Distributions intéressantes

Alec James van Rassel

Table des matières

1 Distributions continues

Bêta généralisée

Le domaine des x est élargit tel que $x \in (0, \theta)$.
Soit $X \sim$ Bêta Généralisée$(\alpha, \beta, \theta, \tau)$ où $\lambda \in [0, 1]$

$$
\begin{aligned}
f_X(x) &= \frac{\left(\left[\frac{x}{\theta}\right]^\tau\right)^\alpha \left(1 - \left[\frac{x}{\theta}\right]^\tau\right)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \frac{\tau}{x} \\
F_X(x) &= B\left(\alpha, \beta; \left[\frac{x}{\theta}\right]^\tau\right) \\
\mathrm{E}[X] &= \frac{\alpha\theta}{(\alpha+\beta)} \\
\mathrm{E}[X^2] &= \frac{\alpha(\alpha+1)\theta^2}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)} \\
\mathrm{Var}(X) &= \frac{\alpha\beta\theta^2}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} \\
\mathrm{E}[X^k] &= \frac{\theta^k\Gamma(\alpha+\beta)\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha+\beta+k)}, k > -\alpha
\end{aligned}
$$

2 Distributions discrètes

Borel

Cette distribution est particulièrement pratique pour les «branching process »et le «queuing theory».
Soit $X \sim \text{Borel}(\lambda, n)$ où $\lambda \in [0, 1]$

$$\mathbb{P}(X = n) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda n}(\lambda n)^{n-1}}{n!} & n = 1, 2, 3, \ldots \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$\mathrm{E}[X] = \frac{1}{1-\lambda}, \ 0 \leq \lambda < 1$$

$$\mathrm{Var}(X) = \frac{\lambda}{(1-\lambda)^3}, \ 0 \leq \lambda < 1$$