

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.stats as sps
import math
%matplotlib inline
```

```
In [12]: file_name = '496 Зотов Алексей-9.2.txt'
file = open(file_name , 'r')
X = list(map(float, file.readlines()))
N = len(X) - 1
```

$$X_i = \beta_1 + i\beta_2 + \sum_{i=0}^n \varepsilon_i$$

Рассмотрим величины $Y_i : Y_0 = X_0 = \beta_1 + \varepsilon_0$, $Y_i = X_i - X_{i-1} = \beta_2 + \varepsilon_i$, $i \in \{1, \dots, n\}$

Тогда $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}\bar{\boldsymbol{\beta}} + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ - линейная модель для Y , где

- $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \dots & \dots \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\bar{\boldsymbol{\beta}} = (\beta_1, \beta_2)^T$
- $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_n)^T$

```
In [81]: def MQ_evaluation(Z,X) :
return (Z.T * Z).I * Z.T * X
```

```
In [82]: #build Z - matrix
Z = [[0,1] for i in range(N+1)]
Z[0] = [1,0]
Z = np.matrix(Z)
```

```
In [86]: #build Y- matrix
Y = [X[i] - X[i-1] for i in range(N + 1)]
Y[0] = X[0]
Y = np.matrix(Y).T
```

```
In [108]: Beta = MQ_evaluation(Z,Y)
Beta_arr = np.array(Beta)
beta_1 , beta_2 = Beta_arr[0][0] , Beta_arr[1][0]
print('b1 = ' + str(round(beta_1,3)))
print('b2 = ' + str(round(beta_2,3)))

b1 = 397.735
b2 = 4.513
```

Сделаем проверку :

- $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(X_0, \frac{X_N - X_0}{N}\right)^T$

```
In [118]: print("b2' = " + str(round(X[0],3)))
print("b2' = " + str(round((X[N] - X[0]) / N,3)))

b2' = 397.735
b2' = 4.513
```

Результат совпал

Оценим σ^2

- $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}|\mathbf{Y} - \mathbf{Z}\hat{\boldsymbol{\beta}}| = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - X_{i-1} - \frac{X_n - X_0}{n})^2$

```
In [119]: Sigma2 = 1 / (N - 1) * (Y - Z*Beta).T * (Y - Z*Beta)
sigma2 = round(np.array(Sigma2)[0][0],5)
print('sigma2 = ' + str(sigma2))

sigma2 = 0.27383
```

Оценим σ_t^2 :

- $\hat{\sigma}_t^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}_2^2}$

```
In [120]: sigmT2 = round(sigma2 / beta_2,6)
print("(sigma t)^2 = " + str(sigmT2))

(sigma t)^2 = 0.06067
```

т.к. $\sigma_t^2 \ll 1$ (в эксперименте замеряется каждая секунда) и $\sigma^2 \ll \beta_2 \ll \beta_1$, можно использовать данную линейную модель, для получения достаточно высокой точности оценки.

