Практическое занятие №12 «определение внутренних силовых факторов при изгибе консольной балки. Построение эпюр и их анализ с помощью дифференциальной зависимости»

Рассмотрим балку с защемленным концом, изображенную на рис. 1,а. Определим поперечные силы и изгибающие моменты, возникающие в ее поперечных сечениях. Пусть $q = 10\ кН/м$, $F = 10\ кН$, $M = 10\ кН \cdot м$, $l = 1\ м$, $[\sigma] = 160 МПа$.

Поместим начало отсчета координаты *z* в крайнем левом сечении балки и направим ось *z* слева направо вдоль оси балки.

Разбиваем балку на участки нагружения, таки образом, чтобы в пределах одного участка картина внешних сил не менялась. Данная балка имеет три участка: *AB*, *BC*, *CD*.

Делая в пределах каждого участка промежуточное сечение с координатой *z*, записываем выражения для поперечных сил и изгибающих моментов.

<u>Участок *AB*</u> (рис.1,б). $(0 \le z \le 1 м)$

$Q_y = q \cdot 2 - F$; $M_x = M - q \cdot 2 \cdot (3 - z) + F \cdot (1 - z)$.

При $z = 0$ $Q_y = 10 \cdot 2 - 10 = 10\ кН$,

$M_x = 10 - 10 \cdot 2 \cdot (3 - 0) + 10 \cdot (1 - 0) = -40\ кН \cdot м$;

при $z = 1 м$ $Q_y = 10 \cdot 2 - 10 = 10\ кН$,

$M_x = 10 - 10 \cdot 2 \cdot (3 - 1) + 10 \cdot (1 - 1) = -30\ кН \cdot м$.

<u>Участок *BC*</u> (рис.1,в). $(1 м \le z \le 2 м)$

$Q_y = q \cdot 2$; $M_x = M - q \cdot 2 \cdot (3 - z)$.

При $z = 1 м$ $Q_y = 10 \cdot 2 = 20\ кН$, $M_x = 10 - 10 \cdot 2 \cdot (3 - 1) = -30\ кН \cdot м$;

при $z = 2 м$ $Q_y = 10 \cdot 2 = 20\ кН$, $M_x = 10 - 10 \cdot 2 \cdot (3 - 2) = -10\ кН \cdot м$.

$$M_x = 10 - \frac{10 \cdot (4 - 2)^2}{2} = -10\ кН \cdot м;$$

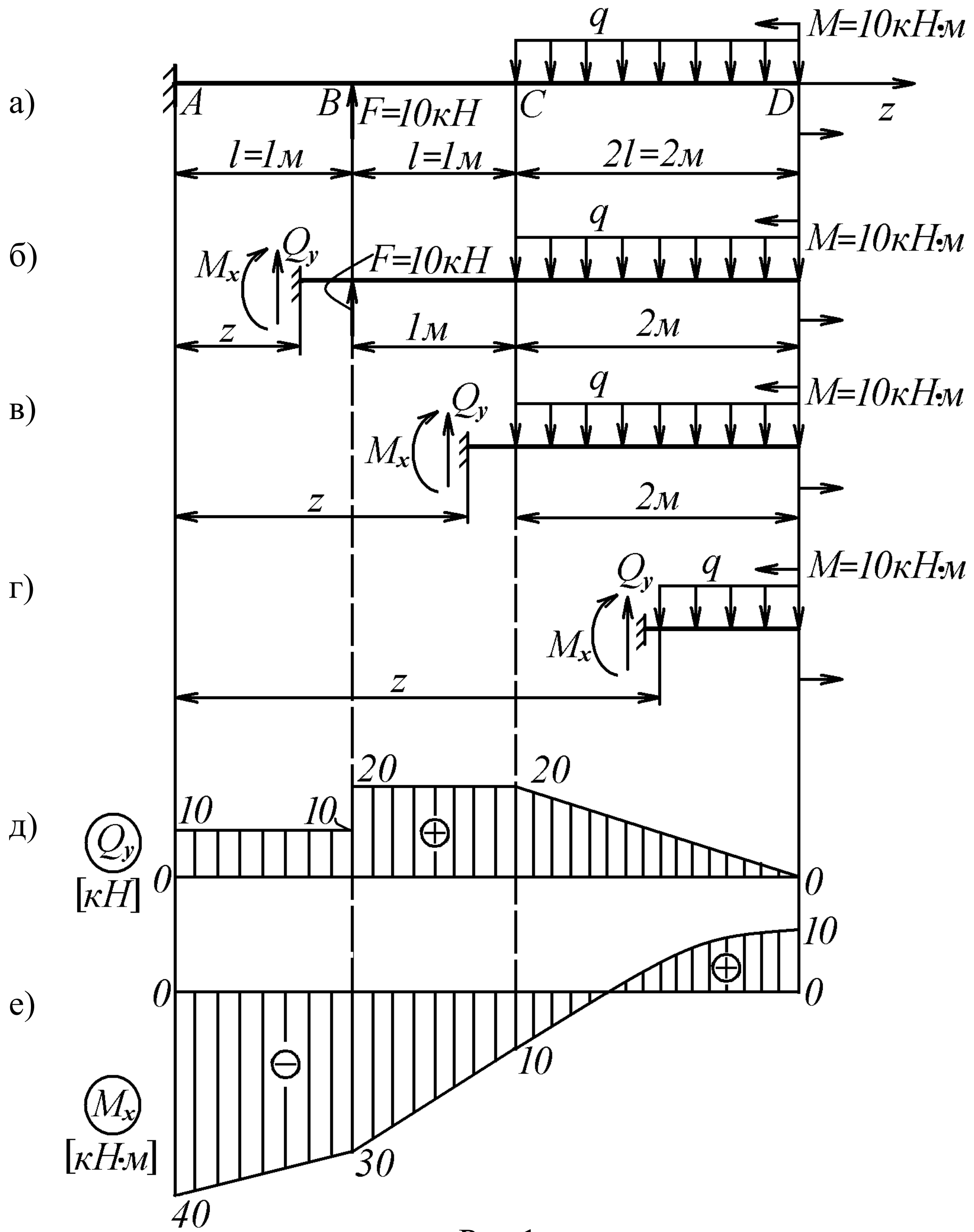

Рис.1

<u>Участок *CD*</u> (рис.1,г). $(2м \le z \le 4м)$

$$Q_y = q \cdot (4 - z)\,; \quad M_x = M - \frac{q(4 - z)^2}{2}\,.$$

При $z = 2м$ $\quad Q_y = 10 \cdot (4 - 2) = 20 \ \ кН \cdot м$,

$$M_x = 10 - \frac{10 \cdot (4-2)^2}{2} = -10 \ \ кН \cdot м;$$

при $z = 4м$ $Q_y = 10 \cdot (4-4) = 0$, $\quad M_x = 10 - \frac{10 \cdot (4-4)^2}{2} = 10 \ \ кН \cdot м$.

Строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, показанные на рис.1,д,е. Поперечные силы в пределах каждого участка, как видно из полученных зависимостей, меняются по линейным зависимостям (z либо вообще не входит в уравнения, либо входит в первой степени). Изгибающие моменты на участках *AB*, *BC* меняются по линейным зависимостям, на участке же *CD* – по параболе, т.к. координата z входит в выражение M_x на этом участке во второй степени, причем выпуклость параболы должна быть направлена навстречу действия q.

Проверяем правильность построения эпюр. В сечении *B*, в котором приложена сосредоточенная $F = 10 \ \ кН$, эпюра Q_y испытывает скачок на величину 10 $кН$; в сечении *A* – на величину $10кН$ (реакция заделки). В сечении *D*, в котором приложен сосредоточенный момент $M = 10 \ \ кН \cdot м$, эпюра изгибающих моментов испытывает скачок на величину 10 $кН \cdot м$; в сечении *A* – на величину $40 \ \ кН \cdot м$ (реакция заделки). Т.е. проверка по скачкам сходится. Второй проверкой является проверка по дифференциальной зависимости $Q_y = \frac{dM_x}{dz}$. Во всех поперечных сечения балки поперечная сила положительна. Значения изгибающего момента слева направо, как видно из эпюры (рис.2.4,е), увеличиваются. Следует отметить, что если на участке действия распределенной нагрузки эпюра поперечной силы будет пересекать нулевую линию, то на эпюре изгибающих моментов будет вершина параболы. Следовательно, вторая проверка тоже сходится.

Определяем размеры поперечного сечения, выполненного в двух вариантах.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{w_x} \le [\sigma], \qquad (2.1)$$

где $M_{x\max}$ – наибольший по абсолютной величине изгибающий момент (берется из эпюры M_x);

w_x – момент сопротивления сечения изгибу;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

Из условия (2.1) необходимая величина момента сопротивления сечения изгибу

$$w_{x\text{необх}} = \frac{M_{x\max}}{[\sigma]}.$$

$|M_{x\max}| = 40 \ кН \cdot м.$

$$w_{xнеобх} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 250 \cdot 10^{-6} м^3.$$

а) сечение в виде прямоугольника с соотношением сторон $h/b = 2$.

Подставив в выражение (2.3) значение $w_{xнеобх}$, получим:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 250 \cdot 10^{-6}}{2}} = 72{,}1 \cdot 10^{-3} м = 72{,}1 \ мм.$$

В ряде линейных размеров (см. приложение) нет такого размера. Ближайший больший – 75 *мм*. Следовательно, $b = 75 \ мм$, $h = 2 \cdot b = 150 \ мм$.

б) сечение в виде круга с диаметром *d*.

Подставив в выражение (2.4) $w_{xнеобх}$, получим:

$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 250 \cdot 10^{-6}}{3{,}14}} = 136{,}6 \cdot 10^{-3} м = 136{,}6 \ мм$. Из стандартного ряда выбираем $d = 140 \ мм$.