### Résumé formule maths fin examen 2

### Rappel de relation importante et formule

$$1 - d = v \leftrightarrow d = \frac{i}{(1+i)} \leftrightarrow d = iv \leftrightarrow i = \frac{d}{(1-d)} \leftrightarrow i - d = id$$

$$i^{(m)} = m \left[ (1+i)^{\left(\frac{1}{m}\right)} - 1 \right]$$

$$i = \left( 1 + \left(\frac{i^{(m)}}{m}\right) \right)^n - 1$$

$$d = 1 - \left( 1 - \left(\frac{d^{(m)}}{m}\right) \right)^n$$

$$d^{(m)} = m \left[ (1+d)^{\left(\frac{1}{m}\right)} - 1 \right]$$

Début de période (due) :

$$\ddot{a}_n \neg = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{\left(\frac{i}{(1 + i)}\right)} \quad \text{où } \left(\frac{i}{(1 + i)}\right) = d$$
$$\ddot{s}_n \neg = \frac{(1 + i)^n - 1}{\left(\frac{i}{(1 + i)}\right)} \quad \text{où } \left(\frac{i}{(1 + i)}\right) = d$$

Fin de période (fin de période) :

$$a_n \neg = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$s_n \neg = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

### Annuité arithmétique croissante :

Annuité due (début période)

$$(I\ddot{a})\neg_i = \frac{\ddot{a}_{\neg i} - nv^n}{d}$$

$$(I\ddot{s})_{\neg i} = \frac{\ddot{s}_{n \neg i} - n}{d}$$

Annuité immédiate (fin période)

$$(Ia)_{\neg i} = \frac{\ddot{a}_{\neg i} - nv^n}{i}$$

$$(Is)_{\neg i} = \frac{\ddot{s}_{n \neg i} - n}{i}$$

Annuité perpétuité

$$(I\ddot{a}) \infty \neg_i = \frac{1}{d^2}$$

$$(Ia) \otimes \neg_i = \frac{1}{id}$$

# Annuité arithmétique décroissante :

Annuité due (Début de période)

$$(D\ddot{a})\neg_i = \frac{n - a_{\neg i}}{d}$$

$$(D\ddot{s})\neg_i = \frac{n(1+i)^n - s_{\neg i}}{d}$$

Annuité immédiate (fin de période)

$$(Da)_{\neg i} = \frac{n - a_{\neg i}}{i}$$

$$(Ds)_{\neg i} = \frac{n(1+i)^n - s_{\neg i}}{i}$$

### Sinkind fund

$$P = \frac{k * s_{\neg j}}{1 + i s_{\neg j}}$$

## Force d'intérêt

Densité de paiement h(t) avec une force d'intérêt variable

$$(I\bar{s}) \neg_{\delta(x)} = \int_{0}^{n} h(t) e^{\int_{t}^{n} \delta(x) dx} dt$$

$$(I\bar{a})\neg_{\delta(x)} = \int_{0}^{n} h(t)e^{-\int_{0}^{t} \delta(x)dx}dt$$

Si la force d'intérêt est constante

$$(I\bar{s}) \neg_{\delta} = e^{\delta n} \int_{0}^{n} h(t) e^{-\delta t} dt$$

$$(I\bar{a})\neg_{\delta} = \int_{0}^{n} h(t)e^{-\delta t}dt$$

### **Amortissement**

Rétrospective:

$$OB_t = OB_0(1+i)^t - \sum_{j=1}^t K_j(1+i)^{t-j}$$

Prospective:

$$OB_t = \sum_{j=1}^{n-t} K_{t+j} V^j$$

Paiements égaux :

$$OB_0 = Ka_{\neg i}$$

$$OB_t = OB_0(1+i)^t - Ks_t \neg_i$$

Rétrospective

$$OB_t = Ka_{n-t} \neg_i$$

**Prospective** 

$$I_t = iOB_{t-1} = Kia_{n-t+1} \neg_i$$

$$PR_t = Kv^{n-t+1}$$

$$PR_t = PR_i(1+i)^{t-i}$$

# Fond amortissement

i=taux prêt

j=taux marché

$$L\left[i+\frac{1}{s_{n-i}}\right]$$
 Montant des paiements mensuel Li sur le prêt, le reste en fond d'amortissement

$$OB_t = L \left[ 1 - \frac{s_t \neg_j}{s_n \neg_j} \right]$$

$$PR_t = L \frac{(1+j)^{t-1}}{s_n \neg_j}$$

$$I_t = L \left[ i - \frac{S_{t-1} \neg_j}{S_n \neg_j} j \right]$$

$$\sum_{t=1}^{n} I_t = L \left[ in - 1 + \frac{n}{s_{n - j}} \right]$$

Calculer le taux d'intérêt effectif entre t et n

### **Obligation**

$$P = Cv_j^n + Fra_n \neg_j$$

$$P = C + [Fr - Ci] \circ ain^n - C$$

$$P = C + [Fr - Cj]a_n \neg_j \ si \ v_j^n = 1 - ja_n \neg_j$$

Si C=F alors, 
$$P = F + F[r - j]a_n \neg_j$$

Si K= 
$$Cv_j^n$$
 alors,  $P = K + \frac{Fr}{Cj}[C - K]$ 

Si 
$$g = \frac{Fr}{c}$$
 alors,  $P = K + \frac{g}{i}[C - K]$  g est le taux modifier de coupon

Si C=F alors, 
$$P = K + \frac{r}{j}[F - K]$$

### Prix obligation entre 2 dates

$$P_m = v_j(P_{m+1} + Fr) \leftrightarrow P_{m+1} = P_m(1+j) - Fr$$
 Prix entre 2 dates

$$P_{m+t} = v_j^{1-t}(P_{m+1} + Fr) \leftrightarrow P_{m+t} = P_m(1+j)^t \qquad Prix d'achat$$

$$P_{m+t} - tFr = P_m(1+j)^t - tFr$$
 Prix du marché (prix d'achat moins coupon en cours)

## Taux rendement obligation

$$P_m = C v_j^{n-m} + F r a_{n-m} \gamma_j$$
 Directement après le mième coupon

$$P_{m+t} = \left[Cv_j^{n-m} + Fra_{n-m}\neg_j\right](1+j)^t$$
 entre 2 coupons

# Amortissement d'une obligation

### Pour t, Toute période

$$BV_n = F[1 + (r - j)a_{n-k} \neg_j]$$

$$I_n = F[j + (r - j)(1 - v^{n-k+1}_j)]$$

$$PR_n = F(r-j)v^{n-k+1}_{j}$$

### Pour t+1

$$BV_{t+1} = BV_t(1+i) - Fr \leftrightarrow BV_t = \frac{BV_{t+1} + Fr}{(1+j)}$$

$$PR_{t+1} = Fr - I_{t+1}$$