**TP 547 – 1º Lista de exercícios – Alessandra Domiciano – 939**

**1.** Mostre que o gerador de números aleatórios definido por: Xi+1 = 5xi mod (7) é um gerador de período completo. Determine a sequência gerada para sementes x0 = 4 e x0 = 7. Compare as sequências e comente os resultados.

a = 5, m =7

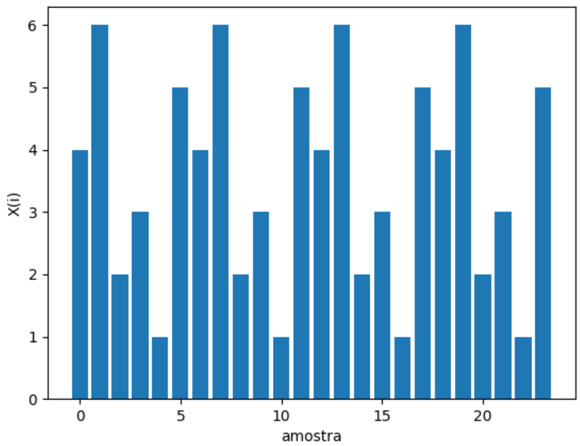
**p/ $X_0$ = 4:**

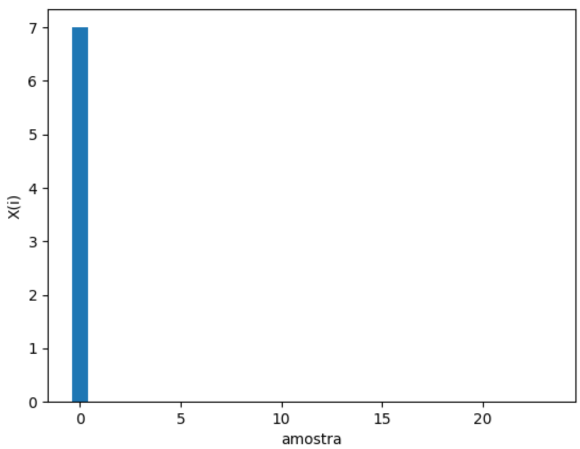
**$X_1$ = 6, $X_2$ = 2, $X_3$ = 3, $X_4$ = 1, $X_5$ = 5, $X_6$ = 4, ...**

**p/ $X_0$ = 7:**

**$X_1$ = 0, $X_2$ = 0, ...**

**Trata-se de um gerador de período completo, pois, como pode ser observado na sequência para $X_0$ = 4, ele é capaz de gerar todos os valores entre 1 e (m – 1) = 6, inclusive. Pode-se concluir também que é do tipo congruente multiplicativo e seu período máximo é (m – 1) = 6, já que a = 5 é uma raiz primitiva de m = 7.**




**2.** O número de chamadas para o help-desk de uma empresa tem uma distribuição de Poisson com 60 chamadas por um período de 10 horas. Se C = a variável aleatória para o número de chamadas por hora, encontre:

λ = 60/10 = 6

$P_X$(x) = $\frac{6^x e^{-6}}{x!}$

a. A probabilidade de que o suporte técnico não receba chamadas em uma determinada hora.

$P_X$(0) = **0,002479**

b. A probabilidade de que o suporte técnico receba menos de oito chamadas em uma determinada hora.

$P_X$(x<8) = $P_X$(0) + $P_X$(1) + $P_X$(2) + $P_X$(3) + $P_X$(4) + $P_X$(5) + $P_X$(6) + $P_X$(7)

$P_X$(x<8) = **0,744**

c. O número médio de chamadas por hora E (C).

E[C] = λ = **6**

d. A variância de C.

Var[C] = λ = **6**

e. O desvio padrão de C.

$\sigma_C$ = $\sqrt{Var[C]}$ = **2,45**

**3.** Um fabricante de pistões de metal descobre que, em média, 15% de seus pistões são rejeitados porque são superdimensionados ou subdimensionados. Qual é a probabilidade de um lote de 8 pistões conter:

N = 8, P = 0,15

$P_X$(x) = $\binom{8}{x} 0{,}15^x 0{,}85^{n-x}$

(a) não mais que 2 rejeitados?

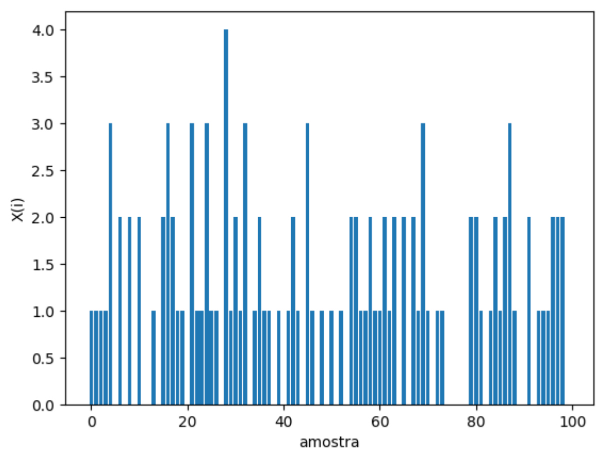
$P_X$(x<=2) = $P_X$(0) + $P_X$(1) + $P_X$(2)

$P_X$(x<=2) = **0,8948**

(b) pelo menos 6 rejeitados?

$P_X$(x>=6) = $P_X$(6) + $P_X$(7) + $P_X$(8)

$P_X$(x>=6) = **0,0002**



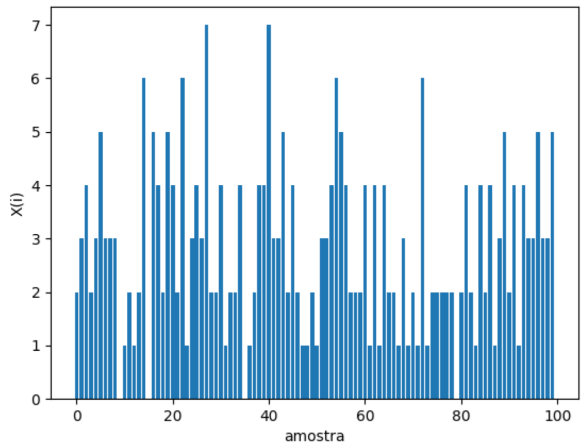
4. Se ocorrerem falhas de energia elétrica de acordo com uma distribuição de Poisson com uma média de 6 falhas a cada duas semanas, calcule a probabilidade de que haverá ao menos 2 falhas durante uma semana específica.

   λ = 6/2 = 3

   $P_X$(x) = $\frac{3^x e^{-3}}{x!}$

   $P_X$(x>=2) = 1 - $P_X$(x<=1) = 1 - $P_X$(1) + $P_X$(0)

   $P_X$(x>=2) = **0,8**




5. O número de dias que os viajantes compram suas passagens aéreas com antecedência pode ser modelado por uma distribuição exponencial com o tempo médio igual a 28 dias. Encontre a probabilidade de um viajante comprar uma passagem com menos de 4 dias de antecedência.

   λ = 1/28

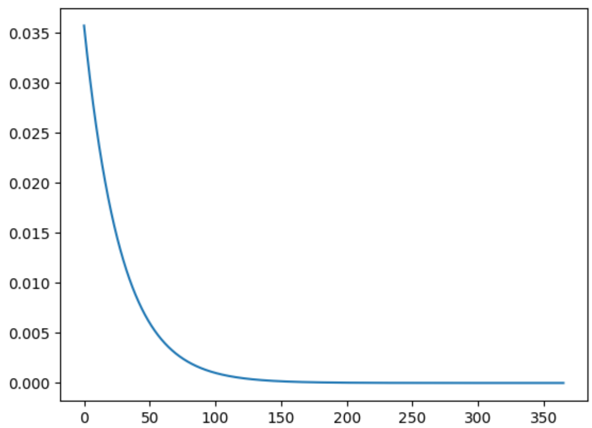
   $f_X$(x) = $\frac{1}{28} e^{-x/28}$, x >= 0

   Após integrar $f_X$(x) de 0 a x para encontrar $F_X$(x):

   $F_X$(x) = 1 - $e^{-x/28}$, x >= 0

   $P_X$(x < 4) = $F_X$(4)

   $P_X$(x < 4) = **0,1331**



**6.** A distribuição discreta geométrica conta o número de tentativas até o primeiro sucesso. Uma urna tem 30 bolas brancas e 20 bolas pretas. Qual a probabilidade de que a 6ª bola retirada com reposição seja a primeira bola preta?

$P_X$(x) = 0,4 * $0{,}6^{x-1}$

$P_X$(6) = 0,4 * $0{,}6^{6-1}$

$P_X$(6) = **0,0311**

**7.** Utilizando o método da inversa gerar amostras para a distribuição:

$f_X$(x) = $\frac{e^x}{e^2-1}$, 0 <= x < 2

Após integrar $f_X$(x) de 0 a x para encontrar $F_X$(x):

$F_X$(x) = $\frac{e^x-1}{e^2-1}$, 0 <= x < 2

$F_X^{-1}$ = ln$((e^2-1)*z+1)$, 0 <= z <= 1

$X$ = ln$((e^2-1)*U+1)$, 0 <= U <= 1

**8.** Utilizando o método da aceitação/rejeição gerar amostras para a distribuição:

$f_X$(x) = $1{,}5x^2$, −1 < x < 1

g(x) = 1, −1 < x < 1

$\frac{f(x)}{g(x)}$ = $1{,}5x^2$, −1 < x < 1

c = max$\frac{f(x)}{g(x)}$ = 1,5

$\frac{f(x)}{cg(x)}$ = $x^2$, −1 < x < 1