
PRÁCTICA 4.

Determinación de la constante dieléctrica en diferentes materiales.



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

HECHO POR:

PAOLA LÓPEZ CASTELO, ALEJANDRO JOSÉ FLORIDO TOMÉ Y AMELIA GÓMEZ BARCO
Grupo 1C

1. INTRODUCCIÓN.

En esta práctica, midiendo distancias entre las placas de un condensador, poniendo distintos dieléctricos (aire, plástico y vidrio) entre ellos, y sometiéndolos a distintos voltajes, podemos hallar la permitividad dieléctrica relativa de los medios empleados.

Los condensadores se usan en ordenadores, teléfonos, bancos de energía portátiles, etc. Se puede apreciar que, sin ellos, no tendríamos mucho de los privilegios tecnológicos de los que hoy en día gozamos.

2. ANÁLISIS DE VARIABLES.

Un diagrama de la práctica es la siguiente:

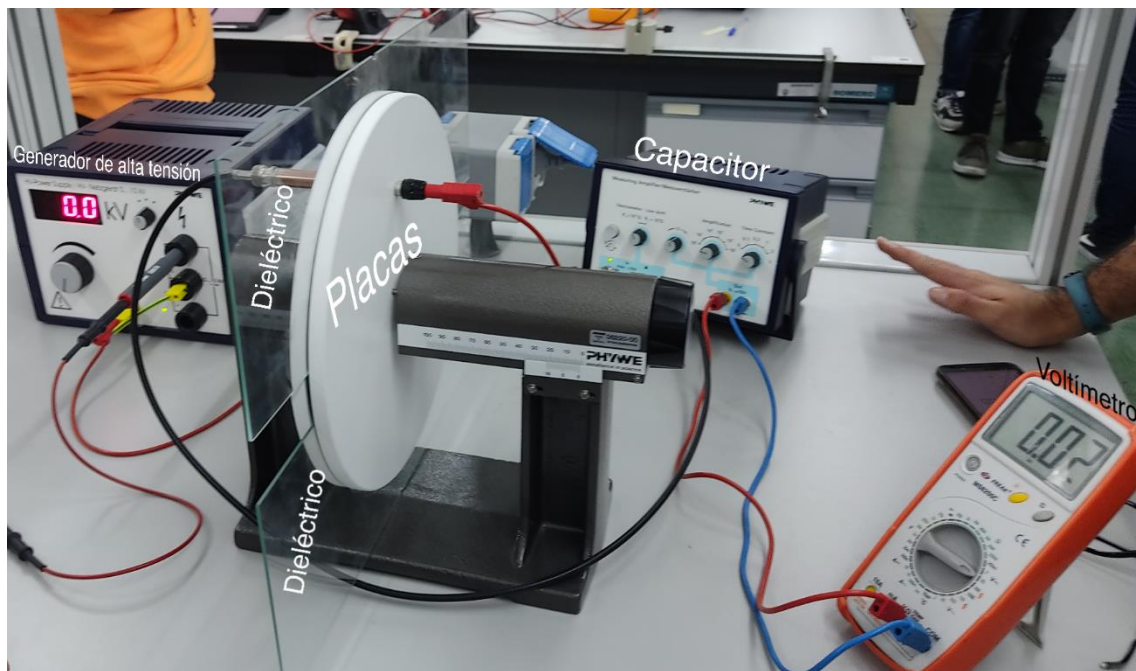


Imagen 1. Foto tomada del montaje experimental.

Como podemos ver, en lo que consiste es en cargar las placas aplicándoles un alto voltaje con ayuda de un suministro (generador) de alta tensión, lo que induce un potencial entre las mismas, que lo mediremos con un voltímetro. Este proceso cargará el dieléctrico y las placas, por lo que, para descargarlas, tendremos que desenchufarlas del suministro de alta tensión, y enchufarlas a un capacitor. Una cosa que hicimos para descargarlos con más rapidez fue sacarlos de entre las placas.

Para el aire (en primer lugar), el plástico y el vidrio, tomamos medidas del potencial que se generaba en los mismos, que variaba su valor debido al voltaje (en específico, serán altos voltajes a lo que nos referiremos en toda la memoria al mencionar el voltaje) que inducíamos entre las placas. Por tanto, el segundo sería una variable independiente ya que era lo que nosotros íbamos variando, y en función de esto, tomábamos la medida de la variable dependiente, el potencial.

Por otro lado, haremos algo similar a lo anterior, de nuevo para el aire, pero esta vez variaremos la distancia entre las placas que conforman el condensador (corresponderá con la variable independiente), y, para cada distancia, tomaremos el potencial entre las placas (que corresponderá con la variable dependiente).

En toda la práctica, tenemos como constantes la capacidad de referencia, cuyo valor viene dado en el guion de prácticas, el radio de las placas (ya que usaremos siempre las mismas), la permitividad dieléctrica del vacío; y, para la primera parte, será constante la distancia entre las placas, mientras que, para la segunda parte, lo será el voltaje al que las sometamos. Todas ellas corresponderán con las variables de control.

3. RESULTADOS.

En este apartado, vamos a comenzar exponiendo los resultados obtenidos en el laboratorio, donde fuimos midiendo, para diferentes situaciones, el potencial entre un capacitor (entre las dos placas colocaremos un dieléctrico) Asociada a cada voltaje U_c que vayamos aplicando:

3.1. AIRE COMO MEDIO DIELECTRICO: VARIANDO EL VOLTAJE.

Tal y como hemos mencionado, tomamos el potencial entre las placas asociado a cada voltaje, donde la distancia entre ellas es $d = 2,00 \pm 0,05$ mm.

Con esto, podemos calcular la carga que hay en el dieléctrico asociada a cada voltaje usando la siguiente ecuación:

$$Q = V_0 \cdot C_{ref} \quad (1)$$

Donde C_{ref} es la capacidad, tal que en la práctica nos dicen que $C_{ref} = 220 \text{ nF} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ F}$ (como es una propiedad de las placas, será la misma en toda la práctica). Por tanto:

$U_c (\pm 100V)$	$V_0 (\pm 0,001V)$	$Q (\pm 0,22 \text{ nC})$
500	0,329	72,38
1000	0,609	133,98
1500	0,763	167,86
2000	1,078	237,16
2500	1,298	285,56
3000	1,544	339,68
3500	1,770	389,40
4000	2,130	468,60

Tabla 1. Medidas del laboratorio usando como dieléctrico el aire.

Ahora, lo que queremos hallar es la constante dieléctrica relativa del aire, para lo que necesitaremos la ecuación que nos relaciona la carga con el voltaje (2) y la del parámetro que queremos calcular (4):

$$Q = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U_c \quad (2)$$

Donde A es el área de las placas (como tiene forma circular, vendrá dada por $A = \pi r^2$, con r el radio de estas (en toda la práctica, $r = 13,0 \pm 0,1 \text{ cm}$), y ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, de valor $\epsilon_0 = (8,8542 \pm 0,0001) \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. Lo que haremos será una regresión lineal de la ecuación (2) y con los datos de la tabla 1, donde la pendiente corresponderá con:

$$m = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \quad (3)$$

Si despejamos de la ecuación anterior ϵ_r , obtendremos la fórmula necesaria para calcularla:

$$\epsilon_r = \frac{m \cdot d}{\epsilon_0 \cdot A} \quad (4)$$

Así, si representamos la regresión mencionada (para el valor de la constante (ordenada) como 0, ya que, en la fórmula (2) no hay un sumando extra):

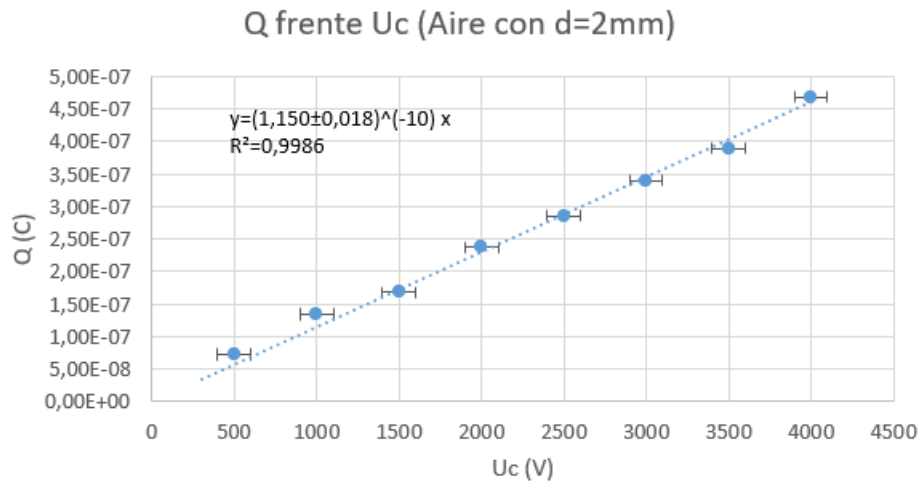


Figura 1. Representación de la carga frente al voltaje para el aire.

Tal y como se ve en la figura, el valor de la pendiente es de $m_1 = (1,150 \pm 0,018) \cdot 10^{-10} \frac{C}{V}$ (debe tener esas unidades para que se cumpla la igualdad (2)) (recordad que las unidades del faradio son $F = \frac{C}{V}$).

Con el valor de la pendiente, podemos hallar la permitividad dieléctrica relativa del aire sustituyendo en la ecuación (4) todo lo que conocemos:

$$\epsilon_{r-aire} = \frac{(1,150 \cdot 10^{-10} F) \cdot (0,002 m)}{(8,8542 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 m^2)} = 0,489 \pm 0,013$$

3.2. AIRE COMO DIELECTRICO: VARIANDO LA DISTANCIA.

Haremos un razonamiento análogo al del apartado anterior, pero esta vez, en vez de variar el voltaje, que lo mantendremos a un valor constante de $U_c = 1500 \pm 100 V$, variaremos la distancia entre las placas. Lo que tomamos fue, para cada distancia, el potencial entre las placas, con lo que podemos calcular las cargas entre las mismas con ayuda de la ecuación (1).

Teniendo en cuenta lo anterior mencionado, la pendiente que tendremos esta vez a la hora de la regresión de la ecuación (2) será distinta:

$$m' = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot A \cdot U_c \quad (5)$$

Y nuestra variable 'x' será $1/d$, que lo representaremos en la siguiente tabla.

Por tanto, despejando de la ecuación (5), tendremos una nueva fórmula para este caso para ϵ_r :

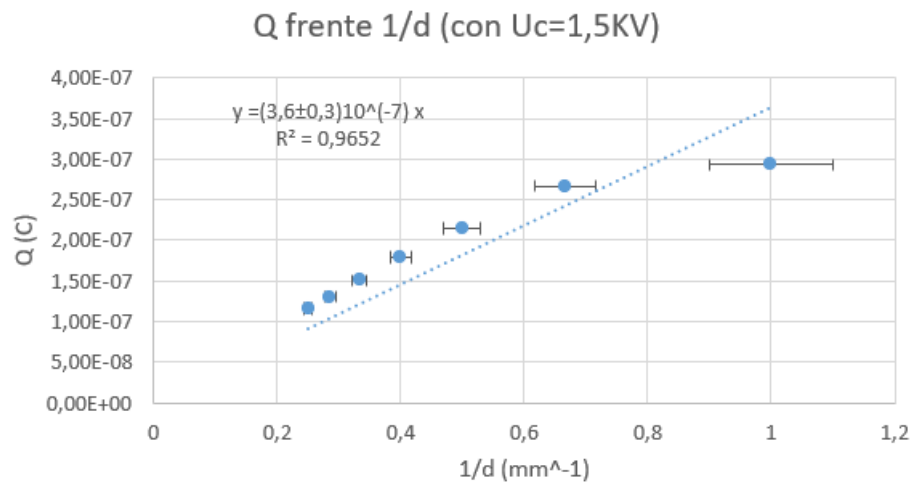
$$\epsilon_r = \frac{m'}{\epsilon_0 \cdot A \cdot U_c} \quad (6)$$

Representemos todo lo anterior en una tabla:

$d (\pm 0,05 \text{ mm})$	$1/d (1/\text{mm})$	$V_0 (\pm 0,001 \text{ V})$	$Q (\pm 0,22 \text{ nC})$
1,00	$1,00 \pm 0,05$	1,331	292,82
1,50	$0,667 \pm 0,023$	1,212	266,64
2,00	$0,500 \pm 0,013$	0,976	214,72
2,50	$0,400 \pm 0,008$	0,814	179,08
3,00	$0,333 \pm 0,006$	0,687	151,14
3,50	$0,286 \pm 0,005$	0,591	130,02
4,00	$0,250 \pm 0,004$	0,527	115,94

Tabla 2. Valores de la carga para distintas distancias entre las placas.

Si representamos el valor de la carga frente a $1/d$:



Gráfica 2. Representación de la carga frente a $1/d$ para el aire.

La pendiente, en este caso, tiene un valor de $m' = (3,6 \pm 0,3) \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot \text{mm}$ (tiene estas unidades para que se verifique la ecuación (2)), así que, sustituyendo en la ecuación (6), obtendremos el valor experimental de la permitividad dieléctrica relativa del aire:

$$\varepsilon'_{r-\text{aire}} = \frac{3,6 \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot 10^{-3} \text{ m}}{(8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 \text{ m}^2) \cdot (1500 \text{ V})} = 0,51 \pm 0,05$$

3.3. PLÁSTICO Y VIDRIO COMO DIELECTRICOS.

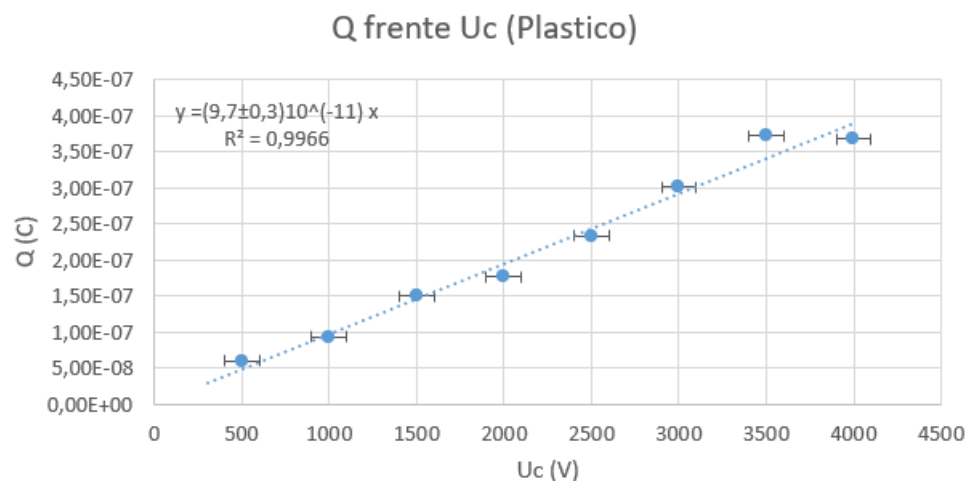
Para este apartado, haremos lo mismo que en el 3.1., ya que en el laboratorio hemos ido tomando distintos potenciales asociados a cada voltaje, pero en vez de usar el aire en medio de las placas, usaremos un plástico y un vidrio.

En primer lugar, para el plástico, tomamos en el laboratorio (la carga lo calcularemos con la ecuación (1)):

$U_c (\pm 100V)$	$V_0 (\pm 0,001V)$	$Q (\pm 0,22 \text{ nC})$
500	0,273	60,06
1000	0,425	93,50
1500	0,683	150,26
2000	0,804	176,88
2500	1,061	233,42
3000	1,366	300,52
3500	1,692	372,24
4000	1,669	367,18

Tabla 3. Medidas del laboratorio usando como dieléctrico un plástico.

Si representamos la carga frente al voltaje:



Gráfica 3. Representación de la carga frente al voltaje para el plástico.

Donde podemos ver que la pendiente es $m_{pla} = (9,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-11} F$, por lo que, sustituyendo en la ecuación (4) (en este caso, la distancia entre las placas es de $d = 9,6 \pm 0,1 \text{ mm}$), obtendremos:

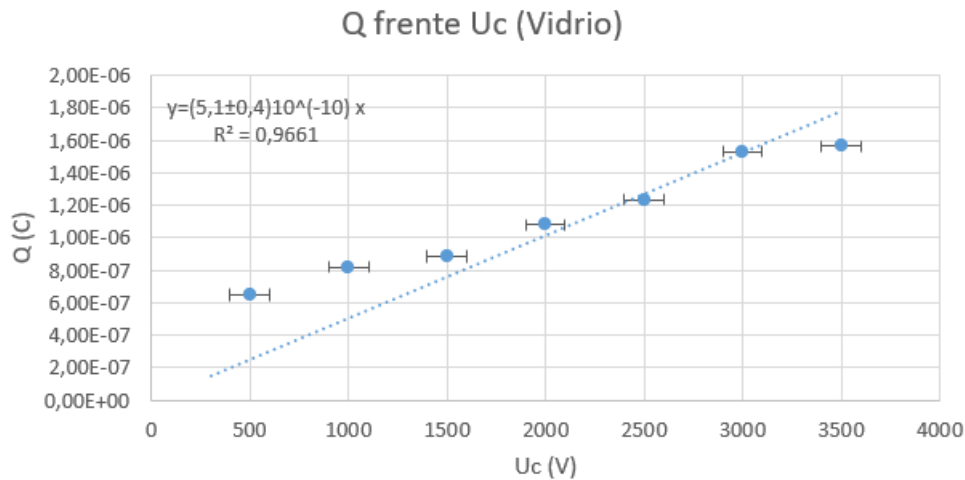
$$\epsilon_{r-pla} = \frac{9,7 \cdot 10^{-11} F \cdot (0,0096 \text{ m})}{(8,8542 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 \text{ m}^2)} = 1,98 \pm 0,07$$

Por último, para el vidrio haremos lo mismo. Los datos del laboratorio son:

$U_c (\pm 100V)$	$V_0 (\pm 0,01V)$	$Q (\pm 0,22 \text{ nC})$
500	2,95	649,00
1000	3,73	820,60
1500	4,03	886,60
2000	4,92	1082,40
2500	5,62	1236,40
3000	6,95	1529,00
3500	7,120	1566,40
4000	10,63	2338,60

Tabla 4. Medidas del laboratorio usando como dieléctrico un vidrio.

Si lo representamos:



Gráfica 4. Representación de la carga frente al voltaje para el vidrio.

Cuya pendiente es $m_{vid} = (5,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-10} F$, con la que podemos hallar (en este caso, la distancia entre las placas es $d = 1,9 \pm 0,1 \text{ mm}$):

$$\epsilon_{r-vid} = \frac{5,1 \cdot 10^{-10} F \cdot (0,0019 \text{ m})}{(8,8542 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 \text{ m}^2)} = 2,06 \pm 0,17$$

4. CONCLUSIÓN.

Con todos los cálculos realizados, analicemos a que hemos llegado.

En primer lugar, para el aire, hemos obtenido que los valores de la permitividad dieléctrica relativa del aire son:

- Si variábamos la tensión: $\epsilon_{r-aire} = 0,489 \pm 0,013$ (error relativo del 2,66%).
- Si variábamos la distancia: $\epsilon'_{r-aire} = 0,51 \pm 0,05$ (error relativo del 9,8%).

Podemos apreciar que, a la hora de variar las distancias, tuvimos un mayor error que cuando variamos la tensión, cosa que se puede deber a que no hayamos tenido tanta precisión porque era bastante más sencillo variar la tensión que la distancia.

A pesar de ello, ambos valores nos dan bastante parecidos; si tenemos en cuenta los errores, podrían ser prácticamente iguales.

En cambio, teóricamente, tiene un valor de $\varepsilon_{r-aire}^{teorico} = 1,0006$ (valor dado en el guión de prácticas).

Se puede apreciar que los valores teóricos y experimentales no tienen parecido; de hecho, parece que el valor experimental es, más o menos, la mitad del teórico.

Vamos a evaluar las permitividades dieléctricas del plástico y del vidrio, para ver los fallos globalmente, y así comentar cuáles han sido las posibles fuentes de error.

Ahora, continuemos con el plástico:

- Valor experimental: $\varepsilon_{r-pla} = 1,98 \pm 0,07$ (error relativo del 3,54%).
- Valor teórico: $\varepsilon_{r-pla}^{teorico} \approx 3$

Y, para el vidrio:

- Valor experimental: $\varepsilon_{r-vid} = 2,06 \pm 0,17$ (error relativo del 8,25%).
- Valor teórico: $\varepsilon_{r-vid} \approx 3,8 - 14,5$

Podemos apreciar que, tanto para el vidrio como para el aire, el valor experimental es la mitad del teórico, mientras que en el plástico es más de la mitad.

Además, los errores relativos más alarmantes son los del valor experimental del aire cuando variamos la distancia, y el del vidrio. En el vidrio, conforme lo íbamos cargando, nos costaba más tiempo descargarlo, dificultando la realización de la práctica y el asegurarnos que la medida estaba tomada con una referencia nula ya que, si no teníamos el dedo pulsado para descargarlo, se cargaba sólo (seguramente a que se quedará una carga residual que cada vez costaba más hacer que desapareciera). De hecho, para intentar descargar el vidrio más rápido, tras cada medida, lo sacábamos de entre las placas.

A pesar de ello, el resultado no es correcto, ya que se diferencia bastante del mínimo valor teórico; cosa que ocurre tanto para el vidrio, plástico y aire.

Esto se puede deber a lo recién mencionado: la dificultad de descargar los dieléctricos (que creemos que ha sido la principal razón). De todas maneras, hay otros factores, y se puede deber al material con el que trabajamos.

Para ver si se puede deber a ello, hemos decidido plasmar, en el Anexo I, un cálculo de la capacidad experimental, a partir del valor teórico de la permitividad dieléctrica relativa del aire. Con esto en cuenta (ver Anexo I), hemos obtenido un valor de $C_{ref}^{exp} = 449 \pm 13 \text{ nF}$ (el doble del valor con el que hemos hecho la práctica, de 220 nF), con el que podemos calcular los siguientes valores de las permitividades dieléctricas relativas para el plástico y el vidrio:

- Para el plástico: $\varepsilon'_{r-pla} = 4,04 \pm 0,13$ (error relativo del 3,22%).
- Para el vidrio: $\varepsilon'_{r-vid} = 4,2 \pm 0,4$ (error relativo del 9,52%).

Con este cálculo, se puede apreciar que hemos obtenido un poco más del doble respecto del cálculo original (resultado lógico ya que hemos obtenido una capacidad unas $\frac{449}{220} = 2,04$ veces mayor, y podemos ver que, para el plástico, $\frac{4,04}{1,98} = 2,04$, y, para el vidrio, $\frac{4,2}{2,06} = 2,04$; todas tienen el mismo factor de proporcionalidad).

Este ajuste que hemos realizado es válido para el vidrio, ya que, ahora, sí hemos obtenido una permitividad dieléctrica relativa de la misma dentro del margen del que sería el valor teórico; es decir, coinciden lo experimental y teórico.

Sin embargo, no es válido tampoco para el plástico, ya que debería de ser 3, y nos sale una unidad mayor, mientras que con el cálculo original nos sale de una unidad menor.

Por tanto, podemos concluir que, para un valor de la capacidad de 220 nF, no hemos obtenido ningún resultado válido, mientras que, si tiene un valor de 449 nF, obtendremos dos permitividades válidas: la del aire y la del vidrio. Es curioso como todas las regresiones tienen un coeficiente de correlación bastante cercano a 1, aunque es verdad que, el vidrio es el más problemático, en el que, si nos fijamos en las gráficas 4 y 7, si vamos quitando puntos, la regresión se irá haciendo más lineal poco a poco, y aumentando su pendiente, lo que lo acercaría a un valor experimental más cercano al teórico de ϵ_r .

Pasa algo análogo si quitamos el punto más a la derecha de la gráfica 2, que, si lo quitamos ya que no tiene la misma tendencia lineal que el resto de los puntos, obtendríamos un valor más cercano al teórico para el aire (ver Anexo II) de $0,60 \pm 0,08$, que sigue siendo menor que 1,00051, pero es más cercano.

Con todos los análisis hechos, podemos observar que la práctica no da resultados iguales a los teóricos seguramente a fallas de esta, incluyendo los que hemos inducido nosotros a la hora de no descargar con el tiempo suficiente (sería mucho) los distintos dieléctricos empleados (sobre todo con el vidrio, que por ello tiene unos errores relativos tan elevados), y necesitaríamos más tiempo para obtener mejores resultados, y un nuevo instrumental.

5. ANEXO I.

En este apartado, a partir de los datos tomados en el laboratorio, y del valor teórico de la permitividad dieléctrica relativa del aire, vamos a calcular C_{ref}^{exp} ; y con dicho valor, calcularemos las permitividades dieléctricas relativas del plástico y del vidrio.

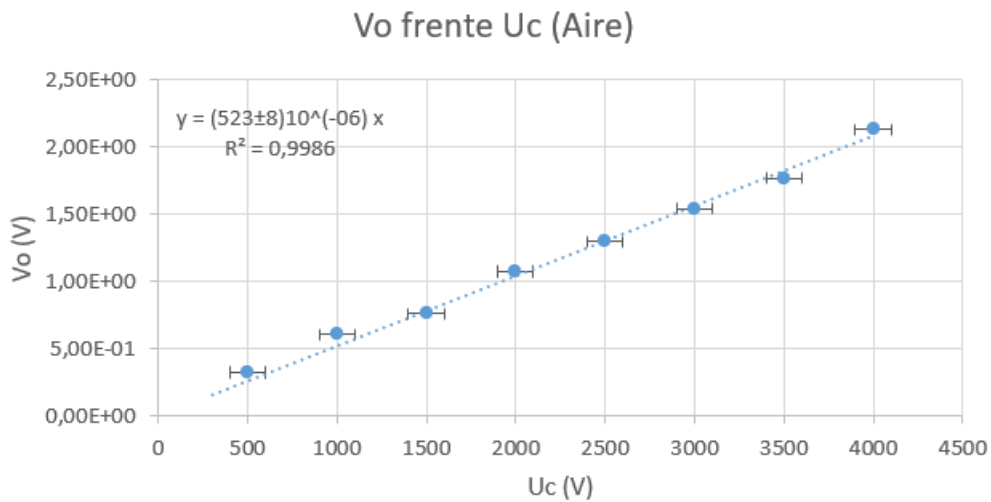
En este caso, vamos a tomar un valor de $\varepsilon_{r-aire}^{teo} = 1,00051 \pm 0,00001$; y, con esto, igualaremos las ecuaciones (1) y (2):

$$V_0 \cdot C_{ref}^{exp} = \varepsilon_{r-aire}^{teo} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U_c$$

Despejando de la siguiente manera:

$$V_0 = \varepsilon_{r-aire}^{teo} \cdot \frac{\varepsilon_0}{C_{ref}^{exp}} \cdot \frac{A}{d} \cdot U_c \quad (7)$$

Por lo que, para el aire en el caso en el que variamos el voltaje, si representamos el potencial frente al voltaje, la pendiente ($m'' = \varepsilon_{r-aire}^{teo} \cdot \frac{\varepsilon_0}{C_{ref}^{exp}} \cdot \frac{A}{d}$) será inversamente proporcional a lo que queremos hallar (ya que el resto de las incógnitas que aparecen en ella son conocidas):



Gráfica 5. Representación de V_0 frente a U_c en el aire.

Podemos apreciar que la pendiente será:

$$m'' = \varepsilon_{r-aire}^{teo} \cdot \frac{\varepsilon_0}{C_{ref}^{exp}} \cdot \frac{A}{d} = (523 \pm 8) \cdot 10^{-6}$$

Si despejamos de la ecuación anterior lo que queremos calcular, y sustituimos los datos conocidos, obtendremos su valor:

$$C_{ref}^{exp} = 1,00051 \cdot \frac{8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}}{523 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{\pi \cdot 0,13^2 m^2}{0,002 m} = 449 \pm 13 nF$$

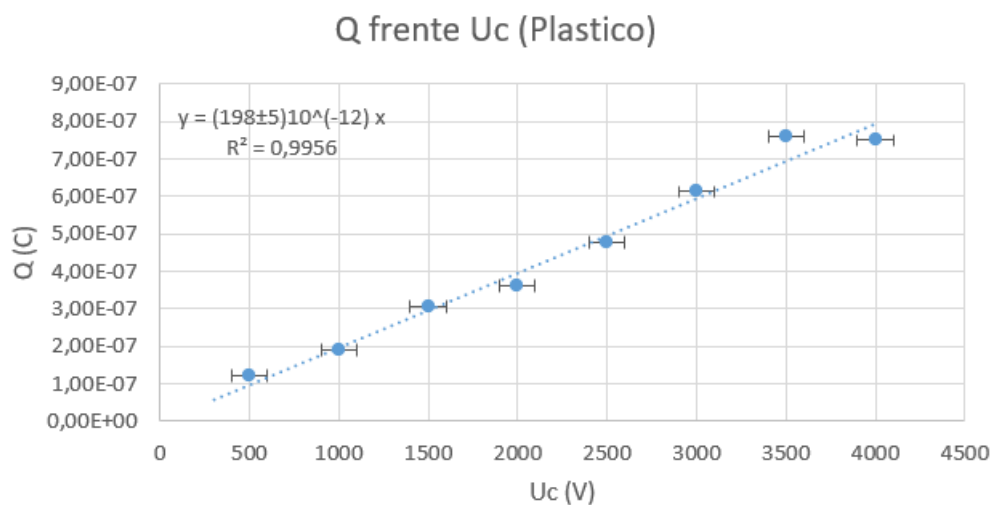
Por tanto, con dicho valor podemos recalcular las permitividades dieléctricas relativas del plástico y vidrio tal y como hicimos en el apartado 3.2.

Para ello, tendremos que volver a calcular Q con ayuda de la fórmula (1), conque si representamos los valores en una tabla:

$U_c (\pm 100V)$	$V_0 (\pm 0,001V)$	$Q (\pm 0,5 \text{ nC})$
500	0,273	122,6
1000	0,425	190,8
1500	0,683	306,7
2000	0,804	361,0
2500	1,061	476,4
3000	1,366	613,3
3500	1,692	759,7
4000	1,669	749,4

Tabla 5. Medidas del laboratorio usando como dieléctrico un plástico, para un valor de C_{ref}^{exp} experimental.

Si representamos la carga frente al voltaje:



Gráfica 6. Representación de la carga frente al voltaje para C_{ref}^{exp} (plástico).

Donde la pendiente es $m'_{pla} = (198 \pm 5) \cdot 10^{-12} F$, por lo que, sustituyendo en la ecuación (4) (en este caso, la distancia entre las placas es de $d = 9,6 \pm 0,1 \text{ mm}$), obtendremos:

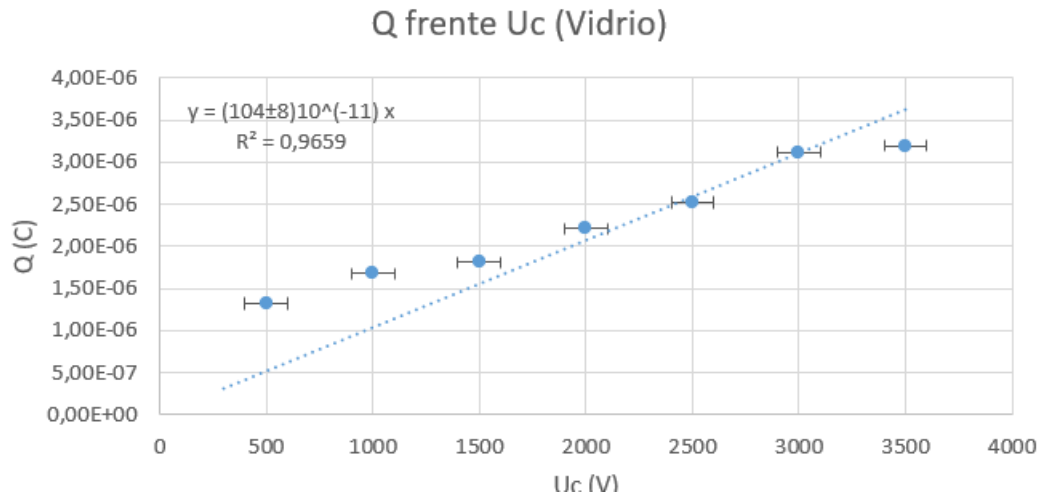
$$\epsilon'_{r-pla} = \frac{198 \cdot 10^{-12} F \cdot (0,0096 \text{ m})}{(8,8542 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 \text{ m}^2)} = 4,04 \pm 0,13$$

Haciendo lo mismo para el vidrio, la tabla será:

$U_c (\pm 100V)$	$V_0 (\pm 0,01V)$	$Q (\pm 0,5 \text{ nC})$
500	2,95	1324,6E
1000	3,73	1674,8
1500	4,03	1809,5
2000	4,92	2209,1
2500	5,62	2523,4
3000	6,95	3120,6
3500	7,12	3196,9
4000	10,63	4772,9

Tabla 6. Medidas del laboratorio usando como dieléctrico un vidrio, para un valor de C_{ref}^{exp} experimental.

Representado Q frente a U_c (el último punto no lo hemos tenido en cuenta porque es un dato erróneo, ya que, para ese valor del potencial, las medidas dejaban de ser correctas):



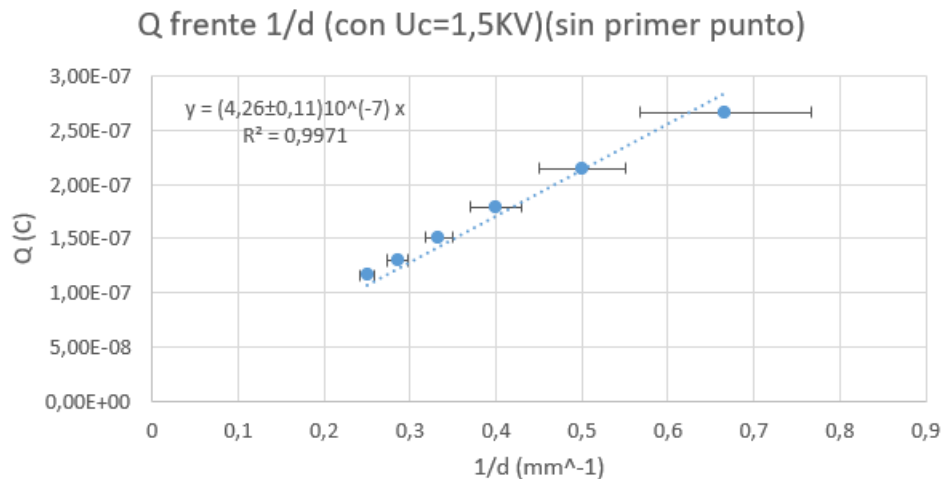
Gráfica 7. Representación de la carga frente al voltaje para C_{ref}^{exp} (vidrio).

Donde la pendiente es $m'_{vid} = (104 \pm 8) \cdot 10^{-11} F$, por lo que, sustituyendo en la ecuación (4) (en este caso, la distancia entre las placas es de $d = 1,9 \pm 0,1$ mm), obtendremos:

$$\epsilon'_{r-vid} = \frac{104 \cdot 10^{-11} F \cdot (0,0019 m)}{(8,8542 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 m^2)} = 4,2 \pm 0,4$$

6. ANEXO II.

En el apartado 3.2., si representamos la gráfica 2 pero sin el punto problemático:



Gráfica 8. Representación de la carga frente a $1/d$ para el aire si quitamos el primer punto.

Donde vemos que la pendiente es $m'' = (4,26 \pm 0,11) \cdot 10^{-7} C \cdot mm$. Así que, sustituyendo en la ecuación (6), obtendremos el valor experimental de la permitividad dieléctrica relativa del aire:

$$\epsilon''_{r-aire} = \frac{4,26 \cdot 10^{-7} C \cdot 10^{-3} m}{(8,8542 \cdot 10^{-12} F/m) \cdot (\pi \cdot 0,13^2 m^2) \cdot (1500 V)} = 0,60 \pm 0,08$$