Feuille de formule maths fin :

Relation importante :

$d < d^{(m)} < \delta < i^{(m)} < i$

$v^t = (1+i)^{-t} = (1-d)^t = e^{-\delta t}$

$1 - d = v \leftrightarrow d = \frac{i}{(1+i)} \leftrightarrow d = iv \leftrightarrow i = \frac{d}{(1-d)} \leftrightarrow i - d = id$

$$(1+i)^t A(t) = \left[1 + \frac{d}{(1-d)}\right]^t A(t)$$

$$a_n\neg = \frac{[1-(1+i)]^{-n}}{i} \leftrightarrow \frac{1-v^n}{i}$$

$$\ddot{a}_n\neg = \frac{[1-(1+i)]^{-n}}{d} \leftrightarrow \frac{1-v^n}{d}$$

Calcul intérêt :

1. Intérêt effectif
- simple : $(1+it)$
- composé : $(1+i)^t$

2. Nominal
- $i = \left(1 + \left(\frac{i^{(m)}}{m}\right)\right)^n - 1$
- $i^{(m)} = m\left[(1+i)^{\left(\frac{1}{m}\right)} - 1\right]$
- $\lim_{m\to\infty} i^{(m)} = \ln(1+i) \to \delta$

Fonction accumulation :

1. fonction accumulation *normale*
- $A(t) = A(0)(1+i)^t$
- $t = \frac{\ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)}{\ln(1+i)}$

- $i = \left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)^{\left(\frac{1}{t}\right)} - 1$

2. Le taux d'intérêt effectif en fonction de *A(t)*

- $\frac{A(t)-A(0)}{A(0)}$ =>Rendement, pour simple ou composée.
- Simple : $\frac{ih}{(1+it)}$ => taux d'intérêt simple = rendement décroissant,
  Où h est la période entre A(0) et A(t)
- Composé : $(1+i)^t - 1$ => taux effective = stable dans le temps

<u>Actualisation :</u>

- $A(0) = A(t)v^t$ => ou $v^t = (1+i)^{-t}$

<u>Taux d'escompte :</u>

1. Escompte effectif

- Simple : $A(0) = A(t) - dA(t) \rightarrow A(0) = (1-dt)A(t)$
- Composé : $A(0) = (1-d)^t A(t)$
- $d = \frac{A(t)-A(0)}{A(t)}$ => proche du taux de rendement

2. Escompte nominal

$$d = 1 - \left(1 - \left(\frac{d^{(m)}}{m}\right)\right)^n$$

$$d^{(m)} = m\left[(1+d)^{\left(\frac{1}{m}\right)} - 1\right]$$

$$\lim_{m\to\infty} d^{(m)} = -\ln(1-d) \leftrightarrow \ln(1+i)$$

3. Escompte par rapport à A(t)

   a) <u>simple</u>

- $\frac{A(t+h)-A(t)}{A(t+h)}$= hd , Où h est la période entre A(0) et A(t)

  Donc, $d = \frac{i}{(1+ti)} \leftrightarrow i = \frac{d}{(1-td)}$

b) <u>Composé</u>

- $\frac{A(t+h)-A(t)}{A(t+h)} = 1-(1-d)^t$

  Donc, $d = \frac{i}{(1+i)} \leftrightarrow i = \frac{d}{(1-d)}$

<u>Force d'intérêt :</u>

$$\delta = \frac{A'(t)}{A(t)}$$

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$\delta = -\ln(1-d)$$

$$e^{\delta} = (1+i)$$

$$e^{\delta} = -(1-d)$$

$$i = e^{\delta} - 1$$

<u>Inflation et taux d'intérêt réel :</u>

$\frac{i-r}{1+r}$ où r est l'inflation

<u>Changement de taux :</u>

$i^{(m)} \leftrightarrow i$ $\quad i = \left[\left(1+\left(\frac{i^{(m)}}{m}\right)\right)^{m}\right]^{\frac{1}{n}} - 1$ où n est la période recherchée

$d^{(m)} \leftrightarrow i$ $\quad i = \left(1-\left(\frac{d^{(m)}}{m}\right)\right)^{\frac{-m}{n}} - 1$ où n est la période recherchée

$\delta \leftrightarrow i$ $\quad i = e^{\frac{\delta}{n}} - 1$ où n est la période recherchée

<u>Annuité :</u>

Notion importante sur les sommes géométriques :

$$\sum_{k=0}^{n} = \frac{1-(r)^{n+1}}{1-r}$$

1. <u>Relation importante annuité :</u>

$\ddot{s}_{n}\neg = (1+i)s_{n}\neg \;\; si\; i > 0$

$\ddot{a}_{n\neg} = (1+i)a_{n}\neg$

$s_{n}\neg = (1+i)^{n}a_{n}\neg \leftrightarrow \; a_{n}\neg = v^{n}s_{n}\neg$

$\ddot{s}_{n}\neg = (1+i)^{n}\ddot{a}_{n}\neg \leftrightarrow \; \ddot{a}_{n}\neg = v^{n}\ddot{s}_{n}\neg$

$(mP)s^{(m)}{}_{n}\neg = Ps_{nm}\neg_{\left[(1+i)^{1/m}-1\right]}$

$s^{(m)}{}_{n}\neg = s_{n}\neg_{\frac{i}{i^{(m)}}} \Rightarrow a^{(m)}{}_{n}\neg = a_{n}\neg_{\frac{i}{i^{(m)}}}$

$\ddot{s}^{(m)}{}_{n}\neg = \ddot{s}_{n}\neg_{\frac{d}{d^{(m)}}} \Rightarrow \ddot{a}^{(m)}{}_{n}\neg = \ddot{a}_{n}\neg_{\frac{d}{d^{(m)}}}$

${}_{k}|\ddot{a}_{n}\neg = {}_{k-1}|a_{n}\neg \leftrightarrow v^{k}\ddot{a}_{n}\neg = v^{k-1}a_{n}\neg$

2. <u>Actualisation :</u>
   - Début de période (due) : $\ddot{a}_{n}\neg = \frac{1-(1+i)^{-n}}{\left(\frac{i}{(1+i)}\right)}$ où $\left(\frac{i}{(1+i)}\right) = d$
   - Fin de période (fin de période) : $a_{n}\neg = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

   Actualisation avec un paiement différé

   ${}_{k}|\ddot{a}_{n}\neg = v^{k}\ddot{a}_{n}\neg$

   ${}_{k-1}|a_{n}\neg = v^{k-1}a_{n}\neg$

3. <u>Accumulation :</u>
   - Début de période $\ddot{s}_{n}\neg = \frac{(1+i)^{n}-1}{\left(\frac{i}{(1+i)}\right)}$ où $\left(\frac{i}{(1+i)}\right) = d$
   - Fin de période $s_{n}\neg = \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$

   Accumulation à la k[ième] période :

   $s_{n}\neg\,(1+i)^{k}$
   $\ddot{s}_{n}\neg(1+i)^{k}$
   $s_{n}\neg\,(1+i)^{k} = s_{(n+k)}\neg(1+i)^{k} - s_{k}\neg$ identique pour $\ddot{s}$

4. <u>Annuité à perpétuité (Viagère) :</u>

   $\ddot{a}_{\infty}\neg = \dfrac{1}{d}$

   $a_{\infty}\neg = \dfrac{1}{i}$

   $s_{\infty}\neg = \infty$ donc, pas applicable sur des accumulations

5. <u>Annuité continue (paiement en continue) :</u>
   - $\bar{s}_{n}\neg_{\delta(x)} \int_{t}^{(t+h)} e^{\int_{u}^{(t+h)} \delta(x)dx} du$

     Si $\delta(x) = \delta$, $\bar{s}_{n}\neg_{\delta(x)} = \frac{i}{\delta} s_{n}\neg_{i}$ où $i = e^{\frac{\delta}{n}} - 1$
   - $\bar{a}_{n}\neg_{\delta(x)} \int_{t}^{(t+h)} e^{-\int_{u}^{(t+h)} \delta(x)dx} du$

     Si $\delta(x) = \delta$, $\bar{a}_{n}\neg_{\delta(x)} = \frac{i}{\delta} a_{n}\neg_{i}$ où $i = e^{\frac{\delta}{n}} - 1$

6. <u>Opération sur inconnu :</u>

   - Nombre inconnu de paiements

     $$n = \frac{\ln(1 + i s_{n}\neg)}{\ln(1+i)}$$

     $$n = \frac{\ln(1 - i a_{n}\neg)}{\ln(v)}$$

     Pour trouver le montant du dernier paiement, (à l'examen)

     $A(t) = p a_{n}\neg_{i} + X\left(\frac{1}{(1+i)}\right)^{n}$ où X est le montant à ajouter/soustraire

7. Annuité progression géométrique :
   *Pour le calcul de l'annuité géométrique, ça revient à utiliser le taux d'intérêt réel

$$\ddot{a}_{n}\neg_{(i\,réel)}= \frac{1-\left(1+i_{(réel)}\right)^{-n}}{\left(\frac{i_{(réel)}}{\left(1+i_{(réel)}\right)}\right)} \quad où\ i_{(réel)} = \frac{i-r}{1+r}$$

$$\left[\frac{a_{n}\neg_{(i\,réel)}= \frac{1-\left(1+i_{(réel)}\right)^{-n}}{\left(\frac{i_{(réel)}}{\left(1+i_{(réel)}\right)}\right)}}{(1+r)}\right] = \frac{a_{n}\neg_{(i\,réel)}}{(1+r)} \quad où\ i_{(réel)} = \frac{i-r}{1+r}$$

$$s_{n}\neg_{i}\,\frac{(1+i)^{n}-(1+r)^{n}}{(i-r)}$$

$$\ddot{s}_{n}\neg_{i}= \ddot{a}_{n}\neg_{j} \quad où\ j = \frac{i-r}{1+r}$$