Reporte: Ecuaciones Diferenciales Unidad 1

Agustín Alejandro Mota Hinojosa

September 28, 2023

Contents

1 Problema

Un ingeniero, que anteriormente confiaba en ventiladores como sistema de enfriamiento para su computadora, se ha visto obligado a buscar una solución más eficiente debido a los problemas de temperatura. Por lo tanto, ha decidido implementar un sistema de refrigeración líquida. El ingeniero no colocó bien el tapón del fondo y ahora el liquido ha empezado a drenarse. Si el cilindro tiene una profundidad de $9cm en $t = 0$ (en minutos) y despues de 1 minuto la profundidad del agua ha disminuido a $4cm$, ¿Cuanto tiempo tardara en drenarse?

2 Solución del problema

Usando la ley de Toricelli $A\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$ donde A es una constante, según los datos del problema tenemos que $y(0) = 9$ y $y(1) = 4$.

2.1 Usando variables separables:

- Separar las variables.

$$A\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y} \rightarrow \frac{dy}{\sqrt{y}} = -\frac{k}{A}dt \tag{1}$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{y}} = -\int \frac{k}{A}dt \rightarrow 2\sqrt{y} = -\frac{k}{A}t + c \rightarrow \sqrt{y} = -\frac{k}{2A}t + c \tag{2}$$

2.1.1 Sustituyendo:

$$\sqrt{y} = -\frac{k}{2A}t + c$$

- Donde $y(0) = 9$

$$\sqrt{9} = -\frac{k}{A}(0) + c \rightarrow 3 = c \tag{3}$$

- Donde $y(1) = 4$

$$\sqrt{4} = -\frac{k}{A}(1) + c \rightarrow 2 = -\frac{k}{A} + 3 \rightarrow \frac{k}{A} = 1 \tag{4}$$

Ahora con los valores $c = 3$ y $\frac{k}{A} = 1$, podemos obtener la solución:

$$\sqrt{y} = \frac{k}{2A}t + c \rightarrow y(t) = (3-t)^2 \tag{5}$$

2.1.2 Solución de la ecuación

El cilindro se vacía en $y(t) = 0$:

$$y(t) = (3-t)^2$$

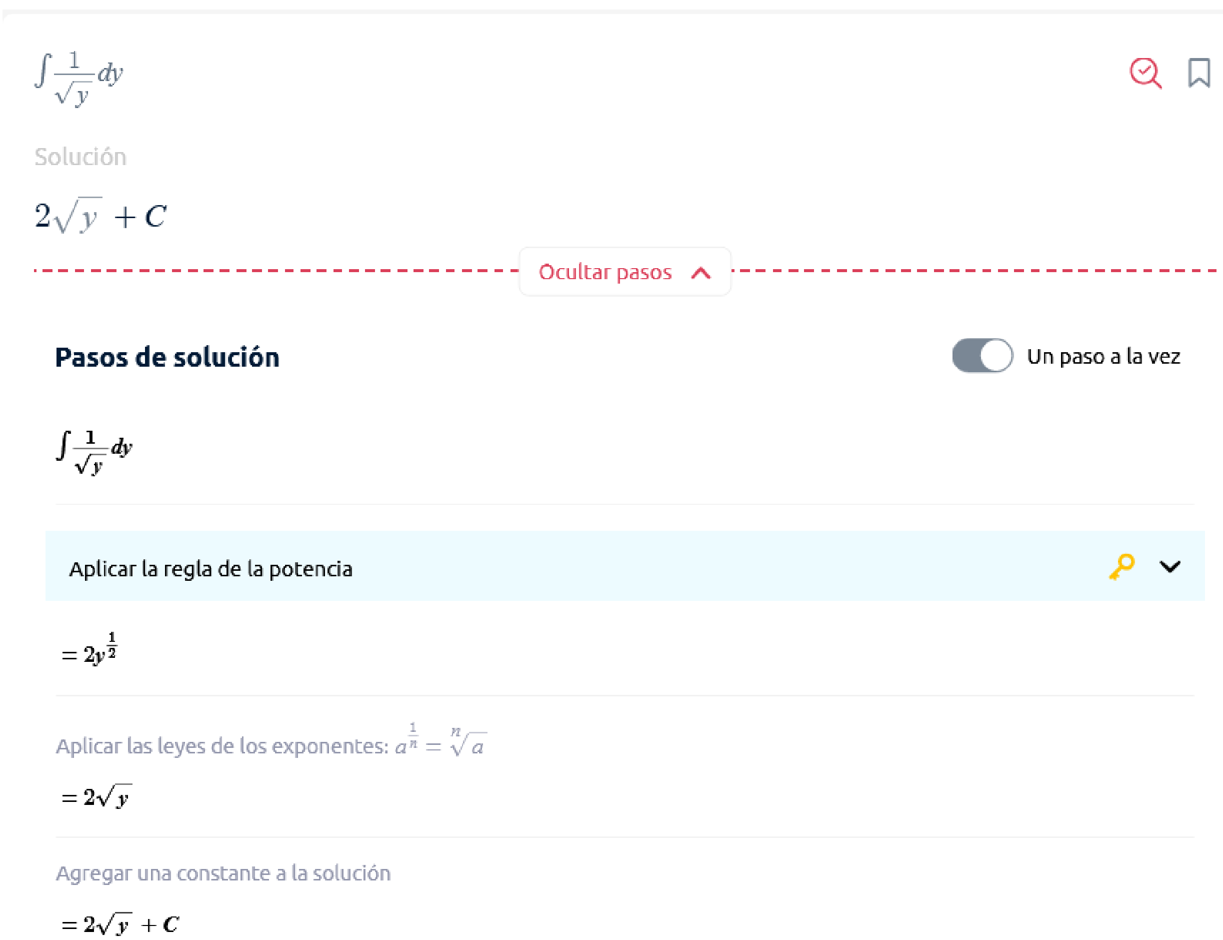
$$(3-t)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{(3-t)^2} = \sqrt{0}$$

$$3 - t = 0 \rightarrow -t = -3 \rightarrow \frac{-t}{-1} = \frac{-3}{-1} \rightarrow t = 3$$

Entonces el cilindro del sistema de refrigeración se drenará por completo al pasar 3 minutos causando que la computadora deje de enfriarse y la temperatura aumentará.

2.2 Comprobación

- Ecuación2:



$\int \frac{1}{\sqrt{y}} dy$

Solución

$2\sqrt{y} + C$

Ocultar pasos

Pasos de solución

Un paso a la vez

$\int \frac{1}{\sqrt{y}} dy$

Aplicar la regla de la potencia

$= 2y^{\frac{1}{2}}$

Aplicar las leyes de los exponentes: $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

$= 2\sqrt{y}$

Agregar una constante a la solución

$= 2\sqrt{y} + C$

$\int -\frac{k}{A}dt$

Solución

$-\frac{k}{A}t + C$

Ocultar pasos

Pasos de solución

Un paso a la vez

$\int -\frac{k}{A}dt$

Integral de una constante: $\int a dx = ax$

$= \left(-\frac{k}{A}\right)t$

Simplificar

$= -\frac{k}{A}t$

Agregar una constante a la solución

$= -\frac{k}{A}t + C$

- Ecuación3

solve for A, $\sqrt{9}=\frac{-k}{A}(0)+c$

Solución

$c=3$

Ocultar pasos

Pasos de solución

Un paso a la vez

$\sqrt{9}=\frac{-k}{A}(0)+c$

Simplificar $\frac{-k}{A}(0)$: 0

$\sqrt{9}=0+c$

Intercambiar lados

$0+c=\sqrt{9}$

$0+c=c$

$c=\sqrt{9}$

Descomponer el número en factores primos: $9=3^2$

$c=\sqrt{3^2}$

Aplicar las leyes de los exponentes: $\sqrt[n]{a^n}=a$

$\sqrt{3^2}=3$

$c=3$

- Ecuación4

solve for A, $\sqrt{4}=\frac{-k}{A}(1)+3$

Solución

$A=k$

Ocultar pasos

Pasos de solución

Un paso a la vez

$\sqrt{4}=\frac{-k}{A}(1)+3$

Simplificar $\frac{-k}{A}(1)$: $-\frac{k}{A}$

$\sqrt{4}=-\frac{k}{A}+3$

- Ecuación5

$\sqrt{y(A,t)}=-\frac{k}{2A}t+c,\ \frac{k}{2A}=1,\ c=3$

Solution

$-t+3$

Hide Steps

Solution steps

One step at a time

For $\sqrt{y(A,t)}\ (A,t)=-\frac{k}{2A}t+c$ substitute $\frac{k}{2A}$ with 1, c with 3

$=-1\cdot t+3$

Find $-\frac{k}{2A}t+c$ given $\frac{k}{2A}=1, c=3$

Substitute $\frac{k}{2A}=1$

Substitute $c=3$

$=-1\cdot t+3$

Simplify $-1\cdot t+3$: $-t+3$

$=-t+3$

3 Gráfico