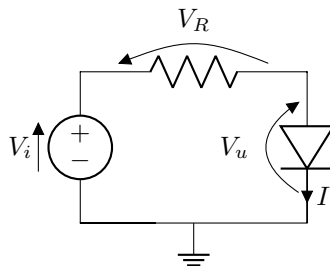
$$\begin{cases} V = V_\gamma \\ I > 0 \end{cases}$$

Questa semplificazione porta a dover risolvere il circuito due volte, una per ogni stato di funzionamento per cui il diodo si può trovare. Inoltre è necessario anche controllare le relative ipotesi di funzionamento.

Partendo dall'ipotesi che il diodo sia spento, $V_u = R \cdot I = 0$. Inoltre abbiamo che $V_d = V_i - V_u = V_i$, e per ipotesi di funzionamento $V_d < V_\gamma$, quindi il diodo è spento per $V_i < V_\gamma$.

Studiando ora la seconda ed ultima ipotesi per questo circuito, diodo acceso, abbiamo che: $V_u = V_i - V_d = V_i - V_\gamma$. E come condizioni di validità:

$$\begin{cases} V_u = R \cdot I \\ I \cdot R > 0 \\ V_u = V_i - V_d \end{cases} \Rightarrow V_i - V_d > 0 \Rightarrow V_i > V_d$$

**Circuito limitatore di tensione**

Diodo OFF

$$V_R = I \cdot R = 0$$

$$V_i - \cancel{V_R} - V_u = 0 \quad \Rightarrow V_u = V_i$$

$$V_u < V_\gamma \quad \Rightarrow V_i < V_\gamma$$

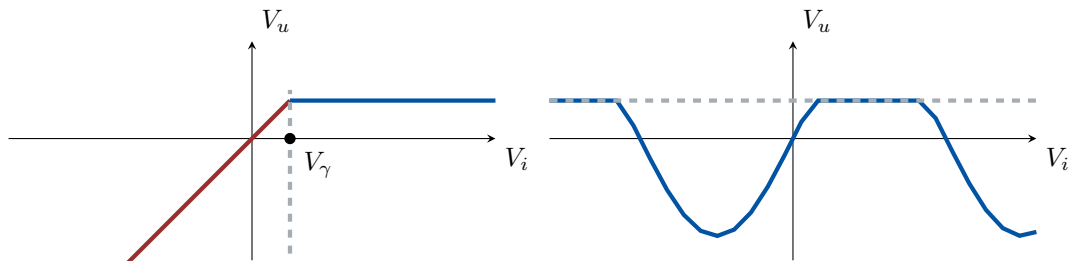
Diodo ON

$$V_d = V_\gamma \quad \Rightarrow V_u = V_\gamma$$

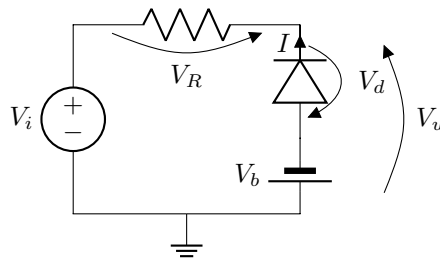
$$I \cdot R > 0 \quad \Rightarrow V_i - V_d > 0$$

$$V_i > V_\gamma$$

Se il segnale in ingresso eccede il valore V_γ , viene limitato a V_γ , da questo il nome limitatore di tensione.



Circuito limitatore inferiore



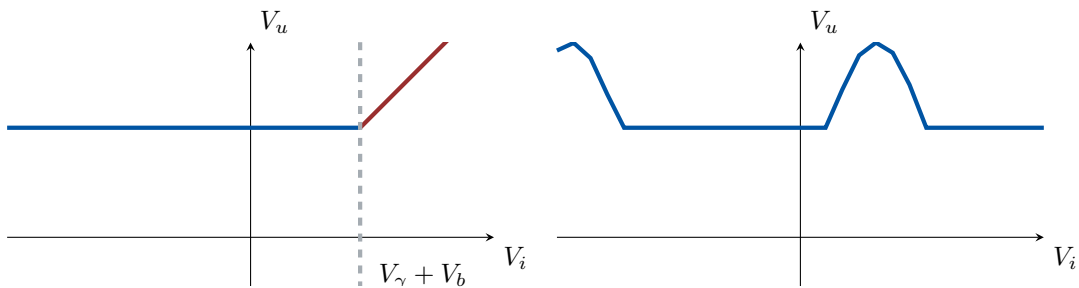
Diodo OFF

$$\begin{cases} I = 0 \\ V_d < V_\gamma \end{cases} \cup \begin{cases} V_i = V_u - V_R \\ V_u = V_b - V_d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_i = V_u \\ V_i > V_b - V_\gamma \end{cases}$$

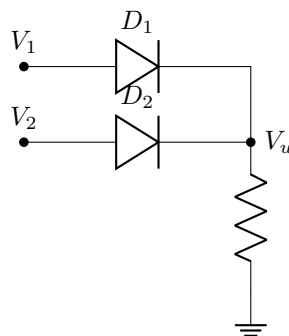
Diodo ON

$$\begin{cases} V_d = V_\gamma \\ I > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} V_i = V_u - V_R \\ V_u = V_b - V_d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_u = V_b - V_\gamma \\ V_i < V_b - V_\gamma \end{cases}$$

Il circuito effettua una limitazione sui valori bassi, e la soglia di intervento è regolabile dal parametro V_b .



Circuito rivelatore di massimo



In questo caso, avendo due diodi, ciascuno descritto da un modello lineare a tratti, caratterizzato da due regioni distinte, abbiamo quattro regimi di funzionamento differenti.

Relazioni fondamentali

$$V_{d1} = V_1 - V_u$$

$$V_{d2} = V_2 - V_u$$

$$V_u = R \cdot I$$

$$I_1 + I_2 = I$$

D1 e D2 OFF

$$\begin{cases} V_u = 0 \\ V_1 < V_\gamma \\ V_2 < V_\gamma \end{cases}$$

D1 ON e D2 OFF

$$\begin{cases} V_u = V_1 - V_\gamma \\ V_1 > V_\gamma \\ V_1 > V_2 \end{cases}$$

D1 OFF e D2 ON

$$\begin{cases} V_u = V_2 - V_\gamma \\ V_2 > V_\gamma \\ V_2 > V_1 \end{cases}$$

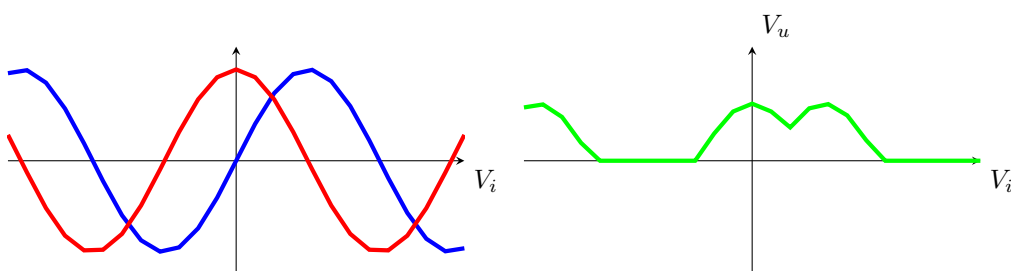
D1 ON e D2 ON

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ V_1 > V_\gamma \\ V_2 > V_\gamma \end{cases}$$

Quando entrambi i diodi sono spenti, l'uscita è 0.

Quando la tensione V_1 è maggiore sia di V_γ , che di V_2 , la tensione di uscita segue il valore di V_1 a meno di una costante, V_γ . In maniera del tutto analoga, quando V_2 è maggiore di V_γ e V_1 , la tensione di uscita segue il valore di V_2 a meno di V_γ .

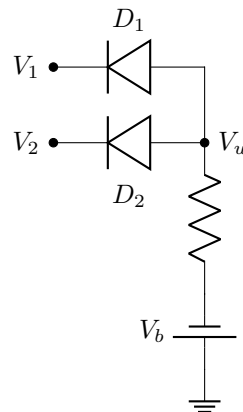
Quando V_1 e V_2 sono uguali, e sono entrambi maggiori di V_γ , allora l'uscita segue l'uno o l'altro a meno di una costante. In altre parole $V_u = \max \{0, V_1 - V_\gamma, V_2 - V_\gamma\}$.



Se si volesse estendere questo circuito per trovare il massimo tra tre ingressi, si potrebbe tranquillamente fare aggiungendo un' altro ramo in ingresso.

Nel caso in cui V_1 e V_2 siano segnali digitali, ovvero che possono solo assumere due valori V_h e V_l , il circuito si comporta come una porta logica **OR**.

Circuito rivelatore di minimo



Relazioni fondamentali

$$\begin{aligned}V_{d1} &= V_u - V_1 \\V_{d2} &= V_u - V_2 \\I &= I_1 + I_2 \\V_R &= R \cdot I = V_b - V_u\end{aligned}$$

D1 e D2 OFF

$$\begin{cases} V_u = V_b \\ V_1 > V_b - V_\gamma \\ V_2 > V_b - V_\gamma \end{cases}$$

D1 ON e D2 OFF

$$\begin{cases} V_u = V_1 + V_\gamma \\ V_1 < V_b - V_\gamma \\ V_1 < V_2 \end{cases}$$

D1 OFF e D2 ON

$$\begin{cases} V_u = V_2 + V_\gamma \\ V_2 < V_b - V_\gamma \\ V_2 < V_1 \end{cases}$$

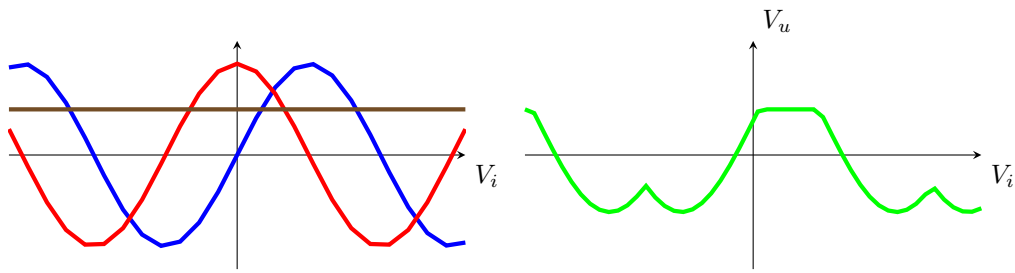
D1 e D2 ON

$$\begin{cases} V_u = V_1 + V_\gamma \\ V_1 = V_2 \\ V_1 < V_b - V_\gamma \end{cases}$$

Quando entrambi i segnali di ingresso sono superiori a $V_b - V_\gamma$, entrambi i diodi sono spenti e la tensione coincide con V_b . Se la tensione V_1 scende al di sotto di $V_b - V_\gamma$ ed è minore di V_2 , allora l'uscita segue V_1 a meno di una costante V_γ . Stesso succede quando V_2 scende al di sotto di $V_b - V_\gamma$. Se entrambe le tensioni di ingresso hanno lo stesso valore e sono al di sotto di $V_b - V_\gamma$, entrambi i diodi sono accesi e l'uscita segue l'uno o l'altro a meno di una costante.

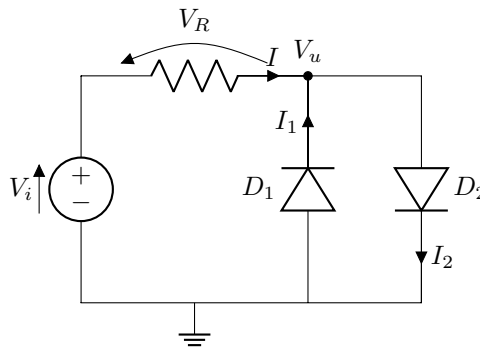
L'uscita V_u può essere vista come $V_u = \min \{V_1 + V_\gamma, V_2 + V_\gamma, V_b\}$.

Se si fa riferimento a segnali di tipo digitale, il circuito si comporta come una porta logica **AND**.



Circuito limitatore di tensione superiore ed inferiore

Negli ultimi due esempi abbiamo dovuto analizzare quattro casi, uno per ogni zona possibile in cui i due diodi del circuito potevano trovarsi. È evidente quindi, che nel caso più generale, con n diodi presenti nel circuito, il numero di casi da analizzare crescerebbe come 2^n . Quello che è importante da osservare è che non tutte le combinazioni sono significative dal punto di vista fisico. Alcune di esse possono essere escluse facendo ragionamenti a priori.



Equazioni generali

$$V_u + I \cdot R = V_i$$

$$V_1 = -V_u$$

$$V_2 = V_u$$

$$I + I_1 = I_2$$

D1 e D2 OFF

$$\begin{cases} V_i = V_u \\ V_i < V_\gamma \\ V_i > -V_\gamma \end{cases}$$

D1 ON e D2 OFF

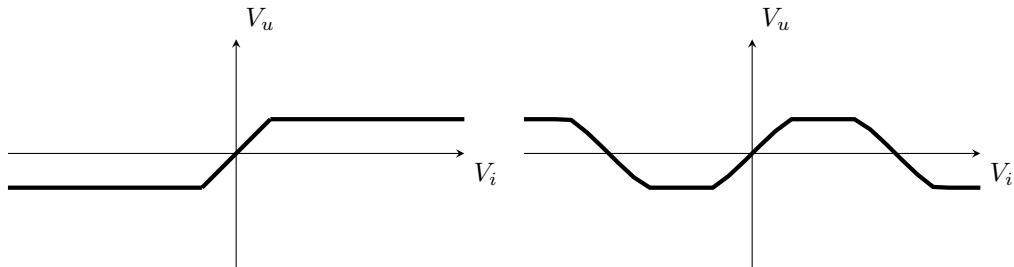
$$\begin{cases} V_u = -V_\gamma \\ V_i < -V_\gamma \end{cases}$$

D1 OFF e D2 ON

$$\begin{cases} V_u = V_\gamma \\ V_i > V_\gamma \end{cases}$$

D1 e D2 ON

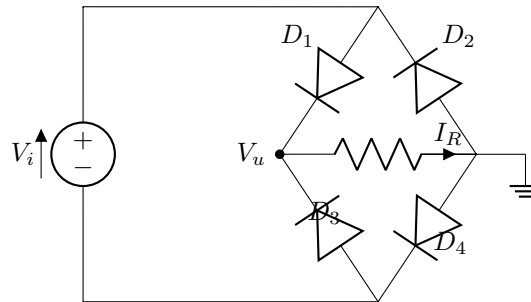
$$\begin{cases} V_u = -V_\gamma \\ V_u = V_\gamma \\ \text{Non verificabile} \end{cases}$$



Al momento dell'impostazione delle equazioni generali, si poteva direttamente notare che $V_1 = -V_2$, quindi entrambi i diodi non potevano essere accesi allo stesso tempo.

Per modificare le due soglie del raddrizzatore basta mettere in serie nel circuito due generatori di tensione.

Raddrizzatore a doppia semionda



Dal numero di diodi presenti nel circuito mi attendo $2^4 = 16$ combinazioni delle regioni di funzionamento del circuito.

Equazioni Generali

$$I = I_1 - I_2 = I_3 - I_4$$

$$V_i = V_1 + V_R + V_4$$

$$-V_i = V_3 + V_R + V_2$$

$$I_R = I_2 + I_4$$

$$I_R = I_3 + I_1$$

$$V_u + V_1 + V_2 = 0$$

$$V_u + V_3 + V_4 = 0$$

Risolviendo il circuito, otteniamo che le uniche soluzioni che hanno senso fisico sono le seguenti:

**D1,D4 OFF
D2,D3 ON**

$$\begin{cases} V_u = -2V_\gamma - V_i \\ V_i < -2V_\gamma \end{cases}$$

**D1,D2
D3,D4 OFF**

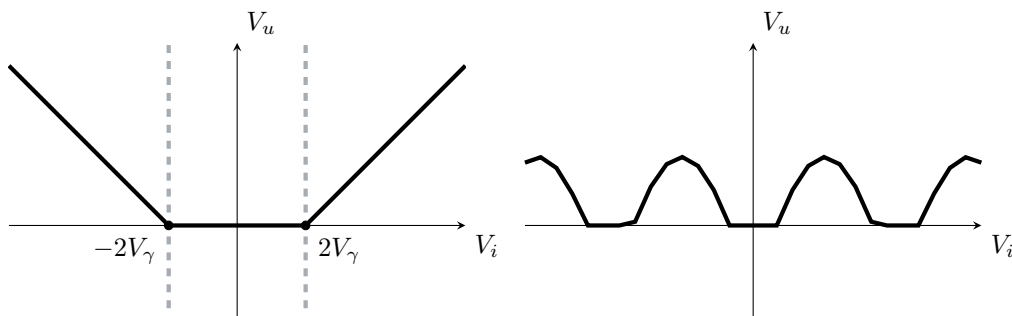
$$\begin{cases} V_u = 0 \\ V_i < 2V_\gamma \\ V_i > -2V_\gamma \end{cases}$$

**D1,D4 ON
D2,D3 OFF**

$$\begin{cases} V_u = V_i - 2V_\gamma \\ V_i > 2V_\gamma \end{cases}$$

Il circuito ha un comportamento analogo al raddrizzatore a singola semionda, ha di diverso un tratto a pendenza negativa. Ciò significa che per un valore negativo di $V_i < -V_\gamma$, l'uscita assume il valore positivo opposto. Quindi a differenza del circuito a singola semionda, che taglia la semionda negativa, questo circuito la trasforma in semionda positiva.

Il circuito raddrizzatore a doppia semionda è utilizzato per la trasformazione da corrente alternata a corrente continua.



Rivelatore di cresta

Quando ho in ingresso un segnale sinusoidale (a valor medio nullo), tutti i circuiti raddrizzatori visti fino ad ora, hanno la caratteristica di aver il valor medio della tensione in uscita, maggiore di zero. In particolare nel caso del raddrizzatore a doppia semionda, la trasformazione delle semionde negative, contribuisce ulteriormente al valor medio risultando in un valore maggiore rispetto al raddrizzatore a singola semionda. È stato anche accennato che questi circuiti sono utilizzati per la trasformazione di corrente alternata in corrente continua, resta comunque visibile dai grafici, che il segnale ottenuto in uscita dai circuiti è periodico e non assimilabile ad un segnale di tensione continua.

Quello che vogliamo ottenere ora è estrarre il valor medio della tensione dal segnale periodico in uscita. Attraverso le serie di Fourier possiamo ricostruire una qualunque funzione periodica attraverso una combinazione lineare di toni sinusoidali a frequenza decrescente.

In particolare ricordiamo che tra le armoniche ottenute dalla serie di Fourier, l'armonica con frequenza di $0Hz$ rappresenta il valor medio del segnale. Il nostro obiettivo diventa quindi quello di isolare la componente continua. Possiamo fare ciò attraverso un filtro passa-basso capace di fare passare le componenti a frequenza più bassa, filtrando quelle a frequenza più alta.

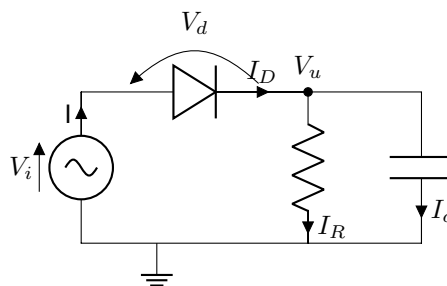


Figure 2: Raddrizzatore a singola semionda con filtro passa-basso

Equazioni Generali

$$I_D = I_R + I_C$$

$$I_R = \frac{V_u}{R}$$

$$I_C = C \frac{dV_u}{dt}$$

Nel caso del diodo acceso, il termine $\frac{V_u}{R}$, è positivo se V_u è positivo, quindi fino a quando siamo nel 1° o 2° quadrante. Mentre il secondo termine, essendo derivata di V_u è negativa in caso di segnale decrescente. Quindi il diodo è sicuramente acceso nell'intervallo $[0; \pi/2]$, mentre è sicuramente spento nell'intervallo $[\pi; \frac{3}{4}\pi]$.

Indichiamo con ωt_{off} il punto appartenente a $]\pi/2; \pi[$ in cui il diodo passa dallo stato ON allo stato OFF. Il punto ωt_{off} è facilmente calcolabile osservando che corrisponde al punto di spegnimento, quindi dal passaggio di $I_D > 0$ a $I_D = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} V_d = V_\gamma \\ V_i - V_d - V_u = 0 \\ V_i = V_M \sin(\omega t) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_u = V_M \sin(\omega t) - V_\gamma \text{ trascurabile} \\ \frac{dV_u}{dt} = V_M \cos(\omega t) \omega \end{array} \right.$$

$$I_D = \frac{V_M \sin(\omega t)}{R} + C V_M \omega \cos(\omega t)$$

$$\sin(\omega t_{\text{off}}) + C R \omega \cos(\omega t_{\text{off}}) = 0$$

Siccome il punto che cerchiamo appartiene all'intervallo $]\pi/2; \pi[$, possiamo tranquillamente dire che $\omega t_{\text{off}} = \arctan(-C R \omega)$, tenendo presente di prendere la soluzione in tale intervallo. Osserviamo inoltre il fatto che per $\omega R C$ crescente, il punto ωt_{off} tende a $\pi/2$.

Per il caso di diodo basta risolvere l'equazione differenziale $\frac{V_u}{R} + C \frac{dV_u}{dt} = 0$, ottenendo:

Diodo ON

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan(\omega t) > -C R \omega \\ V_u = V_M \sin(\omega t) - V_\gamma \text{ trascurabile} \end{array} \right.$$

Diodo OFF

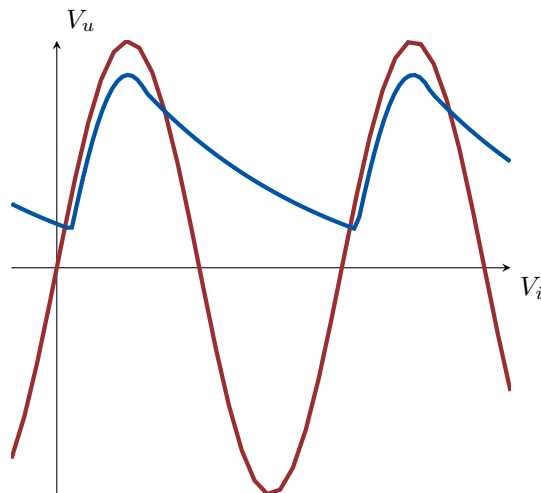
$$\left\{ \begin{array}{l} V_u(t) = V_u(t_{\text{off}}) e^{-\frac{1}{RC}(t-t_{\text{off}})} \\ V_u > V_M \sin(\omega t) - V_\gamma \text{ trascurabile} \end{array} \right.$$

Quindi al momento di spegnimento del diodo, l'andamento della tensione decade seguendo l'andamento di un esponenziale negativo.

L'effetto della capacità diventa quindi evidente, La presenza della capacità fa sì che il diodo si spenga prima, tanto prima quanto più elevata la capacità, ed una volta che si è spento la tensione non segue più la sinusoide ma un esponenziale decrescente con costante di tempo dipendente da RC. Maggiore è il prodotto RC, minore è il decadimento.

L'idea di partenza era quella di trasformare la tensione alternata in tensione continua, e per RC sufficientemente grande, siamo in grado di approssimare un generatore di tensione continua.

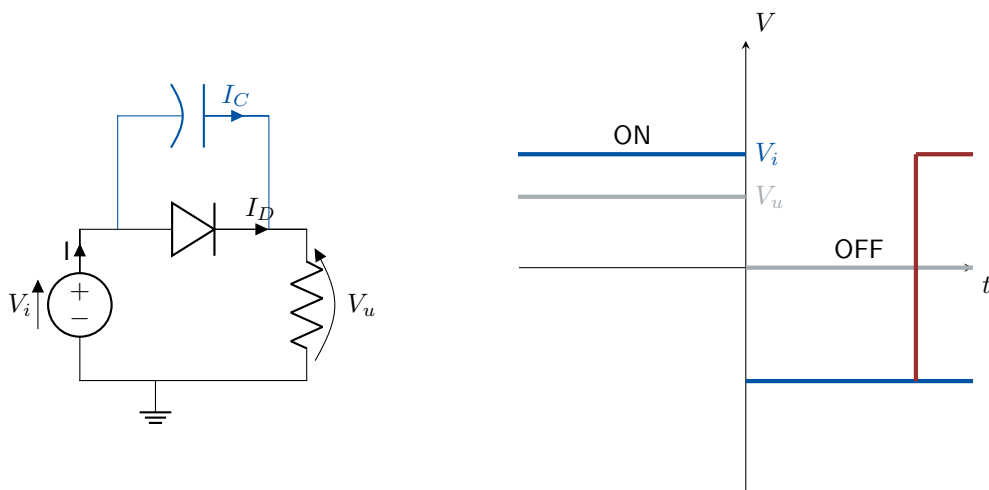
Questo circuito può essere utilizzato anche come un demodulatore di ampiezza, portando l'uscita a seguire l'andamento dell'ampiezza della sinusoide in ingresso.



Diodi in regime dinamico

Fin'ora abbiamo tracciato delle caratteristiche di trasferimento ingresso-uscita, presupponendo che in ogni istante fosse possibile determinare la tensione d'uscita in funzione di quella in ingresso indipendentemente dal tempo, come se fosse una relazione statica. Ma nel diodo, per passare dalla condizione di polarizzazione diretta, alla condizione di polarizzazione inversa, è necessario che avvenga uno spostamento di carica all'interno del dispositivo, ed è impossibile muovere elettrone in tempi nulli. Quindi a questo spostamento, che corrisponde alla commutazione di polarizzazione diretta ed inversa, è associato un ritardo.

Vogliamo stimare questo ritardo per capire se i risultati sino ad ora calcolati sono effettivamente realistici o devono essere a loro volta corretti alla luce di questa considerazione.



In grigio riportata la risposta statica del circuito in risposta al segnale in ingresso V_i .

Per calcolare il ritardo dobbiamo introdurre un modello nel diodo, che, in aggiunta a quanto descritto fino ad ora, tenga conto anche degli effetti di reazione appena introdotti. Introduciamo in parallelo al diodo una capacità, che ci permette di simulare il comportamento del diodo in regime dinamico. La relazione associata alla carica di questo condensatore parassita non è descritta dalla relazione

$Q = CV$, ma da una relazione non lineare, dove nel primo quadrante segue la relazione esponenziale $Q = Q_s(e^{V_d/V_t} - 1)$. È facile osservare che il rapporto $Q/I_D = Q_s/I_s$ è una costante delle dimensioni fisiche di un tempo, che indicheremo genericamente con la costante τ . Sintetizziamo quindi la regione di funzionamento della capacità in funzione diretta, come $Q = \tau I$.

La stessa relazione non vale in polarizzazione inversa, dove la carica non segue un asintoto, ma ha un andamento simile a quello di una radice quadrata.

Dato che abbiamo approssimato l'andamento della corrente con un andamento lineare a tratti, faremo lo stesso con la carica. È del tutto evidente che la qualità di questa approssimazione è meno buona ma ci accontenteremo, mettendo in evidenza i momenti in cui questa approssimazione risulterà inadeguata.

Diodo OFF

$$\begin{cases} I_D = 0 \\ Q = 0 \\ V_d < V_\gamma \end{cases}$$

Diodo ON

$$\begin{cases} V_D = V_\gamma \\ I_D > 0 \\ Q > 0 \end{cases}$$

Ed in entrambe è valida $Q = \tau I$.

Per $t < 0$, siccome arriviamo da tempo $t = -\infty$, il circuito è ancora in regione statica, per questo la derivata della corrente è nulla e valgono ancora le equazioni del diodo in regione statica.

Stesso ragionamento è valido se attendo un tempo sufficientemente lungo, dove ogni fenomeno transitorio tenderà ad esaurirsi.

Equazioni generali

$$V_i - V_d - V_u = 0$$

$$I_d + I_c = I$$

$$I_c = \frac{dQ_u}{dt}$$

$$I_d = \frac{Q}{\tau}$$

Circuito a diodo acceso

$$\begin{cases} V_i = V_f > V_\gamma \\ V_u = V_f - V_\gamma \\ I = \frac{V_f - V_\gamma}{R} \\ Q = \frac{\tau}{R}(V_f - V_\gamma) \end{cases}$$

Circuito da $t > 0$ a $t \rightarrow \infty$

$$\begin{cases} V_u = 0 \\ I_c = 0 \\ I = 0 \\ Q = 0 \end{cases}$$

Condizioni iniziali $t = 0^+$

$$Q(0^+) = Q(0^-) = \frac{\tau}{R}(V_f - V_\gamma)$$

$$V_d(0^+) = V_d(0^-) = V_\gamma$$

$$V_u(0^+) = -V_R - V_\gamma$$

$$I(0^+) = \frac{-V_R - V_\gamma}{R}$$

Circuito a $t > 0$

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} = -\frac{V_R + V_\gamma}{R}$$

da cui

$$Q(t) = \frac{\tau}{R}(V_f + V_R)e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{\tau}{R}(V_R + V_\gamma)$$

Analizzando l'equazione del transitorio di $Q(t)$ ottenuta, possiamo osservare che per $t = 0$, allora $Q(t) = \frac{\tau}{R}(V_f - V_\gamma)$, che corrisponde a $Q(0^+)$. Mentre per $t \rightarrow \infty$, otteniamo $-\frac{\tau}{R}(V_R + V_\gamma)$, che, essendo $V_R + V_\gamma$ positivo $Q(t) < 0$ per $t \rightarrow \infty$.

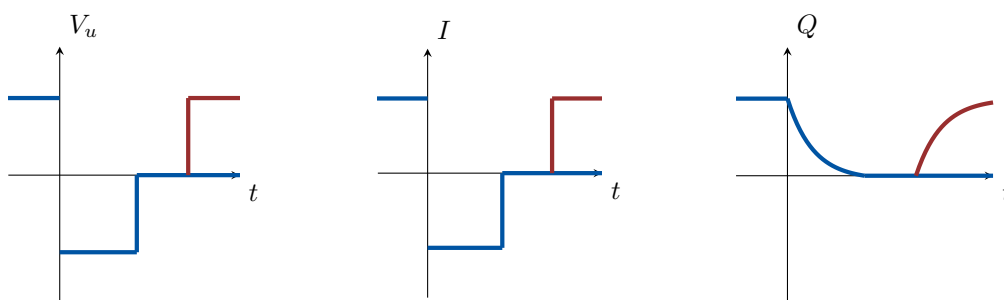
L'equazione $V_d = V_\gamma$, ipotesi utilizzata per il transitorio, è valida fino a quando il valore di Q è positivo, maggiore o al limite 0.

L'equazione del transitorio è valida fino a quando l'equazione del diodo una costante e pari a V_γ , $Q(t) > 0$ Il valore finale di $Q(t)$ può essere al minimo 0,

Il diodo, dovendo smaltire la carica positiva sulla giunzione, per un certo periodo di tempo tiene costante la tensione ai suoi capi, quindi ritarda a spegnersi. Chiamiamo questo tempo: tempo di storage. Per calcolare questo tempo dobbiamo trovare il punto in cui l'equazione della carica raggiunge il valore 0.

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{R}(V_f + V_R)e^{-t_s/\tau} - \frac{\tau}{R}(V_R + V_\gamma) &= 0 \\ t_s &= \tau \ln \left(\frac{V_f + V_R}{V_R + V_\gamma} \right) \end{aligned}$$

Si vede subito che il rapporto è maggiore di 1, e che il tempo di storage, non dipende dal valore della resistenza, ma dipende unicamente dalla escursione di tensione e dalle caratteristiche fisiche τ del diodo.



Nel modello approssimato che stiamo utilizzando si impiega un tempo t_s per passare da $Q = Q(0^-)$, a $Q = 0$ perché abbiamo dovuto spostare le cariche interne al diodo fino ad arrivare al valore 0. Dato che nel modello approssimato che stiamo utilizzando non c'è ulteriore carica da spostare, il tempo del transitorio è necessariamente nullo, quindi la tensione è libera di variare istantaneamente.

Abbiamo già commentato che la qualità dell'approssimazione della carica è inferiore a quella della corrente, dato che in regione di polarizzazione inversa, una si comporta come radice e l'altra come esponenziale negativo che tende ad un valore di I_s pressoché 0.

Questo significa che l'approssimazione considera nulla la carica in polarizzazione inversa non è accuratissima, perché la carica essendo anche debolmente negativa, comporta un transitorio di scarica del condensatore, dove ci dobbiamo aspettare che il valore della resistenza R influirà sul tempo di scarica.

Abbiamo descritto il transitorio di spegnimento del diodo, descrivendolo in due tratti: il primo caratterizzato da una tensione costante $V_d = V_\gamma$ ed una carica che varia da un valore positivo ad un valore nullo in un tempo t_s , ed un secondo tratto dove la carica è costante e vale 0, e la tensione $V_d < V_\gamma$ che si compie in un tempo nullo.

Per determinare come funziona il passaggio di accensione del diodo, dovremo percorrere questi due tratti all'inverso, entrambi descritti dalle stesse equazioni. Dato che percorrendo il secondo tratto impieghiamo un tempo nullo, visto che non comporta spostamento di carica, nel primo tratto avremo ai capi del diodo una tensione costante pari a $V_f - V_\gamma$. Ma siccome non appena il condensatore comincia a caricarsi la tensione ai capi del diodo ha assunto già il suo valore definitivo, il transitorio inverso ha un comportamento totalmente differente. Mentre per spegnere il diodo è necessario un tempo di spegnimento t_s , per accendere il diodo (in termini di tensione in uscita) il tempo di accensione non è visibile.

Il transitorio del diodo è asimmetrico, è lento a spegnersi e molto rapido ad accendersi.

Abbiamo stimato che il tempo di spegnimento del diodo è di circa $20ns$, e questo tempo è pressoché indipendente dalla resistenza.

Le approssimazioni fatte sino ad ora sono del tutto accettabili quando il periodo del segnale è maggiore come ordine di grandezza al ritardo intrinseco del diodo. Diventa non trascurabile quando le frequenze del segnale sono notevolmente maggiori rispetto al ritardo. Al crescere della frequenza il capacitore tende a cortocircuitare il diodo.

Esiste quindi un limite alla frequenza massima di commutazione che posso richiedere ad un diodo. Questo è uno dei motivi per cui la frequenza di clock è limitata ad un valore massimo e che il periodo associato a quella frequenza deve essere sufficientemente lungo per permettere ai transienti del circuito di completarsi.

Transistore bipolare a giunzione BJT

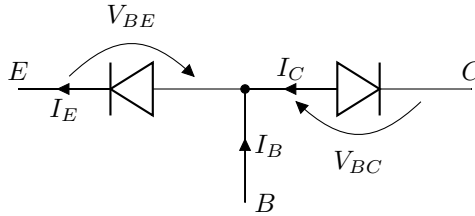


Figure 3: transistor bipolare

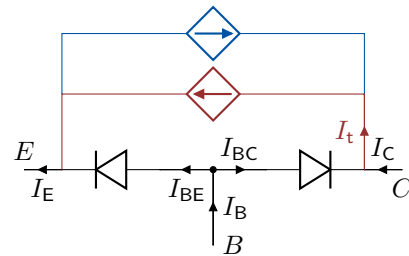
Modello di Ebers e Moll

Supponiamo che $V_{BE} > 0$ e $V_{BC} < 0$. Questo ci permetterà di dire che il diodo tra base ed emettitore è polarizzato in regione diretta ed il diodo tra base e collettore è polarizzato in inversa. Questo comporta che $I_E > 0$ e $I_C \approx 0$ e, considerando la legge di Kirchhoff $I_B + I_C = I_E$, abbiamo $I_B \approx I_E$.

Quello che accade se la distanza tra i due diodi è ridotta (che indicheremo con w), l'interazione tra le loro cariche porta fa cambiare loro comportamento radicalmente, portando a far valere le relazioni $I_e \approx -I_c$ e $I_b \approx 0$.

Quando w è sufficientemente piccolo, quello che accade è che nel momento in cui il diodo tra base ed emettitore è polarizzato in diretta, ed il diodo tra base e collettore è polarizzato in inversa, la corrente fluisce prevalentemente fra collettore ed emettitore a fronte di una corrente di base molto più piccola rispetto alle altre due regioni.

Possiamo tenere conto di questo comportamento attraverso un generatore aggiuntivo di corrente (riportato in rosso) che aggiunga alla corrente prevista dal modello del diodo polarizzata in inversa, correntemente trascurabile, una nuova corrente che dipende a sua volta esponenzialmente da V_{BE} . Chiameremo questa corrente I_t : corrente dell'**effetto transistorore**.



Equazioni caratteristiche transistorore

$$I_{BE} = I_{BES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_{BC} = I_{BCS} (e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

$$I_t = I_S (e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_S (e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

È semplice calcolare l'espressione della corrente di emettitore I_E , di collettore I_C e di base I_B , attraverso le equazioni di Kirchoff ai tre nodi. Bisogna considerare che abbiamo utilizzato solo una particolare condizione di polarizzazione. Se studiassimo il caso opposto, ovviamente otterremmo risultati simmetrici: vedremo che con $V_{BE} < 0$ e $V_{BC} > 0$ avremo una componente aggiuntiva di corrente ad effetto transistorore, diretta in direzione opposta, rappresentabile anch'essa con un generatore di corrente pilotato.

Equazioni caratteristiche transistorore (linearm. dipendenti)

$$\begin{aligned} I_B &= I_{BES}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_{BC}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \\ I_E &= (I_S + I_{BE})(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_S(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \\ I_C &= I_S(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - (I_S + I_{BCS})(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \end{aligned}$$

Il transistorore in figura 4 prevede due giunzioni ed ha il nome di **transistorore npn**. Esiste anche il suo duale, **transistorore pnp** al quale faremo solo un rapido cenno più avanti ma suo comportamento è del tutto identico a quello che stiamo discutendo.

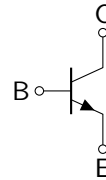


Figure 4: transistorore npn

Per la legge di Kirchoff abbiamo se conosciamo due tra le differenze di potenziale ai lati del transistorore, la terza è univocamente determinata. Ragionamento del tutto analogo vale per le correnti.

Per determinare completamente il regime di funzionamento del transistorore, occorre determinare le 6 grandezze: 3 correnti e 3 tensioni, attraverso 6 equazioni, due delle quali sono quelle di Kirchoff appena indicate. Per trovare le altre quattro equazioni, utilizziamo lo stesso metodo che abbiamo applicato per determinare le equazioni del diodo: mettiamo un morsetto a terra e, fornendo un potenziale su uno dei due morsetti rimanenti, misuriamo il potenziale sull'ultimo morsetto.

Ovviamente è possibile connettere il transistorore in 3 modi differenti: emettitore, base e collettore comune. Ma di queste ultime due ce ne occuperemo più avanti.

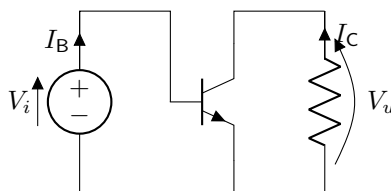


Figure 5: Connessione a Emettitore comune

Già osservando il circuito, possiamo notare che due incognite sono eliminate dalla equazione della tensione in ingresso $V_i = V_{BE}$, che possiamo considerare data, e dall'equazione $V_u = R \cdot I_C$. Ricordando che la corrente in ingresso corrisponde alla corrente di base, e che la corrente in uscita corrisponde alla corrente di collettore, per le ultime due equazioni residue possiamo utilizzare quelle fornite dalle

caratteristiche del transistor elencate precedentemente.

$$\begin{aligned}I_B(V_{BE}, V_{CE}) &= I_{BES}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_{BC}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \\I_C(V_{BE}, V_{CE}) &= I_S(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - (I_S + I_{BCS})(e^{V_{BC}/V_T} - 1)\end{aligned}$$

Siccome queste relazioni di correnti sono due funzioni di due variabili (V_{BE} e V_{CE}), è necessario un grafico in tre dimensioni per poterle rappresentare graficamente, e ciò non sarebbe pratico.

Per questo motivo riconduciamo queste espressioni ad una rappresentazione più semplice, riconducendoci ad una famiglia di curve parametriche ponendo V_{CE} come variabile indipendente e tracciando le funzioni al variare di V_{CE} (Figura 6).

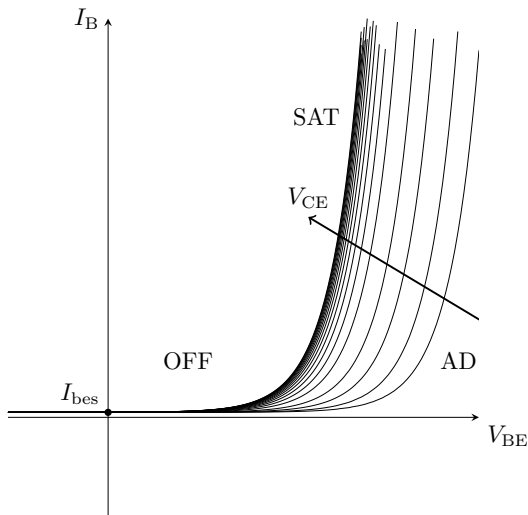


Figure 6: $I_B(V_{BE})$ al variare di V_{CE}

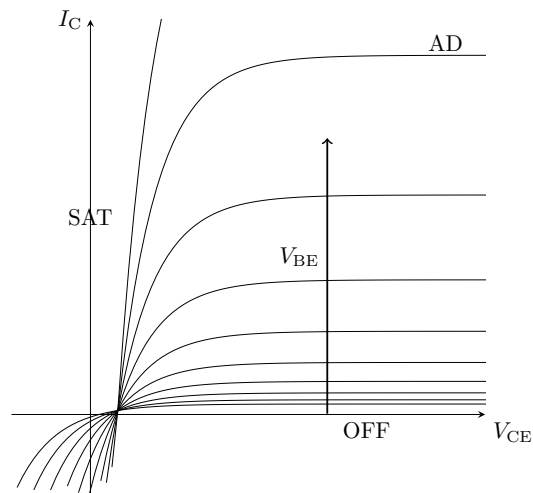


Figure 7: $I_C(V_{CE})$ al variare di V_{BE}

Il transistor è composto da 2 diodi, ognuno polarizzabile in regione diretta o regione inversa. Possiamo riconoscere quindi quattro regioni di funzionamento del transistor, dipendenti da V_{BE} e V_{BC} .

- BE on, BC off: Regione normale di funzionamento o regione di polarizzazione attiva diretta
- BE off, BC on: Regione di polarizzazione attiva inversa.
- BE off, BC off: Regione di interdizione, per brevità diremo che il transistor è spento
- BE on, BC on: Regione di saturazione.

Regione Attiva Diretta

Prendendo in considerazione la regione di funzionamento attiva diretta, considerando che $e^{V_{BE}/V_T} > e^{V_{BC}/V_T}$ siccome il primo termine è maggiore di 1 per $V_{BE} > 0$ ed il secondo minore di 1 per $V_{BC} < 0$, possiamo semplificare le relative equazioni caratteristiche del transistor in

$$\begin{aligned} I_C &= I_s (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \\ I_B &= I_{BEs} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \\ I_E &= (I_s + I_{BEs}) (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \end{aligned}$$

Osserviamo che in questa regione, tutte le correnti assumono la forma di esponenziale traslata in funzione della sola tensione V_{BE} . In questo caso particolare, il circuito in figura 5, la corrente in uscita I_C non è una funzione della tensione di uscita $V_u = V_{CE}$, quindi si comporta come un circuito generatore di corrente costante/controllata in funzione di V_i .

Inoltre, siccome tutte le correnti dipendono dallo stesso esponenziale, allora sono proporzionali tra loro

$$\frac{I_C}{I_B} = \frac{I_s}{I_{BEs}} = \beta_F$$

Per analogo ragionamento $I_E = (\beta_F + 1)I_B$, e $I_C = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1}I_E = \alpha_F I_E$. Con α_F viene definita l'*efficienza di emettitore*: maggiore è la costante più la corrente di collettore assomiglia alla corrente di emettitore. Quindi siccome $\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1}$, maggiore è β_F , più α_F è vicina ad 1, e migliore è il transistor.

Regione attiva inversa

Per ragionamento analogo alla regione precedente, $V_{BE} < 0$ e $V_{BC} > 0$ ci porta a trascurare i termini in funzione di V_{BE}

$$\begin{aligned}I_C &= -(I_S + I_{BCs})(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \\I_B &= I_{BCs}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \\I_E &= -I_S(e^{V_{BC}/V_T} - 1)\end{aligned}$$

Indicando con $\beta_R = I_S/I_{BCs}$, abbiamo che

$$\begin{aligned}I_E &= -\beta_R I_B \\I_C &= -(\beta_R + 1)I_B \\I_E &= \frac{\beta_R}{1 + \beta_R}I_C = \alpha_R I_C\end{aligned}$$

Il crescere di β_R aumenta le prestazioni del transistor: $\alpha_R \approx 1$.

Nota: F e B a pedice, indicano *Forward* e *Reverse*

Regione di interdizione

$V_{BE} < 0$ e $V_{BC} < 0$ ci portano ad osservare che ciascuna delle espressioni esponenziali è trascurabile, quindi:

$$\begin{aligned}I_C &= I_{BCs} \\I_B &= -I_{BEs} - I_{BCs} \\I_E &= I_{BEs}\end{aligned}$$

"Il modello non ha bisogno dell'aggiunta di un generatore controllato per essere descritto".

Regione di saturazione

$V_{BE} > 0$ e $V_{BC} > 0$ indica che nessun esponenziale è trascurabile. Tutte le correnti dipendono da entrambe le tensioni di funzionamento V_{BE} e V_{BC} .

Amplificatore invertente di tensione per piccoli segnali

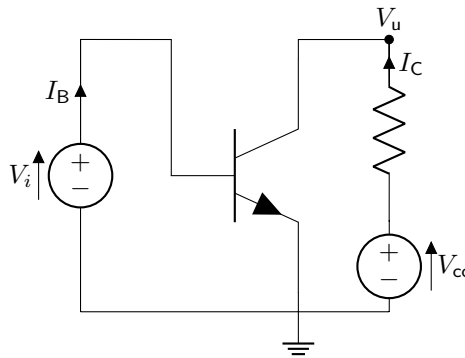
Utilizzando le approssimazioni appena ricavate nel circuito in figura 5

Regione attiva diretta

$$V_u = V_{BE} - V_{BC} > 0$$

$$V_u = -RI_C = -RI_s(e^{V_{BE}/V_T} - 1) < 0$$

Quindi il circuito non può funzionare in regione normale. Modifichiamo quindi il circuito aggiungendo un generatore di tensione V_{cc} tale che $V_u = V_{cc} - RI_C > 0$. Mantenendo compatibilità con la prima ipotesi.



Siccome ci siamo assicurati che il circuito funzioni in regione attiva diretta, verifichiamo ora se è possibile che tale circuito funzioni in regione attiva inversa:

Regione attiva inversa

$$V_u = V_{BE} - V_{BC} < 0$$

$$V_u = V_{cc} - RI_C > 0$$

Abbiamo dimostrato quindi che questo circuito, corretto appositamente per farlo lavorare in regione attiva diretta, non può lavorare in regione attiva inversa. Per funzionare in quest'ultima regione il generatore di tensione V_{cc} dovrebbe avere una tensione negativa, per questo motivo per analizzare di questo circuito, consideriamo solo tre regioni di funzionamento.

Regione di interdizione

$$I_C = I_{BEs} \approx 0$$

$$V_u = V_{cc}$$

$$V_{BE} = V_i < 0$$

$$V_{BC} = V_i - V_u < 0$$

Attiva diretta

$$V_{BE} = V_i > 0$$

$$V_u = V_{cc} - RI_s(e^{V_i/V_T} - 1)$$

In regione di saturazione abbiamo che

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R}$$

Ricordandoci che in figura 2.2 abbiamo già calcolato una relazione che lega I_C e V_{CE} . Tracciamo l'equazione di I_C appena trovata. Ciascuno dei punti di intersezione in tale figura, rappresenta quindi il luogo dei punti soluzione di questa equazione. Dal grafico quindi possiamo osservare che in regione di saturazione, la tensione di uscita continua a calare, ma tende asintoticamente ad un valore appena maggiore di 0.

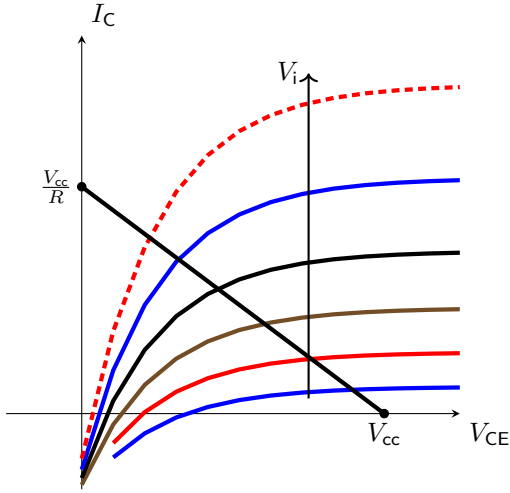


Figure 8: Grafico con ramo di carico

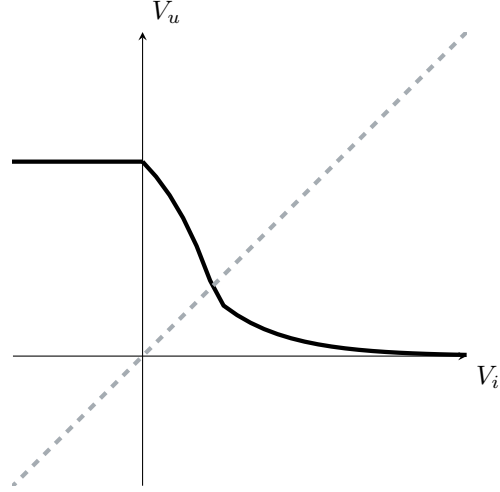


Figure 9: Andamento qualitativo di V_u in funzione di V_i

In particolare, il valore a cui asintoticamente tende la tensione in uscita è dato da

$$I_C = I_S(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - (I_S + I_{BCS})(e^{V_{BC}/V_T} - 1) = 0$$

Dove entrambi i termini 1 sono trascurabili, siccome entrambi gli esponenziali sono maggiori di 1.

$$V_{CE} = V_T \ln \frac{1}{\alpha_R}$$

Quindi V_{CE} è strettamente positivo, dato che α_R è compreso tra 0 ed 1, quindi il suo reciproco è maggiore di 1, e rispettivo logaritmo è positivo. Inoltre dato che questa espressione non dipende da V_{BE} , significa che tutte le caratteristiche intersecano l'asse delle ascisse in corrispondenza di tale valore.

Considerando ora un punto (V_{i0}, V_{u0}) appartenente al tratto di polarizzazione attiva diretta, la retta tangente al grafico in tale punto ha equazione $V_u - V_{u0} = m(V_i - V_{i0})$, il termine m , uguale alla derivata di V_u rispetto a V_i , calcolata in (V_{i0}) , è chiamato "guadagno di tensione" ed è indicato dal simbolo A_V .

Dato che la corrente $I_C(V_{i0}) = I_{c0} = I_S(e^{V_{i0}/V_T} - 1)$, e siamo in regione attiva diretta (quindi il termine 1 è trascurabile rispetto all'esponenziale), possiamo dire che $I_{c0} = I_S e^{V_{i0}/V_T}$. Quindi se calcolando il guadagno di tensione in V_{i0} otteniamo:

$$V_u = V_{CC} - R I_S (e^{V_i/V_T} - 1)$$

$$\left. \frac{dV_u}{dV_i} \right|_{V_{i0}} = -\frac{R I_S}{V_T} e^{V_{i0}/V_T} = -\frac{R}{V_T} I_{c0}$$

Per dare una stima a questo rapporto, prendiamo ad esempio un punto intermedio, in cui $V_{u0} \approx 2.5V$. Mentre la tensione termica V_T che compare a denominatore è dell'ordine di grandezza di $25mV$, quindi $A_V \approx -100$. Questo valore significa che in regione attiva diretta, le piccole variazioni di un segnale in ingresso, vengono amplificate di un fattore $A_V = 100$. Comportamento tipico di un amplificatore di tensione per piccoli segnali. Ovviamente, se il segnale di ingresso raggiunge la regione di saturazione, il segnale d'uscita non sarà più sinusoidale.

Facendo riferimento ad un segnale binario, il quale può assumere solamente i valori V_H molto grande e V_L prossimo a zero, allora il circuito si comporta come un invertitore.

Approssimazione Transistor BJT

Esattamente come abbiamo fatto nel caso del diodo, approssimiamo nello stesso modo le caratteristiche del transistor bipolare. Osservando i grafici in figura 6 e 7, possiamo formulare un modello lineare, valido nelle tre regioni di funzionamento, trascurando la regione inversa. Siccome dai calcoli svolti in precedenza, sappiamo che il grafico in figura 7 non passa per lo zero, chiamiamo tale punto $V_{CE_{SAT}} = 0.2V$.

Inoltre, siccome in saturazione entrambi i diodi sono in polarizzazione diretta

$$V_{CE} = V_{BE_{on}} - V_{BC_{on}} = V_{CE_{SAT}}$$

Sapendo già che in polarizzazione diretta $V_{BE_{on}} = V_\gamma$, possiamo dire che $V_{BC_{on}} = 0.55V = V'_\gamma$, quindi le tensioni base-emettitore e base-collettore in polarizzazione diretta, sono diverse tra di loro.

OFF $\begin{cases} I_B = 0, & V_{BE} < V_\gamma \\ I_C = 0, & V_{BC} < V'_\gamma \end{cases}$	AD $\begin{cases} I_B > 0, & V_{BE} = V_\gamma \\ I_C = \beta_F I_B > 0, & V_{CE} > V_{CE_{SAT}} \end{cases}$
SAT $\begin{cases} I_B > 0, & V_{BE} = V_\gamma \\ I_C < \beta_F I_B, & V_{CE} = V_{CE_{SAT}} \end{cases}$	

In questo caso, siccome abbiamo a che fare con due giunzioni, abbiamo bisogno di definire due correnti, e per ciascuna delle regioni abbiamo due disequazioni che descrivono la validità delle due equazioni.

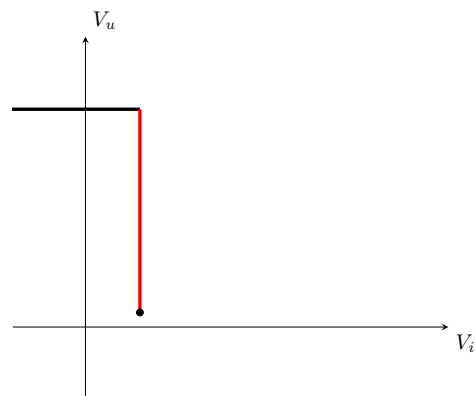
Studio del circuito utilizzando il modello approssimato

OFF $\begin{cases} V_u = V_{CC} \\ V_i < V_\gamma \end{cases}$	AD $\begin{cases} V_{CE_{SAT}} < V_u < V_{CC} \\ V_i = V_\gamma \end{cases}$	SAT $\begin{cases} V_i = V_\gamma \\ V_u = V_{CE_{SAT}} \end{cases}$
---	---	---

Questo modello rappresenta il tratto a pendenza elevata, con un tratto a pendenza infinita (tratto verticale). Se stiamo progettando un' amplificatore analogico, il quale si basa sul determinare il guadagno del circuito (A_V), non è una buona approssimazione.

Inoltre il modello rappresenta tutta la regione di saturazione con un unico punto, di coordinate $(V_\gamma, V_{CE_{SAT}})$ quindi è un'approssimazione non accettabile.

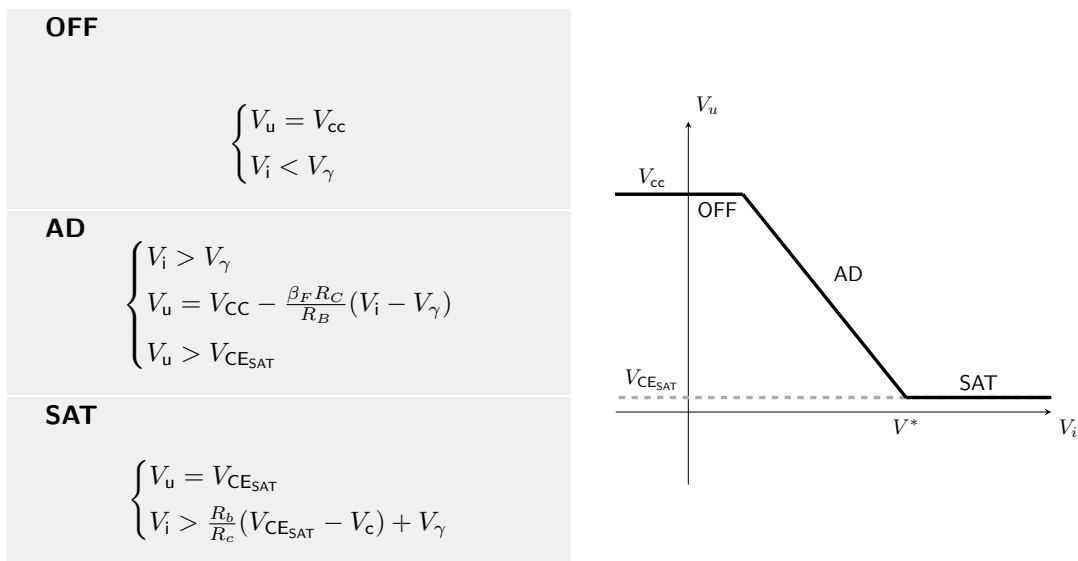
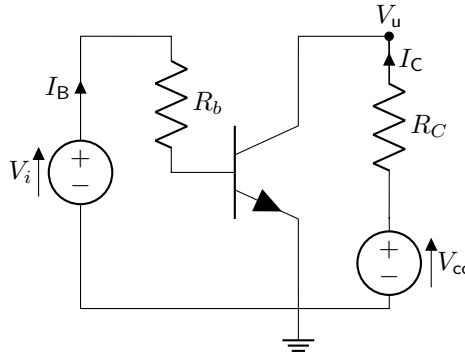
La spiegazione di questo fenomeno è che, siccome



$\lim_{V_i \rightarrow \infty} I_C = \infty$ non esiste un asintoto verticale, mentre noi stiamo approssimando tutte le possibili relazioni corrente-tensione con un'unica retta verticale.

Se osserviamo per quali ordini di grandezza di corrente, questo modello non rappresenta accuratamente il valore della tensione in uscita, sono dell'ordine dei giga ampere. Il circuito visto ora, non è realistico perché non ci sono limitazioni per i valori di corrente I_B , aggiungiamo quindi una resistenza alla base, per limitare la corrente, e rianalizziamo il circuito con il modello lineare.

Analisi dello stesso circuito con corrente limitata



Il modello a soglia descrive con un'ottima approssimazione i casi in cui la corrente si mantiene limitata. Il guadagno in questo modello lineare è esattamente il coefficiente angolare del tratto in regione attiva diretta: $-\beta_F R_C / R_B$. Dato che dipende solamente dai valori delle due resistenze del circuito, è possibile aumentare o diminuire arbitrariamente il guadagno introducendo una resistenza variabile nel circuito.

Valutazione metodo di approssimazione

Mettendo insieme l'equazione di tensione e corrente della maglia in ingresso:

$$\begin{aligned} V_i - R_B I_B - V_{BE} &= 0 \\ I_B &= I_{BES} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \end{aligned}$$

ottengo $V_i = R_B I_B + V_T \ln(I_B / I_{BES} + 1)$.

Si può vedere dall'espressione come la corrente di base influenza la tensione in ingresso con un termine logaritmico ed uno lineare, seguendo l'andamento del grafico nero in figura 10. Ad $I_B > 0$ la tensione in ingresso ha un andamento pressoché lineare, quindi una variazione lineare

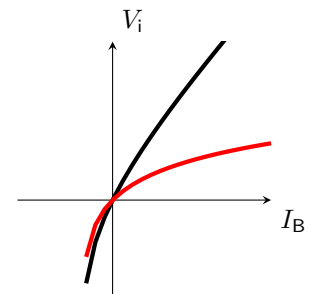


Figure 10: test

di tensione corrisponde ad una variazione lineare di corrente. Ciò significa che la corrente in ingresso è dissipata più facilmente sulla resistenza che sulla giunzione base-emettitore. Diverso è il caso precedente, rappresentato dal grafico rosso, dove per mancanza di resistenza a piccole variazioni della tensione in ingresso corrispondono grandi variazioni di corrente, e siccome manca la resistenza in ingresso, per raggiungere la stessa quantità di corrente è necessario raggiungere valori di tensione molto più elevati.

Riassumendo: Quando la giunzione è in serie ad una resistenza qualunque variazione in ingresso si scarica prevalentemente sulla resistenza consentendo un'approssimazione di tensione costante. Nel caso in cui manchi la resistenza, non si può pensare di applicare un modello che consideri la tensione in ingresso costante se quest'ultima è variabile per definizione.

Logica RTL: Transistor Resistor Logic

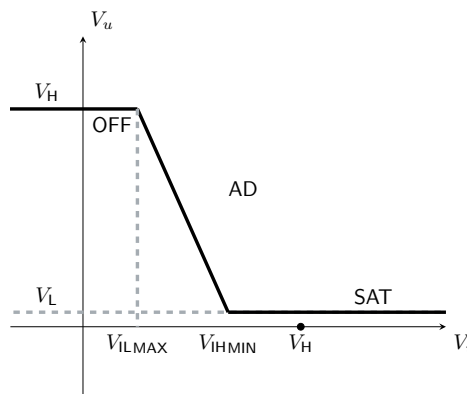
Se associamo a valori di tensione alti e bassi (V_H , V_L) una codifica logica 1 e 0, il circuito precedente si comporta come un invertitore logico.

Bisogna ricordare che anche il trasporto di carica (corrente) non è uniforme, ed è soggetto anch'esso a rumore. Il problema che ha questo circuito visto come amplificatore è che amplifica il rumore in ingresso ed il segnale in ingresso dello stesso fattore A_V . Inoltre dato che il segnale in ingresso varia di poco, la qualità del segnale d'uscita risente molto delle variazioni di rumore.

Diversamente lo stesso circuito visto come invertitore logico, anche a rumore elevato fa il suo lavoro.

L'immunità al rumore è caratterizzato dalle due caratteristiche a guadagno 0 (off e sat). Solo a fronte di valori estremamente alte di rumore, in grado di entrare nella fascia intermedia, si manifestano sul segnale in uscita.

Margine di immunità al rumore



Dal grafico sono distinguibili un valore basso $V_L \equiv V_{CE_{SAT}}$, ed un valore alto $V_H \equiv V_{CC}$. La caratteristica da invertitore è esprimibile come $V_u(V_H) = V_L$ e $V_u(V_L) = V_H$. Inoltre siccome questo circuito tollera il rumore, per rumore minore di δ_1 l'uscita V_u sarà ugualmente $V_u(V_L + \delta_1) = V_L$. Chiamiamo quindi $V_{ILMAX} = V_L + \delta_1$ il massimo valore della tensione d'ingresso che produce in uscita un V_H . Analogamente chiamo $V_{IHMIN} = V_H - \delta_2$ il massimo valore della tensione d'ingresso che produce ancora un'uscita V_L . Il margine di immunità al rumore N_M è il minimo tra δ_1 e δ_2 .

Dato che sappiamo già i valori di V_H e V_L , calcolando V_{IHMIN} come punto di intersezione tra la zona attiva diretta e di saturazione, otteniamo:

$$\delta_1 = V_{ILMAX} - V_L = 0.75 - 0.2 = 0.55V$$

$$\delta_2 = V_H - V_{IHMIN} = 5 - 1.23 = 3.77V$$

Da cui $N_M = 0.55V$. Per avere immunità al rumore è necessario che $\delta_1 = V_{ILMAX} - V_L$ e $\delta_2 =$

$V_H - V_{I\text{HMIN}}$ siano positivi sarà positiva anche la loro somma, per questo possiamo dire che

$$\frac{V_H - V_L}{V_{I\text{HMIN}} - V_{I\text{LMAX}}} > 1$$

Facendo sempre riferimento al grafico è facile capire che rapporto tra $V_H - V_L$ e $V_{I\text{HMIN}} - V_{I\text{LMAX}}$ è $|A_V|$. Per cui $|A_V| > 1$. Maggiore sarà il valore di $|A_V|$, migliore è la proprietà di filtro per il rumore di questo circuito.

Il risultato ottenuto dipende fortemente dall'approssimazione lineare utilizzata, dato il valore alto V_H ed il valore basso V_L sono stati definiti graficamente, in corrispondenza di V_{CC} e $V_{CE\text{SAT}}$. Generalizziamo quindi questa definizione facendo riferimento ad altri circuiti.

Preso un andamento di circuito generico (es. figura 9) rimane ancora vero che esistono due regioni con guadagno basso ed una con guadagno maggiore di 1, ma la distinzione di V_H e V_L non è ovvia come nel caso precedente.

Per identificare il valore di V_L e V_H , facciamo il seguente ragionamento: considerando una serie di n invertitori, l'andamento del valore di uscita sarà identico per tutti gli invertitori di posto pari, mentre sarà invertito per tutti gli invertitori di posto dispari. Dato che gli invertitori di posto dispari dovranno corrispondere alla funzione inversa degli invertitori di posto pari, il loro grafico è uguale al grafico degli invertitori di posto pari ma specchiato rispetto alla bisettrice.

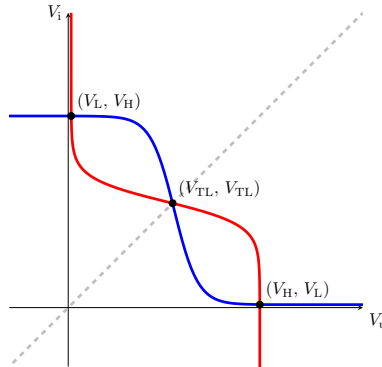


Figure 11: Grafico

Siccome è ovvio che quando tutti gli invertitori sono connessi in cascata, le loro condizioni devono essere soddisfatte, esistono solo 3 punti in queste caratteristiche che soddisfano le equazioni (vedi figura 11). Le coppie di punti (V_L, V_H) e (V_H, V_L) sono simmetrici per costruzione, per questo sono i valori V_H e V_L che stavamo cercando.

Definiamo questo punto l'escursione logica L_S (*Logic Swing*) come $V_H - V_L$.

Il punto (V_{TL}, V_{TL}) è tale per cui se posto in ingresso al primo invertitore, si propaga invariato fino al termine della catena. In realtà questa condizione è quasi impossibile, siccome ci troviamo in una zona con $|A_V| > 1$ ed al primo segnale di rumore veniamo spostati verso V_H o V_L , allontanandoci dal punto di precario equilibrio, detto anche metastabile.

Possiamo osservare che la qualità (intesa come distanza da V_H o V_L), aumenta, lungo la catena di

invertitori. Questa proprietà prende il nome di **proprietà rigenerativa del segnale**.

Per questo motivo, osservando anche in ingresso un valore compreso in un intorno di V_L , per la proprietà appena citata, esso viene trattato ugualmente come valore nominale basso. Il valore V_{TL} si comporta quindi come soglia logica, discriminando i valori alti dai valori bassi.

Questa proprietà è strettamente legata alla disuguaglianza $|A_V| > 1$. Nel caso quest'ultima non fosse verificata, osserviamo che il punto di intersezione delle due caratteristiche è uno solo (vedi figura da fare)

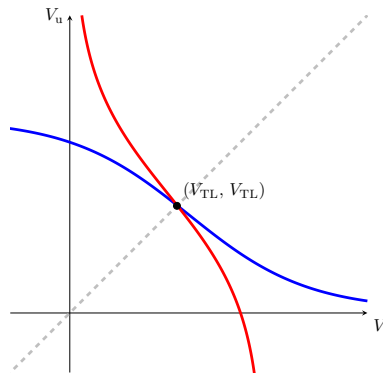


Figure 12: grafico per $|A_V| < 1$

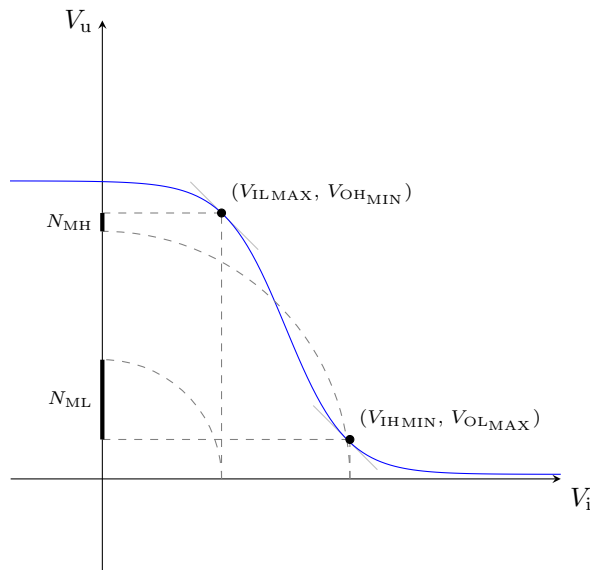
Quindi in caso $|A_V| < 1$ ogni punto in ingresso alla catena di invertitori, convergerebbe in (V_{TL}, V_{TL}) .

Margine di immunità ai disturbi

Rimane comunque vero che se il guadagno è minore di 1, il rumore in uscita è minore del rumore in ingresso, mentre se il guadagno è maggiore di 1, il rumore in ingresso è amplificato. Possiamo quindi identificare due punti, con guadagno $|A_V| = 1$, per suddividere i tratti di caratteristica, identificati da $|A_V| < 1$ e $|A_V| > 1$.

Utilizzando la stessa nomenclatura della logica RTL, chiamiamo V_{ILMAX} , il punto per cui il tratto $0 < x < V_{ILMAX}$ ha $|A_V| < 1$, e V_{IHMIN} il tratto in cui $V_{IHMIN} < x$ per cui $|A_V| < 1$. Di conseguenza $V_{ILMAX} < x < V_{IHMIN}$ è caratterizzato da $|A_V| > 1$.

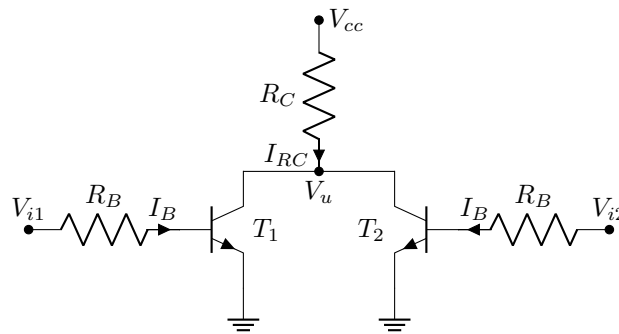
Indichiamo inoltre con $V_{OHMIN} = V_u(V_{ILMAX})$ il più piccolo valore dell'uscita associato all'attenuazione del rumore. Analogamente $V_{OLMAX} = V_u(V_{IHMIN})$.



La massima quantità di rumore accettabile per non uscire dalla regione di attenuazione sono $N_H = V_{OHMIN} - V_{IHMIN}$ e $N_L = V_{ILMAX} - V_{OLMAX}$. Quindi $N_M = \min(V_{OHMIN} - V_{IHMIN}, V_{ILMAX} - V_{OLMAX})$. Da questa costruzione risulta evidente che $L_S > N_H + N_L$, quindi nel caso in cui una delle due soglie sia controllata (ad esempio da una resistenza variabile) e dovesse aumentare di valore, l'altra sarebbe costretta a diminuire, per evitare che la somma superi L_S .

La condizione ottimale per avere massimo margine ai disturbi è quindi in caso in cui N_L e N_H siano simmetrici. (nel caso di approssimazione i punti coincidono con v_h e v_l , dato che per approssimazione non ci sono punti con derivata $= -1$, passa dal valore in modulo < 1 a modulo > 1)

Porta logica NOR



Supponendo i valori delle resistenze $R_C = 1k\Omega$ e $R_B = 10k\Omega$, e $\beta_F = 100$ vogliamo valutare il comportamento di questa rete al variare dei due ingressi V_{i1} e V_{i2} , prendendo il caso di segnali in ingresso digitali: $V_i = \{V_H, V_L\}$. Le combinazioni possibili in ingresso sono quindi enumerabili e studiabili individualmente.

Equazioni Generali

$$I_{RC} = I_{C1} + I_{C2}$$

$$V_i - R_B I_B - V_{BE} = 0$$

Nel caso di un qualsiasi transistor spento, considerando che $V_{BE} < V_\gamma$ per ipotesi, otteniamo $V_i < V_\gamma$.

Per $V_{i1} = V_{i2} = V_L$

$$V_i < V_\gamma$$

$$V_u = V_{cc}$$

Per $V_{i1} V_L, V_{i2} = V_H$

Osservando l'alta tensione ricevuta all'ingresso, è ragionevole ipotizzare che T_2 si trovi in regime di funzionamento saturo. Verificando quindi le ipotesi:

$$I_B = \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_B} = 0.425mA > 0$$

$$I_C = \frac{V_{cc} - V_{CE_{SAT}}}{R_C} = 4.8mA < \beta_F I_B = 42.5mA$$

Per cui in questo caso $V_u = V_{CE_{SAT}} = V_L$

Per $V_{i1} = V_{i2} = V_H$

Per ragionamento analogo al caso precedente, ci aspettiamo che entrambi i transistori siano saturi. Quindi $V_u = V_{CE_{SAT}} = V_L$

$$I_B = \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_B} = 0.425mA > 0$$

$$I_{RC} = \frac{V_{cc} - V_{CE_{SAT}}}{R_C} = 4.8mA < \beta_F I_B = 42.5mA$$

Essendo il circuito perfettamente simmetrico non c'è motivo di ipotizzare che $I_{C1} \neq I_{C2}$. Per cui $I_{C1} = I_{C2} = 4.8mA$, quindi sono verificate entrambe le condizioni $I_C < \beta_F I_B$.

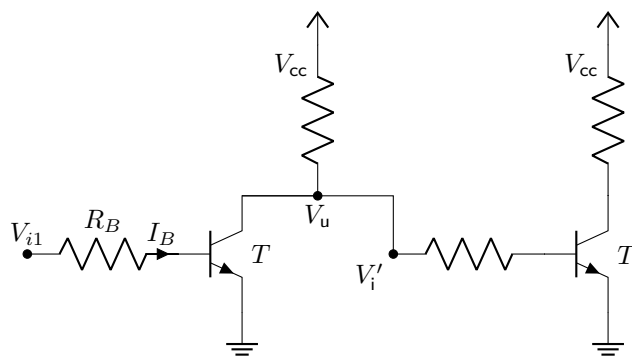
Questa rete si comporta come una porta logica NOR. La rete composta dai transistori T_1 e T_2 è definita come **rete di pulldown**, ovvero quando è accesa, trascina il valore di uscita verso il valore basso. Analogamente è possibile interpretare la rete composta dalla resistenza R_c come una **rete di pullup**: quando non è contrastata da reti di pulldown attive, l'uscita viene portata a V_H da R_c dove non circola corrente.

Osserviamo che questo circuito si comporta allo stesso modo se alla rete di pulldown è composta da più di due transistori, dato che la corrente I_{RC} sarebbe suddivisa equamente tra tutti i transistori accesi, mantenendo vera l'ipotesi $I_C < \beta_F I_B$. Quindi questo circuito è generalizzabile ad una porta NOR a numero arbitrario di ingressi.

L'insieme degli ingressi prende il nome di FAN-IN. Analogamente il numero delle uscite prende il nome di FAN-OUT.

L'operatore NOR rappresenta di per sé una famiglia funzionalmente completa. Per questo con logica RTL è possibile realizzare qualsiasi funzione combinatoria.

Manca da analizzare se la connessione in serie delle seguenti porte NOR, mantenga il valore del segnale.



T OFF

Partendo ad analizzare la condizione per cui T OFF otteniamo che $V_u = V_{cc} - R_C I_B$. Nel caso in cui anche T' sia OFF, allora I'_B è 0 e di conseguenza:

$$V_u = V_{cc}$$

$$V_u = V'_i - R'_B = V'_{BE}$$

Ma ciò non è possibile dato che se T' è OFF, allora $V'_{BE} < V_\gamma$. Quindi T' non può essere OFF se T è OFF. Quindi T' è necessariamente acceso, con $V'_{BE} = V_\gamma$. Dall'equazione di kirchoff al nodo V_u :

$$\frac{V_{cc} - V_u}{R_C} = \frac{V_u - V_\gamma}{R_B}$$

Ottenendo $V_u = \frac{R_B V_{cc} + R_C V_\gamma}{R_B + R_C} < V_\gamma$ svolgendo la disequazione si ottiene: $V_\gamma < V_{cc}$. Sostituendo inoltre i dati utilizzati nel circuito precedente, otteniamo $V_u = 4.61V$

T in AD

$$V_u = V_{cc} - R_C \left\{ \beta_f \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} + \frac{V_u - V_\gamma}{R_B} \right\}$$

Da cui

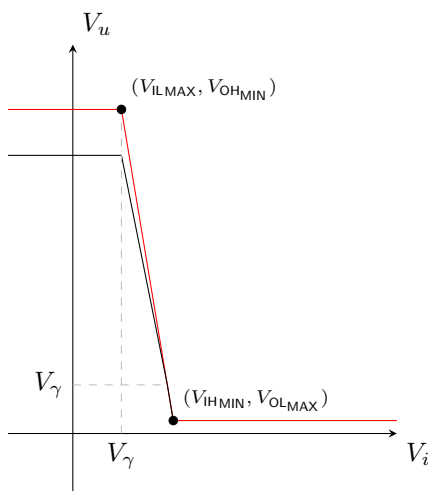
$$V_u = \frac{R_B V_{cc} + R_C V_\gamma}{R_B + R_C} - \frac{\beta_F R_C}{R_B + R_C} (V_i - V_\gamma)$$

Osserviamo come il termine blu è identico a quello calcolato in precedenza, nel tratto di regione attiva diretta, mentre il tratto rosso è un guadagno di modulo minore rispetto a quello di prima ($\frac{\beta_F R_C}{R_B}$).

Questa condizione è valida fino a quando o T passa alla regione di saturazione ($V_u = V_{CE_{SAT}}$) o T' passa in regione attiva diretta ($V_u = V_\gamma$). Dato che $V_u < V_\gamma$ avverrà prima, sostituendo tale valore nell'equazione di V_u segue $V_i = 1.175V$

T in AD e T' OFF

Questo tratto di caratteristica corrisponde esattamente al precedente.



Delle quattro coordinate utilizzate per calcolare il margine di rumore, solo una è modificata dal fatto

che il FAN-OUT è modificato da 0 a 1. Il margine N_{ML} definito quindi per il livello basso rimane invariato: $N_{ML} = V_{ILMAX} - V_{OLMAX} = V_{\gamma} - V_{CE_{SAT}} = 0.55V$. Diversamente il margine N_{MH} varia: $N_{MH} = V_{OH_{MIN}} - V_{IH_{MIN}} = 4.61 - 1.23 = 3.37V$.

Il margine complessivo, rimanendo definito come il minimo tra N_{ML} e N_{MH} rimane invariato a $0.55V$.

Nel caso di un FAN-OUT generico ad n porte il valore N_{MH} tenderà a calare, dato che, la corrente del transitorio di pullup è richiamata dagli altri componenti connessi.

Generalizzando con n componenti connessi che condividono V_u come tensione in ingresso, dato che tutti hanno la stessa V_i , tutti i transistori si troveranno nella stessa regione di funzionamento. Quindi le correnti in ingresso I_B necessariamente coincidono quindi $I_{RC} = I_C + nI'_B$.

Nell'ipotesi che il transistore T sia spento:

$$I_{RC} = \frac{V_{cc} - V_u}{R_C}$$

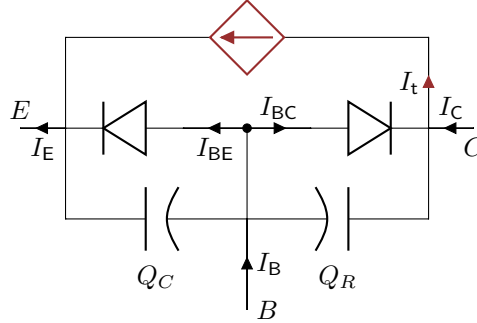
$$I'_B = \frac{V_u - V_{\gamma}}{R_B}$$

Ottenendo la generica relazione:

$$V_u(n) = V_{OH_{MIN}}(n) = \frac{R_B V_{cc} + n R_C V_{\gamma}}{R_B + n R_C}$$

Da cui $N_{MH} = V_{OH_{MIN}}(n) - 1.23$. Definiamo con FAN-OUTmax il massimo punto in per cui il valore di N_{MH} rimane superiore a N_{ML} . Risolvendo l'equazione $0.55 = V_{OH_{MIN}}(n) - 1.23$ otteniamo $n = 31.26$, per questo FAN-OUTmax è 31.

Transistor in regione dinamica



A pagina 12 è stato analizzato il diodo in regime dinamico.

Effettuiamo quindi un'analisi analoga al transistore bipolare, utilizzando come formule, quelle del modello di Ebers e Moll.

Dato che i termini esponenziali compaiono spesso, introduciamo per semplicità le seguenti notazioni:

$$X_{BE} = (e^{V_{BE}/V_T} - 1) = \frac{I_F}{I_S}$$

$$X_{BC} = (e^{V_{BC}/V_T} - 1) = \frac{I_R}{I_S}$$

Inoltre indichiamo con $I_F = I_S X_{BE}$ e $I_R = I_S X_{BC}$ le correnti forward e backward che si manifestano. Ricordandoci che $\alpha_R = \frac{I_S}{I_S + I_{BCS}}$ e $\alpha_F = \frac{I_S}{I_S + I_{BES}}$, le formule del modello sono esprimibili come:

$$I_C = I_F - \frac{I_R}{\alpha_R}$$

$$I_E = \frac{I_F}{\alpha_F} - I_R$$

$$I_B = \frac{I_F}{\beta_F} + \frac{I_R}{\beta_R}$$

Queste equazioni descrivono le tre correnti statiche del transistore, alle quali vogliamo aggiungere le correnti dinamiche, come nel caso del diodo.

Aggiungiamo quindi due capacità parassita alla giunzione, chiamate rispettivamente Q_F e Q_R .

Introduciamo quindi relazioni analoghe a descrivere le due cariche:

$$Q_F = Q_{Fs} X_{BE} = Q_{Fs} \frac{I_F}{I_S}$$

$$Q_R = Q_{Rs} X_{BC} = Q_{Rs} \frac{I_R}{I_S}$$

Da cui seguono le relazioni:

$$\frac{Q_F}{I_F} = \frac{Q_{Fs}}{I_S} = \tau_F$$

$$\frac{Q_R}{I_R} = \frac{Q_{Rs}}{I_S} = \tau_R$$

Sostituendo queste relazioni alle formule in regime statico otteniamo il modello:

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} \\ I_E &= \frac{Q_F}{\alpha_F \tau_F} - \frac{Q_R}{\tau_R} \\ I_B &= \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} - \frac{Q_R}{\beta_R \tau_R} \end{aligned}$$

In altre parole, siccome tutte le correnti e cariche dipendono linearmente dagli stessi esponenziali, è possibile ricavare una relazione che lega le correnti alle cariche.

Queste equazioni descrivono ancora il modello statico del transistor, ma lega però il valore statico della carica immagazzinata alle due giunzioni. Se ci muoviamo in regime dinamico, non è più vero che la corrente sui condensatori è nulla, ma è esprimibile come $\frac{dQ_F}{dt}$ e $\frac{dQ_R}{dt}$, ottenendo le nuove relazioni:

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_R}{dt} \\ I_E &= \frac{Q_F}{\alpha_F \tau_F} - \frac{Q_R}{\tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} \\ I_B &= \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} - \frac{Q_R}{\beta_R \tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt} \end{aligned}$$

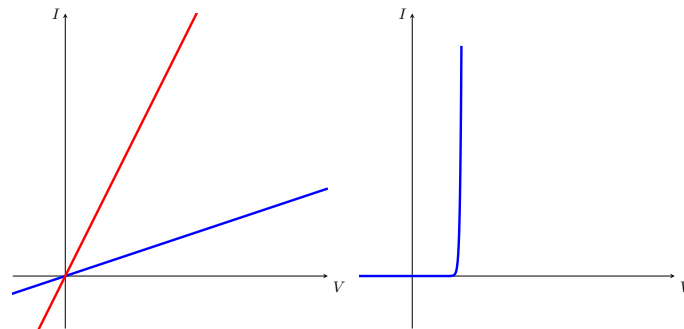
Chiameremo questo modello: **modello a controllo di carica**, nel senso che le espressioni sono dipendenti dalla carica e non più dalla tensione.

Dispositivi e Circuiti Elettronici

La corrente elettrica $I = \frac{dQ}{dt}$ è generata da movimenti di carica. Uno tra i diversi in moto per spostare delle cariche è attraverso un campo elettrico.

La densità di corrente elettrica J è legata al campo elettrico E dalla conducibilità elettrica σ attraverso la legge di ohm $\vec{J} = \sigma \vec{E}$. I materiali sono classificabili dal loro valore di σ , i materiali isolanti sono caratterizzati da bassi valori di σ , corrispondenti a bassi valori di corrente. Valori di σ alti comportano un'alta corrente, caratteristica dei materiali conduttori.

I semiconduttori sono materiali con conducibilità elettrica σ variabile (ad esempio in funzione della temperatura). Guardando il caso del componente resistenza, la corrente ai capi di essa dipende dall'inverso della costante R , quindi, a tensione costante, maggiore è la resistenza, minore è la corrente misurata ai due capi del componente.



In figura sono riportate le relazioni corrente-tensione di una resistenza ed un diodo. È possibile osservare come il comportamento della corrente del diodo è completamente differente.

Modello fisico

Gli elettroni di ciascun materiale orbitano attorno ai rispettivi nuclei, in stato di equilibrio. In stato di equilibrio, gli elettroni di un materiale orbitano attorno al nucleo, la complessiva somma delle cariche risulta nulla.

Gli elettroni attratti dalla forza coulombiana, orbitano attorno al nucleo. Ad ogni orbita corrisponde una velocità di percorrenza, quindi un'energia cinetica. L'ampiezza di ogni orbita dipende inversamente dal quadrato della distanza dal nucleo (formula forza di coulomb).

In definitiva, possiamo

Maggiore è la grandezza dell'orbita degli elettroni, maggiore è la velocità. Inoltre maggiore è la grandezza dell'orbita degli elettroni, maggiore è la velocità degli elettroni, quindi la loro energia cinetica.

All'ampiezza dell'orbita è quindi associato inversamente la forza attrattiva del nucleo, ed un'energia cinetica legata alla velocità di percorrenza.

Possiamo quindi, gli elettroni interni ad un atomo generico in funzione dell'energia da essi posseduta, ottenendo un diagramma simile a quello in figura ..., distinta da diversi livelli



Ad ogni elettrone è dunque associato un livello sull'asse delle energie. Per il principio di quantizzazione, dell'energia, non tutti i possibili livelli di energia sono possibili. L'asse quindi non è continua, ma quantizzata.

È importante notare che le orbite degli elettroni attorno agli atomi non sono descritte dalla meccanica classica, ma dalla meccanica quantistica, dove gli elettroni sono descritti attraverso forme sinusoidali.

Per questo motivo è possibile associare agli elettroni una lunghezza d'onda λ , dove nel caso di ipotesi stazionaria, è necessario che la circonferenza dell'orbita sia multiplo di λ .

Questo spiega a grandi linee la presenza di valori permessi e proibiti sull'asse delle energie.

Principio di esclusione di Pauli

Ciascun livello energetico è occupabile al più da due elettroni (con spin opposto). In altre parole, il numero di elettroni che possono avere una certa distanza dal nucleo è finito.

Da questo è possibile dedurre che è possibile occupare interamente i livelli di energia.

Spostare corrente vuol dire spostare elettroni, cambiandone la velocità, quindi aumentandone l'energia cinetica, vincolata dai livelli di energia e dal principio di esclusione.

Per muovere un'elettrone quindi serve almeno l'energia per raggiungere il livello energetico libero più vicino.

Nel momento in cui due atomi diventino abbastanza vicini da interagire, quello che mi posso aspettare è che gli elettroni dei rispettivi atomi esercitino una forza repulsiva, con l'effetto di modificare l'orbita dei due elettroni.

Considerando quindi un unico diagramma energetico per il sistema dei due atomi, quello che ottengo è che i livelli non si sovrappongono ma si scostano leggermente, mantenendo comunque i principi di quantizzazione ed esclusione.

Generalizzando il discorso con un'interazione di n atomi, otteniamo che ai precedenti livelli energetici, corrisponderà una moltitudine di livelli permessi, tra loro poco differenti, chiamata *banda permessa*. I valori di energia tra due bande permesse, prendono il nome di *banda proibita*.

È importante sottolineare che i valori interni alla banda permessa rispettano ancora il principio di esclusione e di quantizzazione, quindi è possibile che un'intera banda sia occupata da elettroni.

In condizione di quiete, gli elettroni tendono spontaneamente ad occupare i livelli con minore energia, quindi quelli più bassi.

La statistica di fermi indica un valore limite (*Livello di Fermi*) che indica, in assenza di perturbazione, in termini probabilistici, tutti i livelli che sotto tale valore risultano occupati.

La posizione di questo livello diventa quindi fondamentale per indicare le condizioni di trasporto di carica del materiale. Nel caso di materiali conduttori, il livello di fermi ricade internamente ad una banda permessa, l'energia richiesta per spostare elettroni da livelli energetici occupati a livelli energetici liberi, è dipendente dalla loro distanza, quindi molto bassa.

Nel caso di materiali isolanti, il livello di fermi ricade all'interno di una banda proibita, l'energia sufficiente richiesta (energy gap) è quella per scavalcare l'intera banda proibita, quindi molto superiore al caso precedente.

I materiali isolanti sono dunque anch'essi soggetti a fenomeni di scarica elettrica.

I semiconduttori

Il semiconduttore ha una struttura simile a quella dell'isolante, quello che differisce è l'ampiezza del gap, richiedendo una quantità di energia bassa per effettuare il "salto" della banda proibita. Se la quantità di energia ricevibile dalla temperatura dall'ambiente è pari o superiore al gap, diventa facile che elettroni passino da una banda energetica superiore. Elettroni quindi nella banda permessa superiore, trovandola completamente vuota, richiedono a loro volta poca energia per muoversi da un livello energetico all'altro, fornendo al materiale caratteristiche di un conduttore. Chiameremo quindi questa nuova banda, banda di conduzione, mentre chiameremo la vecchia banda, banda di valenza.

La banda di valenza, avendo anch'essa livelli svuotati da elettroni spostati in banda di conduzione, richiederà anch'essa poca energia per effettuare salti di gap interni alla banda. La conducibilità elettrica aumenta quindi con la temperatura del circuito.

Riassumendo quindi, un semiconduttore il livello di fermi interseca una banda proibita, la cui ampiezza è sufficientemente piccola da essere probabile l'effetto di scavalco con la sola energia termica. Il semiconduttore ha quindi "due" bande di conduzione.

Seconda lezione

La distanza dal nucleo cresce col crescere dell'energia, andando a vedere gli elettroni sullo strato di valenza, sono quelli più distanti dal nucleo. La forma del reticolo di atomi è determinata dal numero di elettroni disponibili a collegarsi agli atomi vicini. Tutti i materiali semiconduttori sono materiali della quarta colonna della tavola periodica, i quali possiedono quattro elementi nell'orbita di legame, tra essi prevale il silicio.

In alternativa agli elementi della tavola periodica è possibile formare delle leghe tra elementi della terza e quarta colonna o quarta e quinta, come arseniuro di gallio.

Schematizzando il reticolo del silicio su una mappa in due dimensioni (figura ?) La promozione da banda di valenza a banda di conduzione, significa che esso è meno legato al nucleo originario. È talmente poco legato al nucleo che attraverso una forza di un campo magnetico può spostarsi internamente al reticolo. Tali elettroni vengono definiti come elettroni liberi.

Il materiale in condizione di quiete è neutro, ovvero ha tanta carica positiva quanta negativa. Al momento in cui un'elettrone libero esce da una regione, quella regione non ha più carica nulla ma leggermente positiva. Possiamo quindi immaginare il moto dell'elettrone come uno spostamento di carica nello spazio, quindi una corrente.

Lo spazio lasciato vuoto dall'elettrone, è successivamente occupato da altri elettroni liberi. Creando uno spostamento a catena degli elettroni.

Alla banda di conduzione è associato il movimento di una carica negativa, alla banda di valenza è associato il movimento della lacuna, carica positiva generata dallo spostamento dell'elettrone.

In un conduttore esiste solo un tipo di portatore di carica (elettroni), mentre nei semiconduttori esistono portatori di carica positiva e portatori di carica negativa.

È possibile modellare il movimento della lacuna come il movimento di una fittizia particella fisica, dotata di una massa (maggiore di quella dell'elettrone perché si muove più lentamente)

Per misurare la corrente è necessario conoscere la quantità di elettroni e lacune in un determinato volume. Indicheremo quindi con n il numero di elettroni per unità di volume¹. Analogamente definiamo la concentrazione di lacune con p come il numero di lacune per unità di volume.

Per densità di carica degli elettroni si calcola con $-qn$, mentre per lacune qn . Ad ogni elettrone libero in banda di valenza, corrisponde una lacuna in banda di conduzione, quindi necessariamente all'equilibrio $p = n$.

Possiamo quindi definire come evento di generazione il momento in cui un'elettrone abbandona la banda di valenza generando una lacuna, mentre il fenomeno duale, il passaggio da banda di conduzione a banda di valenza viene chiamato evento di ricombinazione.

Indichiamo quindi con G il numero di coppie elettrone-lacune generate nell'unità di volume e nell'unità di tempo. Il tasso di ricombinazione è indicato con R .

Alla equilibrio quindi $n = p = n_i(T)$ e $R = G \geq 0$ il numero di elettroni e lacune costante prende il nome di n_i (concentrazione intrinseca del materiale).

Sostituendo ad alcuni atomi di silicio, con atomi della 5a colonna, ad es fosforo. In questo modo avendo un'elettrone di legame in più (ed un protone in più), siccome i legami sono tutti occupati con gli atomi di silicio adiacenti, otteniamo un'elettrone che non contribuisce ad alcun legame nel reticolo.

La sostituzione di alcuni atomi di silicio con atomi della 3a o 5a colonna prende il nome di drogaggio.

La rara sostituzione di atomi di silicio, non varia il reticolo cristallino originario.

L'elettrone nella fascia più esterna non essendo legato agli altri se riceve energia sufficiente può liberarsi e comportarsi come una carica negativa mobile. È ancora vero che lascia alle sue spalle una carenza di carica negativa, ma la carica positiva è associata alla presenza del protone nel nucleo e non è in grado di spostarsi. In questo caso si genera un'elettrone mobile, senza generare lacune mobili. In questo caso $p \neq n$. Gli atomi della quinta colonna prendono quindi il nome di atomi droganti di tipo donatore.

Tutto questo è rappresentabile nel diagramma delle energie inserendo un livello "donatore" interno alla banda proibita permettendo che l'evento di liberazione dell'elettrone richieda meno energia, rendendolo

¹Misurata per numero di elettroni per centimetro cubo

ancora più probabile a temperatura ambiente.

Chiameremo N_D la concentrazione di atomi donatori, e per mantenere la struttura del cristallino $N_D \ll 10^{22}$.

Analogamente prendendo un' elemento della terza colonna (es. boro) nel reticolo viene rimosso un legame, fornendo energia al reticolo e spostando elettroni, essi andranno ad occupare del legame mancante, generando lo spostamento di una carica positiva. La carica negativa è fissa perché legata alla struttura del boro.

Chiameremo il boro atomo accettore, perché capace di ionizzare il reticolo negativamente. Con N_A indicheremo la concentrazione degli atomi accettori per unità di volume. Interpretando l'evento sul diagramma energetico, sarebbe come un livello energetico che ricade nella banda proibita molto vicino alla banda di valenza. Generando una lacuna mobile in tale banda.

In questo caso $n < p$.

Terza Lezione

Abbiamo interpretato il diverso comportamento delle due bande, elettroni liberi che si muovono tra livelli energetici nella banda di conduzione, e lacune alle quali è associato un significato di carica positiva mobile.

In un materiale intrinseco, elettroni e lacune sono creati sempre in coppia, quindi necessariamente la concentrazione di elettroni e lacune sono uguali alla concentrazione intrinseca, dipendente dalla temperatura.

Inoltre in condizioni di equilibrio il tasso di generazione G e di ricombinazione R devono essere uguali.

L'equivalenza tra elettroni e lacune interna al materiale può essere modificata attraverso drogaggi con atomi donatori (N_D) o accettori (N_A). La concentrazione elettroni-lacune in materiali drogati è chiamata concentrazione estrinseca.

Supponendo di conoscere la concentrazione tra atomi donatori ed accettori, calcoliamo ora i nuovi valori di p ed n interni al materiale.

Osservando il caso della concentrazione intrinseca, osserviamo che necessariamente il prodotto $pn = n_i^2$. Questa relazione è valida non solo per materiali intrinseci, ma anche per materiali estrinseci.

Possiamo pensare che il tasso di generazione G sia dipendente unicamente dalla temperatura: $g(T)$. Mentre il tasso di ricombinazione R , l'occupazione di una lacuna da parte di un'elettrone, è logico pensare che dipenda dal numero di elettroni presenti nel materiale e dalla temperatura: $R = pnr(T)$. Il tasso di generazione non dipende dalla concentrazione effettiva di p ed n , perché per evitare che si effettui una generazione, tutti gli elettroni in banda di valenza dovrebbero essersi spostati in banda di conduzione. Ipotesi irragionevole a temperatura ambiente.

Ricordandoci che in condizioni di equilibrio $G = R$, otteniamo che $g(T) = pnr(T)$. Quindi $pn = g(T)/r(T) = f(T)$ è dipendente unicamente dalla temperatura. Quindi a temperatura costante il valore pn è costante e vale n_i^2 .

Inoltre se è vero che a livello globale la quantità di carica positiva equivale alla carica negativa, allora

la densità di carica ρ in tutto il volume è costante e pari a 0.

$$\rho = -qn + qp + qN_D - qN_A = q(p - n + N_D - N_A) = 0$$

La densità di carica dipende dal numero di elettroni n e lacune p con rispettiva carica, ed il numero di atomi accettori e donatori interni ad un materiale, ad ognuno dei quali è associata rispettivamente una carica fissa in modulo q .

Unendo la relazione con $pn = n_i$, ricaviamo:

$$n = \frac{(N_D - N_A) \pm \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2}}{2}$$

Siccome è evidente che non può valere il segno meno in quanto condurrebbe ad un valore di n negativo, ottengo un'espressione del valore di n dipendente solo da valori noti.

Con questo ragionamento otteniamo anche il valore di p :

$$p = \frac{(N_A - N_D) + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2}}{2}$$

Dalle espressioni si può osservare come compare sempre la differenza dei valori N_D ed N_A , il fenomeno prende il nome di principio di compensazione, il quale dice che non è importante il singolo valore di N_D ed N_A , quello che conta è sempre la loro differenza.

Nel caso di una concentrazione con forte sbilanciamento, es $N_D \gg N_A \gg n_i$, nelle equazioni in precedenza, posso trascurare i termini N_A ed n_i , ottenendo $n = N_D$. Quindi se la concentrazione del drogante è molto maggiore rispetto alla concentrazione intrinseca, allora la concentrazione di elettroni è dovuta praticamente solo ad esso. Siccome vale $pn = n_i^2$, abbiamo che $p = n_i^2/N_D$. Segue che il trasporto della carica, avviene quasi unicamente attraverso elettroni.

Chiameremo questo materiale "estrinseco di tipo n", ad indicare la larga prevalenza degli elettroni.

Posso effettuare gli stessi ragionamenti nel caso duale ($N_A \gg N_D \gg n_i$), ottenendo $p = N_A$ e $n = n_i^2/N_A$. Chiameremo questo materiale "estrinseco di tipo p".

Studio conduzione materiale uniforme, estrinseco di tipo n

Conoscendo la conduzione del materiale $n \approx N_D$, ed indicando con S la sezione trasversale del materiale, indicheremo $J = I/S$. Ricordando che $I = dQ/dt$, otteniamo:

$$J = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt}$$

Sapendo che il calcolo elettrico E esercita una forza di coulomb pari a $F = -qE$, ed $F = ma$, otteniamo $a = -qE/m$, quindi accelerazione costante a campo elettrico costante. Quindi un'elettrone dovrebbe muoversi di moto uniformemente accelerato.

Ma ciò non è vero perché l'elettrone è soggetto anche alle forze interne al reticolo cristallino. Quindi è soggetto ad una forza repulsiva. Quello che si può vedere sperimentalmente è che la velocità V_n è costante ed esprimibile come $V_n = -\mu_n E$, con μ_n costante di mobilità elettronica.

Gli elettroni si muovono quindi in direzione opposta al campo elettrico, con velocità $|V_n|$. Il percorso che percorre una singola particella in un piccolo intervallo di tempo è esprimibile quindi come $dx = -\mu_n E dt$.

La carica dQ è quella che nello stesso intervallo di tempo dt attraversa la sezione del materiale, è possibile pensarla come $nqSdx$ (carica del numero di portatori nel volume Sdx).

Quindi la densità J è esprimibile come:

$$J_n = \frac{1}{S} \frac{qn\mu_n E S dx}{dt} = qn\mu_n E$$

Vale ancora la relazione di ohm in forma locale $J = \sigma E$, con $\sigma = qn\mu_n = q\mu_n N_D$. È possibile concludere che N_D è direttamente proporzionale alla conducibilità elettrica. Quindi possiamo variando dinamicamente il valore di N_D si può ottenere un conduttore o un isolante.

Quindi solo variando il valore di N_D in una parte del materiale posso formare due regioni conduttive, separate da una isolante.

Conduzione materiali estrinseci di tipo p

Con ragionamento del tutto analogo al precedente, si ottiene che la velocità di mobilità delle lacune è pari a $V_p = \mu_p E$. Nel dettaglio $\mu_p \approx \frac{2}{3}\mu_n$, sottolineando che le lacune si comportano come particelle fittizie che si muovono più lentamente degli elettroni.

Ottenendo

$$J_p = \frac{1}{S} \frac{qp\mu_p E S dx}{dt} = qp\mu_p E$$

In questo caso la conducibilità elettrica è determinata da N_A .

La totale conducibilità elettrica è possibile esprimerla come $J = J_n + J_p$. J conta la quantità di carica che attraversa la sezione, quindi gli elettroni portano contributo positivo muovendo carica negativa in senso opposto, e le lacune portano contributo positivo.

$$J = J_n + J_p = qn\mu_n E + qp\mu_p E$$

Materiale drogato non uniformemente

Nel caso in cui il campo elettrico esterno sia nullo, gli elettroni si spostano ugualmente per il moto browniano. Possiamo pensare alla carica dQ come $dQ_1 - dQ_2$ ovvero la carica dovuta agli elettroni che escono dalla sezione di volume, e la carica degli elettroni entranti nella sezione di volume. Chiamata quindi n_1 la quantità di elettroni presente nel primo volume, e n_2 la quantità di elettroni nel secondo; siccome le cariche hanno un 50% di probabilità di entrare nel volume, si possono esprimere le cariche come:

$$dQ_1 = -\frac{qn_1 dV}{2}$$

$$dQ_2 = -\frac{qn_2 dV}{2}$$

Ricordando che il volume $dV = SV_{th}dt$ si ottiene che:

$$J_n = \frac{1}{S} \frac{-qn_1 SV_{th}dt + qn_2 SV_{th}dt}{2dt} = q(n_2 - n_1)V_{th} \neq 0$$

Ma siamo giunti ad un assurdo, in quanto avremmo trovato un modo per generare corrente senza spendere energia.

Effettuando i calcoli più accuratamente è possibile ottenere $J_n = qD_n \frac{dn}{dx}$. Quello che accade è il fenomeno della diffusione, infatti tende a muovere la carica, dalla regione di concentrazione più alta a quella più bassa. Il sistema evolve verso una distribuzione uniforme.

Lo spostamento degli elettroni lascia cariche positive nella regione con maggior carica negativa, portando una carica negativa nell'altra regione.

Otteniamo quindi un campo elettrico nella direzione della regione con meno cariche negative, pari a $F = -qE$.

Lezione 4

Analogamente al caso precedente, studiamo un materiale estrinseco di tipo p, la cui concentrazione di lacune non è costante, ottenendo:

$$J_p = \frac{1}{S} \frac{d(Q_1 - Q_2)}{dt} = \frac{q(p_1 - p_2)V_{th}}{2}$$

contrariamente al caso degli elettroni, se $p_2 > p_1$ otteniamo $J_p < 0$. In questo, effettuando i calcoli in maniera più accurata, otterremo che $J_p = -qD_p \frac{dp}{dx}$.

Abbiamo introdotto quindi i funzionamenti di tipo ohmico: $J_n = q\mu_n nE$ e $J_p = q\mu_p pE$, la cui direzione è concorde; ed un meccanismo di tipo diffusivo: $J_n = qD_n \frac{dn}{dx}$ e $J_p = -qD_p \frac{dp}{dx}$, la discordanza di segno è dovuta al bilanciamento della carica.

Non possiamo considerare i due funzionamenti come uno indipendente dall'altro, in quanto porterebbe a conclusioni assurde, esprimiamo quindi la combinazione degli effetti:

$$\begin{aligned} J_n &= q\mu_n nE + qD_n \frac{dn}{dx} \\ J_p &= q\mu_p pE + qD_p \frac{dp}{dx} \end{aligned}$$

Quindi un conduttore prevede un solo meccanismo di trasporto di carica, per un meccanismo unicamente di tipo ohmico. In un semiconduttore teniamo conto di due specie di carica e di due specie di carica e due diversi meccanismi di trasporto di carica: trasporto ohmico e diffusivo.

Il modello prende infatti il nome di ohmico-diffusivo (*drift-diffusion*).

D_n indica la reattività dell'elettrone alla temperatura.

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n$$

Analogamente $D_p = \frac{kT}{q} \mu_p$. Queste prendono il nome di relazioni di Einstein, dove k è la costante di Boltzmann, q è la carica dell'elettrone e T è la temperatura.

Quello che dicono queste relazioni è che il coefficiente di diffusione e la mobilità dell'elettrone, sono legate. Ricordando che la mobilità degli elettroni è superiore a quella delle lacune, analogamente il fattore D_n è maggiore di D_p .

Ricordandoci che $E = -\frac{d\phi}{dx}$ prendiamo in considerazione, un materiale, tale per cui la concentrazione varia in base alla coordinata x : $n(x)$. Siccome il campo elettrico E , costante ed indipendente dalla

posizione x , prendiamo un punto x_1 interno al materiale e lo usiamo come origine per misurare il campo elettrico. In tale punto avremo che $\varphi = 0$, n_0 e p_0 .

Allo stesso identico modo posso scegliere un punto x_2 , caratterizzato da un $\varphi(x)$, $n(x)$ e $p(x)$.

All'equilibrio $pn = n_i^2$, otteniamo che, dalla funzione di $J_n = q\mu_n nE + qD_n \frac{dn}{dx} \approx 0$, otteniamo:

$$\frac{kT}{nq} \frac{dn}{dx} = \frac{d\varphi}{dx}$$

Integrando la relazione sui margini $\varphi(0)$ e $\varphi(x)$, ottengo:

$$\varphi(x) = \frac{kT}{q} \ln \frac{n(x)}{n_0}$$

Da cui

$$n(x) = n_0 e^{\frac{q\varphi(x)}{kT}}$$

Inoltre dalla relazione $p(x)n(x) = n_i^2$, otteniamo la relazione duale $p(x) = p_0 e^{-q\varphi(x)/kT}$ la inversa $\varphi(x) = -\frac{kT}{q} \ln \frac{p(x)}{p_0}$.

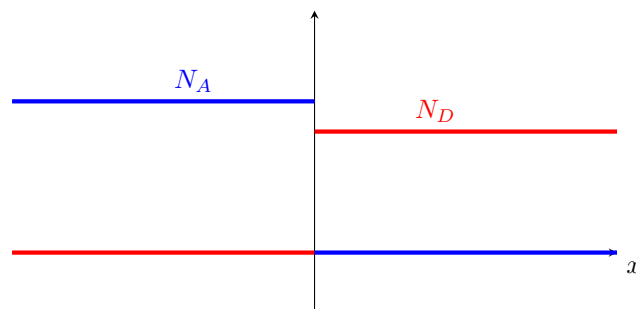
Dalle equazioni di Maxwell, per i materiali uniformi: $\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$

Ragionamento su struttura diversamente drogata

Supponiamo un unico cristallo di semiconduttore, drogato per metà in con atomi accettori, e per metà con atomi donatori. Il materiale prende il nome di giunzione pn.

Studio della struttura all'equilibrio

Supponiamo una differente distribuzione di atomi accettori e donatori. Prendendo quindi come origine il punto intermedio tra le due giunzioni, otteniamo:



Supponiamo che il dispositivo sia abbastanza lungo, da supportare l'ipotesi che dopo una certa distanza, l'effetto della giunzione risulti trascurabile, in modo che sia possibile esprimere le relazioni dei due estremi indipendentemente. Quindi, che esistano due coordinate w_p e w_n , che oltre a quelle coordinate, le due regioni si comportano come regioni uniformemente drogate di tipo p ed n .

Zona neutra p

Per $x < -w_p$, la popolazione di portatori maggioritaria sono le lacune, quindi $p = N_A$ e $n = \frac{n_i^2}{N_A}$

$$\rho = q(N_D - N_A + p - n) \approx 0$$

$$J_p = q\mu_p p E - qD_n \frac{dp}{dx} = 0$$

Essendo la densità di carica pari a 0, e la variazione di atomi portatori nulla, allora necessariamente $E = 0$

Siccome E dipende dalla derivata di φ rispetto ad x allora φ è costante. Prendiamo questo valore, come valore di riferimento, per i successivi φ , quindi $\varphi = 0$.

Zona neutra n

Per $x > w_n$, $n = N_D$ e $p = \frac{n_i^2}{N_D}$. Inoltre $\rho = q(N_D - n) \approx 0$.

$$J_n = q\mu_n n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

Per analogo ragionamento $E = 0$ e φ è costante, calcolabile attraverso la formula

$$\frac{kT}{q} \ln \frac{n(x)}{n_0} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

Indicheremo questo valore con Ψ_B . Siccome i valori di N_D ed N_A sono entrambi molto maggiori di n_i , allora Ψ_B è positiva e molto maggiore di 1. Inoltre siccome dipende dal logaritmo di N_D ed N_A , per variazioni di quest'ultimi è assimilabile ad una costante.

Regione svuotata

Per $-w_p < x < w_n$, ipotizzando che il potenziale sia monotono in questo intervallo, possiamo presupporre che $0 < \varphi(x) < \Psi_B$.

Quindi in tutto l'intervallo $\varphi(x) > 0$, da cui moltiplicando per la quantità positiva $\frac{q}{kT}$, otteniamo

$$p_0 e^{-\frac{q\varphi}{kT}} \ll p_0 = N_A$$

Il cui primo termine è $p(x)$. Analogamente, da ipotesi di funzione monotona, posso dire che $\varphi(x) < \Psi_B$, e moltiplicandola per la stessa quantità positiva $\frac{q}{kT}$ ottengo:

$$n(x) = n_0 e^{\frac{q\varphi(x)}{kT}} \ll n_0 e^{\frac{q\Psi_B}{kT}} = N_D$$

Da cui i valori di n e p sono rappresentati graficamente da valori prossimi a 0.

Regione svuotata e regione di carica

Per $-w_p < x < 0$ La densità di carica non sarà più nulla, ma siccome $p(x) \ll N_A$, $n(x) \ll N_D$, in base all'intervallo in cui mi trovo, per la relazione $\rho = q(N_D - N_A + p - n)$, la densità di carica potrà valere $-qN_A$ o qN_D . Per la relazione di poisson: $\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho}{\epsilon}$. Sostituendo rispettivo valore di ρ ed integrando nei relativi estremi, si ottiene il campo elettrico:

$$E = -\frac{qN_A}{\epsilon}(x + w_p)$$

Nel caso particolare $E(0^-) = \frac{-qN_A w_p}{\epsilon}$

Dalla relazione $E = -\frac{d\phi}{dx}$, integrando sugli estremi si ottiene:

$$\phi(x) = \frac{qN_A}{\epsilon} \frac{(x + w_p)^2}{2}$$

con $\phi(0^-) = \frac{qN_A}{2\epsilon} w_p^2$

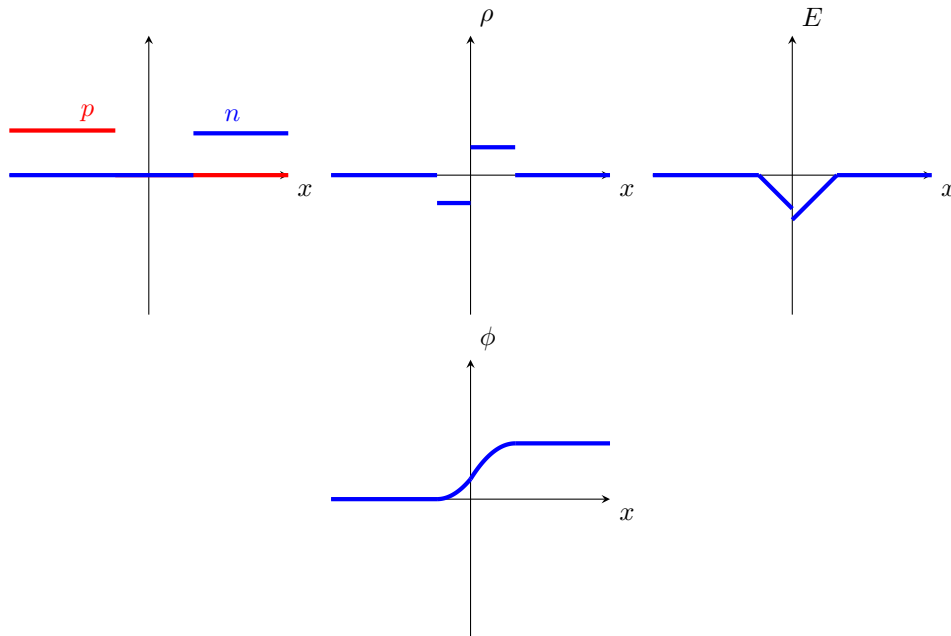
Per $0 < x < w_n$, con analoghi ragionamenti, $\rho = qN_D$ ed il campo elettrico E e potenziale ϕ saranno rispettivamente:

$$E(x) = \frac{qN_D}{\epsilon}(x - w_n)$$

$$E(0^+) = -\frac{qN_D}{\epsilon} w_n$$

$$\phi(x) = \Psi_B - \frac{qN_D}{2\epsilon}(x - w_n)^2$$

$$\psi(0^+) = \Psi_B - \frac{qN_D}{2\epsilon} w_n^2$$



Se è presente una corrente diffusiva, è presente anche una corrente opposta di trascinamento ohmico. La regione $-w_p < x < 0$ è sede di carica negativa fissa, e la controparte $0 < x < w_n$ è ricca di atomi droganti, che avendo donato elettroni per effetto di diffusione, portano una regione di carica positiva fissa.

Le cariche fisse positive e negative, rappresentano un dipolo di carica, e generano un campo elettrico

rivolto verso la regione p. Per sostenere tale campo elettrico è necessaria una differenza di potenziale.

La condizione di equilibrio è raggiungibile in due modi: o sia la componente ohmica e diffusiva sono nulle, o opposte. In particolare lo spostamento di elettroni per diffusione forma un campo elettrico ohmico che all'equilibrio è uguale ed opposto.

Φ_B prende infatti il nome di potenziale di barriera, perché è necessario a sostenere il campo elettrico necessario a bilanciare la diffusione.