Sobre teoría de respresentaciones y computación

Tomás Henao Bonilla

4 de febrero de 2026

1. Introducción

Una estrategia fundamental para comprender una estructura algebraica es su linealización, permitiendo su estudio a través de la teoría de representaciones. El Capítulo 1 [1] establece todo lo necesario para hacerlo, mediante el uso de categorías y funtores.

El objeto de estudio del presente trabajo son las estructuras derivadas de los conjuntos parcialmente ordenados (*posets*) y sus correspondientes representaciones. Pese a su simplicidad combinatoria, los *posets* generan categorías de representaciones de gran interés. Como se describe en el Capítulo 2 [1], una representación de un *poset* se define como una colección de subespacios anidados dentro de un espacio vectorial común.

La clasificación de estos objetos se rige por la triada de tipo de representación: **finita, mansa o salvaje**. Un *poset* es de tipo finito si posee una cantidad finita de representaciones indescomponibles; es de tipo manso si estas son infinitas pero parametrizables; y es de tipo salvaje si su clasificación se considera un problema inabordable (descontrolado).

La transición de los espacios vectoriales a su representación matricial facilita la implementación de algoritmos computacionales. Bajo este enfoque, el problema de clasificar subespacios anidados se reduce a la clasificación de matrices bajo ciertas operaciones elementales.

Cuando la complejidad del problema impide un abordaje por fuerza bruta, se requiere de herramientas recursivas. El Capítulo 4 [1] introduce el **algoritmo de diferenciación de Nazarova** respecto a un punto maximal. Este procedimiento permite reducir la clasificación de las representaciones de un *poset* a la de un *poset* derivado de menor complejidad. La aplicación recursiva de este algoritmo conduce a estructuras triviales, permitiendo reconstruir la clasificación original.

Mientras que el algoritmo de Nazarova suele describirse en términos de espacios vectoriales, en este texto abordaremos una descripción basada estrictamente en términos de matrices y operaciones elementales. Esta formulación permite la implementación del algoritmo en lenguajes de programación modernos para el estudio computacional de *posets* de tipo finito y manso.

2. Preliminares y Definiciones

Definición 2.1. *Sea $\mathcal{P}$ un conjunto parcialmente ordenado y k un campo arbitrario. Una representación de $\mathcal{P}$ sobre k es una colección*

$$U = (U_0, U_x | x \in \mathcal{P}),$$

en donde:

1. *U_0 es un espacio vectorial de dimensión finita sobre k.*
2. *Para todo $x \in \mathcal{P}$, U_x es un subespacio de U_0.*
3. *$U_x \subseteq U_y$ si $x < y$ en $\mathcal{P}$.*

3. implementación

4. Conclusiones

Referencias

[1] Gonzalo Medina Arellano. *Introducción a la teoría de representaciones de conjuntos parcialmente ordenados.* Universidad Nacional de Colombia, 2024.