

Máster en Física Avanzada

Especialidad Astrofísica



Estancia de Investigación

Searches for boson stars in gravitational-wave
data

Alejandro José Florido Tomé
afloto@alumni.uv.es

Tutores: Prof. Paolo Pani, paolo.pani@uniroma1.it
Dr. Massimo Vaglio, massimo.vaglio@uniroma1.it

Curso académico 2023/24

1. Introducción

Durante 2 meses, he estado colaborando con el grupo de investigación 'Gravity theory and gravitational wave phenomenology' [13] de la Universidad de Roma La Sapienza, ubicada en la misma ciudad, junto al Dr. Massimo Vaglio y el Prof. Paolo Pani.

Este grupo se dedica al estudio de las ondas gravitacionales, tanto de forma teórica como práctica, habiendo muchos campos que abarcan, y de un prestigio mundial. De hecho, los miércoles de cada semana teníamos una reunión, donde el ponente era o del mismo grupo, o un invitado de cualquier otra universidad o asociación tal como el CERN [7].

En mi caso, lo que estuvimos estudiando es si es posible la formación de estrellas de bosones para un potencial concreto, basándonos en unos artículos de ellos dos [15], [9], [16], y siguiendo de cerca la tesis del Dr. Vaglio [14].

Mi trabajo consistió en las primeras semanas, en formarme y meterme de lleno en este mundo de forma teórica, entendiendo y comprendiendo toda la física detrás de estos objetos, para después pasar a las simulaciones. Estas se realizaron con el lenguaje de programación 'Wolfram Mathematica' [6]. Honestamente, fue mi primera vez con él, siempre había trabajado con 'Python' [10], y al comienzo fue un poco complejo para mí, lo típico al comenzar con un lenguaje de programación. Con el tiempo, me fui adaptando a él, comprendiendo mejor con los comandos y que era lo que me quería transmitir el Dr. Vaglio con sus códigos. Una vez comprendidos, mi finalidad era adaptarlos, ya que él los usaba para un potencial concreto, y usarlo para el de interés. Adaptar el código y el formalismo, los reescalamientos, e intentar obtener los resultados que queríamos, solía llevar mucho tiempo para mi portátil, el cuál no es el mejor del mundo, pero a pesar de ello, comencé a obtener resultados, algunos interesantes y otros no tantos, con los que podíamos seguir dando pasos hacia nuevos notebooks de 'Wolfram Mathematica' que él había desarrollado para ir generalizando más y más.

Este lenguaje lo conseguí gracias a las licencias con las que cuenta la Universidad de Valencia, lo que me ha permitido usarlo durante mi estancia, mientras el material utilizado ha sido proporcionado totalmente por el Dr. Vaglio.

2. Desarrollo

Las estrellas de bosones son objetos autogravitantes acoplados a un campo escalar complejo, regidas por las ecuaciones de Einstein y de Klein-Gordan [5]. La diferencia entre los distintos tipos se debe a las diversas formas que puede tomar el potencial, al igual que nos podemos encontrar ante distintos tipos de estrellas de neutrones en función de la ecuación de estado [8], que varían el perfil de la relación masa-radio (en la Figura 7 de Özel y Freire (2016) [8] se puede ver dicho perfil para una gran variedad de ecuaciones de estado).

El potencial que se estudia tiene la siguiente forma:

$$V = \frac{1}{2}m^2|\phi|^2 + \frac{\lambda}{3}|\phi|^6, \quad (1)$$

destacando por tener un término de masas, y uno de auto interacción proporcional a un potencial elevado a la sexta. Hace ya casi 30 años se comenzó a estudiar un potencial a la cuarta [2], el cuál ha sido estudiado ampliamente desde entonces [3], [11], [12], [4].

2.1. Objetivos y fundamento teórico

Nuestras simulaciones son para casos estáticos, no dinámicos, y por ello buscamos soluciones que se encuentren en el estado fundamental (es un razonamiento análogo al de los átomos), que son en principio estables en el tiempo. Si nos encontrábamos ante una solución en un estado excitado, sabemos que con el tiempo acabará decayendo al estado fundamental, o colapsará a

un agujero negro, o se dispersará [5], que son casos dinámicos, por lo que los descartamos para nuestro estudio.

Según nuestro código, y gracias a lo que sabemos de las estrellas de bosones [1], se encontrará en el estado fundamental cuando el perfil radial del campo escalar no corte ninguna vez al eje x : es decir, que no adopte valores negativos, porque si no, tendríamos nodos, y serían estados excitados.

Encontrarlos numéricamente puede llegar a ser complicado, ya que hay que ir cambiando los valores del campo central, $\phi(r=0)$, e incluso el valor de λ , para ir teniendo casos diversos. Un ejemplo de un estado fundamental y de un estado excitado lo podemos ver en la Fig. 1.

El primer 'notebook' de Wolfram Mathematica consistirá entonces en encontrar soluciones estables sin ninguna aproximación, resolviendo la ecuación de Einstein y la de Klein-Gordon [16]:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{|-g|}} \left(\sqrt{|-g|} g^{\mu\nu} \phi_{,\mu} \right)_{,\nu} = \frac{dV}{d|\phi|^2} \phi, \quad (3)$$

donde g es el determinante de nuestra métrica, el potencial será el dado en la ecuación (1), y $T_{\mu\nu}$ el tensor energía-impulso del sistema:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(\phi_{,\mu}^* \phi_{,\nu} + \phi_{,\mu} \phi_{,\nu}^* \right) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left[g^{\alpha\beta} \phi_{,\alpha}^* \phi_{,\beta} + V(|\phi|^2) \right]. \quad (4)$$

La métrica que describe al sistema es:

$$ds^2 = -e^{\nu[r]} dt^2 + e^{u[r]} dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad (5)$$

Partimos de una configuración inicial con simetría esférica, considerando el ansatz armónico, $\phi = \phi_0(r) e^{i\omega t}$. Resolvemos las ecuaciones con el código, y usamos un reescalamiento de las coordenadas análogo al que viene detallado en el apartado II B de Vaglio (2022) [16]. La ventaja de hacer esto último es remover de nuestras ecuaciones m y λ , simplificándolas.

2.2. Reescalamiento de las variables

Vale la pena explicar esto del reescalamiento, ya que me pareció algo que se puede tomar de distintas maneras, y es mejor dejarlo claro para un futuro que convenio se usó. Lo que se quiere al final es tener los dos términos de la ecuación (1) adimensionales. Para ello, primero sacamos factor común el primer término:

$$V = m^2 |\phi|^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{3m^2} |\phi|^4 \right), \quad (6)$$

por lo que podemos hacer el reescalamiento:

$$\bar{\phi} = \left(\frac{\lambda}{m^2} \right)^{1/4} \phi \quad (7)$$

para un obtener un campo sin dimensiones. Por ende, podemos reescribir el potencial simplemente sustituyendo en (6), obteniendo el mismo en función del campo adimensional recién definido en (7):

$$V = m^2 \left(\frac{m^2}{\lambda} \right)^{1/2} |\bar{\phi}|^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} |\bar{\phi}|^4 \right) = \frac{m^3}{\lambda^{1/2}} |\bar{\phi}|^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} |\bar{\phi}|^4 \right). \quad (8)$$

Como las ecuaciones (1) y (8) tienen las mismas unidades, significa que las unidades de $[m]^2 = [m^3/\lambda^{1/2}]$. Teniendo en cuenta que en unidades geométricas, $[m] = [mass]^{-1}$, podemos definir una masa en función de las variables presentes en el potencial, $M_B = \lambda^{1/4}/m^{3/2}$. Gracias a esta masa recién definida, es posible adimensionalizar las variables que aparecerán en las ecuaciones que resolveremos, tales como $\bar{t} = t/M_B$, $\bar{r} = r/M_B$ y $\bar{\omega} = \omega M_B$.

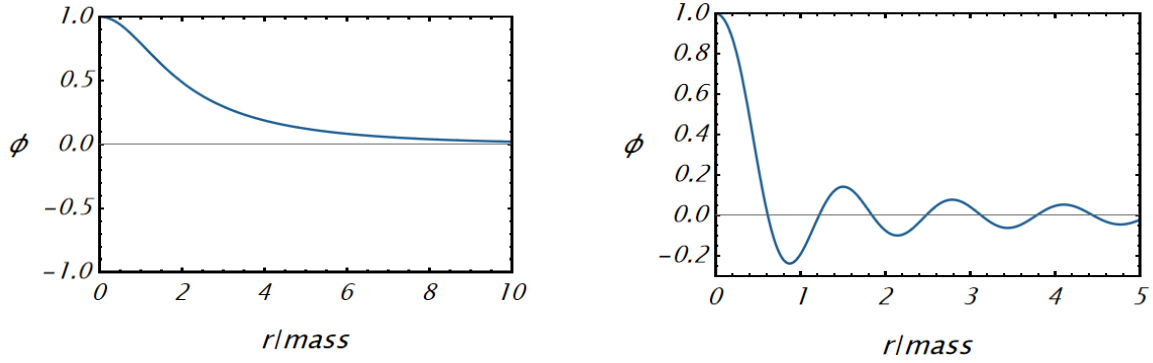


Figura 1: Izquierda: estrella de bosones descrito por un potencial con un término a la sexta en el estado fundamental (0 nodos) con $\omega/m = 0,866$, $\phi(0) = 1$ y $\lambda = 1000$. Derecha: otra estrella en un estado excitado con $\phi(0) = 1$ y $\lambda = 10^6$.

3. Resultados

A pesar de llevar un gran esfuerzo para mi portátil, y a base de prueba y error, donde iba cambiando los valores de λ (que aunque desaparezcan de las ecuaciones, no implica que las variables no dependan de ella, como acabamos de ver en el apartado anterior) y $\phi_0(r=0)$, logré obtener las soluciones que buscábamos.

Con soluciones que correspondían con estados fundamentales de estos objetos, nuestro siguiente paso era describir la rotación de los mismos. Esto no nos plantemos exactamente hacerlo, ¿por qué? Si nos proponemos describir toda la física detrás de estos objetos sin hacer ninguna aproximación, las simulaciones serían de gran costo. Sólo hay que ver como resolver las ecuaciones de manera exacta para el caso de la simetría esférica sin rotación ya nos llevó tiempo. Sería un esfuerzo y costo computacional innecesario hacerlo para el caso rotatorio.

Entonces, decidimos ver si nuestro potencial tiene un comportamiento análogo al que tiene un término $\lambda\phi^4$, para distinguir dos regiones en las estrellas de bosones como se hizo en [2]. Se distinguen una región lejana donde el campo decrece exponencialmente (cosa que es verdad, tal y como se ve en la Fig. 1), y otra interior donde la amplitud adopta grandes valores, y donde casi toda la masa del objeto se encuentra localizada. Es decir, a largas distancias, podemos suponer que el campo es nulo, y a cortas distancias, que la derivada radial es nula.

Estuvimos haciendo varias pruebas, tal y como se ve en la Fig. 2. De ellas intuimos que, para valores extremadamente grandes de λ , ambos métodos pudieran dar resultados casi iguales, ya que para $\lambda = 5000$, ambas curvas se asemejan más que en el caso de $\lambda = 3000$. Para ello, intentamos tomar $\lambda = 10^6$.

Intenté obtener las soluciones para este valor de λ , pero un orden tan alto no lo podía compilar mi ordenador: intentaba realizar los cálculos, sin éxito alguno. Pero Massimo sí fue capaz de obtenerlas con su ordenador propio, y obtuvo lo que se puede apreciar en la Fig. 3. Gracias a lo que podemos apreciar en ella, podemos confirmar como a muy grandes valores de λ , efectivamente el modelo aproximado se ajusta bastante bien al modelo completo, cosa que nos podrá simplificar mucho la continuación del proyecto para el estudio del caso rotatorio.

Al final, la continuación del trabajo sería estudiar la estructura multipolar de nuestras estrellas de bosones rotatorias, siguiendo de cerca [16]. Es algo que ya se realizó con un potencial con un término de auto-interacción de la forma $|\phi|^4$, y que parece que para $|\phi|^6$ podríamos hacer.

El siguiente paso en nuestro estudio, que parece que continuaremos aunque haya acabado la estancia de investigación, es primero comparar la curva de masas para ambos modelos, e incluso comparar las soluciones de $\gamma|\phi|^4$ y $\lambda|\phi|^6$, teniendo en cuenta que, debido a como hemos reescalado las variables en nuestro estudio y en el ya seguido anteriormente por Massimo, las variables se relacionan en principio como $\gamma = \sqrt{\lambda}$.

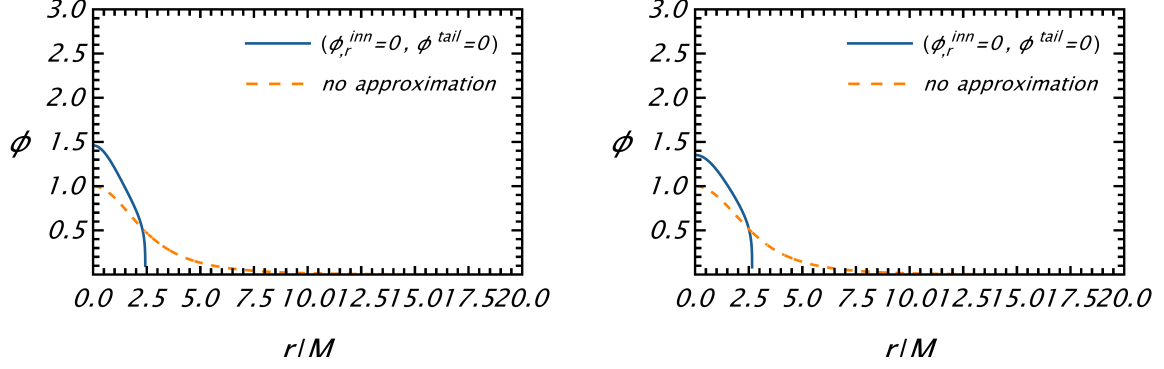


Figura 2: Izquierda: estrella de bosones descrito por un potencial con un término a la sexta en el estado fundamental (0 nodos) con $\omega/m = 0,834$, $\phi(0) = 1$ y $\lambda = 3000$. Derecha: otra estrella análoga, pero con $\omega/m = 0,840$ $\lambda = 5000$.

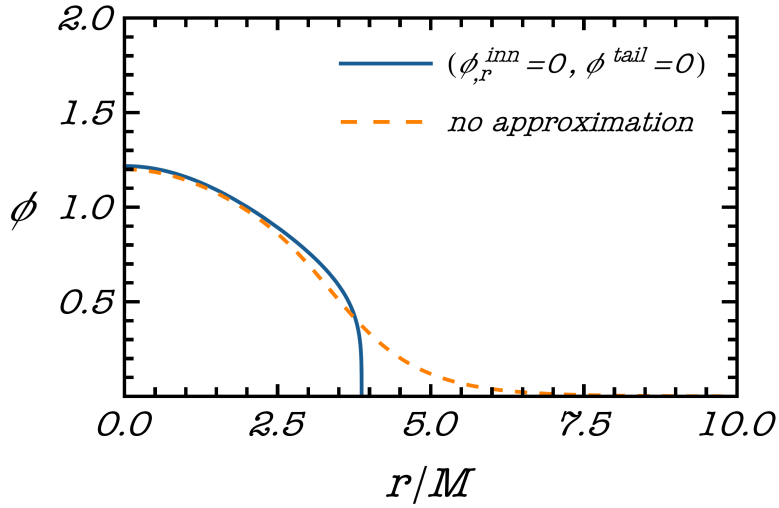


Figura 3: Estrella de bosones con $\omega/m = 0,754$, $\phi(0) = 1,2$, $\lambda = 10^6$ y $masa = 0,048$.

4. Opinión personal

Con todo lo comentado, soy feliz de haber optado en primer lugar por esta asignatura, que hasta donde entiendo, ha sido el primer año en la rama de Astrofísica, así que ánimo a que siga siendo así, y a que la gente tenga el coraje a encararse a vivencias nuevas e incluso internacionales.

Nunca imaginaría al comenzar el máster que acabaría formando parte de uno de los grupos de gravedad más importantes de Italia, e incluso de Europa, estudiando codo con codo las estrellas de bosones con gente tan altamente cualificada, y desde luego ha sido gracias a que habéis implementado esta asignatura.

Ha sido la primera vez mía viviendo en otro país, con otra cultura, de este mini-Erasmus (que de hecho la he podido realizar financiada por la beca prácticas Erasmus), y la volvería a repetir sin duda. Me da el coraje para cuando esté haciendo el doctorado, lo primero que haga sea ir mirando lugares para donde trasladarme por periodos cortos.

Conoces a muchísima gente, ves como trabajan, te enseñan cosas, quieras o no ves lugares nuevos, comidas nuevas...

He aprendido mucho con esta estancia, tanto de las estrellas de bosones, que ya las comienzo a comprender bastante mejor, como de la finalidad que tiene Massimo con su proyecto, ya que al comienzo es normal ir siguiendo unos pasos, sin comprender muy bien qué es lo que se hace, pero con el paso del tiempo me adapté, y comprendí lo que me quería transmitir.

Lo que más me ha aportado sin duda es el haber aprendido un lenguaje de programación nuevo, Wolfram Mathematica, que me inscribí incluso a un curso online, para intentar comprenderlo en el menor tiempo posible para llegar a aportar algo al estudio realizado. Sé que esto me beneficia enormemente, y una vez usado, he visto que es muy sencillo. Si quieres resolver las ecuaciones de Einstein, escríbela, que Mathematica hará el resto. Nunca pensaría que podría ser tan sencillo algo tan complejo, pero es así.

Como conclusión de esta vivencia, me llevo muchas cosas nuevas aprendidas, y una inmensa gratitud, hacia Paolo Pani por aceptarme en la Sapienza, hacia Massimo por hacerlo posible y por tener una gran paciencia conmigo, hacia mi padre por haberme apoyado en este gran salto en mi vida, a mis amigos por siempre estar ahí, y al Máster de Física Avanzada de la Universidad de Valencia con contar con la estancia de investigación, sin la que esto no hubiera sido una realidad.

Muchas gracias.

Referencias

- [1] Argelia Bernal et al. “Multistate boson stars”. En: *Physical Review D* 81.4 (2010), pág. 044031.
- [2] Monica Colpi, Stuart L Shapiro e Ira Wasserman. “Boson stars: Gravitational equilibria of self-interacting scalar fields”. En: *Physical review letters* 57.20 (1986), pág. 2485.
- [3] Eric Cotner. “Collisional interactions between self-interacting nonrelativistic boson stars: effective potential analysis and numerical simulations”. En: *Physical Review D* 94.6 (2016), pág. 063503.
- [4] Hong-Bo Li et al. “Self-interacting multistate boson stars”. En: *Journal of High Energy Physics* 2021.4 (2021), págs. 1-18.
- [5] Steven L Liebling y Carlos Palenzuela. “Dynamical boson stars”. En: *Living Reviews in Relativity* 26.1 (2023), pág. 1.
- [6] Wolfram Mathematica. En: (1996). URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/>.
- [7] European Organization for Nuclear Research ('CERN'). “CERN: Accelerating science”. En: (2015). URL: <https://home.cern/>.
- [8] Feryal Özel y Paulo Freire. “Masses, radii, and the equation of state of neutron stars”. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 54 (2016), págs. 401-440.
- [9] Costantino Pacilio et al. “Gravitational-wave detectors as particle-physics laboratories: Constraining scalar interactions with a coherent inspiral model of boson-star binaries”. En: *Physical Review D* 102.8 (2020), pág. 083002.
- [10] Python. En: (1995). URL: <https://www.python.org/>.
- [11] Fintan D Ryan. “Spinning boson stars with large self-interaction”. En: *Physical Review D* 55.10 (1997), pág. 6081.
- [12] Nicolas Sanchis-Gual, Carlos Herdeiro y Eugen Radu. “Self-interactions can stabilize excited boson stars”. En: *Classical and Quantum Gravity* 39.6 (2022), pág. 064001.
- [13] Università degli Studi di Roma La Sapienza. “Gravity theory and gravitational wave phenomenology team”. En: (2020-07-15). URL: <https://web.uniroma1.it/gmunu/team>.
- [14] Massimo Vaglio. “Modelling and phenomenology of boson stars as gravitational sources for future ground- and space-based interferometers”. Tesis doct. Sapienza University of Rome, 2022-2023.
- [15] Massimo Vaglio et al. “Bayesian parameter estimation on boson-star binary signals with a coherent inspiral template and spin-dependent quadrupolar corrections”. En: *Physical Review D* 108.2 (2023), pág. 023021.
- [16] Massimo Vaglio et al. “Multipolar structure of rotating boson stars”. En: *Physical Review D* 105.12 (2022), pág. 124020.