



COMISIÓN TM  
PRIMER PARCIAL  
11/07/2023<sup>1</sup>

Nombre y apellido: ..... D.N.I. ....

Todas las respuestas deben estar justificadas. Los cálculos deben ir acompañados de explicaciones escritas que aclaren su significado.

1. Dada la función  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x(y^2-9)}{x^2+(y-3)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 3) \\ k & \text{si } (x, y) = (0, 3) \end{cases}$

- a) Analizá si existe un valor de  $k$  para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}^2$ .  
b) Interpretá geométricamente el conjunto de nivel 0, es decir,  $C_0(f)$  y decidí si  $(1, \frac{19}{6}) \in C_1(f)$ .

2. Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable. Se sabe que en el punto  $(1, 2)$  las derivadas direccionales en dirección hacia el punto  $(2, 2)$  y hacia el  $(1, 1)$  son 2 y -2 respectivamente. Determiná el vector gradiente en  $(1, 2)$  y calcular la derivada direccional en dirección hacia el punto  $(4, 6)$ .

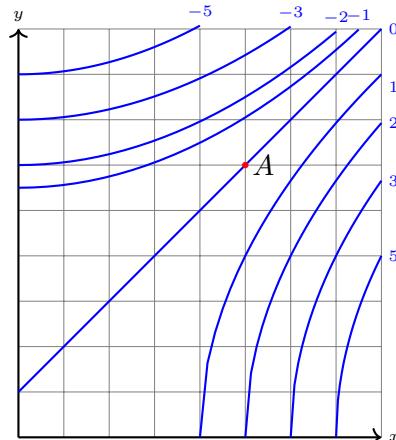
3. El polinomio de Taylor asociado a la función  $f(x, y)$  en el entorno de  $(1, 2)$  es:

$$P(x, y) = 3x + 10y - xy + x^2$$

Hallá la ecuación del plano tangente a la superficie  $z = f(x, y)$  en el punto  $(1, 2, z_0)$ .

4. Algunas curvas de nivel de la función  $f$  y el punto  $A = (5, 6)$  se muestran en el siguiente gráfico.

- a) Trazá el vector gradiente  $\nabla f(A)$ .  
b) Explicá cómo determinaste la dirección y longitud de este vector.  
c) Usando lo hallado en el punto anterior, approximá  $f(5, 1; 5, 9)$ .



5. Determiná los extremos de  $f(x, y) = 25 - x^2 - y^2$  sujeto a la restricción  $x^2 + y^2 - 4y \leq 0$ .

<sup>1</sup>1914 - ANÍBAL TROILO. Nace en Buenos Aires el bandoneonista, compositor y director de orquesta Aníbal Carmelo Troilo "Pichuco", autor de 60 tangos, entre ellos "Che bandoneón", "Sur", "María", "Garúaz "La última curda". - TELAM SE 2023.