Lista programação simbólica

Introdução à Computação em Física

FIS616 (2024/1)

Prof. Walber Hugo de Brito

1. Escreva programas (ou um programa) usando a biblioteca sympy que calcule:

(a) Raízes da equação

$$(x-2)^2 + 6x - 5 = 0 \tag{1}$$

(b) As derivadas de primeira e segunda ordem da função:

$$f(x) = sen(x)e^{-x} + \frac{cos(x)}{(x-3)^4} \tag{2}$$

(c) A integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx \tag{3}$$

(d) Os limites

$$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \tag{4}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x} \tag{5}$$

Dica: Use a instrução sympy.limit(expressao, x, valor).

(e) A expansão em série das funções (até ordem 8)

$$f(x) = cos(x) \tag{6}$$

$$f(x) = e^{2*x} \tag{7}$$

$$f(x) = e^x cos(x) + \frac{1}{1+x} \tag{8}$$

Dica: Use a instrução Equacao.series(x,n=ordem).

2. Escreva um programa usando a sympy que o ajude na solução do seguinte problema do valor inicial:

Seja um objeto a uma temperatura T (acima da temperatura ambiente T_a) que segue a lei de resfriamento empírica de Newton dada por

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_a), \tag{9}$$

onde k é uma constante e t o tempo. Considere uma torta que foi retirada do forno a uma temperatura $T = 110°\text{C}$. Considerando que $k = -0.4 \text{ min}^{-1}$, quanto tempo leva para a torta atingir a temperatura de 23°C ?

3. Seja o lançamento de um projétil de um ângulo θ na presença de uma força de resistência dada por

$$\vec{F} = -km\frac{d\vec{r}}{dt}, \tag{10}$$

onde k é uma constante e m a massa do projétil.

(a) Implemente um código em python (usando a sympy) para obter as equações de $x(t)$ e $y(t)$.

(b) Encontre a equação do tempo de voo da partícula.

4. Uma partícula realiza um movimento oscilatório em função do tempo (em uma dimensão). Sua posição é dada por

$$x(t) = e^{-t}\Big(Acos\Big(\frac{\sqrt{12}}{2}t\Big) + Bsen\Big(\frac{\sqrt{12}}{2}t\Big)\Big). \tag{11}$$

Considere inicialmente $x(0) = 1m$ e $v(0) = 5m/s$. Implemente um código em python para obter o tempo que o objeto leva para entrar em repouso.

5. Usando um reator nuclear é possível converter U^{238} no Pu^{239}. Nesse contexto, após 15 anos foi encontrado que 0.043% da quantidade inicial de plutônio (Pu), A_0, foi desintegrada. Implemente um código em python que lhe permita calcular a meia-vida do Pu^{239}, se a taxa de desintegração é proporcial a quantidade restante, ou seja,

$$\frac{dA}{dt} = kA, \tag{12}$$

onde $A(0) = A_0$. **Dica:** A meia-vida é o valor de tempo necessária para o decaimento da metade da quantidade de amostra inicial.

6. Conforme uma gota de chuva cai do céu ela evapora enquanto mantem sua forma esférica. Se considerarmos que a taxa em que a gota evapora é proporcional a sua área de superfície (desprezando a resistência do ar), então temos que a velocidade da gota $v(t)$ satisfaz,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3(\frac{k}{\rho})}{(\frac{k}{\rho})t + r_0} v = g, \tag{13}$$

onde ρ é a densidade da água, r_0 o raio inicial da gota e $k < 0$ uma constante de proporcionalidade.

(a) Considerando que $v(0) = 0$, implemente um código para encontrar $v(t)$.

(b) Considerando que a taxa da perca de massa da gota é proporcional a sua área de superfície, implemente um programa para calcular $r(t)$. Calcule o raio da gota após 10 segundos.

7. Seja um objeto de massa m com posição dada por $x(t)$, que está sob ação de uma força resultante dependente do tempo t,

$$F_{res}(t) = -kx + F_0 cos(\omega t), \tag{14}$$

onde $k = m\omega_0^2$ e F_0 são constantes. ω_0 é a frequência natural de oscilação do objeto quando o mesmo é tirado de sua posição de equilíbrio.

(a) Escreva um programa em Python, utilizando a biblioteca sympy, para encontrar a equação da posição $x(t)$ do objeto. Considere $x(0) = 0.1$ m e a velocidade inicial $v(0) = 0.3$ m/s.

(b) Faça o plot do gráfico da função $x(t)$, considerando $m = 2$ Kg, $F_0 =$ 5.0 N, $\omega_0 = 4.0$ rad/s e $\omega = 4.1$ rad/s. Gere o gráfico de $x(t)$ para t até 10 segundos. Interprete fisicamente o comportamento observado no gráfico de $x(t)$.