Prova 2

Introdução à Computação em Física

(2024/1)

Prof. Walber Hugo de Brito

Obs.: Não utilizar bibliotecas/recursos que não foram vistos em aula.

1. (8 pontos) A velocidade de um pára-quedista em função do tempo é dada pela equação

$$v(t) = \frac{mg}{\beta}(1 - e^{-\frac{\beta}{m}t}), \tag{1}$$

onde

- g - aceleração da gravidade (9.81 m/s^2);
- β - coeficiente de arrasto (12.5 kg/s);
- m - massa do pára-quedista (68 kg);
- t - tempo (em segundos) a partir do início da queda.

Sabendo que o espaço percorrido pelo pára-quedista entre t_1 e t_2 é dado por

$$\Delta y = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt, \tag{2}$$

implemente um código que calcula a altura do pára-quedista nos instantes $t = 2$ s e $t = 10$ s, supondo que o mesmo salta de uma altura de 3000 metros. O código deve fazer uso de algum método numérico para o cálculo da integral acima.

2. (14 pontos) Seja um conjunto de N pequenas esferas de massa m acopladas por molas de constante elástica k em uma dimensão (veja Fig. 1).

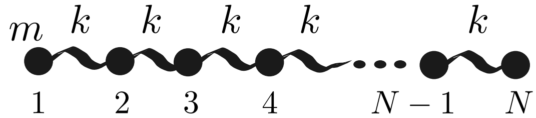

Figura 1: Esferas de massas m acopladas por molas de constante elástica k.

Sabe-se que a dinâmica das esferas $z = 1$ e $z = N$ é descrita por:

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = k(x_2 - x_1) + F_1, \tag{3}$$

$$m\frac{d^2x_N}{dt^2} = k(x_{N-1} - x_N) + F_N, \tag{4}$$

na presença de forças externas F_1 e F_N. Além disso, para as demais esferas tem-se que

$$m\frac{d^2x_z}{dt^2} = k(x_{z+1} - x_z) + k(x_{z-1} - x_z). \tag{5}$$

Considerando que $F_N = 0$ e $F_1 = Ce^{i\omega t}$ (C sendo uma constante),

(a) (7 pontos) Obtenha as equações que permitem calcular as amplitudes de oscilação de cada esfera A_z, para um movimento descrito por

$$x_z(t) = A_z e^{i\omega t}. \tag{6}$$

Dica: $x'_z = iA_z\omega e^{i\omega t}$, $x''_z = -A_z\omega^2 e^{i\omega t}$ e $i^2 = -1$.

(b) (7 pontos) Implemente um método numérico para obter os valores de $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_N$, considerando $N = 31$, $C = 1$, $m = 1$, $k = 6$ e $\omega = 2$. Plote A_z em função de z. **Dica:** Implemente uma função em python para gerar a matriz obtida em (a).

3. (8 pontos) Um projétil foi lançado de um ponto de origem com velocidade inicial v_0 e angulo θ, como mostrado na figura 2.

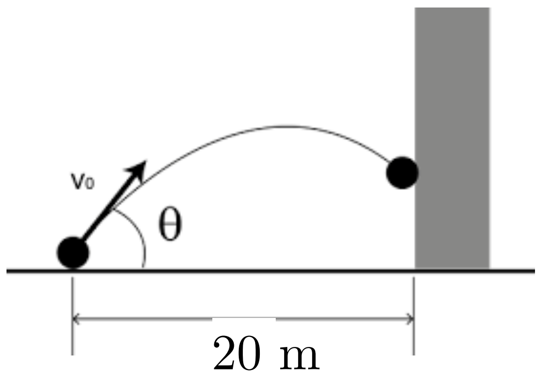

Figura 2: Lançamento do projétil referente a questão 1.

Fotografou-se o projétil a 10 m do ponto de lançamento e foi determinada sua altitude no local: 6 m. Além disso, uma barreira a 20 m do ponto de lançamento interceptou o projétil e foi determinada sua altitude: 4 m .

(a)(4 pontos) Implemente um programa que interpole a trajetória do projétil. Qual o polinômio interpolador obtido ? Calcule a altitude do projétil a 5 metros do lançamento. Gere um gráfico ilustrando o polinômio interpolador obtido e os pontos experimentais.

(b)(4 pontos) Determine o ângulo θ e v_0 sabendo que a equação da trajetória é dada por:

$$y = (tg\theta)x - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2 cos^2\theta}, \tag{7}$$

onde $g = 9.81$ m/s^2.

4. (4 pontos) Sabemos que o modulo da força necessária para esticar uma mola de sua posição de equilíbrio x_0 é dada por:

$$F(l) = k(l - x_0), \tag{8}$$

onde k é a constante elástica da mola.

Através de um experimento desejamos obter a constante k, para uma dada mola em que $x_0 = 13.46$ cm.

(a) (2 pontos) Suponha que sejam feitas medidas do comprimento l para diferentes pesos aplicados, gerando os da tabela 1.

Tabela 1: Dados obtidos no experimento da questão 3(a).

F(N)	l(cm)
8.89	17.78
17.79	23.88
26.69	31.24

Implemente um código que calcule o valor de k usando o método dos mínimos quadrados.

(b) (2 pontos) Medidas adicionais são feitas, fornecendo os dados adicionais listados na tabela 2.

Recalcule k. Em qual caso há um melhor ajuste dos pontos? Gere os gráficos utilizados nas análises das letras (a) e (b).

Tabela 2: Dados adicionais obtidos no experimento da questão 4.

F(N)	l(cm)
13.34	21.08
22.24	28.70
35.59	36.58
44.48	40.39