

Prova 3
Introdução à Computação em Física
FIS616 (2024/1)
Prof. Walber Hugo de Brito

1. (8 pontos) Um carro viajando ao longo de uma estrada é cronometrado em vários pontos. Os dados obtidos das observações são fornecidos na Tabela 1, onde o tempo é escrito em segundos e a distância em metros.

Tabela 1: Dados obtidos referentes a questão 1.

Tempo (segundos)	0	3	5	8	13
Distância (metros)	0.0	68.58	116.738	189.89	302.666

(a) (4 pontos) Implemente um código que usa splines cúbicas naturais para fazer uma estimativa da posição do carro quando $t = 10$ s. Plote o gráfico da distância em função do tempo mostrando as splines obtidas e os pontos da Tabela 1.

(b) (4 pontos) Implemente o cálculo da derivada da spline obtida (no interior do intervalo de tempo medido) para determinar se o carro excedeu alguma vez o limite de velocidade de 24.5 m/s. Em caso afirmativo, quando foi a primeira vez em que o carro excedeu essa velocidade ?

2. (9 pontos) Seja o problema do valor inicial

$$y' = y - x^2 + 1, \tag{1}$$

onde $y(0) = 0.5$.

(a)(6 pontos) Obtenha a solução do PVI acima para x até 2.0, utilizando o método de Euler melhorado e algum método de Runge-Kutta de quarta ordem.

(b)(3 pontos) Compare os resultados obtidos em (a) com a solução exata dada por $y(x) = (x + 1)^2 - 0.5e^x$. Faça uso de um gráfico para uma melhor comparação.

3. (8 pontos) Considere o lançamento de um projétil com velocidade inicial de módulo v_0 com ângulo θ em relação ao plano horizontal. Considere que o projétil se desloca sob ação de uma força de resistência dada por

$$\vec{F} = -km \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (2)$$

onde k é uma constante e m a massa do projétil.

(a) (5 pontos) Escreva um programa em Python, para encontrar as equações da posição do projétil $(x(t), y(t))$. Considere que $m = 0.4$ Kg, $v_0 = 40.0$ m/s, $\theta = 60.0^\circ$, $g = 9.8$ m/s² e $k = 0.025$, obtenha o deslocamento x e y para o tempo de 7.0 segundos. **Obs.: Não usar programação simbólica.**

(b) (3 pontos) Faça um gráfico de $y(t)$ e $x(t)$. Plote no mesmo gráfico as curvas de $y(t)$ e $x(t)$ correspondentes ao caso em que não há uma força de resistência.

4. (9 pontos) Considere o movimento de um objeto de massa m que está acoplado a uma mola de constante elástica k . Ao realizar um movimento oscilatório o mesmo objeto está também sujeito a uma força de amortecimento dada por $F_{res} = -b \frac{dx}{dt}$, onde b é uma constante.

(a) (6 pontos) Escreva a equação de movimento para o objeto e implemente um programa em Python, para encontrar a equação da posição $x(t)$. Considere que $m = 2$ Kg, $x(0) = 1.0$ m, $v(0) = 2.0$ m/s, $b = 0.1$ e $k = 5$ N/m. **Obs.: Não usar programação simbólica.**

(b) (3 pontos) Faça um gráfico de $x(t)$. Plote no mesmo gráfico a curva de $x(t)$ correspondente ao caso em que não há uma força de amortecimento.