Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής
Εργαστήριο Ηλεκτρονικής

Ηλεκτρονική Ι (4ου Εξαμήνου)

1η Σειρά Ασκήσεων

Ονοματεπώνυμο : Δημήτριος Ζάρρας

Α.Μ. : 031 15 092

Εξάμηνο : 4ο

Ακαδημαϊκή Περίοδος : 2016 – 2017

Διδάσκων : Αν. Καθηγητής Παύλος-Πέτρος Σωτηριάδης

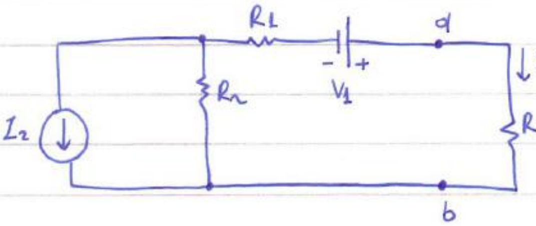
Μελέτη: Επανάληψη των προαπαιτούμενων γνώσεων που βασίζονται στο μάθημα της Ανάλυσης Γραμμικών Κυκλωμάτων και πρώτη επαφή με τον προσομοιωτή LTspice.

Δημήτριος Ζάρρας

Ζάρρας Δημήτριος

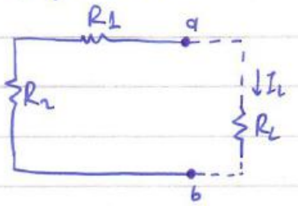
Α.Μ.: 031 15 092
Εξάμηνο: 4ο
Σχολή: ΗΜΜΥ ΕΜΠ

Άσκηση 1



(Σχήμα 1)

1. Έχουμε μία ανεξάρτητη πηγή ρεύματος και τάσης. Άρα, για την εφαρμογή του Θ. Thévenin μηδενίζουμε όλες τις πηγές, ανοιχτοκυκλώνοντας την πηγή ρεύματος και βραχυκυκλώνοντας την πηγή τάσης. Παίρνουμε το Σχήμα 1α:

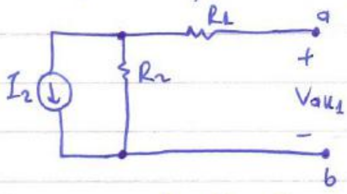


$\boxed{R_{TH} = R_1 + R_2}$ (1)

(Σχήμα 1α)

Για την εύρεση της τάσης ανοιχτοκυκλώματος, V_{ak}, θα κάνουμε χρήση του Θ. Επαλληλίας:

• Αν κρατήσουμε μόνο την I_2:

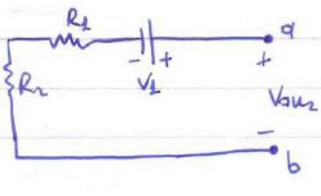


(Σχήμα 1β)

Ο κλάδος της R_1 είναι ηλεκτρικά αδιάφορος, αφού η R_1 δε διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, λόγω του ανοιχτοκυκλώματος a-b. Οπότε, παίρνουμε: $I_{R_2} = I_2$.

Άρα, $V_{ak_1} = -R_2 \cdot I_{R_2} = -R_2 \cdot I_2$ (2)

• Αν κρατήσουμε μόνο την V_1:



(Σχήμα 1γ)

Πάλι, όμως, οι R_1 και R_2 είναι ηλεκτρικά αδιάφορες, αφού δε διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα. Έτσι, προκύπτει $V_{ak_2} = V_1$ (3)

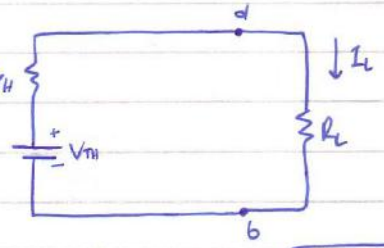
Άρα, $V_{TH} = V_{ak} = V_{ak_1} + V_{ak_2} \overset{(2)}{\underset{(3)}{=}} -I_2R_2 + V_1 \Rightarrow \boxed{V_{TH} = V_1 - I_2R_2}$ (4)

Οι (1) και (4) δίνουν την ισοδύναμη αντίσταση και πηγή τάσης, αντίστοιχα, κατά Thevenin για το κύκλωμα αριστερά των a και b.

<u>Σημείωση:</u> Όταν λέμε ότι οι αντιστάσεις είναι αδιάφορες ηλεκτρικά, αφού δε διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα, σημαίνει ότι η αντίσταση R θα έχει ρεύμα $I=0$, και άρα από το νόμο του Ohm $I=\frac{V}{R} \Leftrightarrow R=\frac{V}{I}$. Όμως, με $I=0$ για να είναι πεπερασμένη η τιμή της αντίστασης $R<\infty$, θα πρέπει και $V=0$.

2. Χρησιμοποιούμε το ισοδύναμο Thevenin και έχουμε το ισοδύναμο κύκλωμα:

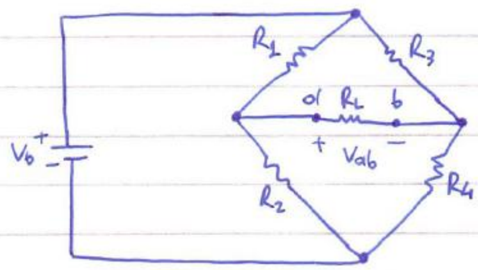
(Σχήμα 1β)



όπου, $R_{TH} = R_1 + R_2$
και $V_{TH} = V_1 - I_2R_2$.

Προκύπτει, ότι $I_L = \frac{V_{TH}}{R_{TH}+R_L}$ ή $\boxed{I_L = \frac{V_1 - I_2R_2}{R_1+R_2+R_L}}$.

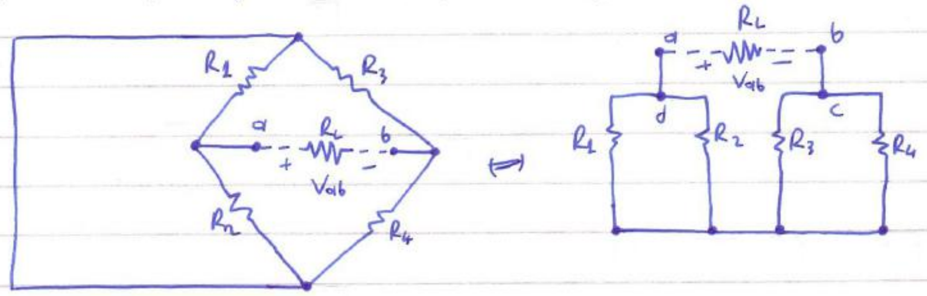
Άσκηση 2



(Σχήμα 2)

1. Από πηγές έχουμε μόνο την ανεξάρτητη πηγή τάσης V_0. Επομένως, για την εφαρμογή του

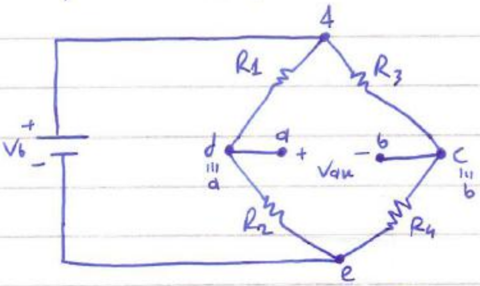
Θ. Thévenin βραχυκυκλώνουμε την V_b. Παίρνουμε το Σχήμα 2α:



(Σχήμα 2α)

Άρα, $R_{TH} = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4) \Rightarrow R_{TH} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \dfrac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$ (1)

Εύρεση της τάσης ανοιχτοκυκλώματος $V_{TH} = V_{ak}$.



(Σχήμα 2β)

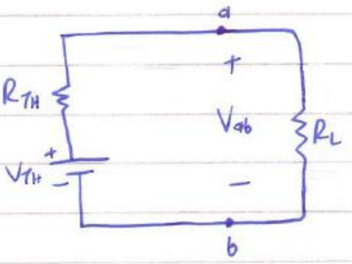
Έχουμε $V_{ak} = V_{ab} = V_{ae} + V_{eb} =$

$= V_{de} + V_{ec}$ (2)

Από διαίρεση τάσης έχουμε: $V_{de} = V_b \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$ και $V_{ce} = V_b \dfrac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow V_{ec} = -V_b \dfrac{R_4}{R_3 + R_4}$

(2) $\Rightarrow V_{ak} = V_{TH} = V_b \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} - V_b \dfrac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow V_{TH} = V_b \left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} - \dfrac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$ (3)

Άρα, έχουμε το <u>ισοδύναμο Thévenin</u>, όπως φαίνεται από τους ακροδέκτες a, b της R_L:



Όπου $\boxed{R_{TH} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \dfrac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}$ και

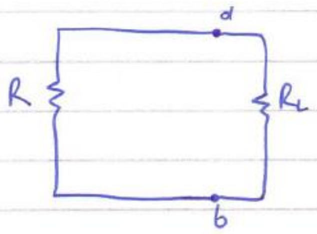
(Σχήμα 2γ) $\boxed{V_{TH} = V_b \left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} - \dfrac{R_4}{R_3 + R_4} \right)}$

2. Για $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, η ① δίνει $R_{TH} = \frac{R^2}{2R} + \frac{R^2}{2R} \Rightarrow \boxed{R_{TH} = R = R_N}$

και η ③ δίνει $V_{TH} = V_b\left(\cancel{\frac{R}{2R} - \frac{R}{2R}}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{V_{TH} = 0}$.

Άρα, το ρεύμα βραχυκυκλώματος, $\boxed{I_{βρ} = I_N = 0}$.

Οπότε, το ισοδύναμο Norton που φαίνεται από τους ακροδέκτες ab της R_L είναι:



(Σχήμα 2δ)

3. Από το ισοδύναμο Thévenin, του Σχήματος 2γ βρίσκουμε των δοθέντων τιμών:

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \left(\frac{1 \cdot 2}{3} + \frac{3 \cdot 4}{7}\right)\Omega \Rightarrow R_{TH} = \left(\frac{2}{3} + \frac{12}{7}\right)\Omega$$

$$\Rightarrow R_{TH} = \frac{14+36}{21}\Omega \Rightarrow R_{TH} = \frac{50}{21}\Omega$$

$$V_{TH} = V_b\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) = 20\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right)V \Rightarrow V_{TH} = \frac{40}{21}V$$

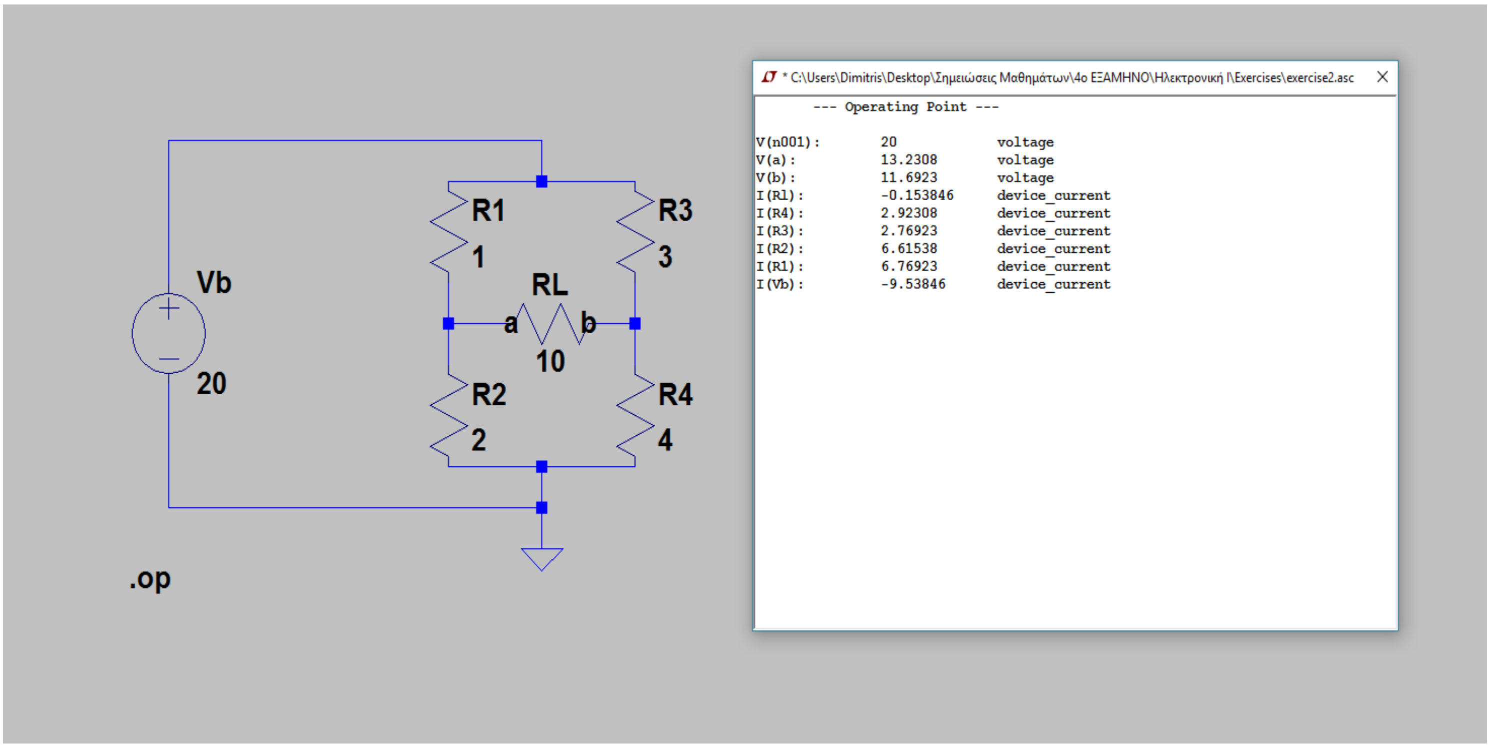
Από το Σχήμα 2γ με διαίρεση τάσης παίρνουμε: $V_{ab} = V_{TH}\frac{R_L}{R_L + R_{TH}} = \frac{40}{21} \cdot \frac{10}{10 + \frac{50}{21}} V$

$$= \frac{40 \cdot 210}{21 \cdot 260} V = \frac{40\cancel{0}}{26\cancel{0}} V \Rightarrow \boxed{V_{ab} = 1{,}5385\ V}.$$

Η τιμή αυτή προέκυψε αλγεβρικά από την ανάλυση του κυκλώματος. Στην επόμενη σελίδα (βλ. σελ. 5) παρατίθεται η εύρεση της ίδιας τιμής για την τάση Vab, μέσω της DC προσομοίωσης στο πρόγραμμα LTSpice.

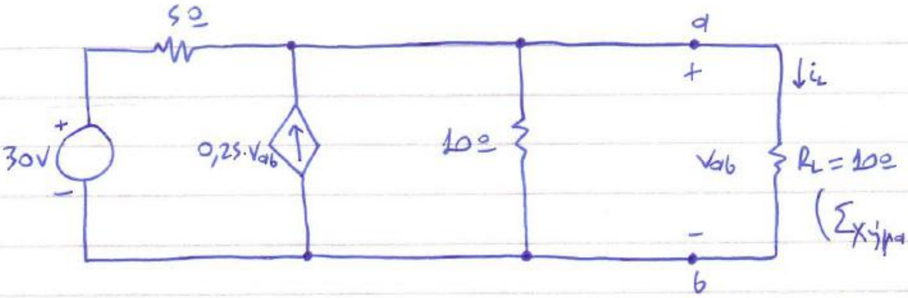
(Συνέχεια ερωτήματος 3, Άσκησης 2)

Μέσω DC προσομοίωσης στο LTSpice (DC operating point), προκύπτουν για το κύκλωμα, με ενσωματωμένες τις τιμές του ερωτήματος 3 της Άσκησης 2, οι εξής τιμές:



Επομένως, η διαφορά δυναμικού στα άκρα a και b της αντίστασης R_L προκύπτει ως $V_{ab} = V_a - V_b = (13{,}2308 - 11{,}6923)$ V $\Leftrightarrow$ **V_{ab} = 1,5385 V**. <u>Δηλαδή, η τιμή της τάσης V_{ab} μέσω της DC προσομοίωσης προκύπτει ίδια με την τιμή που υπολογίστηκε αλγεβρικά.</u>

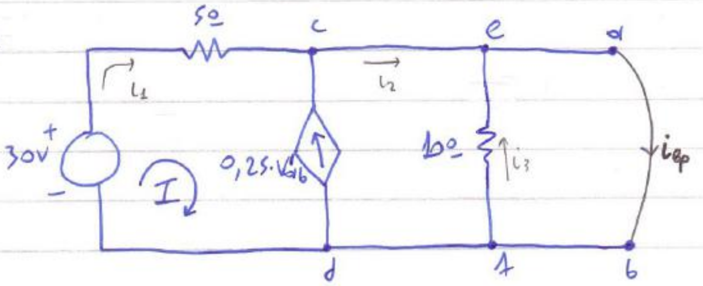
Άσκηση 3



(Σχήμα 3)

1. Έχουμε ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές. Άρα, για την εφαρμογή του Θ. Thévenin θα βρούμε το ρεύμα βραχυκυκλώματος $i_{βρ}$ και την τάση ανοιχτοκυκλώματος $V_{ακ}$ μεταξύ των ακροδεκτών a και b.

• Για το $i_{βρ}$:



(Σχήμα 3α)

N.T.K. στον I: $-30V + 5 \cdot i_1 + V_{cd} = 0$, $V_{cd} = V_{ef} = -10 i_3$ $\Rightarrow -30V + 5 \cdot i_1 - 10 i_3 = 0$ (1)

N.P.K. στο c: $i_1 + 0{,}25 \cdot V'_{ab} = i_2$ (2)

N.P.K. στο e: $i_2 + i_3 = i_{βρ}$ (3)

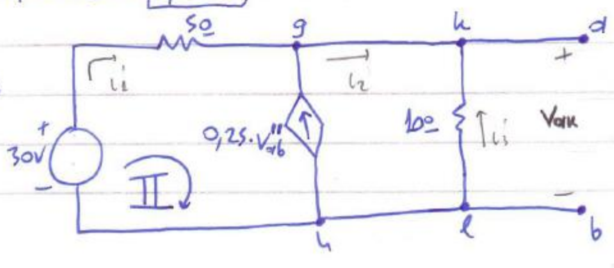
Όμως, η πηγή ρεύματος $0{,}25 \cdot V'_{ab}$ είναι βραχυκυκλωμένη, με $V'_{ab} = 0$.
Προκύπτει $V_{cd} = V_{ef} = 0 \Rightarrow i_3 = 0$ και $0{,}25 \cdot V'_{ab} = 0$

(1) $\Rightarrow -30V + 5 i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = 6A$

(2) $\Rightarrow i_1 = i_2 \Rightarrow i_2 = 6A$

(3) $\Rightarrow i_{βρ} = i_2 \Rightarrow \boxed{i_{βρ} = 6A}$

• Για το $V_{ακ}$:



(Σχήμα 3β)

Ν.Τ.Κ. στον ΙΙ ↓ : $\left.\begin{aligned} -30V + 5i_1' + V_{gh} = 0 \\ V_{gh} = V_{kl} = -10i_3' \end{aligned}\right\} \Rightarrow -30V + 5i_1' - 10i_3' = 0$ (4)

Ν.Ρ.Κ. στο g: $i_1' + 0{,}25 \cdot V_{ab}'' = i_2' \xrightarrow{V_{ab}''=V_{ak}} i_1' + 0{,}25 \cdot V_{ak} = i_2'$ (5)

Ν.Ρ.Κ. στο h: $i_2' + i_3' = 0 \Rightarrow i_2' = -i_3'$ (6)

(4) $\overset{(6)}{\Rightarrow} -30V + 5i_1' + 10i_2' = 0$ (7)

Έχουμε, όμως, ότι $V_{ak} = -10i_3' \overset{(6)}{\Rightarrow} V_{ak} = 10i_2' \Rightarrow i_2' = \frac{V_{ak}}{10}$ (8)

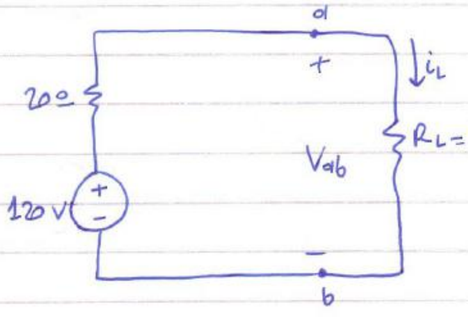
(7) $\overset{(8)}{\Rightarrow} -30V + 5i_1' + 10\frac{V_{ak}}{10} = 0 \Rightarrow \left.\begin{aligned} -30V + 5i_1' + V_{ak} = 0 \\ (5) \Rightarrow i_1' + 0{,}25 \cdot V_{ak} = 0{,}1 \cdot V_{ak} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} -30V + 5i_1' = -V_{ak} \Rightarrow V_{ak} = 30V - 5i_1' \quad (9) \\ i_1' + 0{,}15 \cdot (30 - 5i_1') = 0 \Rightarrow i_1' + 4{,}5 - 0{,}75 \cdot i_1' = 0 \Rightarrow i_1' = -18A \end{cases}$

(9) $\Rightarrow V_{ak} = 30V + 90V \Rightarrow \boxed{V_{ak} = 120V} = V_{TH}$

$R_{TH} = \frac{V_{ak}}{i_{\beta\rho}} = \frac{120}{6}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_{TH} = 20\,\Omega}$

Άρα, έχουμε το ισοδύναμο Thévenin για το κύκλωμα αριστερά των σημείων a και b:



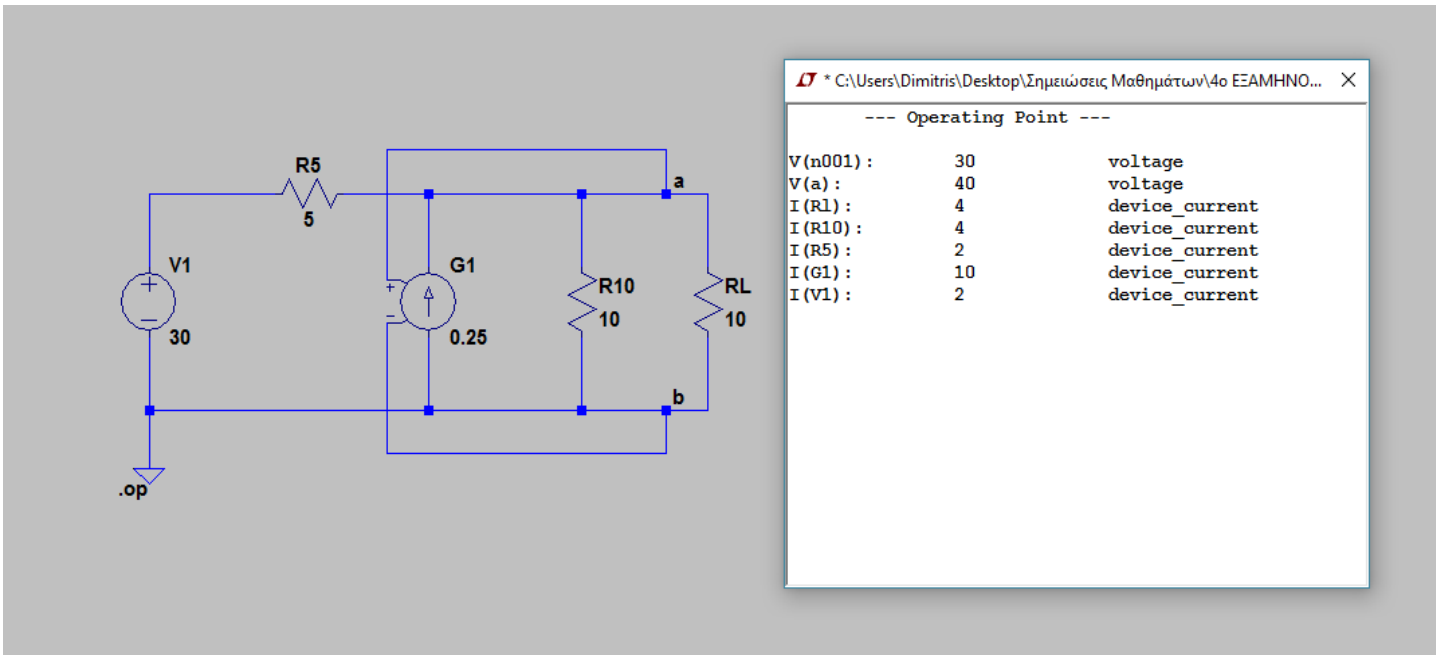
(Σχήμα 3γ)

2. Από το παραπάνω ισοδύναμο κύκλωμα του Σχήματος 3γ παίρνουμε ότι:

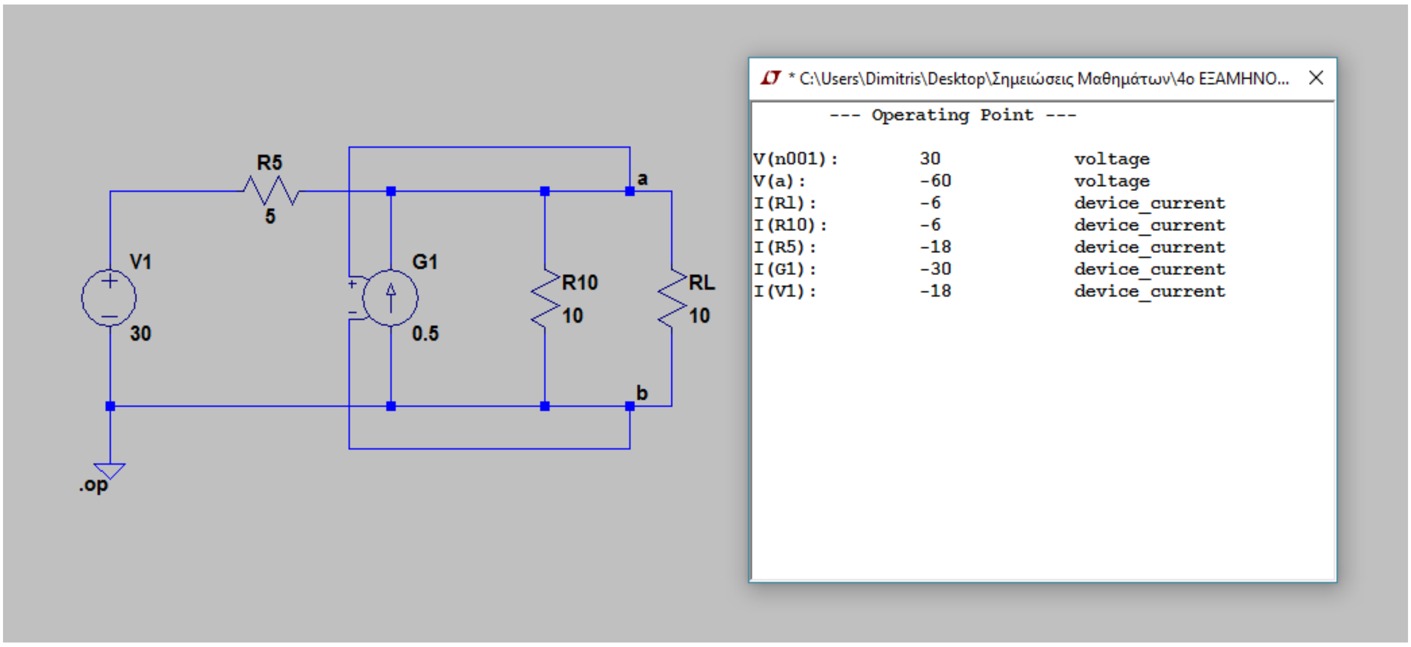
$$i_L = \frac{120V}{20\Omega + R_L} = \frac{120}{30}A \Rightarrow \boxed{i_L = 4A}$$

3. *(Ερώτημα 3, Άσκησης 3)*

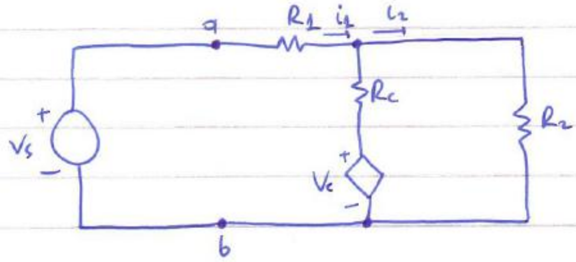
- Μέσω DC προσομοίωσης στο LTSpice, για την περίπτωση που η εξαρτημένη πηγή ρεύματος έχει τιμή <u>$0{,}25\cdot V_{ab}$</u>, προκύπτει για το ρεύμα i_L, που διαρρέει την αντίσταση R_L, ότι ισούται με: $\mathbf{i_L = 4A}$, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα με τα αποτελέσματα στο δεξί μέρος (συγκεκριμένα, I(Rl) : 4). <u>Πράγματι, μέσω της ανάλυσης του κυκλώματος είδαμε, επίσης, ότι προκύπτει η ίδια τιμή ρεύματος (βλ. σελ. 7).</u>



- Για την περίπτωση που η εξαρτημένη πηγή ρεύματος έχει τιμή <u>$0{,}5\cdot V_{ab}$</u>, προκύπτει για το ρεύμα i_L, που διαρρέει την αντίσταση R_L, ότι ισούται με: $\mathbf{i_L = -6A}$, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα της DC προσομοίωσης (συγκεκριμένα, I(Rl) : -6) με τα αποτελέσματα στο δεξί μέρος.



Άσκηση 4

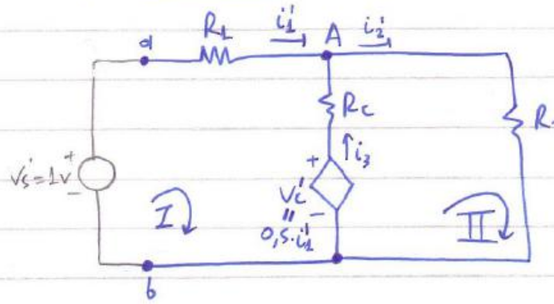


$R_1 = R_2 = R_c = 1\,\Omega$ (1)

(Σχήμα 4)

Δεξιά των σημείων a και b έχουμε μόνο μια εξαρτημένη πηγή τάσης V_c. Άρα, το ισοδύναμο Thévenin για το δικτύωμα δεξιά των a,b θα είναι μια αντίσταση R_{TH}. Για την εύρεσή της θεωρούμε μια συγκεκριμένη τιμή στην τάση V_s και βρίσκουμε το ρεύμα που τη διαρρέει, I_s. Οπότε $R_{TH} = \frac{V_s}{I_s}$.

1. Έχουμε $V_c' = 0{,}5 \cdot i_1'$, με $i_1' = I_s'$. Επιλέγουμε $V_s' = 1V$.



(Σχήμα 4α)

N.Τ.Κ. στον I: $-1V + i_1' \cdot R_1 - i_3 R_c + 0{,}5 \cdot i_1' = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} -1 + i_1' - i_3 + 0{,}5 \cdot i_1' = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1{,}5 \cdot i_1' - i_3 = 1$ (2)

N.Τ.Κ. στον II: $-0{,}5 \cdot i_1' + i_3 R_c + i_2' \cdot R_2 = 0 \Rightarrow$

$\overset{(1)}{\Rightarrow} -0{,}5 \cdot i_1' + i_3 + i_2' = 0$ (3)

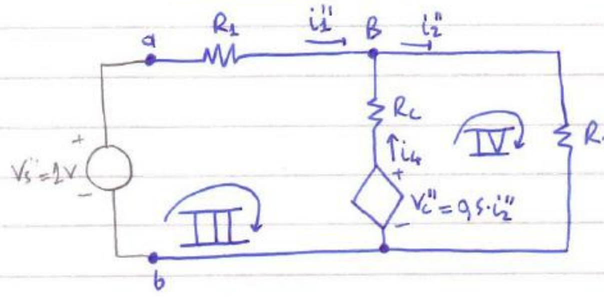
N.Ρ.Κ. στο A: $i_1' + i_3 = i_2'$ (4)

$$\left.\begin{aligned} (3) \overset{(4)}{\Rightarrow} -0{,}5 \cdot i_1' + i_3 + i_1' + i_3 = 0 \Rightarrow 2i_3 + 0{,}5 \cdot i_1' &= 0 \\ (2) \overset{(\cdot 2)}{\Rightarrow} -2i_3 + 3i_1' &= 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 3{,}5\, i_1' = 2A \Rightarrow i_1' = \frac{2}{3{,}5} A$$

Με $I_s' = i_1' \Rightarrow I_s' = \frac{2}{3{,}5} A$. Οπότε, προκύπτει $R_{1TH} = \frac{V_s'}{I_s'} = \frac{3{,}5}{2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_{1TH} = 1{,}75\,\Omega}$

Ισοδύναμο Thévenin δεξιά των a, b:

2. Έχουμε $\underline{V_c'' = 0{,}5\cdot i_2''}$, με $i_1'' = I_s''$. Επιλέγουμε $V_s'' = 1V$.



(Σχήμα 4β)

<u>Ν.Τ.Κ. στον</u> III: $-1V + i_1''\cdot R_1 - i_4 R_c + 0{,}5\cdot i_2'' = 0$ $\overset{(1)}{\Leftrightarrow} -1 + i_1'' - i_4 + 0{,}5\cdot i_2'' = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow i_1'' - i_4 + 0{,}5\cdot i_2'' = 1$ (5)

<u>Ν.Τ.Κ. στον</u> IV: $-0{,}5\cdot i_2'' + i_4 R_c + i_2''\cdot R_2 = 0 \Leftrightarrow$

$\overset{(1)}{\Leftrightarrow} -0{,}5\cdot i_2'' + i_4 + i_2'' = 0 \Leftrightarrow i_4 + 0{,}5\cdot i_2'' = 0$ (6)

<u>Ν.Ρ.Κ. στο</u> B: $i_1'' + i_4 = i_2''$ (7)

(5) $\overset{(7)}{\Rightarrow} i_2'' - i_4 - i_4 + 0{,}5\cdot i_2'' = 1 \Rightarrow -2i_4 + 1{,}5\cdot i_2'' = 1$

(6) $\overset{(\cdot 2)}{\Rightarrow} 2i_4 + i_2'' = 0$

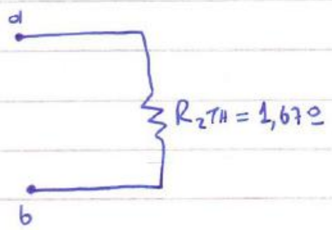
$\overset{(+)}{\Rightarrow} 2{,}5\cdot i_2'' = 1A \Rightarrow i_2'' = 0{,}4A$

(6) $\Rightarrow i_4 = -0{,}2A$

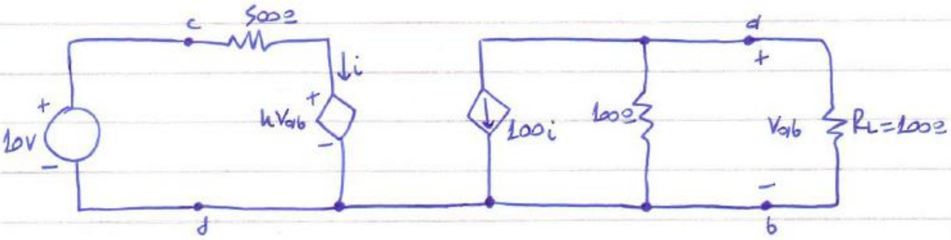
(7) $\Rightarrow i_1'' = 0{,}4A + 0{,}2A \Rightarrow i_1'' = 0{,}6A$

Με $I_s'' = i_1'' \Rightarrow I_s'' = 0{,}6A$. Οπότε προκύπτει $R_{2TH} = \frac{V_s''}{I_s''} = \frac{1}{0{,}6}\Omega \Rightarrow \boxed{R_{2TH} = 1{,}67\Omega}$

<u>Ισοδύναμο Thévenin</u> δεξιά των a,b:



Άσκηση 5

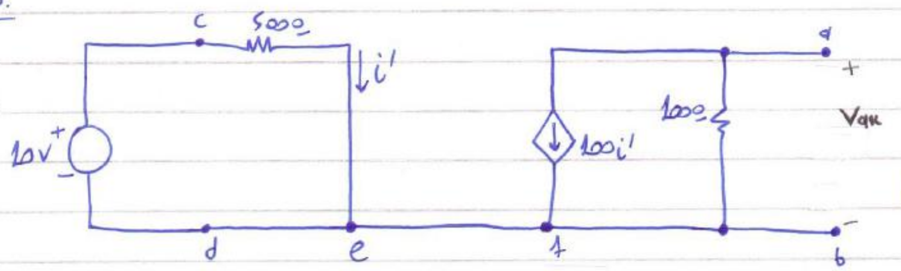


(Σχήμα 5)

Στο κύκλωμα έχουμε ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές. Άρα, για την εύρεση του ισοδύναμου Thévenin για το δικτύωμα αριστερά των σημείων a και b, θα βρούμε την τάση ανοικτοκυκλώματος V_{ak}, καθώς και το ρεύμα βραχυκυκλώματος $i_{\beta\rho}$, οπότε $R_{TH} = \frac{V_{ak}}{i_{\beta\rho}}$.

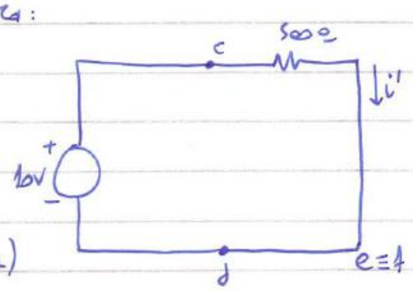
1. Έχουμε $k=0$.

• Για το V_{ak}:



(Σχήμα 5a)

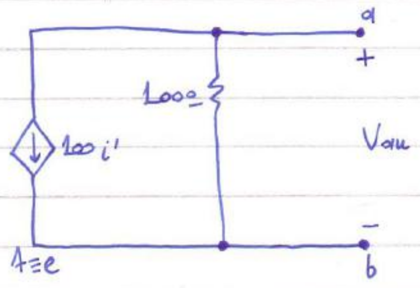
Παρατηρούμε ότι τα σημεία e και f του κυκλώματος έχουν το ίδιο δυναμικό. Αν συμπέσει το e με το f, βλέπουμε ότι το κύκλωμα θα αποτελείται από δύο κυκλώματα, με κοινό σημείο το $e \equiv f$. Προκύπτουν τα:



(Σχήμα 5a-1)

Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι:

$$i' = \frac{10}{500}\,A \Rightarrow i' = 0{,}02\,A$$



(Σχήμα 5a-2)

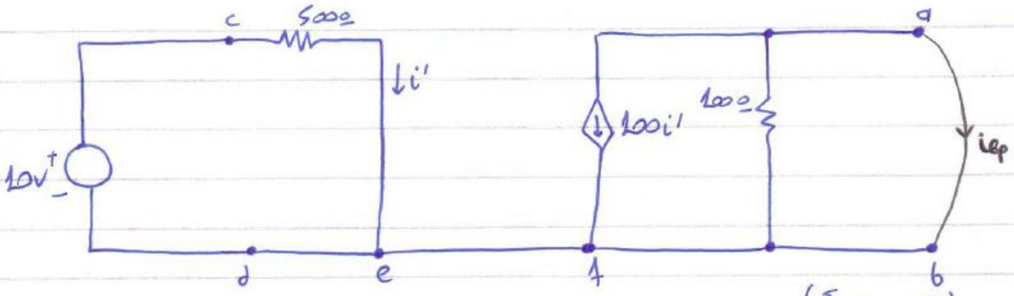
Οπότε, $100 \cdot i' = 2A$

Άρα, από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι:

$$V_{ak} = -2A \cdot 100\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{ak} = -200V}$$

Δηλαδή, συμπεραίνουμε ότι η V_{ak} έχει πολικότητα αντίθετη από αυτή που σχεδιάσαμε.

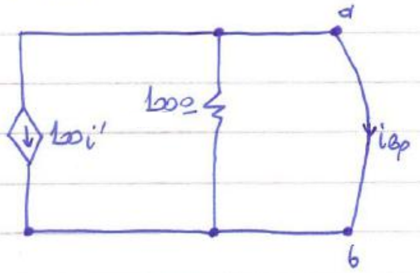
• <u>Για το $i_{βρ}$</u> :



(Σχήμα 5β)

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει $i' = 0,02A$, πάλι.

Από το δεξί κομμάτι του κυκλώματος:



(Σχήμα 5β-2)

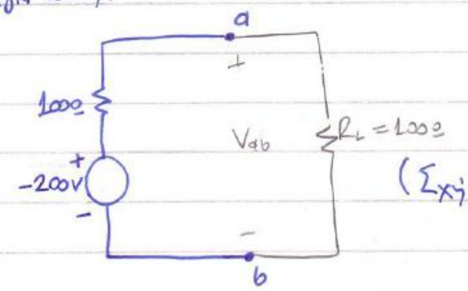
Λόγω του βραχυκυκλώματος προκύπτει

$$i_{βρ} = -100 \cdot i' \Rightarrow \boxed{i_{βρ} = -2A}$$

δηλαδή, το $i_{βρ}$ ρέει από το b στο a.

Επομένως θα έχουμε $R_{TH} = \dfrac{V_{ak}}{i_{βρ}} \Rightarrow \boxed{R_{TH} = 100Ω}$

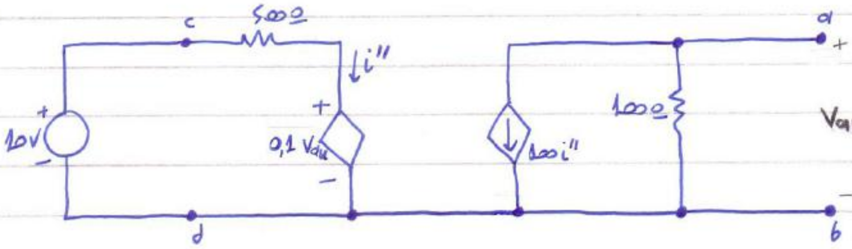
Άρα, το <u>ισοδύναμο Thévenin</u> για το δικτύωμα αριστερά των σημείων a, b του δοθέντος κυκλώματος είναι (για k=0):



(Σχήμα 5γ)

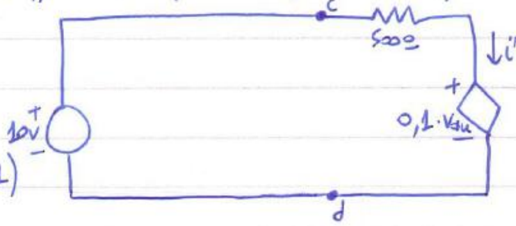
2. Έχουμε <u>k=0,1</u>.

• <u>Για το V_{ak}</u> :



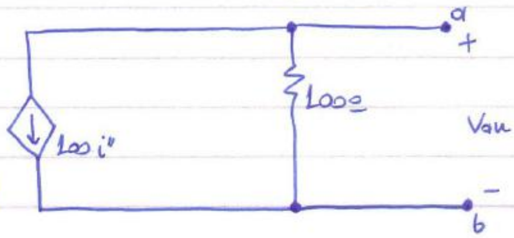
(Σχήμα 5δ)

Από το Σχήμα 5δ προκύπτουν, όπως πριν, τα εξής δύο υποκυκλώματα:



(Σχήμα 5δ-1)

Με Ν.Τ.Κ.: $-10V + i'' \cdot 500 + 0{,}1 \cdot V_{ab} = 0$ (1)



(Σχήμα 5δ-2)

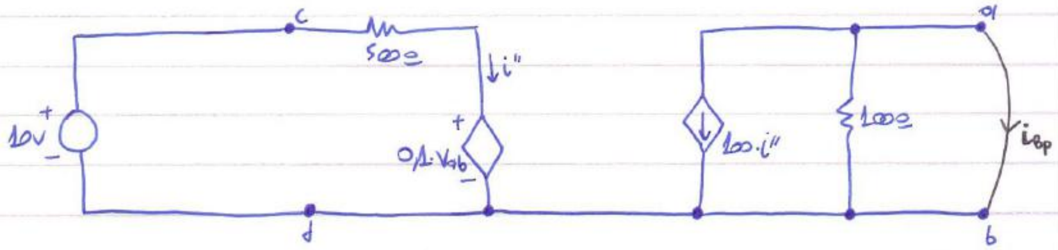
Προκύπτει,

$V_{ab} = -100 i'' \cdot 100 \Leftrightarrow V_{ab} = -10000 i''$ (2)

$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} -10 + 500 i'' - 1000 i'' = 0 \Leftrightarrow 500 i'' = -10 \Leftrightarrow i'' = -\frac{1}{50} A$

$(2) \Rightarrow \boxed{V_{ab} = 200V}$

• <u>Για το $i_{βρ}$</u>:

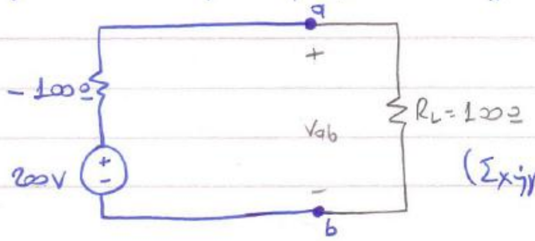


(Σχήμα 5ε)

Όμως, $V_{ab} = 0$ λόγω του βραχυκυκλώματος, άρα το Σχήμα 5ε ισοδυναμεί με το Σχήμα 5θ, της σελίδας 12. Οπότε, είναι πάλι $\boxed{i_{βρ} = -2A}$.

Επομένως, θα έχουμε $R_{TH} = \frac{V_{ab}}{i_{βρ}} = \frac{200}{-2}\,Ω \Rightarrow \boxed{R_{TH} = -100\,Ω}$, δηλαδή η αντίσταση του ισοδυνάμου Thévenin προκύπτει με αρνητικό πρόσημο.

Άρα, το ισοδύναμο Thévenin για το δικτύωμα αριστερά των σημείων a,b του δοθέντος κυκλώματος είναι (για k=0,1):



(Σχήμα 5στ)

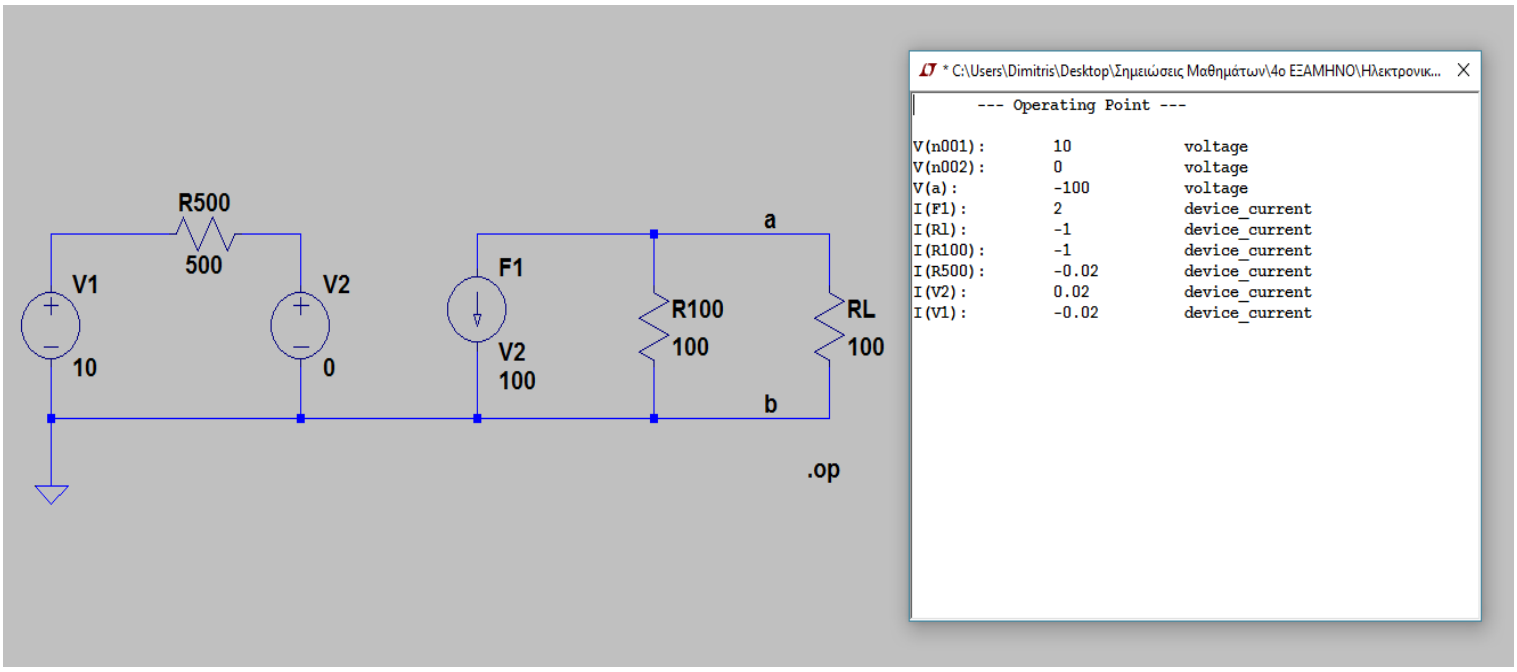
(Συνέχεια Άσκησης 5, για την εύρεση των i και V_{ab})

- Περίπτωση <u>k = 0</u>

Από το ισοδύναμο Thevenin του Σχήματος 5γ (σελ. 12), αν προσθέσουμε και την R_L μεταξύ των α και b, προκύπτει για την V_{ab}, ότι $V_{ab} = -200 \cdot \frac{RL}{100+RL} = \frac{100}{100+100}$ V ⇔ V_{ab} = -100V.

Πράγματι, μέσω της DC προσομοίωσης από το LTSpice βρίσκουμε το ίδιο αποτέλεσμα, όπως φαίνεται στις τιμές των αποτελεσμάτων με V_a = -100 V, με το b γειωμένο στα 0V.

Για την Γραμμικά Εξαρτημένη από Ρεύμα Πηγή Ρεύματος (Linear Current Dependent Current Source), F1 = 100·i, χρησιμοποιήθηκε η V2 ως μια πηγή τάσης με τιμή 0V (πρόκειται ουσιαστικά για ένα βραχυκύκλωμα), όπως εικονίζεται παρακάτω, οπότε η εξάρτηση γίνεται από το ρεύμα που τη διαρρέει, με gain ίσο με 100.



Άρα, για τα ζητούμενα προκύπτουν (και επαληθεύονται) οι τιμές:
i = 0,02 A και **V_{ab} = -100 V.**

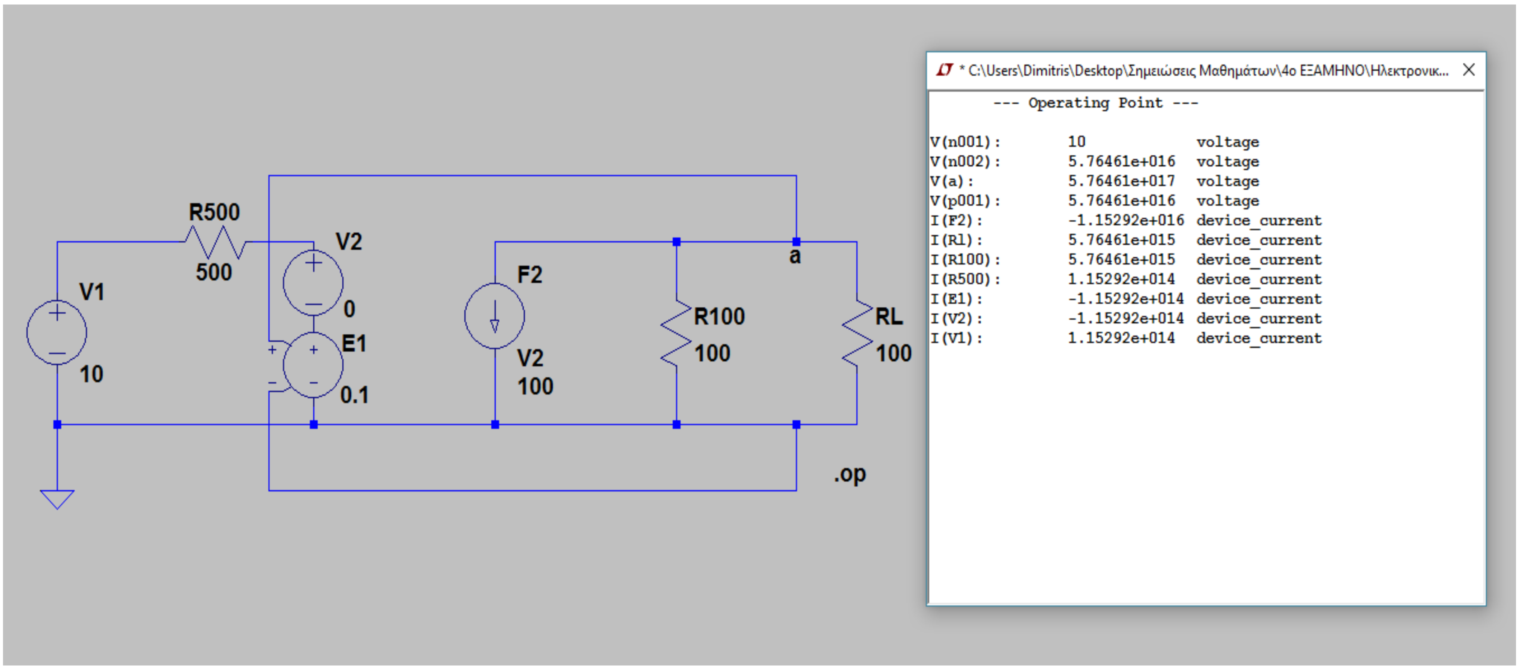
➤ Περίπτωση <u>k = 0,1</u>

Από το ισοδύναμο Thevenin του Σχήματος 5στ (σελ. 13), αν προσθέσουμε και την R_L μεταξύ των a και b, προκύπτει για την V_{ab}, ότι $V_{ab} = 200 \cdot \frac{RL}{Rth+RL} = 200 \cdot \frac{100}{-100+100}$ V.

Παρατηρούμε, δηλαδή, ότι ο παρανομαστής της V_{ab} στην περίπτωση που k = 0,1 ισούται με 0, άρα η τιμή της απειρίζεται!

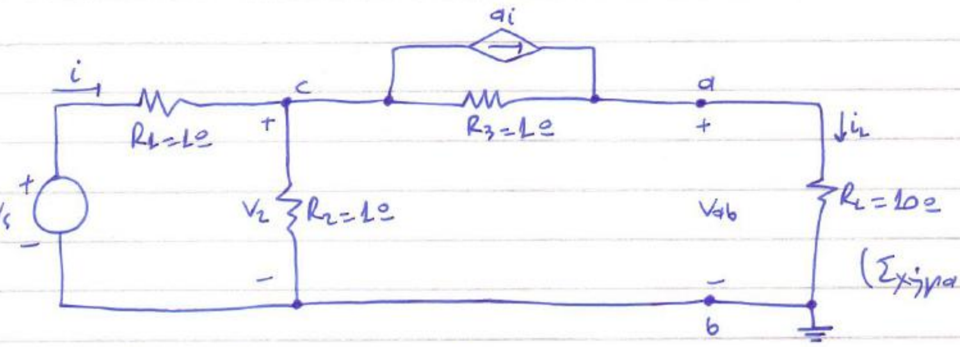
Πράγματι, μέσω της DC προσομοίωσης από το LTSpice βρίσκουμε πρακτικά το ίδιο αποτέλεσμα, όπως φαίνεται στις τιμές των αποτελεσμάτων με V_a = 5,76462e+017 V, δηλαδή $V_a = 5{,}76462 \cdot 10^{17}$ V που πρόκειται για μια πάρα πολύ μεγάλη τιμή τάσης (ουσιαστικά τείνει στο +∞ στην πράξη), με το b γειωμένο στα 0V. Από τη σχέση -1- της σελ. 13 που προκύπτει από το Νόμο Τάσεων Kirchhoff φαίνεται ότι και το i (εδώ I(V2)) παίρνει τιμή που τείνει στο -∞.

Για την Γραμμικά Εξαρτημένη από Ρεύμα Πηγή Ρεύματος (Linear Current Dependent Current Source) εργαζόμαστε ομοίως με πριν (τώρα, F2 = 100·i).



Άρα, για τα ζητούμενα προκύπτουν ουσιαστικά(και επαληθεύονται) οι τιμές:
i = -∞ A και **V_{ab} = +∞ V**.

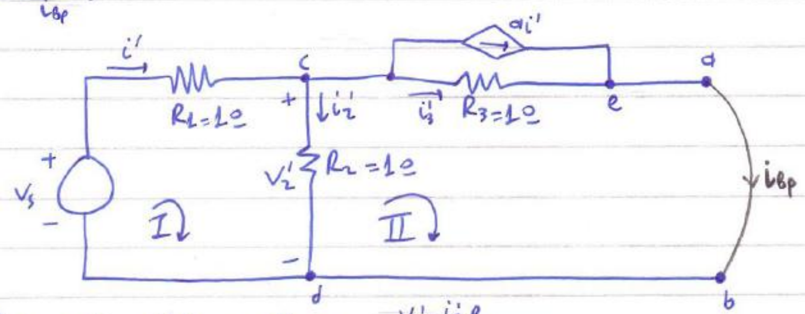
Άσκηση 6



(Σχήμα 6)

Αρχικά, θα βρούμε το ισοδύναμο Thévenin για το δικτύωμα αριστερά των σημείων a και b, το οποίο περιέχει ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές. Επομένως, για την εφαρμογή του Θ. Thevenin θα ευρεθούν το ρεύμα βραχυκυκλώματος, $i_{βρ}$ και η τάση ανοικτοκυκλώματος $V_{ακ}$, με, τελικά, να έχουμε $R_{TH} = \frac{V_{ακ}}{i_{βρ}}$.

• Για το $i_{βρ}$:



(Σχήμα 6α)

Ν.Τ.Κ. στον I: $-V_s + i'\cdot R_1 + V_2' = 0 \xLeftrightarrow[R_1=R_2=1Ω]{V_2'=i_2' R_2} -V_s + i' + i_2' = 0$ (1)

Ν.Τ.Κ. στον II: $-V_2' + i_3'\cdot R_3 = 0 \Leftrightarrow -i_2'\cdot R_2 + i_3'\cdot R_3 = 0 \Rightarrow i_3' = i_2'$ (2)

Ν.Ρ.Κ. στο c: $i' = i_{βρ} + i_2'$ (3)

Ν.Ρ.Κ. στο e: $i_{βρ} = a i' + i_3'$ (4)

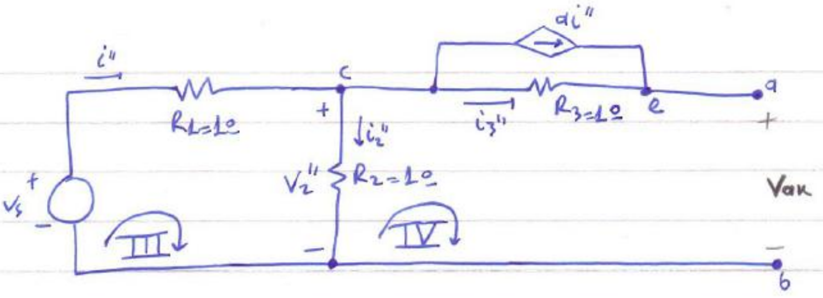
$\xRightarrow[(2)]{(-)} i' - i_{βρ} = i_{βρ} - a i' \Rightarrow i_{βρ} = \frac{i'(a+1)}{2} \Rightarrow i' = \frac{2 i_{βρ}}{a+1}$ (5)

(3) $\xRightarrow{(1)} i' = i_{βρ} + V_s - i' \Rightarrow i_{βρ} = 2i' - V_s$ (6)

(6) $\xRightarrow{(5)} i_{βρ} = \frac{4 i_{βρ}}{a+1} - V_s \Rightarrow (a+1)i_{βρ} = 4i_{βρ} - (a+1)V_s \Rightarrow (a-3)i_{βρ} = -(a+1)V_s \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{i_{βρ} = \frac{V_s(a+1)}{3-a}}$ (A)

• Για το V_{ak} :



(Σχήμα 6β)

N.T.K. στον III : $-V_s + i''R_1 + i_2''\cdot R_2 = 0 \Rightarrow -V_s + i'' + i_2'' = 0$ (7)

N.T.K. στον IV : $-i_2''R_2 + i_3''\cdot R_3 + V_{ak} = 0 \Rightarrow -i_2'' + i_3'' + V_{ak} = 0$ (8)

N.P.K. στο c : $i'' = i_2''$ (9)

N.P.K. στο e : $ai'' + i_3'' = 0 \Rightarrow i'' = -\frac{i_3}{a}$ (10)

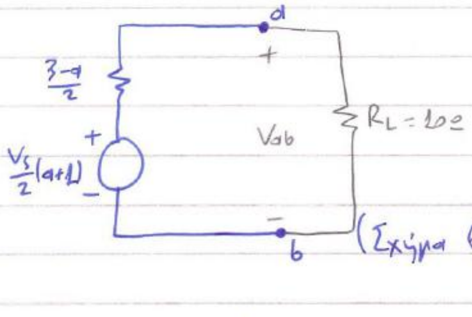
(8) $\xrightarrow{(10)}$ $\frac{i_3''}{a} + i_3'' + V_{ak} = 0 \xrightarrow{(10)} -i'' - ai'' + V_{ak} = 0$ (11)

(7) $\xrightarrow{(9)}$ $i'' = \frac{V_s}{2}$ (12)

(11) $\xrightarrow{(12)}$ $-\frac{V_s}{2} - a\frac{V_s}{2} + V_{ak} = 0 \Rightarrow \boxed{V_{ak} = \frac{V_s}{2}(a+1)}$ (V)

Επομένως, θα έχουμε $R_{TH} = \frac{V_{ak}}{i_{βρ}} = \frac{\frac{V_s}{2}(a+1)}{\frac{V_s(a+1)}{3-a}} \Rightarrow \boxed{R_{TH} = \frac{3-a}{2}}$ (Ω)

Συνεπώς, το ισοδύναμο Thévenin για το δικτύωμα αριστερά των σημείων a και b θα είναι:



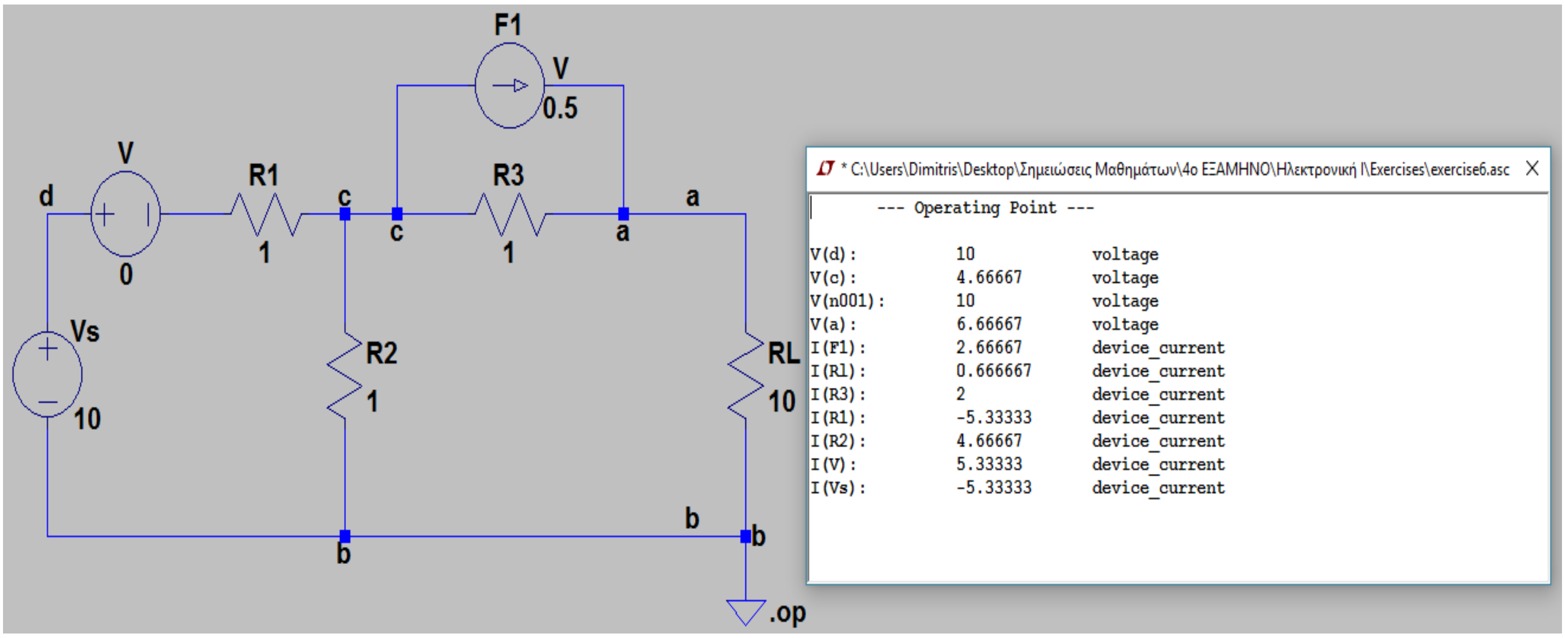
(Σχήμα 6γ)

Εν συνεχεία, για τις τιμές $V_s = 10$ V και $a = 0,5$ λαμβάνουμε $R_{TH} = \frac{5}{4}$ Ω και $V_{TH} = \frac{15}{2}$ V. Στην επόμενη σελίδα (σελ. 18) αναλύονται στο LTSpice μέσω DC προσομοίωσης τα ρεύματα και οι τάσεις του κυκλώματος, λαμβάνοντας ως κόμβο αναφοράς τον b (τον γειώνουμε με $V_b = 0$ V).

(Συνέχεια Άσκησης 6)

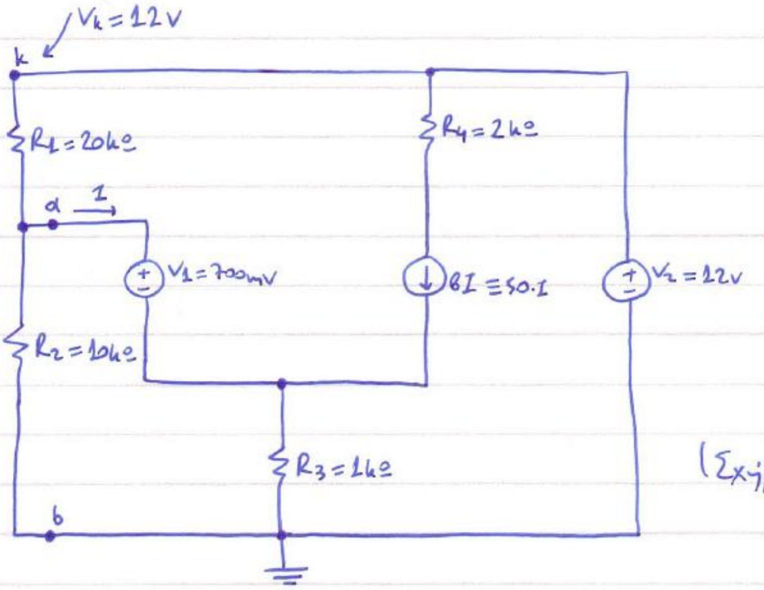
Για την DC προσομοίωση με τη χρήση του LTSpice, θεωρήσαμε τιμές για την άσκηση: $V_S = 10$ V και α = 0,5. Ως κόμβος αναφοράς (για τον ακόλουθο υπολογισμό τάσεων στους κόμβους και ρευμάτων στους κλάδους) θεωρήθηκε ο b, δηλαδή με $V_b = 0$ V. Επομένως η γείωση τοποθετήθηκε στο σημείο b, όπως εικονίζεται στο παρακάτω σχηματικό. Χρησιμοποιήθηκε πάλι μια Linear Current Dependent Current Source, F1 = 0,5·i.

Για τις ανωτέρω τιμές των V_S και α, από το ισοδύναμο Thevenin του Σχήματος 6γ (σελ. 13), αν προσθέσουμε και την R_L μεταξύ των a και b προκύπτει, ότι το ρεύμα που τη διαρρέει ισούται με $i(R_L) = \frac{Vth}{Rth+RL} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{5}{4}+10}$ A = 0,667 A, όσο, δηλαδή, φαίνεται και στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση της προσομοίωσης.



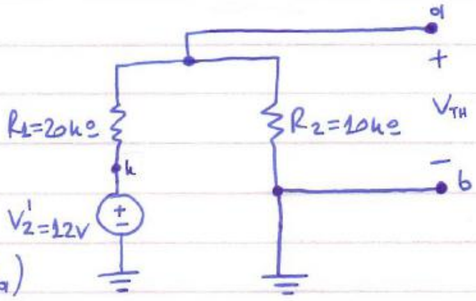
Για την ανάλυση των τάσεων και των ρευμάτων σε όλους τους κόμβους και κλάδους, όπως ζητείται, προστέθηκαν επιπλέον labels στο κύκλωμα, πέραν αυτών που δίνονται στην εκφώνηση, ώστε η προσομοίωση μέσω DC operating point να δίνει την τάση και στα σημεία αυτά. Επαληθεύεται και η τιμή του $i(R_L)$.

Άσκηση 7



(Σχήμα 7)

Θα χρησιμοποιήσουμε το Θ. Thévenin για το δικτύωμα αριστερά των σημείων a και b, για τις αντιστάσεις R1 και R2. Έτσι, για το δικτύωμα αυτό, θα είναι:



(Σχήμα 7a)

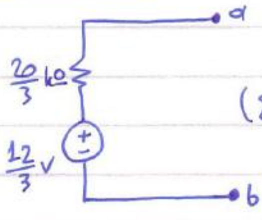
Επομένως, μηδενίζοντας την ανεξάρτητη πηγή των 12V προκύπτει εύκολα η R_{TH} ίση με:

$$R_{TH} = (R_1 // R_2) = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20k\Omega \cdot \cancel{10k\Omega}}{\cancel{20k\Omega} + \cancel{10k\Omega}} = \frac{20k\Omega}{2+1} \Rightarrow \boxed{R_{TH} = \frac{20}{3}k\Omega}$$

Επίσης, έχουμε ότι:

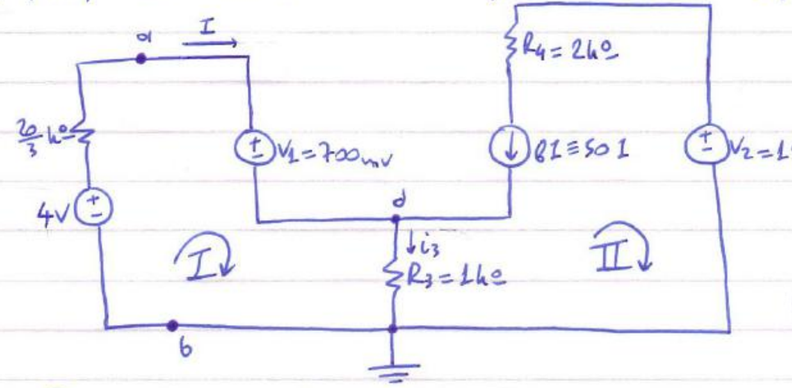
$$V_{TH} = 12V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12V \frac{\cancel{10k\Omega}}{\cancel{20k\Omega} + \cancel{10k\Omega}} = \frac{12V}{2+1} \Rightarrow \boxed{V_{TH} = \frac{12}{3}V}$$

Άρα, το ισοδύναμο Thévenin αριστερά των a,b είναι:



(Σχήμα 7β)

Με τη βοήθεια του ισοδύναμου Thévenin που βρέθηκε παραπάνω (Σχήμα 7β) προκύπτει η απλούστερης μορφής του δικτυώματος του Σχήματος 7, ως εξής:



(Σχήμα 7γ)

N.T.K. στον I: $-4 + I\cdot\frac{20}{3}\cdot 1000 + 0{,}7 + i_3\cdot 1000 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{20000}{3}\cdot I + 1000\cdot i_3 = 3{,}3$ (1)

N.P.K. στο d: $I + 50I = i_3 \Leftrightarrow i_3 = 51I$ (2)

(1) $\xrightarrow{(2)}$ $\frac{20000}{3}I + 51000I = 3{,}3 \Leftrightarrow 20000I + 153000I = 9{,}9 \Leftrightarrow I = \frac{9{,}9}{173000}A \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow I = 0{,}0000572\ A$.

Άρα, το ρεύμα που διαρρέει την R_4, $i(R_4)$, ισούται με $i(R_4) = \beta I = 50\cdot I =$
$= 50\cdot 0{,}0000572A \Leftrightarrow i(R_4) = 0{,}00286A$

Οπότε, $V(R_4) = i(R_4)\cdot R_4 = 0{,}00286\cdot 2000\ V \Leftrightarrow \boxed{V(R_4) = 5{,}72\ V}$, η τάση στα άκρα της R_4.

Η τιμή της $V(R_4)$ επαληθεύεται και από την DC προσομοίωση, μέσω LTSpice, στη σελίδα 22.

Λειτουργία του κυκλώματος

Το κύκλωμα της άσκησης (Σχήμα 7) αποτελεί ισοδύναμο κύκλωμα ενός κυκλώματος ενισχυτή με διπολικό τρανζίστορ (BJT), το οποίο βρίσκεται στη DC κατάσταση (πρόκειται, επομένως, για περίπτωση παρόμοια με αυτή που διδάχτηκε στο αμφιθέατρο). Έχουμε μάθει ότι το BJT χρησιμοποιείται ως ενισχυτής δίνοντας πολύ ρεύμα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για παράδειγμα παρατηρούμε ότι το ρεύμα εισόδου, I, έχει τιμή $I = 57{,}2\ \mu A$ ή

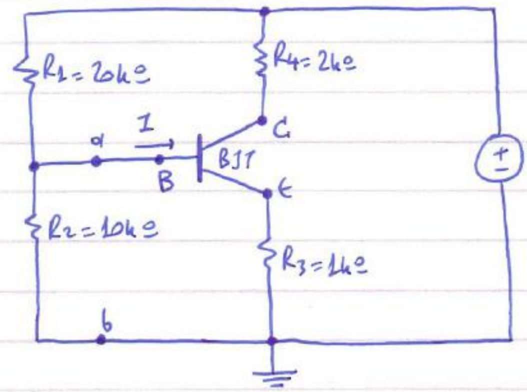
$\underline{I = 0{,}0000572\ A}$, ενώ για τα ρεύματα $i(R_4)$ και i_3 παίρνουμε τιμές:

- $\underline{i(R_4) = 0{,}00286\ A}$ (2 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη της τιμής του I)
- ② $\Rightarrow i_3 = 51 \cdot 0{,}0000572\ A \Rightarrow \underline{i_3 = 0{,}0023172\ A}$ (επίσης 2 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη)

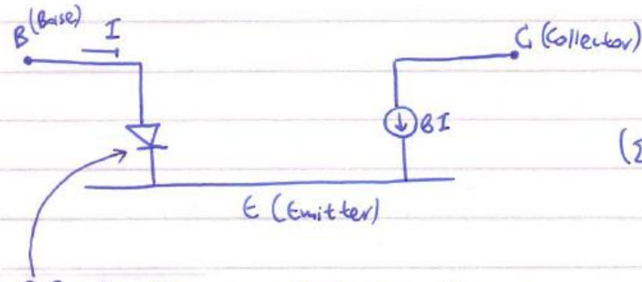
Οι σχέσεις που εκφράζουν ενίσχυση είναι οι $i(R_4) = \beta \cdot I$ και $i_3 = (\beta+1) \cdot I$.

Ουσιαστικά, έχουμε τις ισοδυναμίες: $i(R_4) \equiv I_C$ ($I_{collector/συλλέκτη}$), $i_3 \equiv I_E$ ($I_{emitter/εκπομπού}$) και $I \equiv I_B$ ($I_{base/βάσης}$).

Το κύκλωμα του Σχήματος 7 προκύπτει από το ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή με BJT (ανάλογο Σχήμα 7δ) αν το BJT αντικατασταθεί με το ισοδύναμο DC κύκλωμά του (Σχήμα 7ε).



(Σχήμα 7δ)

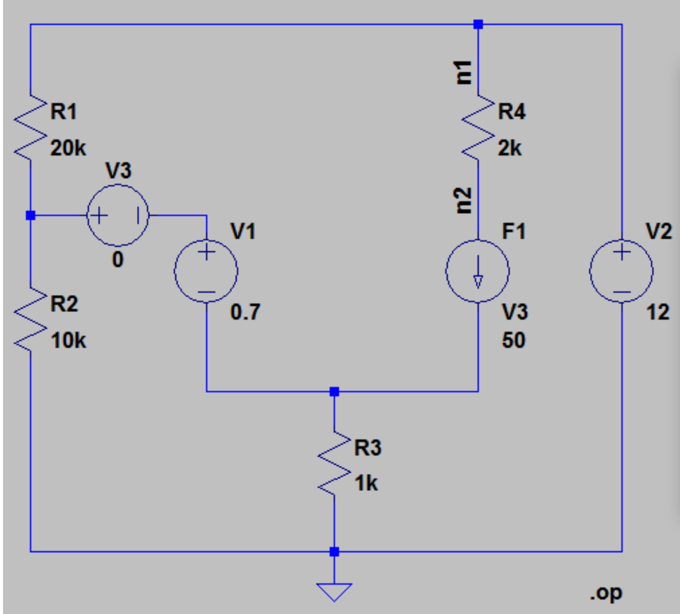


(Σχήμα 7ε)

Η δίοδος θεωρήθηκε με πτώση τάσης 700mV, εξ' ου και η $V_1 = 700mV$ στο κύκλωμα του Σχήματος 7.

(Συνέχεια Άσκησης 7, για επαλήθευση της V_{R4})

Απεικονίζεται η DC προσομοίωση (DC operating point) από το LTSpice για το κύκλωμα της Άσκησης 7. Με όμοιο τρόπο με τις προηγούμενες περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκε η Γραμμικά Εξαρτημένη από Ρεύμα Πηγή Ρεύματος, F1 = 50·i. Οι τιμές που προκύπτουν για τα κυκλωματικά στοιχεία φαίνονται δεξιά:




```
* C:\Users\Dimitris\Desktop\Σημειώσεις Μαθημάτων\4ο ΕΞΑΜΗΝΟ\Ηλεκτρονική Ι\Exercises\exercise7.asc

       --- Operating Point ---

V(n1):        12            voltage
V(n001):      3.6185        voltage
V(n002):      3.6185        voltage
V(n003):      2.9185        voltage
V(n2):        6.27746       voltage
I(F1):        0.00286127    device_current
I(R4):        0.00286127    device_current
I(R3):        0.0029185     device_current
I(R2):        0.00036185    device_current
I(R1):        0.000419075   device_current
I(V3):        5.72254e-005  device_current
I(V2):        -0.00328035   device_current
I(V1):        5.72254e-005  device_current
```

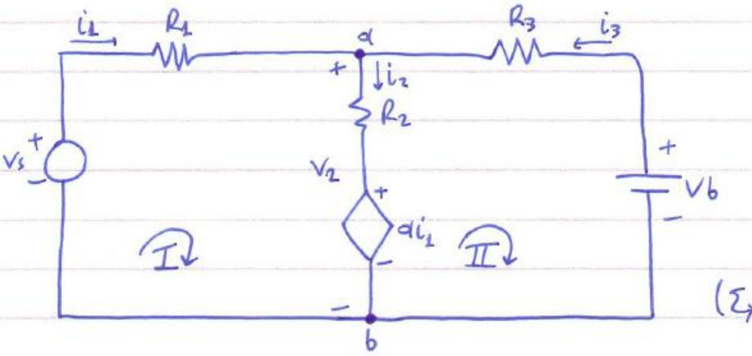
Όπως υπολογίστηκε στη σελίδα 20, μετά τη χρήση του Θ. Thevenin και την ανάλυση του δικτυώματος που προέκυψε στη συνέχεια, το ρεύμα που διαρρέει την R_4 προέκυψε ίσο με $i(R_4)$ = 0,00286 A και άρα, η ζητούμενη τάση στα άκρα της R_4 ίση με **$V(R_4)$ = 5,72 V**.

Πράγματι, παρατηρούμε, ότι και από το ανωτέρω stimulation, οι τιμές προκύπτουν ίδιες (επαληθεύονται) με αυτές που υπολογίστηκαν. Έχουμε, δηλαδή, $I(R_4)$ = 0,00286127 A και για την τάση της R_4 χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$V(R_4) = V_{n1n2} = V_{n1} - V_{n2} = 12V - 6{,}27746V \Leftrightarrow$ **$V(R_4) = 5{,}72254$ V**.

Δημήτριος Ζάρρας

Άσκηση 8



(Σχήμα 8)

Θα βρούμε την έκφραση του i_2.

Ν.Τ.Κ. στον I: $\quad -V_s + i_1 R_1 + i_2 R_2 + a i_1 = 0 \quad (1)$

Ν.Τ.Κ. στον II: $\quad -a i_1 - i_2 R_2 - i_3 R_3 + V_b = 0 \quad (2)$

Ν.Ρ.Κ. στο a: $\quad i_1 + i_3 = i_2 \Rightarrow i_3 = i_2 - i_1 \quad (3)$

$$(2) \overset{(3)}{\Rightarrow} -a i_1 - i_2 R_2 - (i_2 - i_1) R_3 + V_b = 0 \Rightarrow -a i_1 - i_2 R_2 - i_2 R_3 + i_1 R_3 + V_b = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (R_3 - a) i_1 - (R_2 + R_3) i_2 = -V_b \quad (4)$$

$$(1) \Rightarrow (R_1 + a) i_1 + R_2 i_2 = V_s \Rightarrow i_1 = \frac{V_s - R_2 i_2}{R_1 + a} \quad (5)$$

$$(4) \overset{(5)}{\Rightarrow} \frac{R_3 - a}{R_1 + a}(V_s - R_2 i_2) - (R_2 + R_3) i_2 = -V_b \Rightarrow \frac{R_3 - a}{R_1 + a} V_s - \frac{R_2 (R_3 - a)}{R_1 + a} i_2 - (R_2 + R_3) i_2 = -V_b$$

$$\Rightarrow i_2 \left[\frac{R_2 (R_3 - a)}{R_1 + a} + R_2 + R_3 \right] = V_b + \frac{R_3 - a}{R_1 + a} V_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{i_2 = \frac{V_b + \frac{R_3 - a}{R_1 + a} V_s}{\frac{R_2 (R_3 - a)}{R_1 + a} + R_2 + R_3}}$$

, η ζητούμενη αλγεβρική έκφραση του ρεύματος i_2.

Για $R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$, $V_s = 10\sin(2\pi f t)$, $f = 1Hz$, $V_b = 10V$, $a = 0{,}5$ παίρνουμε:

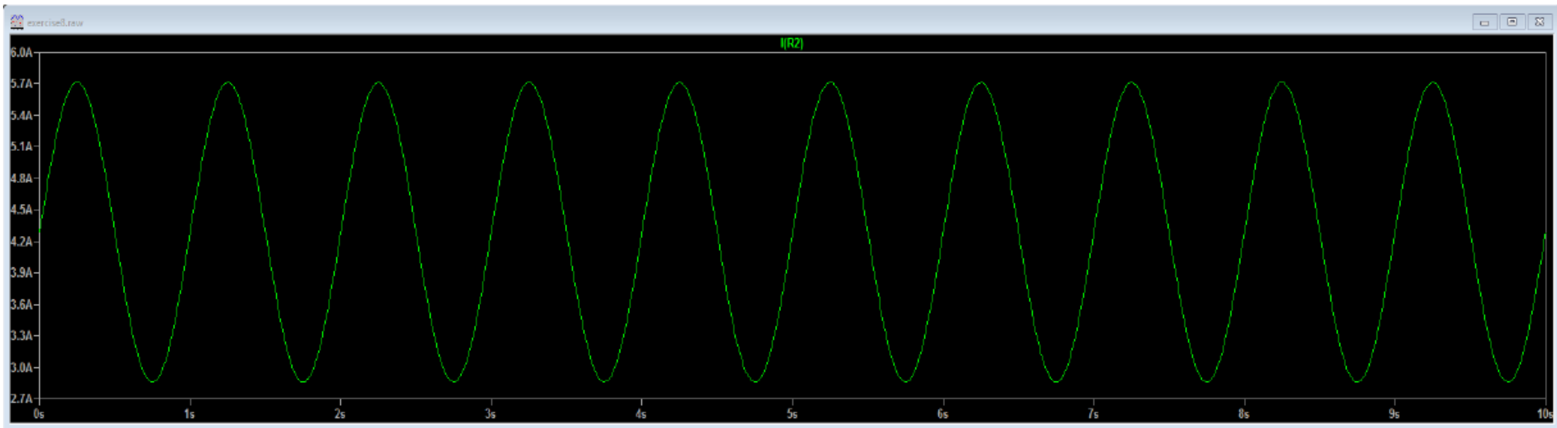
$$i_2(t) = \frac{10 + \frac{0{,}5}{1{,}5} \cdot 10\sin(2\pi t)}{\frac{0{,}5}{1{,}5} + 1 + 1} \ (A) \Rightarrow i_2(t) = \frac{10 + \frac{10}{3}\sin(2\pi t)}{\frac{7}{3}} \ (A) \Rightarrow$$

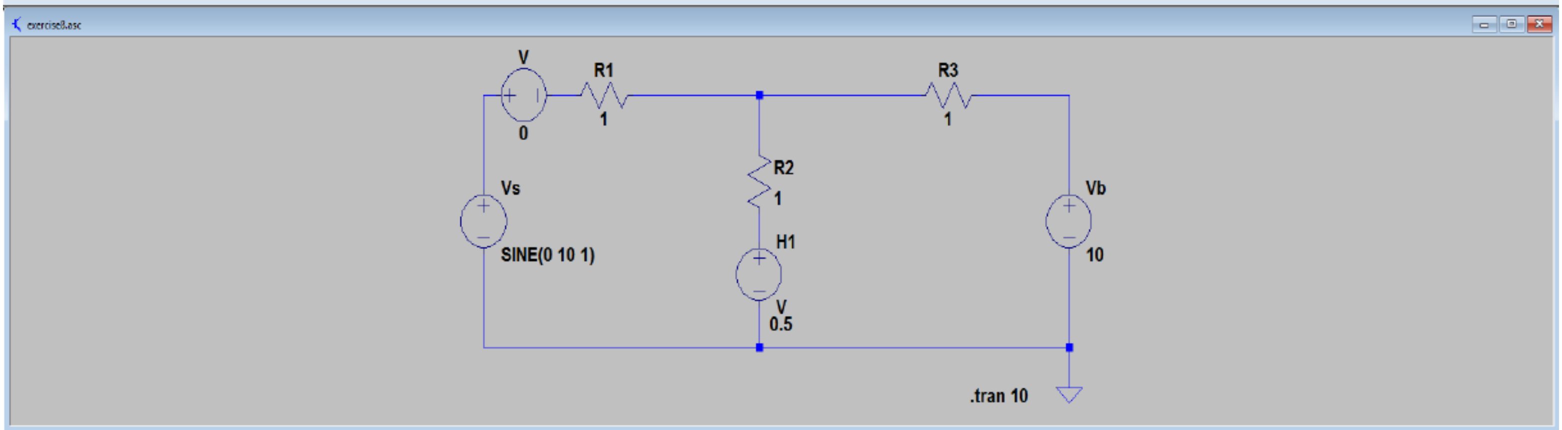
$$\Rightarrow i_2(t) = \frac{30}{7} + \frac{10}{7}\sin(2\pi t).$$

Στην επόμενη σελίδα (σελ. 24) φαίνεται η απεικόνιση της ανωτέρω κυματομορφής $i_2(t)$.

(Συνέχεια Άσκησης 8, για απεικόνιση της $i_2(t)$)

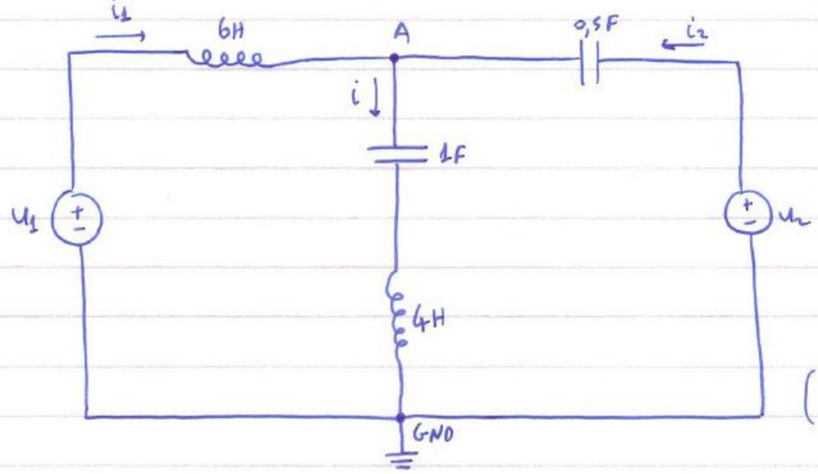
Για τις τιμές που δίνονται: $R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$, $V_S = 10\sin(2\pi ft)$, $f = 1Hz$, $V_b = 10V$, a = 0.5 , τρέχουμε την transient προσομοίωση για το χρονικό διάστημα $t \in [0s,10s]$. Επιλέγουμε να εμφανίζεται η κυματομορφή του i_2 (δηλαδή του $I(R_2)$ που διαρρέει την R_2).





Πράγματι, διαπιστώνουμε ότι η κυματομορφή της $i_2(t)$ που απεικονίζεται είναι η: $\mathbf{i_2(t) = \frac{30}{7} + \frac{10}{7}\sin(2\pi t)}$ (φαίνεται ότι έχει μια DC offset = 4,3A περίπου, δηλαδή $\frac{30}{7}A$, πλάτος = 1,4A περίπου, δηλαδή $\frac{10}{7}A$ και περίοδο = $1s$) η οποία βρέθηκε και αριθμητικά, με αντικατάσταση των δοθέντων τιμών στην αλγεβρική έκφραση του ρεύματος i_2.

Άσκηση 9



(Σχήμα 9)

Γνωρίζουμε, ότι η σχέση ρεύματος - τάσης ενός πυκνωτή δίνεται, στο πεδίο του χρόνου, από τη σχέση:

$$I_C(t) = C\frac{dV_C(t)}{dt} \quad (1)$$

Αντίστοιχα, η σχέση τάσης-ρεύματος ενός πηνίου δίνεται, στο πεδίο του χρόνου, από τη σχέση:

$$V_L(t) = L\frac{dI_L(t)}{dt} \quad (2)$$

Με χρήση της ιδιότητας του Μετασχηματισμού Laplace: $L\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\} = s.F(s) - f(0^-)$, οι (1) και (2) δίνουν αντίστοιχα στο πεδίο Laplace:

$$I_C(s) = C\cdot s\cdot V_C(s) - C\cdot \cancelto{0}{V_C(0^-)} \quad (3) \qquad \text{και} \qquad V_L(s) = L\cdot s\cdot I_L(s) - L\cdot \cancelto{0}{I_L(0^-)} \quad (4)$$

Από την εκφώνηση δίνεται, όμως, ότι $V_C(0) = 0 = I_L(0)$ (Αρχικές Συνθήκες).

Άρα, (3) $\Rightarrow$ $I_C(s) = C\cdot s\cdot V_C(s)$ (3)

(4) $\Rightarrow$ $V_L(s) = L\cdot s\cdot I_L(s)$ (4)

Λύνοντας την (3) ως προς την τάση θα έχουμε: $V_C(s) = \frac{1}{C s} I_C(s)$ (5)

και την (4) ως προς το ρεύμα θα έχουμε: $I_L(s) = \frac{1}{L\cdot s} V_L(s)$ (6)

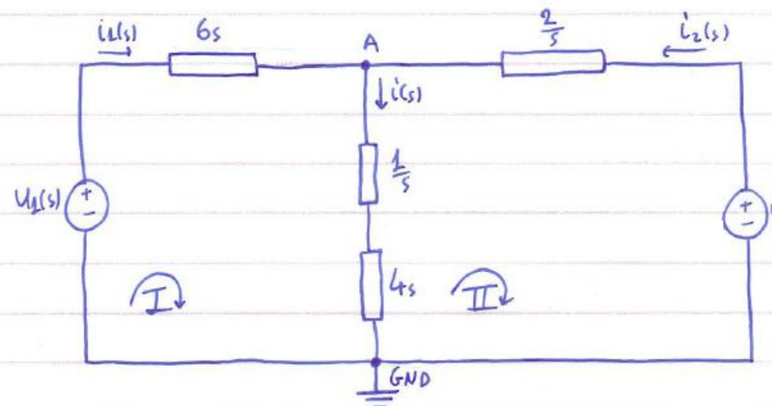
Από τις ανωτέρω σχέσεις ((5) και (6)) βλέπουμε εύκολα ότι η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή στο πεδίο Laplace, με μηδενικές αρχικές συνθήκες και αντίστοιχα του πηνίου βρίσκονται ως εξής:

(5) $\Rightarrow$ $I_C(s) = \dfrac{V_C(s)}{\frac{1}{C\cdot s}}$, άρα $\underline{Z_C(s) = \dfrac{1}{C\cdot s}}$ (7)

(6) $\Rightarrow$ $I_L(s) = \dfrac{V_L(s)}{L\cdot s}$, άρα $\underline{Z_L(s) = L\cdot s}$ (8)

(Κατά αντιστοιχία έχουμε δει στο πεδίο της συχνότητας ότι είναι: $\mathring{Z}_C(\omega) = \frac{1}{j\omega C}$ και $\mathring{Z}_L(\omega) = j\omega L$, όπου $s = j\omega$)

Με την εφαρμογή των (7) και (8) στο Σχήμα 3 λαμβάνουμε το ισοδύναμο κατά Laplace κύκλωμα:



(Σχήμα 3-L)

<u>Ν.Τ.Κ. στον</u> (I): $-U_1(s) + 6s\, i_1(s) + i(s)\left(\frac{1}{s} + 4s\right) = 0$ (9)

<u>Ν.Τ.Κ. στον</u> (II): $-i(s)\left(\frac{1}{s} + 4s\right) - \frac{2}{s}\cdot i_2(s) + U_2(s) = 0$ (10)

<u>Ν.Ρ.Κ. στο A</u>: $i_1(s) + i_2(s) = i(s)$ (11)

(10) $\Rightarrow$ $\frac{2}{s}\cdot i_2(s) = U_2(s) - i(s)\cdot\left(\frac{1}{s} + 4s\right) \Rightarrow i_2(s) = \frac{s}{2}\left[U_2(s) - i(s)\cdot\left(\frac{1}{s} + 4s\right)\right]$ (12)

(9) $\Rightarrow$ $6s\cdot i_1(s) = U_1(s) - i(s)\cdot\left(\frac{1}{s} + 4s\right) \Rightarrow i_1(s) = \dfrac{U_1(s) - i(s)\cdot\left(\frac{1}{s} + 4s\right)}{6s}$ (13)

(11) $\xRightarrow[(13)]{(12)}$ $i(s) = \dfrac{U_1(s) - i(s)\cdot\left(\frac{1}{s} + 4s\right)}{6s} + \frac{s}{2}\left[U_2(s) - i(s)\left(\frac{1}{s} + 4s\right)\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow i(s) = \dfrac{U_1(s)}{6s} - i(s)\cdot\dfrac{\frac{1}{s} + 4s}{6s} + \frac{s}{2}U_2(s) - i(s)\cdot\frac{s}{2}\left(\frac{1}{s} + 4s\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow i(s)\cdot\left[1 + \dfrac{\frac{1}{s} + 4s}{6s} + \frac{s}{2}\left(\frac{1}{s} + 4s\right)\right] = \dfrac{U_1(s)}{6s} + \frac{s}{2}U_2(s) \Rightarrow$

$$\Rightarrow i(s) = \frac{\frac{U_1(s)}{6s} + \frac{s}{2}U_2(s)}{1 + \frac{\frac{1}{s}+4s}{6s} + \frac{s}{2}\left(\frac{1}{s}+4s\right)} \quad (14)$$

$$\text{Όμως,} \quad V_A = V_A - \overset{\nearrow 0}{V_{GND}} = i(s)\cdot\left(\frac{1}{s}+4s\right) \overset{(14)}{=} \left(\frac{1}{s}+4s\right)\cdot\frac{\frac{U_1(s)}{6s} + \frac{s}{2}U_2(s)}{1 + \frac{\frac{1}{s}+4s}{6s} + \frac{s}{2}\left(\frac{1}{s}+4s\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A = \frac{\frac{U_1}{6s} + \frac{s}{2}U_2(s)}{\frac{1}{\frac{1}{s}+4s} + \frac{1}{6s} + \frac{s}{2}}}.$$

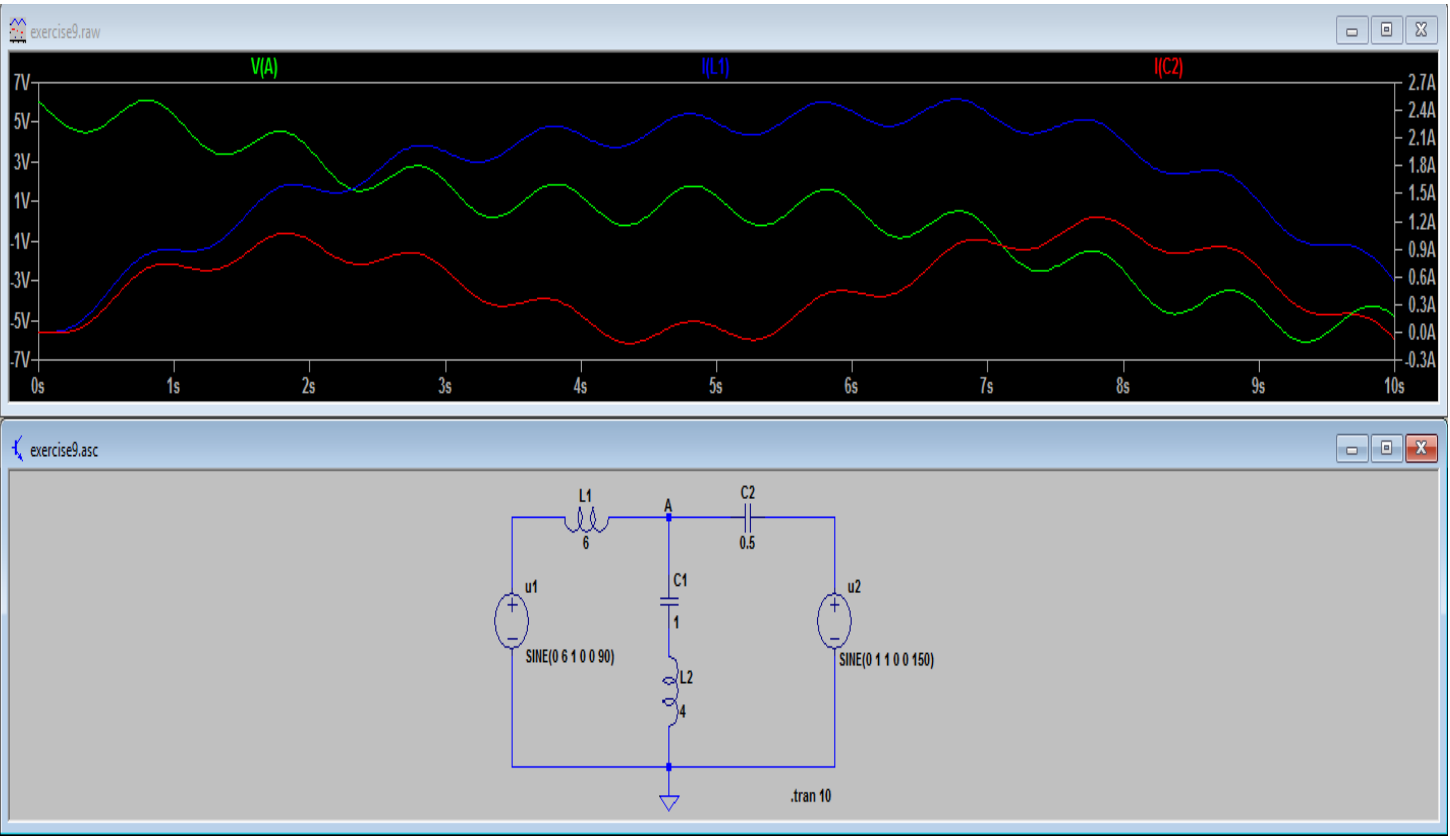
Στην επόμενη σελίδα (σελ. 28) της παρούσας εργασίας, για τις τιμές $u_1 = 6\cos(2\pi f t)$, $u_2 = 1\cos(2\pi f t + \frac{\pi}{3})$ και $f = 1\,Hz$, εκτελείται transient προσομοίωση για $t \in [0s, 10s]$, με απεικόνιση των V_A, i_1 και i_2 που προκύπτουν από το κύκλωμα, στο πεδίο του χρόνου.

(Σε ό,τι αφορά την Άσκηση 10, επειδή περιλαμβάνει μόνο προσομοιώσεις στο LTSpice, αποτυπώθηκε στις σελίδες 23 και 30).

(Συνέχεια Άσκησης 9, για απεικόνιση των $V_A(t)$, $i_1(t)$ και $i_2(t)$)

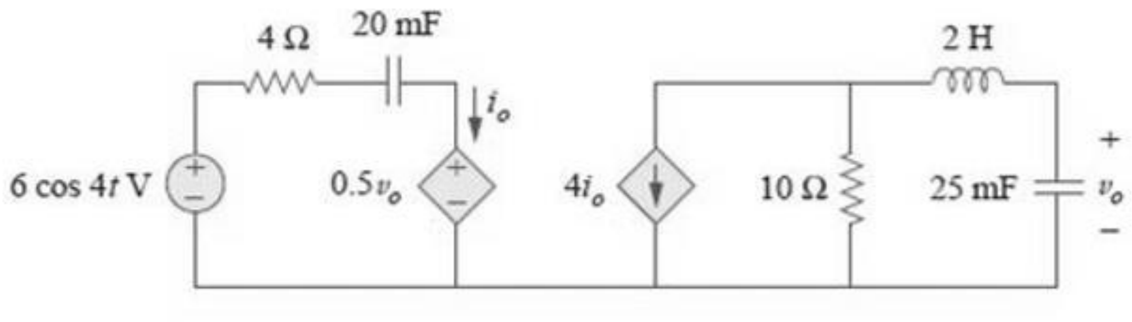
Στο κάτωθι σχήμα απεικονίζονται μέσω transient προσομοίωσης στο χρονικό διάστημα $t \in [0s,10s]$ η τάση του κόμβου A (όπως αυτός σημειώνεται με label στο κύκλωμα) και των ρευμάτων i_1 και i_2 της άσκησης. Η τάση του κόμβου A, $V_A(t)$, αποτυπώνεται με πράσινο χρώμα, το ρεύμα $i_1(t)$ που διαρρέει το πηνίο L1 = 6H αποτυπώνεται με μπλε χρώμα και το ρεύμα $i_2(t)$ που διαρρέει τον αντιστάτη C2 = 1F με κόκκινο χρώμα.

Για τη δημιουργία των συνημιτονικών κυματομορφών u1 = 6cos(2πft) και u2 = $1\cos(2\pi ft + \frac{\pi}{3})$ αξιοποιήθηκε η ιδιότητα: $\cos\theta = \sin(\theta + \frac{\pi}{2})$, οπότε η φάση της κυματομορφής της u1 ρυθμίστηκε στις 90° και της u2 στις 60° + 90° = 150°:



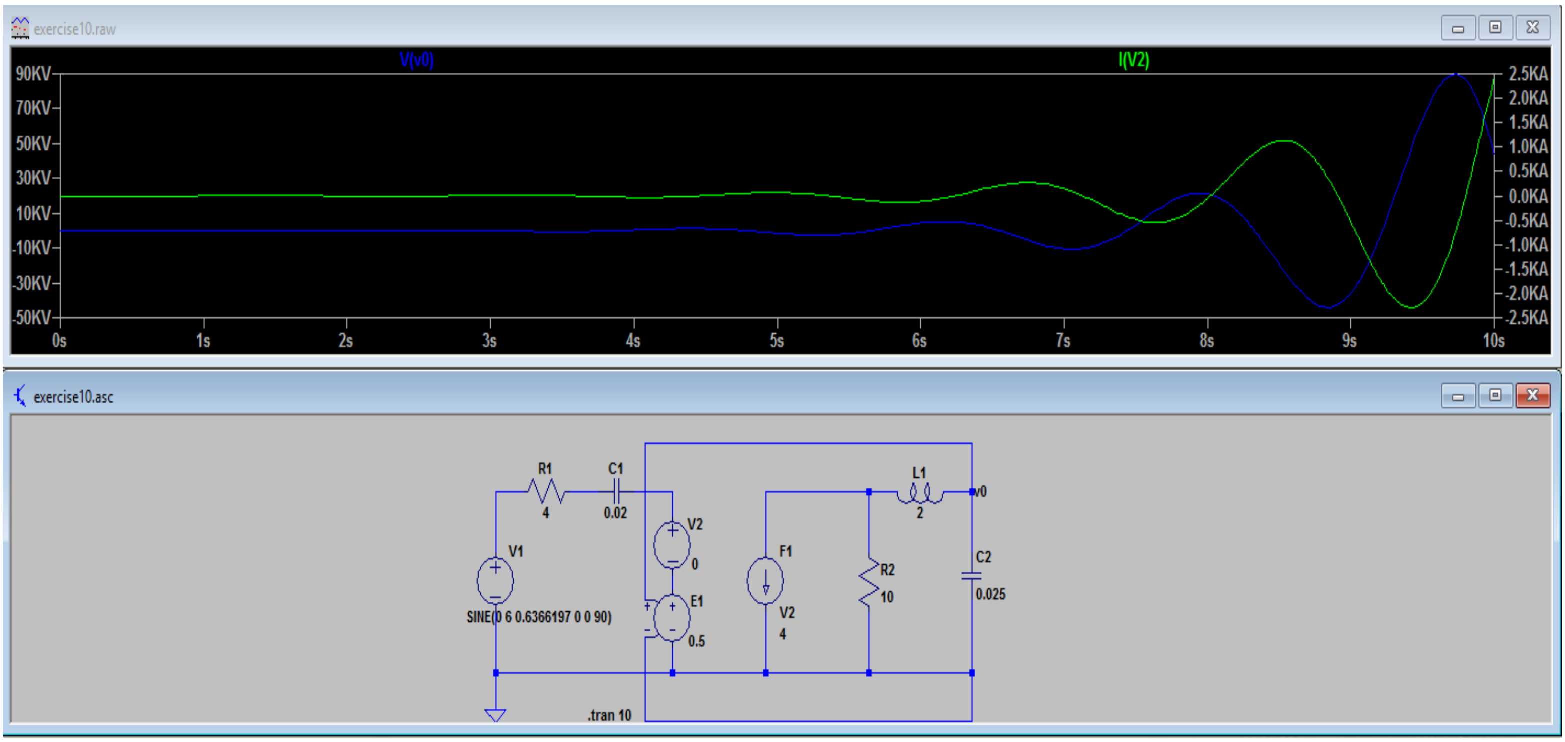
Άσκηση 10

Στο κύκλωμα του Σχήματος 10:

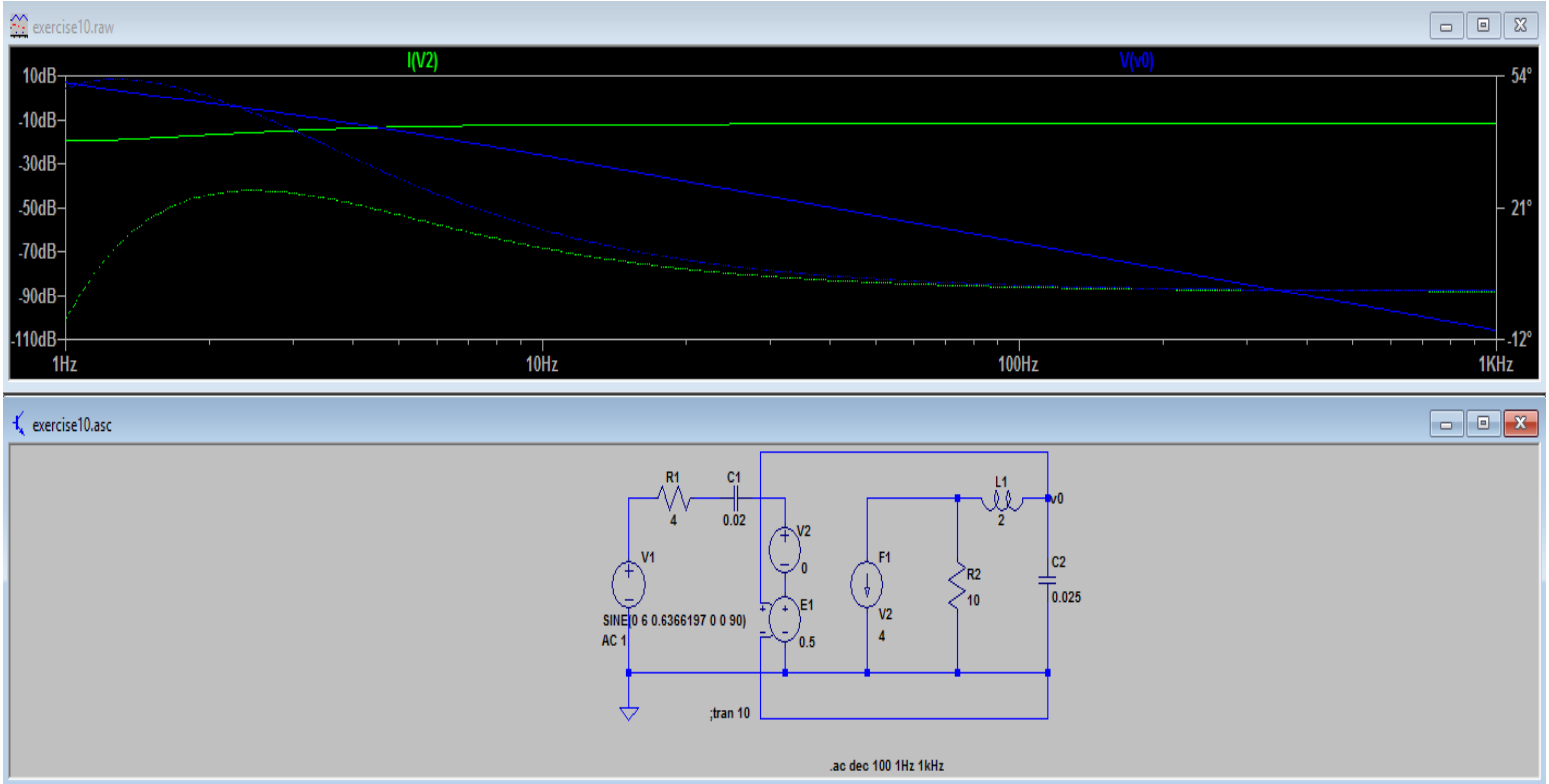


Σχήμα 10

εκτελέστηκε transient προσομοίωση στο LTSpice στο χρονικό διάστημα t ∈ [0s,10s], οπότε και αποτυπώθηκαν οι κυματομορφές $i_0(t)$ και $v_0(t)$ όπως παρακάτω. Το ρεύμα $i_0(t)$ αποτυπώνεται με πράσινο χρώμα και η τάση $v_0(t)$ με μπλε χρώμα. Για τη συνημιτονική μορφή της V1 προστέθηκε πάλι στο ημίτονο φάση ίση με 90°.



Εν συνεχεία, εκτελείται AC προσομοίωση για συχνότητες 1Hz – 1kHz και αποτυπώνεται η απόκριση του κυκλώματος. Συγκεκριμένα, η κυματομορφή της τάσης $v_0(f)$ αποτυπώνεται πάλι με μπλε χρώμα, ενώ με πράσινο χρώμα αποτυπώνεται το ρεύμα $i(f)$.



Οι δύο κυματομορφές απεικονίζονται στο πεδίο της συχνότητας, με τον κατακόρυφο άξονα να λαμβάνει τιμές σε dB. Το σχήμα είναι γνωστό ως Bode plot.