

Variables Aleatorias

Ejercicio n° 1

Sea la variable aleatoria X , con la siguiente distribución de probabilidades:

x	0	1	2	3	4	5
$P[X = x]$	2/15	1/3	0	1/5	1/15	4/15

Se pide,

- a) Graficar la función de probabilidad y la de distribución.
- b) Hallar
 1. $P[X > 2]$
 2. $P[X \geq 2]$
 3. $P[X \leq 1]$
 4. $P[X < 1]$
 5. $F[X = 1]$
 6. $P[3 \leq X \leq 4]$

Ejercicio n° 2

Sea la variable aleatoria X , con la siguiente distribución de probabilidades:

x	0	2	5	6	10
$P[X = x]$	1/30	3/30	12/30	8/30	6/30

Definir la variable aleatoria Z y calcular su Esperanza Matemática y Desvío estándar, si $Z = 2X - 20$.

Ejercicio n° 3

Supongamos que X , Y y W son variables aleatorias independientes, siendo:

$$E(X) = 2, E(Y) = 4, E(W) = 1, Var(X) = 2, Var(Y) = 2, Var(W) = 1.$$

Hallar,

- a) $E(X + Y + W)$
- b) $E(2X)$
- c) $E(3X + Y)$
- d) $E[W(X + Y)]$
- e) $Var(X + Y + W)$
- f) $Var(2X)$
- g) $Var(3X - Y)$
- h) ¿Cuál de los valores calculados no podría haberse hallado sin suponer que las tres variables son independientes?

Ejercicio n° 4

El 10% de las piezas que produce una máquina son defectuosas. Si se toma al azar una muestra de 20 piezas.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga 3 piezas defectuosas como máximo?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga 3 piezas defectuosas como mínimo?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que se den los dos sucesos descriptos anteriormente?

Ejercicio n° 5

El 15% de los operarios de una fábrica no tienen hijos a cargo, el 28% tiene solamente uno a cargo, el 41% posee 2 hijos, el 13% tiene 3 hijos y el resto tiene 4 hijos. Se sabe que, a fin de año, se abona un adicional cuyo monto se fija de la siguiente forma,

- i. \$200 para los operarios que no tienen hijos a cargo
 - ii. \$250 para los operarios con hijos a cargo que poseen menos de 3 hijos;
 - iii. \$400 para el resto de los operarios.
- a) Calcular el valor esperado y el desvío estándar de la variable aleatoria definida como “cantidad de hijos a cargo de un operario”.
 - b) Si en la fábrica trabajan 1.000 operarios, ¿Cuánto se espera tener que abonar en total este fin de año en concepto de adicionales?

Ejercicio n° 6

El 34% de los vendedores de un comercio están casados, se toma una muestra al azar de 15 de ellos y se desea conocer las siguientes probabilidades de encontrar:

- a) Exactamente 7 vendedores casados
- b) A lo sumo 3 vendedores casados
- c) Menos de 5 vendedores casados
- d) Como mínimo 8 vendedores casados
- e) Más de 10 vendedores casados
- f) Entre 4 y 9 vendedores casados
- g) Por lo menos un vendedor casado
- h) Como máximo 6 vendedores no casados
- i) ¿Cuántos vendedores casados se espera encontrar? (Calcular la varianza y el desvío estándar correspondiente)

Ejercicio n° 7

Un curso de Estadística de la Universidad de Buenos Aires posee 10 alumnos, de los cuales 4 son mujeres y el resto hombres. Se eligieron al azar 7 estudiantes del curso para tomarles un examen. Hallar la probabilidad de que, entre los alumnos seleccionados, haya tres mujeres.

Ejercicio n° 8

El retorno diario de cierto activo financiero sigue una distribución normal, con una media de 0,60% y un desvío típico de 0,15%.

- ¿Cuál es la probabilidad de que, en un día cualquiera, este activo haya brindado un retorno entre el 0,42% y el 0,90%, si se sabe que fue superior al 0,51%?
- ¿Cuál es el retorno diario que no es superado el 1% de las veces?
- Un inversor piensa comprar acciones de este activo y venderlas 15 ruedas más tarde (es decir, 15 días hábiles posteriores) y desea saber la probabilidad de que en más de dos ruedas, la rentabilidad diaria sea por lo menos del 0,75%

Ejercicio n° 9

El peso de los paquetes de harina marca A, que se envasan automáticamente, tienen distribución normal con un promedio de 500 gramos. Se sabe que el 32% de los paquetes pesa como mínimo 513 gramos, contestar:

- ¿Cuánto vale el desvío estándar?
- Se elige al azar un paquete y se comprueba que su peso es inferior al peso promedio, ¿Cuál es la probabilidad de que pese por lo menos 475 gramos?
- Se vende un lote de 15 paquetes de harina, ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo las dos quintas partes de los paquetes del lote pesen menos de 493 gramos?

Ejercicio n° 10

Una fábrica de cartuchos de tinta para impresora comercializa su producción en cajas que contienen 12 unidades. En base a información histórica de la empresa, se sabe que el 7% resultan defectuosos y que la ganancia obtenida por cada caja se encuentra en función de la cantidad de unidades defectuosas según el siguiente esquema,

- Si la caja no contiene ningún cartucho defectuoso, la ganancia es de \$2,50.
- Si la caja contiene uno o dos cartuchos defectuosos, la ganancia es de \$1,80.
- Si la caja contiene tres o cuatro cartuchos defectuosos, la ganancia es de \$1,20.

- Si la caja contiene más de 4 cartuchos defectuosos es devuelta y origina una pérdida de \$2,40.
- a) Calcular la ganancia que se espera obtener por la venta de 200 cajas.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja produzca como mínimo \$1,50 de ganancia?
- c) Se vendieron 4 cajas, ¿Cuál es la probabilidad de obtener una ganancia total de \$10 por dicha venta?