



Instituto Politécnico Nacional.

Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería
campus Zacatecas.

Ingeniería en Sistemas Computacionales

Análisis de algoritmos.

Profesor: Roberto Oswaldo Cruz Leija.

Grupo: 3CM1

“PROBLEMA DE LA MOCHILA”

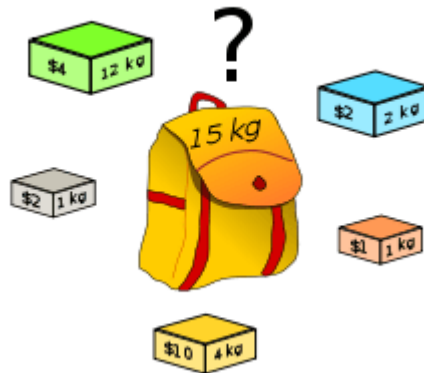
ALUMNA;

Alejandra Monserrath Esparza Ríos.

Zacatecas, Zac., a 07 de noviembre del 2019.

INTRODUCCION.

El problema de la mochila es un problema típico de programación entera que responde a la siguiente situación: imagínese que un ladrón entra a un almacén para substraer una serie de elementos con una única mochila que tiene una capacidad limitada en cuanto al peso que puede contener. Cada objeto que se introduce carga la mochila con más peso, pero a su vez representa un beneficio económico por el valor del mismo. El problema surge cuando se debe elegir qué objetos seleccionar para llevar en la mochila de forma que el beneficio sea máximo.



En otras palabras se tiene una mochila con una cierta capacidad y tiene que elegir los elementos que pondrá en ella. Cada uno de estos elementos tiene su peso y aporta un beneficio. El objetivo es elegir los elementos de tal forma que permitan maximizar el beneficio sin excederse de la capacidad permitida.

HISTORIA.

El problema de la mochila es uno de los 21 problemas NP-completos de Richard Karp, establecidos por el informático teórico en un famoso artículo de 1972. Ha sido intensamente estudiado desde mediados del siglo XX y se hace referencia a él en el año 1897, en un artículo de George Mathews Ballarrrd. Si bien la formulación es más sencilla, su resolución es más compleja. Así la estructura única del problema y el hecho de que se presente como un subproblema de otros problemas más generales, lo convierten en un problema frecuente en la investigación.

CARACTERISTICAS DEL PROBLEMA.

El objetivo del programa es sacar la mejor combinación con mayor beneficio siempre y cuando no supere el peso de la mochila.

METODOLOGIA DE SOLUCION.

Datos a considerar:

- número de objetos entre los que se puede elegir.
- peso del objeto "i" - se refiere el objeto "i"-ésimo que no es más que una forma de hacer referencia a un objeto cualquiera que pueda ser incluido en la mochila -, es

decir, c_i representa el coste de escoger un objeto, en tanto en cuanto va a ocupar un “espacio de la mochila” que dejará fuera otros objetos.

- b_i : utilidad o beneficio que proporciona cada objeto, de nuevo se hace referencia al objeto i -ésimo.
- P : capacidad de la mochila, equivale al presupuesto máximo del que se dispone.

La **restricción** vendrá marcada por la capacidad máxima de la mochila, de tal forma que la suma de todos los objetos multiplicados por el espacio que ocupan en la mochila no podrá exceder dicha capacidad máxima.

Función a maximizar

Tal y como se expresa en la definición, el objetivo de este problema es seleccionar aquellos objetos que introducidos en la mochila nos proporcionan una mayor utilidad. En otras palabras, lo que debemos hacer es maximizar la utilidad de nuestra mochila. Si redefinimos el problema introduciendo los elementos que mencionamos en las líneas precedentes llegaremos a la siguiente formulación:

“El problema de la mochila consiste en llenar una mochila con n objetos. Cada objeto i tiene un peso determinado c_i siempre positivo y una utilidad o valor asociado, también positivo, b_i . Se ha de considerar además que la mochila tiene una capacidad limitada P , por tanto, se han de escoger aquellos objetos x_i que maximicen la utilidad de quien llena la mochila sin exceder su capacidad”.

Ahora procederemos a formular el problema de la mochila:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{i=1}^N b_i x_i \\ & \text{s. a. } x_i \in \{0, 1\} \forall i = 1 \dots N \end{aligned}$$

Ejemplo: una empresa que fabrica lapiceros, “Escribe Bien S.A.” que en el ejercicio económico que se cierra ha obtenido un excedente de 300.000€ (su beneficio neto, una vez descontados los impuestos y retribuidos los fondos propios es de 300.000€), esto le hace replantearse una posible inversión productiva (ampliar la capacidad productiva, ampliar la fábrica, contratar más trabajadores,...) que le permita incrementar su cartera de productos (número de productos que tiene en el mercado). El gerente de la empresa, Don L, reúne a sus asesores financieros y comerciales para que determinen de forma conjunta qué productos serán los escogidos para la ampliación de cartera.

Los asesores comerciales sugieren los siguientes productos, basándose en estudios de mercado que han realizado para estimar la cifra de negocios que cada nuevo producto generará:

- Lápices de colores con un beneficio de 200.000 €, esta cuantía es la que relacionamos con la utilidad que mencionábamos en la definición.
- Gomas de borrar con un beneficio de 100.000 €
- Minas para portaminas con un beneficio de 250.000 €

- Carboncillos con un beneficio de 150.000 €

Por su parte, los asesores financieros han estudiado los costes que implica reformar las instalaciones productivas para poder incrementar la cartera de productos, estos costes se podrían equiparar al volumen que ocupan los objetos dentro de la mochila, por tanto, la suma de estos costes deberá ser menor a la capacidad de la mochila, en este caso, los recursos financieros sobrantes: 300.000€.

- Coste de las instalaciones para fabricar lápices de colores: 75.000 €

- Coste de las instalaciones para fabricar gomas de borrar: 150.000 €

- Coste de las instalaciones para fabricar minas para portaminas: 100.000 €

- Coste de las instalaciones para fabricar carboncillos: 50.000 €

Intuitivamente escogerá fabricar aquel producto que mayores beneficios le dé, si con la inversión en la fabricación de ese nuevo producto no consume los 300.000 € podrá plantearse aumentar aún más su cartera y así sucesivamente mientras le resten recursos.

RESULTADOS.

1)

```
run:
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 30
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 30
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 30
```

BENEFICIO TOTAL: 100

ARTICULOS: 2, PESO = 20, VALOR = 100

BUILD SUCCESSFUL (total time: 0 seconds)

0	0	0	0	0
30	30	30	30	30
30	30	30	30	100
30	30	30	30	100

2)

```
run:
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 70
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 70
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 70
```

BENEFICIO TOTAL: 220

ARTICULOS: 3, PESO = 30, VALOR = 120

ARTICULOS: 2, PESO = 20, VALOR = 100

BUILD SUCCESSFUL (total time: 0 seconds)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
100	100	100	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170
120	120	120	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	190	190	190

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
70	70	70	70	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
70	70	70	70	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	120	120

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170
190	190	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220

CONCLUSIONES

Este tipo de problemas es fundamental ya que serviría para varias áreas como por ejemplo:

- En los sistemas de apoyo a finanzas: para encontrar el mejor equilibrio entre el capital y el rendimiento financiero.
- En la carga del barco o avión: todo el equipaje debe ser llevado, sin ser sobre cargado.
- En el corte de materiales: para minimizar las caídas.

Ya que sirve para tener un equilibrio en lo que se piensa manejar y así no excederse del espacio al que se va acoplar.