

Άσκηση 25

Συμβολή και περίθλαση του φωτός

25.1 Σκοπός

Σκοπός της Άσκησης είναι η κατανόηση των βασικών εννοιών της κυματικής οπτικής, με την παρατήρηση φαινομένων που ερμηνεύονται με την κυματική θεωρία του φωτός. Συγκεκριμένα, μελετώνται οι εικόνες συμβολής-περίθλασης μονοχρωματικής δέσμης λείζερ από απλές, διπλές και πολλαπλές σχισμές, καθώς και από οπτικά φράγματα. Στην περίπτωση του φράγματος προσδιορίζονται επιπλέον παράμετροι, όπως το εύρος της σχισμής και η πυκνότητα των σχισμών. Παρέχεται επίσης στον σπουδαστή η δυνατότητα να γνωρίσει μια σημαντική εφαρμογή των φαινομένων συμβολής και περίθλασης στην ανάλυση πολυχρωματικής ακτινοβολίας.

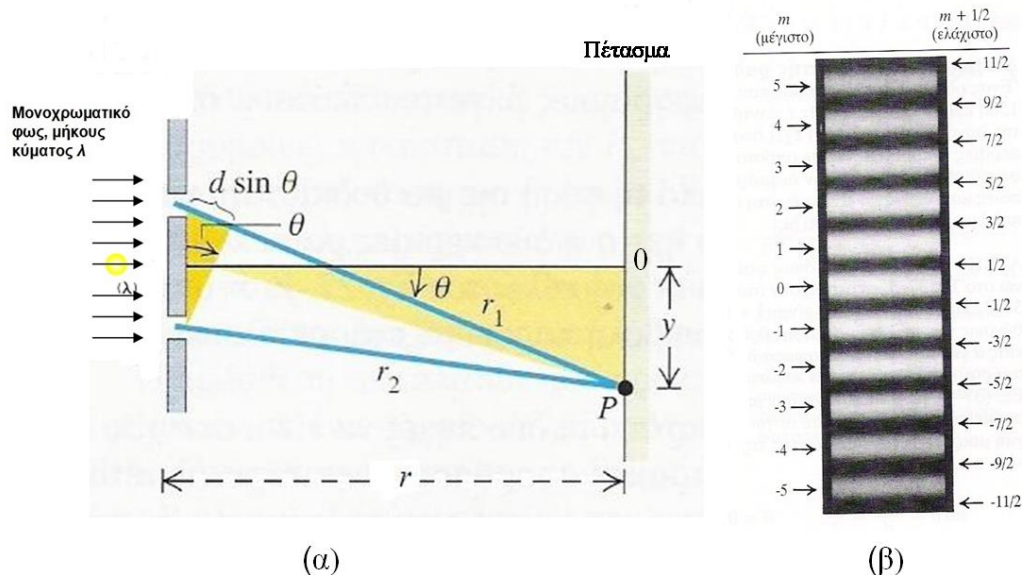
25.2 Θεωρία

Για μια αναλυτική περιγραφή των βασικών εννοιών της κυματικής οπτικής και μια σύντομη παρουσίαση της θεωρίας των φαινομένων συμβολής και περίθλασης παραπέμπουμε στο Παράρτημα Π25, στο δεύτερο μέρος αυτού του Τόμου. Εδώ θα δώσουμε μόνο τα αποτελέσματα των θεωρητικών υπολογισμών, που είναι απαραίτητα για την εκτέλεση και την επεξεργασία των πειραμάτων της Άσκησης. Επιπλέον, *θα σχοληθούμε μόνο με την περίπτωση όπου η οθόνη παρατήρησης των φαινομένων συμβολής και περίθλασης είναι σε πολύ μεγάλη απόσταση σε σχέση με τις διαστάσεις των πηγών και των αποστάσεων μεταξύ αυτών (Περίθλαση Fraunhofer).*

26.2.1 Συμβολή του φωτός από δύο σύμφωνες σημειακές πηγές

Η δημιουργία δύο σύμφωνων πηγών ανάγεται συνήθως στη διαίρεση του μετώπου κύματος μιας σύμφωνης μονοχρωματικής δέσμης με δύο πανομοιότυπες σχισμές, S_1 , S_2 , πολύ μικρού εύρους σε απόσταση d μεταξύ τους (Σχ. 25.1). Η παρεμβολή μιας τέτοιας ασυνέχειας στο μέτωπο του κύματος έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία δύο δευτερογενών σημειακών πηγών σφαιρικών κυμάτων στις σχισμές.

Στο Σχ. 25.1 απεικονίζεται σχηματικά μια διάταξη για την παρατήρηση της εικόνας συμβολής από δύο σχισμές. Εξαιτίας της συμβολής των δύο σφαιρικών κυμάτων, θα δημιουργηθεί πάνω στην οθόνη μια σειρά από εναλλασσόμενους φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς. Όπως περιγράφεται αναλυτικά και αποδεικνύεται στο Παράρτημα Π25 (Παράγρ. Π25.4), αν η απόσταση r , μεταξύ σχισμών και οθόνης είναι πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση d , μεταξύ των σχισμών (περίθλαση Fraunhofer), αλλά και από την απόσταση y , προκύπτουν οι ακόλουθες συνθήκες, για τη δημιουργία φωτεινών και σκοτεινών κροσσών αντίστοιχα, σε κάποια απόσταση, y , από το κέντρο συμμετρίας, O , της εικόνας συμβολής



Σχήμα 25.1 (α) Συμβολή από δύο σύμφωνες σημειακές πηγές που προέρχονται από τη διαίρεση του μετώπου μιας σύμφωνης μονοχρωματικής δέσμης, με τη βοήθεια δύο σχισμών S_1 και S_2 . (β) Κροσσοί συμβολής που παράγονται από τη σύμβολή δύο σχισμών, όπως εμφανίζονται στην οθόνη (Πείραμα του Young).

φωτεινοί κροσσοί: $d \sin \theta = m \lambda \quad \text{ή} \quad y \approx \frac{r}{d} m \lambda \quad (25.1)$

σκοτεινοί κροσσοί: $d \sin \theta = (m + 1/2) \lambda \quad \text{ή} \quad y \approx \frac{r}{d} (m + 1/2) \lambda \quad (25.2)$

όπου θ η γωνία μεταξύ της απ' ευθείας και της περιθλώμενης ακτίνας και $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Παρατηρούμε ότι οι αποστάσεις, y , των κροσσών από το κέντρο της εικόνας συμβολής είναι αντιστρόφως ανάλογες της απόστασης, d , μεταξύ των σχισμών.

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών φωτεινών (ή σκοτεινών) κροσσών βρίσκεται εύκολα από την Εξ. (25.1) ή την (25.2) ως

$$\Delta y \approx \frac{r}{d} \lambda \quad (25.3)$$

25.2.2 Περίθλαση από μια σχισμή

Η πιο χαρακτηριστική περίπτωση περίθλασης συμβαίνει όταν το επίπεδο μέτωπο ενός μονοχρωματικού σύμφωνου φωτεινού κύματος παρεμποδίζεται στη διάδοσή του από μια λεπτή σχισμή εύρους D (Σχ. 25.2). Σύμφωνα με την αρχή του Huygens, κάθε σημείο του μετώπου από το ένα άκρο της σχισμής ως το άλλο γίνεται δευτερογενής πηγή σφαιρικών κυμάτων της ίδιας συχνότητας, τα οποία διαδίδονται από τη σχισμή. Συνεπώς, το πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα τυχόν σημείο της οθόνης παρατήρησης προκύπτει από την υπέρθεση όλων των στοιχειωδών κυμάτων που δημιουργούνται στη σχισμή, με συνέπεια να παρατηρούνται, πάνω στην οθόνη, **φωτεινοί και σκοτεινοί κροσσοί περίθλασης**. Λόγω συμμετρίας, στο κέντρο της εικόνας περίθλασης (σημείο O) θα έχουμε ενισχυτική συμβολή και θα σχηματιστεί ο κεντρικός κροσσός περίθλασης.

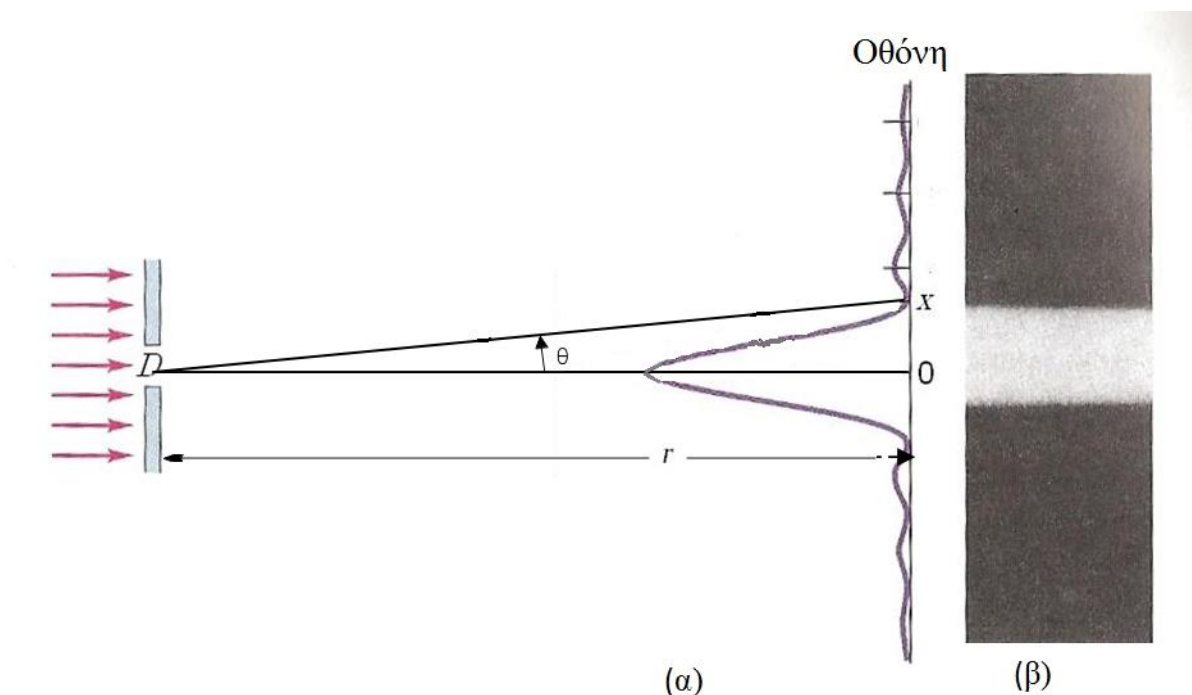
Σύμφωνα με τη θεωρία που αναπτύσσεται αναλυτικά στο Παράρτημα Π23 (Παράγρ. Π23.5) έχουμε την ακόλουθη συνθήκη για σκοτεινούς κροσσούς

$$n\lambda = D \sin\theta, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (25.4)$$

Για $r \gg x$, (βλ. Σχ. 25.2), η Εξ. (25.4) μας δίνει

$$x_n = \frac{r}{D} n\lambda \quad (25.5)$$

όπου x_n , η απόσταση των σκοτεινών κροσσών από το κέντρο συμμετρίας, O , της εικόνας,



Σχήμα 25.2 (α) Κατανομή της φωτεινής έντασης, ύστερα από περίθλαση από μία σχισμή, πλάτους D , πάνω σε οθόνη που βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση, r , από τη σχισμή. Η θέση x αντιστοιχεί στον πρώτο σκοτεινό κροσσό ($n = 1$). (β) Φωτογραφία της εικόνας που βλέπουμε στην οθόνη. Εδώ διακρίνεται σαφώς μόνον ο κεντρικός φωτεινός κροσσός.

είναι, όπως βλέπουμε, αντιστρόφως ανάλογη του εύρους D της σχισμής. Από την Εξ. (25.5) προκύπτει ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σκοτεινών κροσσών είναι

$$\Delta x = \frac{r}{D} \lambda \quad (25.6)$$

ενώ το γραμμικό εύρος του κεντρικού φωτεινού κροσσού προκύπτει επίσης από την Εξ. (25.5) για $n_1 = -1$ και $n_2 = 1$ και βρίσκεται ίσο με

$$W_\pi = x_{n_2} - x_{n_1} = \frac{2r\lambda}{D} \quad (25.7)$$

Ο αριθμός των σκοτεινών κροσσών $n_{σκ}$, που θεωρητικά μπορούν να παρατηρηθούν εκατέρωθεν του κεντρικού φωτεινού κροσσού δίνεται από τη συνθήκη [βλ. Εξ. (Π25.20)]

$$n_{σκ} \leq \frac{D}{\lambda} \quad (25.8)$$

25.2.3 Συμβολή - περίθλαση από δύο ή περισσότερες σχισμές

Αν θεωρήσουμε δύο παράλληλες σχισμές πεπερασμένου εύρους D , σε μικρή απόσταση d , τη μία από την άλλη, και τις φωτίσουμε με ένα επίπεδο μονοχρωματικό κύμα τότε, σε οθόνη που απέχει απόσταση $r \gg d > D$, θα παρατηρήσουμε μια σύνθετη εικόνα κροσσών, που προκύπτει από το συνδυασμό των κροσσών περίθλασης από κάθε σχισμή και των κροσσών συμβολής που προέρχονται από την υπέρθεση των κυμάτων από τις δύο σχισμές. Από τη θεωρία που αναπτύσσεται αναλυτικά στο Παράρτημα Π27 (Παράγρ. Π25.7) προκύπτει ότι οι κροσσοί περίθλασης θα είναι πλατύτεροι από τους κροσσούς συμβολής, δηλαδή μέσα σε κάθε κροσσό περίθλασης θα περιέχεται ένας αριθμός λεπτών κροσσών συμβολής, ο οποίος θα εξαρτάται από το λόγο d/D (Σχ. 25.4).

Ανάλογες εικόνες συμβολής-περίθλασης θα παρατηρήσουμε, αν αντί για δύο χρησιμοποιήσουμε N παράλληλες σχισμές ίδιου εύρους, D , και σε ίσες μικρές αποστάσεις, d , μεταξύ τους. Για $N > 2$ όμως θα υπάρχει λεπτή δομή στους κροσσούς συμβολής, η οποία θα γίνεται ακόμη λεπτότερη καθώς το N αυξάνει. Συγκεκριμένα, εκτός των **κύριων φωτεινών κροσσών συμβολής**, που οφείλονται στη συμβολή κυμάτων από διαδοχικές σχισμές (απόσταση d), θα εμφανιστούν και **δευτερεύοντες φωτεινοί κροσσοί**, που οφείλονται στη συμβολή κυμάτων από σχισμές που απέχουν μεταξύ τους αποστάσεις $2d, 3d, 4d, \dots$

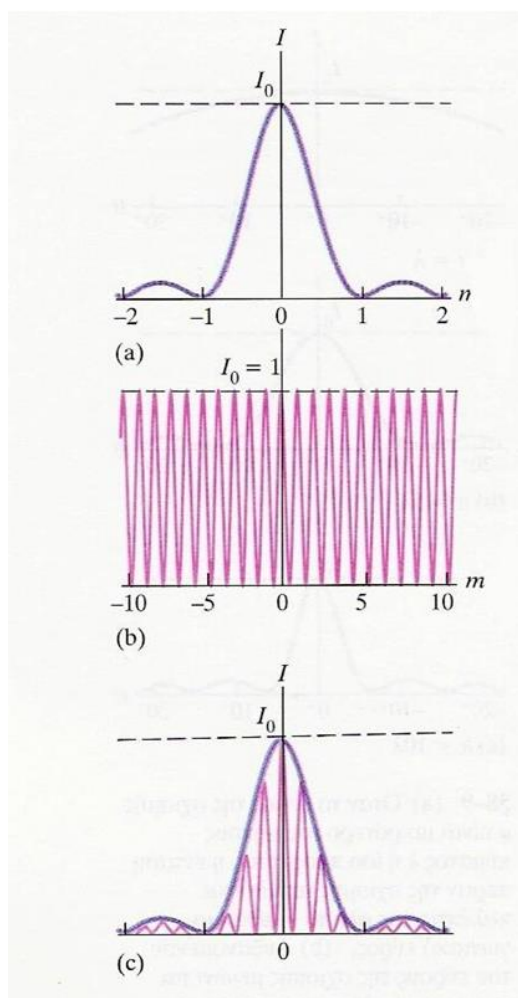
Αποδεικνύεται ότι (βλ. Π27, Παράγρ. Π25.7) ότι οι κύριοι φωτεινοί κροσσοί βρίσκονται και πάλι στις θέσεις για τις οποίες ισχύει η σχέση

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \text{ή} \quad y \approx \frac{r}{d} m \lambda \quad (25.1)$$

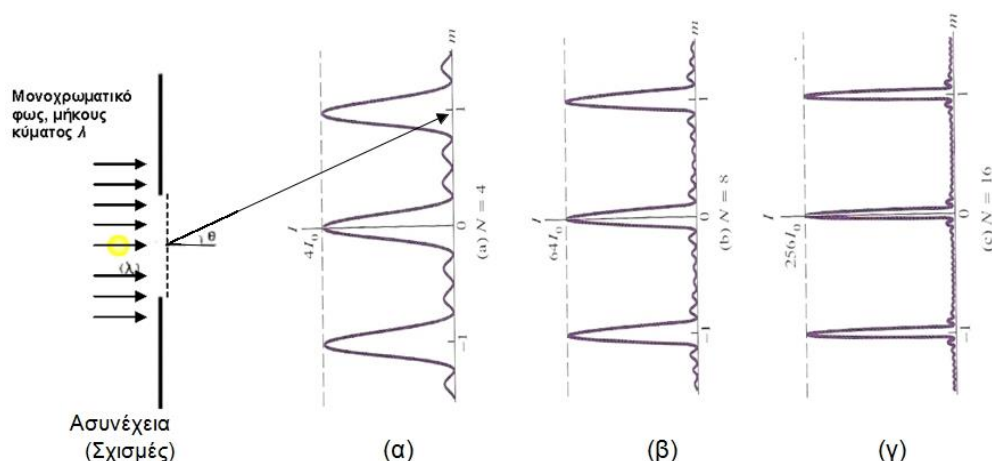
αλλά ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύριους φωτεινούς κροσσούς, θα υπάρχουν $N - 1$ σκοτεινοί κροσσοί, και ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς σκοτεινούς κροσσούς, θα υπάρχει ένας δευτερεύων φωτεινός κροσσός. Κατά συνέπεια, ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύριους φωτεινούς κροσσούς θα υπάρχουν $N - 2$ δευτερεύοντες φωτεινοί κροσσοί (βλ. Σχ. 25.5), η ένταση των οποίων είναι πολύ μικρότερη από την ένταση των κύριων κροσσών και μειώνεται συνεχώς όταν αυξάνεται ο αριθμός των σχισμών, N . Το εύρος, W_{σ} , των κύριων φωτεινών κροσσών συμβολής δίνεται από τη σχέση

$$W_{\sigma} = \frac{2\lambda r}{Nd} \quad (25.9)$$

που δείχνει ότι, καθώς το N αυξάνει, το εύρος των κύριων κροσσών μειώνεται. Συγχρόνως εντείνεται η απόλυτη φωτεινή ένταση, η καθαρότητα και η οξύτητά τους.



Σχήμα 25.4 Γεωμετρική απεικόνιση (α) κροσσών περίθλασης μιας μοναδικής σχισμής, πλάτους D , (β) κροσσών συμβολής που θα προέκυπταν από δύο παράλληλες απείρως λεπτές σχισμές, με μεταξύ τους απόσταση d , και (γ) κροσσών συμβολής-περίθλασης από δύο παράλληλες πανομοιότυπες λεπτές σχισμές με $d = 5D$. Παρατηρούμε ότι μέσα σε κάθε κροσσό περίθλασης, περιέχονται περισσότεροι λεπτοί κροσσοί συμβολής και κάθε πέμπτο πλευρικό μέγιστο συμβολής απουσιάζει γιατί συμπίπτει με ένα ελάχιστο της περίθλασης της κάθε σχισμής.



Σχήμα 25.5 Γεωμετρική απεικόνιση κροσσών συμβολής-περίθλασης που προκύπτουν όταν μονοχρωματικό φως, με μήκος κύματος λ , προσπίπτει πάνω σε: (α) τέσσερις (4), (β) οκτώ (8) και (γ) δεκαέξι (16) παράλληλες πανομοιότυπες σχισμές, σε απόσταση d μεταξύ τους. Παρατηρούμε ότι οι κύριοι φωτεινοί κροσσοί βρίσκονται πάντα στις ίδιες θέσεις ($d \sin \theta = m\lambda$), ενώ αυξάνεται η φωτεινότητα και μειώνεται το εύρος τους, όταν αυξάνει ο αριθμός των σχισμών. Αντιστοίχως, αυξάνεται ο αριθμός και μειώνεται η ένταση των δευτερευόντων φωτεικών κροσσών.

25.2.4 Οπτικά φράγματα

Όταν ο αριθμός των σχισμών, N , σε μια συστοιχία παράλληλων σχισμών γίνει πολύ μεγάλος και το εύρος των σχισμών, D , απειροστό σε σχέση με το μήκος κύματος, λ , τότε, αφενός οι κύριοι κροσσοί συμβολής θα γίνουν πολύ λεπτοί και έντονοι ενώ οι δευτερεύοντες κροσσοί θα έχουν αμελητέα ένταση, αφετέρου η περίθλαση από κάθε σχισμή εκφυλίζεται σε ένα υπόβαθρο σχεδόν σταθερής φωτεινής έντασης, όπως εικονίζεται στο Σχ. 25.5 (γ). Οι φωτεινοί κροσσοί θα βρίσκονται, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, στις θέσεις όπου ισχύουν οι σχέσεις

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \text{ή} \quad y \approx \frac{r}{d} m \lambda \quad (25.1)$$

Μια τέτοια πυκνή συστοιχία παράλληλων σχισμών είναι γνωστή ως **οπτικό ή περιθλαστικό φράγμα** και έχει ιδιαίτερη σημασία σε εφαρμογές ανάλυσης πολυχρωματικής ακτινοβολίας (φασματόμετρα ορατού και υπερίθρου) λόγω της μεγάλης διακριτικής ικανότητάς του. Πράγματι, αν αντί μονοχρωματικής δέσμης προσπέσει στο φράγμα πολυχρωματική δέσμη (αποτελούμενη από διάκριτες φασματικές γραμμές), από την Εξ. (25.1) συνάγεται ότι, (για μια δεδομένη τάξη κροσσών, π.χ. για $m = 1$), αντί ενός λεπτού κροσσού θα έχουμε μια σειρά λεπτών έγχρωμων κροσσών που αντιστοιχούν στα διάφορα μήκη κύματος, λ , της ακτινοβολίας (βλ. Άσκηση 27, «Οπτική φασματοσκοπία»). Η απόσταση μεταξύ αυτών των έγχρωμων κροσσών, και συνεπώς η διακριτική ικανότητα του φράγματος, θα αυξάνει με την **πυκνότητα των σχισμών**, N_0 , που ορίζεται ως

$$N_0 = 1/d \quad (25.10)$$

και αντιστοιχεί στον αριθμό των σχισμών ανά μονάδα μήκους του φράγματος.

25.3 Μέθοδος

Για τη μελέτη των φαινομένων συμβολής και περίθλασης του φωτός χρησιμοποιείται δέσμη λέιζερ, ασυνέχειες (slides) με μία, δύο, τρεις και τέσσερις σχισμές, καθώς και ένα οπτικό φράγμα διέλευσης. Η δέσμη λέιζερ προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια της ασυνέχειας και η παρατήρηση της εικόνας των κροσσών γίνεται σε βαθμονομημένη οθόνη (χαρτί μιλιμετρέ) σε μεγάλη απόσταση (στον τοίχο) από την ασυνέχεια.

Στην περίπτωση της μιας σχισμής, θα μετρηθούν στην οθόνη η απόσταση, x_n , ενός σκοτεινού κροσσού (μιας συγκεκριμένης τάξης, n) από το κέντρο της εικόνας, καθώς και το γραμμικό εύρος, W_π , του κεντρικού κροσσού για κάθε περίπτωση, και θα συγκριθούν με τις θεωρητικές τιμές αυτών των μεγεθών που υπολογίζονται από τις Εξ. (25.5) και (25.7) αντιστοίχως. Στη συνέχεια, θα υπολογιστεί το εύρος, D , μιας άγνωστης σχισμής, με βάση τη μέτρηση είτε της απόστασης, x_n , είτε του γραμμικού εύρους, W_π , του φωτεινού κροσσού περίθλασης. Στις ασυνέχειες με δύο ίδιες σχισμές θα πραγματοποιηθούν ανάλογες μετρήσεις αποστάσεων και εύρους κροσσών πάνω στην οθόνη. Συγκεκριμένα θα μετρηθούν η απόσταση, y_m , του φωτεινού κροσσού (τάξης m) συμβολής από το κέντρο της εικόνας και το εύρος, W_π , του κεντρικού κροσσού περίθλασης, και οι τιμές αυτές θα συγκριθούν με τις προβλεπόμενες από τις Εξ. (25.1) και (25.7) αντιστοίχως. Επίσης θα υπολογιστεί ο λόγος $\rho = d/D$ για ένα άγνωστο σύστημα σχισμών. Η μελέτη της εικόνας κροσσών από πολλαπλές σχισμές θα είναι ποιοτική και θα αφορά στην ένταση και διακριτότητα των κροσσών.

Για τον υπολογισμό της πυκνότητας, N_0 , των σχισμών ενός άγνωστου φράγματος, θα μετρηθεί η απόσταση, y_m , ενός κροσσού μιας συγκεκριμένης τάξης από το κέντρο της εικόνας και θα χρησιμοποιηθεί η ακριβής μέθοδος προσδιορισμού του $\sin \theta$. Πιο αναλυτικά, εφόσον $N_0 = 1/d$, η Εξ. (25.1) γίνεται

$$m\lambda N_0 = \sin \theta \quad (25.11)$$

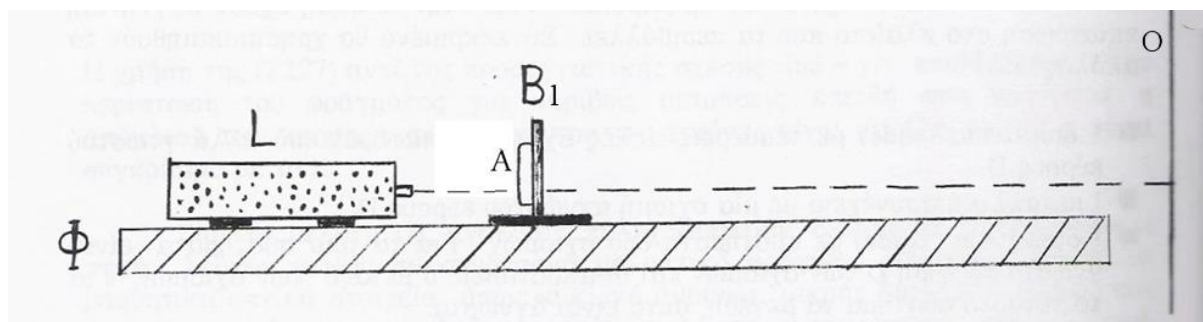
$$\text{όπου} \quad \sin \theta = y / (r^2 + y^2)^{1/2} \quad (25.12)$$

Η χρήση της Εξ. (25.12) αντί της προσεγγιστικής σχέσης $\sin\theta \approx y/r$ επιβάλλεται στην περίπτωση του φράγματος για ακριβείς μετρήσεις, επειδή στα φράγματα η απόκλιση των κροσσών από το κέντρο της εικόνας είναι μεγάλη και το y είναι συγκρίσιμο με το r .

Για τη μελέτη της ανάλυσης πολυχρωματικής δέσμης θα χρησιμοποιηθεί πηγή λευκού φωτός, σε συνδυασμό με οπτικό φράγμα διέλευσης και άλλα βοηθητικά οπτικά στοιχεία, όπως κυκλικό άνοιγμα μικρής διαμέτρου (ίριδα) και συγκεντρωτικός φακός. Δεδομένου ότι η λάμπα πυρακτώσεως (πηγή λευκού φωτός) έχει μεγάλη έκταση εκπομπής και επομένως μικρό βαθμό συμφωνίας, περιορίζουμε, με το μικρό κυκλικό άνοιγμα, την περιοχή εκπομπής, με αποτέλεσμα να βελτιώνεται ο βαθμός συμφωνίας.

25.4 Πειραματική διάταξη – Εξαρτήματα

Η πειραματική διάταξη (Σχ. 25.6) που θα χρησιμοποιηθεί σε αυτή την Άσκηση αποτελείται από τα ακόλουθα στοιχεία:



Σχήμα 25.6 Πλάγια όψη της πειραματικής διάταξης για τη μελέτη των φαινομένων συμβολής και περίθλασης. Φ: μεταλλικός φορέας, L: λέιζερ, B₁: μαγνητική βάση, A: ασυνέχεια (slide), O: οθόνη.

- 1. Λέιζερ:** Ο λέιζερ He-Ne είναι παρόμοιος με εκείνον που χρησιμοποιείται στην Άσκηση 13 (Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Τόμος Ι). Δίνει μια λεπτή (διατομής 2 – 3 mm) παράλληλη μονοχρωματική δέσμη με $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ και ισχύ 0,5 mW.

ΠΡΟΣΟΧΗ! Επαναλαμβάνουμε κι εδώ ότι απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στη χρήση του λέιζερ. Ενώ η έντασή του είναι χαμηλή για να προκαλέσει κάψιμο, μπορεί να επιφέρει σοβαρή βλάβη στο μάτι, αν προσπέσει, είτε απευθείας είτε από ανάκλαση, πάνω σε αυτό. Συνεπώς, όταν δεν παίρνουμε μετρήσεις ή όταν δεν κάνουμε παρατηρήσεις, το διάφραγμα στην έξοδο του λέιζερ πρέπει να είναι κλειστό.

- 2. Ευθύγραμμος μεταλλικός φορέας:** Πρόκειται για μεταλλική δοκό μήκους περί το 1 m, που τοποθετείται πάνω στο μεταλλικό τραπέζι εργασίας και χρησιμεύει για τη στήριξη του λέιζερ (ή της πηγής λευκού φωτός), καθώς και των μαγνητικών βάσεων.
- 3. Μαγνητικές βάσεις:** Μηχανικά εξαρτήματα με μαγνητική επίστρωση στη βάση τους, για να συγκρατούνται σταθερά πάνω στον μεταλλικό φορέα. Στηρίζουν και συγκρατούν διάφορα οπτικά στοιχεία και εξαρτήματα.
- 4. Πηγή λευκού φωτός:** Πρόκειται για λυχνία πυρακτώσεως τοποθετημένη σε κατάλληλο μεταλλικό πλαίσιο, έτσι ώστε να μπορεί να στερεώνεται στον μεταλλικό φορέα και να στηρίζει άλλα οπτικά εξαρτήματα.
- 5. Οπτικά στοιχεία – εξαρτήματα:** Τα οπτικά στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην Άσκηση έχουν μαγνητική επίστρωση πάνω στο πλαίσιο που τα περιβάλλει. Θα χρησιμοποιηθούν τα ακόλουθα:
 - Μία ασυνέχεια με τέσσερις απλές σχισμές, διαφορετικού αλλά γνωστού εύρους, D
 - Μία μεταλλική ασυνέχεια με μία σχισμή αγνώστου εύρους, D

- Μία ασυνέχεια με 4 συστήματα δύο σχισμών. Για τα τρία συστήματα είναι γνωστά τα εύρη, D , των σχισμών και οι αποστάσεις, d , μεταξύ των σχισμών. Για το τέταρτο σύστημα τα μεγέθη αυτά είναι άγνωστα
- Μία ασυνέχεια με συστήματα πολλαπλών σχισμών (από 2 ως 5 σχισμές)
- Ένα οπτικό φράγμα άγνωστης πυκνότητας σχισμών
- Ένα κυκλικό άνοιγμα μικρής διαμέτρου (ίρις) για τον περιορισμό των διαστάσεων της πηγής λευκού φωτός (προσέγγιση σημειακής πηγής)
- Ένας συγκεντρωτικός φακός με εστιακή απόσταση 48 mm, για τη δημιουργία παράλληλης δέσμης λευκού φωτός, που στη συνέχεια θα αναλυθεί από το φράγμα.

ΠΡΟΣΟΧΗ! Η ποιότητα των εικόνων συμβολής και περίθλασης θα μειωθεί, αν υπάρχουν δακτυλικά αποτυπώματα στις επιφάνειες των οπτικών στοιχείων. Συνεπώς μην αγγίζετε με τα δάκτυλα αυτές τις επιφάνειες, αλλά να κρατάτε το κάθε οπτικό στοιχείο (και ειδικά το οπτικό φράγμα) από την περιφέρεια του πλαισίου του. Σε περίπτωση που κάποιο στοιχείο χρειάζεται καθαρισμό, αποτανθείτε στον επιβλέποντα.

Βιβλιογραφία

1. H.J. Pain, *Φυσική των ταλαντώσεων και των κυμάτων*, 3^η έκδοση, Κεφ. 10: Παράγρ. 10.13 – 10.15 και 10.23 – 10.29, Εκδόσεις Συμμετρία (Αθήνα 1990).
2. H.D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Β': *Ηλεκτρομαγνητισμός, Οπτική, Σύγχρονη Φυσική*, Κεφ. 37: Παράγρ. 37.1 – 37.3 και Κεφ. 38: Παράγρ. 38.2 – 38.5, Εκδόσεις Παπαζήση (Αθήνα 1994).
3. M. Young, *Οπτική και Λέιζερ*, Κεφ. 5, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π. (Αθήνα 2008).
4. Ohanian, *Φυσική*, Τόμος Β': *Ηλεκτρομαγνητισμός-Οπτική*, Κεφ. 39: Παράγρ. 39.4 – 39.5, Κεφ. 40: Παράγρ. 40.1, Εκδόσεις Συμμετρία (Αθήνα 1991).
5. F. S. Crawford, *Μαθήματα Φυσικής Πανεπιστημίου Berkeley*. Τόμος 3: *Κυματική*, Κεφ. 9: Παράγρ. 9.6, Εργαστήρια Φυσικής Ε.Μ.Π. (Αθήνα 1979).

25.5 Εκτέλεση

25.5.1 Προετοιμασία της πειραματικής διάταξης

1. Συναρμολογήστε τη διάταξη που φαίνεται στο Σχ. 25.6. Τοποθετήστε πάνω στον μεταλλικό φορέα (Φ) το λέιζερ (L) και μία μαγνητική βάση (B_1), σε μικρή απόσταση από το λέιζερ. Τοποθετήστε σε μεγάλη απόσταση (πάνω από 1 m) από τη βάση, πάνω στον τοίχο, τη βαθμονομημένη οθόνη (Ο) και ανάψτε το λέιζερ ανοίγοντας το διάφραγμα εξόδου της δέσμης. Προσαρμόστε την οθόνη έτσι, ώστε η δέσμη του λέιζερ να πέφτει σε ένα κεντρικό σημείο της οθόνης και σημειώστε με μολύβι αυτή τη θέση, που θα αντιπροσωπεύει το κέντρο της εικόνας των κροσσών. Κλείστε το διάφραγμα εξόδου του λέιζερ.
2. Προσαρμόστε την ασυνέχεια (Α) με τις απλές σχισμές στη βάση. Ανοίξτε το διάφραγμα εξόδου του λέιζερ και μετακινήστε την ασυνέχεια εγκάρσια στη δέσμη, μέχρις ότου η πρώτη σχισμή συναντήσει τη δέσμη. Παρατηρήστε την εικόνα περίθλασης και μεγιστοποιήστε την έντασή της, εκτελώντας μικρές εγκάρσιες μετατοπίσεις της ασυνέχειας, έτσι ώστε το κέντρο της δέσμης του λέιζερ να προσπέσει στη σχισμή. Βεβαιωθείτε ότι η δέσμη προσπίπτει κάθετα.

25.5.2 Περίθλαση από μία σχισμή

1. Μετρήστε με μετρητική ταινία την απόσταση, r , μεταξύ ασυνέχειας και οθόνης και εκτιμήστε το σφάλμα αυτής της μέτρησης

$$r = \dots \pm \dots$$

2. Μετρήστε στην οθόνη την απόσταση, x_n , του σκοτεινού κροσσού τάξης n (επιλέξτε την τάξη n κατάλληλα για κάθε σχισμή, έτσι ώστε το x_n να είναι μετρήσιμο) από το κέντρο της εικόνας, και το εύρος, W_π , του κεντρικού φωτεινού κροσσού και εκτιμήστε τα σφάλματα, δx_m και δW_π , για αυτές τις μετρήσεις. (Για την εκτίμηση των σφαλμάτων συζητήστε με τον επιβλέποντα). Για να ελαχιστοποιείται το σφάλμα μέτρησης των αποστάσεων κροσσών, είναι σκόπιμο να μετράται η απόσταση μεταξύ συμμετρικών κροσσών εκατέρωθεν του κεντρικού και να υποδιπλασιάζεται η τιμή που προκύπτει. Καταχωρήστε τις μετρήσεις σας για τις σχισμές γνωστού εύρους στον Πίνακα Ι.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι

A/A	D (mm)	x_n (mm) μέτρηση	x_n (mm) υπολογισμός	W_π (mm) μέτρηση	W_π (mm) υπολογισμός
1	0.02				
2	0.04				
3	0.08				
4	0.16				
Άγνωστ η					

$$\delta x_m = \pm \dots \text{ και } \delta W_\pi = \pm \dots$$

3. Μετρήστε πόσους σκοτεινούς κροσσούς παρατηρείτε εκατέρωθεν του κεντρικού για τη σχισμή με $D = 0,08$ mm. $n_{\text{σκ}} = \dots$

4. Προσαρμόστε στη βάση τη μεταλλική ασυνέχεια με τη σχισμή άγνωστου εύρους. Μετρήστε στην οθόνη το γραμμικό εύρος, W_π , του κεντρικού κροσσού (ή την απόσταση, x_n , κάποιου σκοτεινού κροσσού) και εκτιμήστε το σφάλμα της μέτρησης.

$$W_\pi = \dots \pm \dots \text{ ή } x_n = \dots \pm \dots \text{ για } n = \dots$$

25.5.3 Συμβολή - περίθλαση από δύο ή περισσότερες σχισμές

1. Τοποθετήστε στη βάση την ασυνέχεια με τα συστήματα των δύο σχισμών. Μετρήστε στην οθόνη την απόσταση, y_m , του φωτεινού κροσσού συμβολής τάξης m (πάλι επιλέξτε την τάξη, m , έτσι ώστε το y_m να είναι μετρήσιμο) και το γραμμικό εύρος, W_π , του κεντρικού φωτεινού κροσσού περίθλασης για τα συστήματα σχισμών με γνωστά τα d και D . Εκτιμήστε τα σφάλματα των μετρήσεων, δy_m και δW_π , και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα ΙΙ.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΙΙ

A/A	d (mm)	y_m (mm) μέτρηση	y_m (mm) υπολογισμός	D (mm)	W_π (mm) μέτρηση	W_π (mm) υπολογισμός
1	0,250			0,04		
2	0,500			0,04		
3	0,500			0,08		

$$\delta y_m = \pm \dots \text{ και } \delta W_\pi = \pm \dots$$

2. Τοποθετήστε στη βάση την ασυνέχεια του συστήματος με τα άγνωστα d και D . Μετρήστε στην οθόνη την απόσταση, y_m , κάποιου φωτεινού κροσσού συμβολής και το γραμμικό εύρος, W_π , του κεντρικού φωτεινού κροσσού περίθλασης και εκτιμήστε τα σφάλματα των μετρήσεων

$$y_m = \dots \pm \dots, \quad W_\pi = \dots \pm \dots$$

3. Τοποθετήστε στη βάση την ασυνέχεια με τα συστήματα πολλαπλών σχισμών με το ίδιο D και παρατηρήστε στην οθόνη τις εικόνες περίθλασης-συμβολής, αρχίζοντας από το σύστημα δύο σχισμών μέχρι το σύστημα πέντε σχισμών. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας, σημειώνοντας τις ομοιότητες και τις διαφορές που τυχόν έχουν οι εικόνες.

25.5.4 Οπτικό φράγμα

1. Τοποθετήστε το οπτικό φράγμα στη μαγνητική βάση και μετρήστε στην οθόνη την απόσταση, y_m , του φωτεινού κροσσού που επιλέξατε από το κέντρο της εικόνας. Εκτιμήστε το σφάλμα της μέτρησης.

$$y_m = \dots \pm \dots \text{ για } m = \dots$$

2. Με ένα λευκό χαρτί προσπαθήστε να διαπιστώσετε αν το φράγμα λειτουργεί και ως φράγμα ανάκλασης.

26.5.5 Ανάλυση πολυχρωματικής δέσμης φωτός

1. Απομακρύνετε το λείζερ από τον μεταλλικό φορέα και στη θέση του τοποθετήστε την πηγή λευκού φωτός.

2. Στηρίξτε στο μεταλλικό πλαίσιο της πηγής το κυκλικό άνοιγμα μικρής διαμέτρου (ίριδα) όσο το δυνατόν πιο κοντά στον λαμπτήρα.

3. Τοποθετήστε στον φορέα μία ακόμη μαγνητική βάση, B_2 , ανάμεσα στην πηγή και την άλλη μαγνητική βάση και στηρίξτε τον συγκεντρωτικό φακό στη βάση B_2 .

4. Μετατοπίστε τη B_2 κατά μήκος του φορέα, μέχρις ότου η δέσμη του λευκού φωτός να εξέρχεται παράλληλη από το φακό.

5. Τοποθετήστε το οπτικό φράγμα στη βάση B_1 και αφήστε τη δέσμη να προσπέσει πάνω του.

6. Παρατηρήστε σε λευκή οθόνη, σε μικρή σχετικά απόσταση μετά το φράγμα, την εικόνα των έγχρωμων κροσσών και γράψτε τις παρατηρήσεις σας.

25.6 Επεξεργασία των μετρήσεων

25.6.1 Περίθλαση από μία σχισμή

1. Υπολογίστε τις αναμενόμενες τιμές για τα x_n και W_π που αντιστοιχούν στις 4 σχισμές γνωστού D από τις Εξ. (25.5) και (25.7), και καταχωρήστε τις στην 3^η και 5^η στήλη, αντιστοίχως, του Πίνακα I. Να λάβετε υπόψη σας ότι το μήκος κύματος του λείζερ είναι $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ (με αμελητέο σφάλμα), αλλά η απόσταση, r , φέρει σφάλμα μέτρησης, το οποίο διαδίδεται στην υπολογιζόμενη τιμή των x_n και W_π . Συγκρίνετε τις τιμές που μετρήσατε με εκείνες που υπολογίσατε. Συμφωνούν;

2. Έχοντας υπόψη την Εξ. (25.8) υπολογίστε ποιος είναι ο θεωρητικά αναμενόμενος αριθμός κροσσών για τη σχισμή $D = 0,08 \text{ mm}$ και συγκρίνετέ τον με τον μέγιστο αριθμό κροσσών, $n_{\text{σκ}}$, που παρατηρήσατε για αυτή τη σχισμή.

3. Υπολογίστε το εύρος, D , της άγνωστης σχισμής από τις μετρήσεις του εύρους, W_π , του κεντρικού φωτεινού κροσσού περίθλασης (ή της απόστασης, x_n , κάποιου σκοτεινού κροσσού) χρησιμοποιώντας τις Εξ. (25.5) ή (25.7). Προσοχή στον υπολογισμό του σφάλματος δD ,

δοθέντος ότι υπεισέρχονται σφάλματα μετρήσεων και για το r αλλά και για το W_π (και το x_n).

$$D = \dots \pm \dots$$

26.6.2 Συμβολή - περίθλαση από δύο ή περισσότερες σχισμές

1. Υπολογίστε τις αναμενόμενες τιμές για τα y_m και W_π που αντιστοιχούν στα 3 συστήματα δύο σχισμών με γνωστά τα d και D από τις Εξ. (25.1) και (25.7) και καταχωρήστε τις και καταχωρήστε τις στην 4^η και 6^η στήλη, αντιστοίχως, του Πίνακα II. Συμφωνούν οι τιμές που μετρήσατε με εκείνες που υπολογίσατε, μέσα στα όρια των σφαλμάτων;

2. Από τις μετρήσεις της απόστασης, r , μεταξύ φράγματος και οθόνης, της απόστασης, y_m , κάποιου φωτεινού κροσσού συμβολής από το κέντρο της εικόνας και του εύρους, W_π , του κεντρικού κροσσού περίθλασης, υπολογίστε, με τη βοήθεια των Εξ. (25.1) και (25.7), τα d και D του άγνωστου συστήματος δύο σχισμών και στη συνέχεια υπολογίστε το λόγο $\rho = d/D$

$$\rho = \frac{d}{D} = \dots \pm \dots$$

3. Σχολιάστε τις ομοιότητες και τις διαφορές των εικόνων περίθλασης-συμβολής για τα συστήματα 2, 3, 4 και 5 ίδιων σχισμών. Παρατηρήσατε δευτερεύοντες φωτεινούς κροσσούς συμβολής για τα συστήματα 3, 4 και 5 σχισμών;

26.6.3 Οπτικό φράγμα

1. Λαμβάνοντας υπόψη τις μετρήσεις της απόστασης, r , μεταξύ φράγματος και οθόνης και της απόστασης, y_m , κάποιου κροσσού, καθώς και τις Εξ. (25.11) και (25.12), υπολογίστε την πυκνότητα σχισμών του φράγματος

$$N_0 = \dots \pm \dots$$

2. Λειτουργεί το φράγμα ως φράγμα ανάκλασης;

26.6.4 Ανάλυση πολυχρωματικής δέσμης φωτός

Περιγράψτε πώς φαίνονται οι έγχρωμοι κροσσοί και με ποια σειρά εμφανίζονται τα διάφορα χρώματα, και γιατί.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΑΣΚΗΣΗΣ 25 (Π25)

Συμβολή και περίθλαση του φωτός

Π25.1 Βασικές έννοιες κυματικής οπτικής

Τα φαινόμενα της υπέρθεσης φωτεινών ακτίνων περιγράφονται και εξηγούνται επαρκώς από την κυματική θεωρία του φωτός, σε συνδυασμό με την ηλεκτροδυναμική θεωρία του Maxwell. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, το φως είναι ένα εγκάρσιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα, όπου το παλλόμενο μέγεθος είναι το διάνυσμα \mathbf{E} του ηλεκτρικού (και \mathbf{B} του μαγνητικού) πεδίου. Η διεύθυνση ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου καθορίζει την **πόλωση** του φωτεινού κύματος. Αν όλες οι δυνατές διευθύνσεις ταλάντωσης συνυπάρχουν και έχουν το ίδιο πλάτος, το φωτεινό κύμα είναι γνωστό ως **φυσικό φως** και οι πηγές που το εκπέμπουν ως **φυσικές πηγές** (ηλιακό φως, λαμπτήρες πυρακτώσεως ή εκκενώσεως αερίου). Αν όμως το ηλεκτρικό (και το μαγνητικό) πεδίο ταλαντώνεται σε μία μόνο διεύθυνση, το φωτεινό κύμα αναφέρεται ως **γραμμικά πολωμένο φως**.

Κατά τη διάδοση ενός φωτεινού κύματος, τα σημεία που έχουν ίδια φάση ορίζουν μια επιφάνεια που είναι γνωστή ως **μέτωπο κύματος**. Στην περίπτωση σημειακής πηγής, που εκπέμπει προς όλες τις διευθύνσεις στο χώρο (τρισδιάστατο κύμα), το μέτωπο κύματος είναι **επιφάνεια σφαίρας** που διαστέλλεται με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Αν η πηγή εκτείνεται κατά μήκος μιας ευθείας, το μέτωπο κύματος γύρω από το κεντρικό μέρος της πηγής είναι **κυλινδρική επιφάνεια** με άξονα την πηγή. Αν το φωτεινό κύμα κινείται σε μία διάσταση (παράλληλη δέσμη), το μέτωπο κύματος είναι **επίπεδο**, κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης. Η δέσμη λείζερ που χρησιμοποιείται στην Άσκηση αυτή έχει πολύ μικρό άνοιγμα, και επομένως μπορεί να θεωρηθεί, με καλή προσέγγιση, παράλληλη, και το αντίστοιχο μέτωπο κύματος επίπεδο.

Π25.2 Συμφωνία φωτεινής δέσμης

Μια θεμελιώδης έννοια στην κυματική οπτική είναι η **συμφωνία** της φωτεινής πηγής, η οποία σχετίζεται άμεσα με το βαθμό μονοχρωματικότητας της δέσμης που εκπέμπει η πηγή. Αν μια φωτεινή πηγή εξέπεμπε σε *μία και μόνο συχνότητα*, ω , τότε, γνωρίζοντας το πεδίο \mathbf{E} σε μια δεδομένη χρονική στιγμή για μια συγκεκριμένη θέση του μετώπου του κύματος, θα ήμασταν σε θέση, από τη λύση της εξίσωσης του κύματος, να προβλέψουμε με ακρίβεια την τιμή του πεδίου κάθε *χρονική στιγμή* t για *κάθε άλλη θέση του μετώπου του κύματος*. Μια τέτοια (ιδανική) πηγή χαρακτηρίζεται από *απόλυτη συμφωνία*.

Στην πραγματικότητα, όμως, ακόμη και φωτεινές δέσμες που εκπέμπονται από ατομικές πηγές (στις οποίες η εκπομπή ακτινοβολίας είναι αποτέλεσμα μεταπτώσεων μεταξύ ενεργειακά στενών ηλεκτρονικών καταστάσεων) παρουσιάζουν ένα φασματικό εύρος $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi$, δεν είναι δηλαδή απόλυτα μονοχρωματικές, πράγμα το οποίο οφείλεται σε διάφορες φυσικές αιτίες (πεπερασμένη διάρκεια ενεργειακών μεταπτώσεων, διεύρυνση της φασματικής γραμμής λόγω του φαινομένου Doppler ή συγκρούσεων μεταξύ ατόμων κλπ.). Αυτό το γεγονός θέτει ορισμένους περιορισμούς όσον αφορά στην (ακόμη και κατά προσέγγιση) πρόβλεψη της τιμής του πεδίου μετά από παρέλευση ενός οριακού χρονικού διαστήματος, t_σ , το οποίο σχετίζεται άμεσα με το φασματικό εύρος της πηγής και δίνεται από τη σχέση

$$t_\sigma = 1/\Delta\nu \quad (\text{Π25.1})$$

Το χρονικό αυτό διάστημα είναι γνωστό ως **χρόνος συμφωνίας** και η απόσταση

$$l_\sigma = c t_\sigma \quad (\text{Π25.2})$$

που θα διανύσει το φωτεινό κύμα στο χρόνο t_σ , είναι το **μήκος συμφωνίας της πηγής**.

Μια τέτοια πηγή χαρακτηρίζεται από **μερική συμφωνία**, με την έννοια ότι, μέσα στο χρόνο t_0 ή για απόσταση διάδοσης l_0 , υπάρχει ένας βαθμός συσχέτισης της φάσης του φωτεινού κύματος με την αρχική φάση, ενώ για $t > t_0$ η φάση του κύματος θα είναι τυχαία και, επομένως, η τιμή του πεδίου δεν θα μπορεί να εκτιμηθεί, ούτε κατά προσέγγιση.

Αν έχουμε μια φυσική πηγή φωτός (λάμπα πυρακτώσεως), μπορούμε να βελτιώσουμε το βαθμό συμφωνίας της, περιορίζοντας την επιφάνεια εκπομπής της σε πολύ μικρές διαστάσεις (προσέγγιση σημειακής πηγής). Αυτό συμβαίνει επειδή ο βαθμός συσχέτισης της φάσης μεταξύ γειτονικών στοιχειωδών πηγών είναι πολύ καλύτερος από ό,τι είναι στην περίπτωση μακρινών στοιχειωδών πηγών.

Π25.3 Συμβολή του φωτός

Στη γενική περίπτωση της υπέρθεσης δύο φωτεινών κυμάτων, το αποτέλεσμα που θα προκύψει μπορεί να περιγραφεί από τη συνισταμένη των διανυσμάτων των ηλεκτρικών πεδίων στα διάφορα σημεία όπου συναντώνται τα μέτωπα των κυμάτων. Είναι ευνόητο ότι, για να υπάρξει μια χρονικά μη μεταβαλλόμενη σταθερή εικόνα υπέρθεσης, πρέπει:

- (α) οι φωτεινές πηγές που εκπέμπουν τα κύματα να είναι σύμφωνες και
- (β) οι συχνότητες των κυμάτων να είναι μεταξύ τους ίσες

Διαφορετικά, η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο κυμάτων, για κάθε σημείο του χώρου συνάντησής τους, θα μεταβάλλεται με το χρόνο, με συνέπεια η συνισταμένη να έχει μια περίπλοκη εξάρτηση από το χρόνο. Οι δύο παραπάνω προτάσεις αποτελούν τις βασικές προϋποθέσεις για την επίτευξη της ειδικής περίπτωσης υπέρθεσης που είναι γνωστή ως **συμβολή**. Η απλούστερη περίπτωση συμβολής συμβαίνει όταν τα διανύσματα των ηλεκτρικών πεδίων των δύο κυμάτων είναι συγγραμμικά, όταν δηλαδή τα κύματα είναι γραμμικά πολωμένα στην ίδια διεύθυνση. Αν ισχύουν οι παραπάνω προϋποθέσεις συμβολής, η διαφορά φάσης σε ένα τυχόν σημείο του χώρου είναι σταθερή με το χρόνο και εξαρτάται μόνο από τη θέση του σημείου (δηλ. από τη διαφορά δρόμου που διανύουν τα κύματα από τις πηγές). Τότε δημιουργείται μια *σταθερή χρονικά* εικόνα συμβολής, αλλά με *χωρική διακύμανση της φωτεινότητας* μεταξύ μιας μέγιστης και μιας ελάχιστης τιμής, που αντιστοιχούν στις περιοχές όπου τα δύο μέτωπα συμβάλλουν σε φάση (**ενισχυτική συμβολή**) ή σε αντίθετη φάση (**αναιρετική συμβολή**). Αν οι εντάσεις των συμβαλλομένων κυμάτων είναι ίσες, εύκολα προκύπτει ότι οι περιοχές ελάχιστης φωτεινότητας θα είναι σκοτεινές. Έτσι δημιουργείται η εικόνα των **φωτεινών και σκοτεινών κροσσών συμβολής**.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι δύο φωτεινά κύματα που πληρούν τις πιο πάνω προϋποθέσεις, αλλά είναι γραμμικά πολωμένα σε κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις, δεν συμβάλλουν. Αυτό ποιοτικά εξηγείται από το γεγονός ότι, σε αυτήν την περίπτωση, η υπέρθεση των πεδίων είναι διανυσματική και, συνεπώς, η συνισταμένη δεν γίνεται ποτέ μηδέν (για οποιαδήποτε διαφορά φάσης), ενώ στην περίπτωση των συγγραμμικών πεδίων (ίδια γραμμική πόλωση) η υπέρθεση

είναι αλγεβρική. Επομένως, για την ύπαρξη συμβολής προκύπτει και μια τρίτη προϋπόθεση που αναφέρει ότι

- (γ) αν τα φωτεινά κύματα είναι γραμμικά πολωμένα, πρέπει να έχουν την ίδια διεύθυνση ταλάντωσης των πεδίων ή, τουλάχιστον, συνιστώσες ταλάντωσης στην ίδια διεύθυνση.

Με δεδομένο ότι η φωτεινή ένταση (ισχύς ανά μονάδα επιφανείας) ενός κύματος είναι ανάλογη της μέσης τιμής του τετραγώνου της έντασης του πεδίου, I , προκύπτει από τη μαθηματική επεξεργασία ότι, για δύο συμβαλλόμενα κύματα της ίδιας γραμμικής πόλωσης, η φωτεινή ένταση του συνιστάμενου κύματος θα δίνεται από τη σχέση

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta\varphi) \quad (\text{Π25.3})$$

όπου I_1, I_2 οι φωτεινές εντάσεις των επιμέρους κυμάτων και $\delta\varphi$ η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων, που είναι συνάρτηση της θέσης.

Στα σημεία όπου τα δύο κύματα φθάνουν σε φάση ($\delta\varphi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$) παρατηρείται μέγιστη ένταση:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \quad (\text{Π25.4})$$

και τα σημεία αυτά αναφέρονται ως σημεία (περιοχές) **μέγιστης ενισχυτικής συμβολής**.

Αντίστοιχα στα σημεία που τα δύο κύματα φθάνουν σε αντίθετη φάση ($\delta\varphi = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi$) παρατηρείται ελάχιστη ένταση

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2 \sqrt{I_1 I_2} \quad (\text{Π25.5})$$

και τα σημεία αυτά αναφέρονται ως σημεία (περιοχές) **ελάχιστης αναιρετικής συμβολής**.

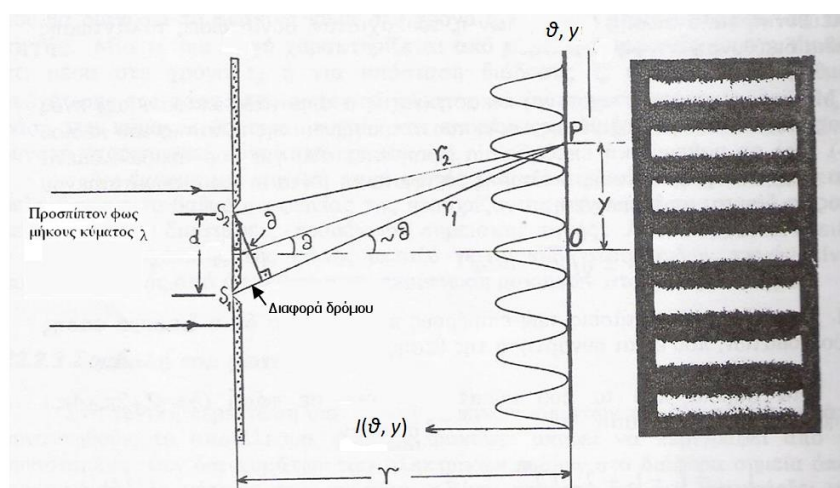
Από τις Εξ. (Π25.5) και (Π25.6) προκύπτει ότι, για δύο συμβαλλόμενες δέσμες, με την ίδια γραμμική πόλωση και ίση ένταση, η φωτεινή ένταση του συνιστάμενου κύματος θα δίνεται από τη σχέση

$$I_{\max} = 4I_0, \quad I_{\min} = 0. \quad (\text{Π25.6})$$

οπότε οι περιοχές μέγιστης ενισχυτικής συμβολής σχηματίζουν τους φωτεινούς κροσσούς, ενώ τα σημεία ελάχιστης αναιρετικής συμβολής σχηματίζουν τους σκοτεινούς κροσσούς συμβολής.

Π25.4 Συμβολή από δύο σημειακές σύμφωνες πηγές

Στην πράξη, η δημιουργία δύο σύμφωνων πηγών ανάγεται συνήθως στη διαίρεση του μετώπου μιας σύμφωνης μονοχρωματικής δέσμης από δύο παρόμοιες οπές πολύ μικρής διαμέτρου, σε απόσταση d μεταξύ τους (Σχ. Π25.1). Με βάση την αρχή του Huygens, η παρεμβολή μιας τέτοιας ασυνέχειας στο μέτωπο του κύματος έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία δευτερογενών σημειακών πηγών σφαιρικών κυμάτων στις οπές. Τα φωτεινά κύματα που προκύπτουν από τις δύο οπές ικανοποιούν τις τρεις προϋποθέσεις για συμβολή, αφού εκπέμπονται από σύμφωνες πηγές και έχουν ίδιες συχνότητες και πολώσεις. Αν αντί των οπών χρησιμοποιήσουμε ασυνέχεια με δύο παράλληλες σχισμές πολύ μικρού εύρους, θα προκύψουν δύο συστοιχίες σύμφωνων πηγών, με αποτέλεσμα τα δευτερογενή κύματα να έχουν κυλινδρικά μέτωπα και η εικόνα των κροσσών συμβολής, που θα παρατηρηθεί σε μια οθόνη σε απόσταση r από τις πηγές, θα γίνει εντονότερη.



Σχήμα Π25.1 (α) Συμβολή από δύο σύμφωνες σημειακές πηγές που προέρχονται από τη διαίρεση του μετώπου κύματος μιας σύμφωνης μονοχρωματικής δέσμης, μήκους κύματος λ , με τη βοήθεια δύο σχισμών S_1 και S_2 , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d . Η φωτεινή ένταση πάνω σε μια οθόνη, που βρίσκεται σε απόσταση r από τις σχισμές, έχει την απεικονιζόμενη ημιτονοειδή μορφή $I(\theta, y)$ (β) Κροσσοί συμβολής που προκύπτουν από τη συμβολή των δύο σχισμών, όπως εμφανίζονται στην οθόνη (Πείραμα του Young).

Θεωρούμε ένα σημείο P πάνω στην οθόνη, σε απόσταση y από το κέντρο συμμετρίας 0 της εικόνας συμβολής (Σχ. Π25.1). Αν η απόσταση r μεταξύ σχισμών και οθόνης είναι πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση d , μεταξύ των σχισμών (προσέγγιση μακρινού πεδίου), τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι $y \ll r$ και $\sin\theta \cong y/r$, οπότε η διαφορά δρόμου για το σημείο P της οθόνης θα δίνεται από τη σχέση

$$r_1 - r_2 = d \sin\theta \cong \frac{d}{r} y \quad (\text{Π25.7})$$

Από αυτή τη σχέση και σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, προκύπτουν οι ακόλουθες συνθήκες, για φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς αντίστοιχα

$$\text{φωτεινοί κροσσοί:} \quad d \sin\theta = m \lambda \quad \text{ή} \quad y = \frac{r}{d} m \lambda \quad (\text{Π25.8α})$$

$$\text{σκοτεινοί κροσσοί:} \quad d \sin\theta = (m + 1/2) \lambda \quad \text{ή} \quad y = \frac{r}{d} (m + 1/2) \lambda \quad (\text{Π25.8β})$$

όπου $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Παρατηρούμε ότι **οι αποστάσεις των κροσσών από το κέντρο της εικόνας συμβολής είναι αντιστρόφως ανάλογες της απόστασης d μεταξύ των σχισμών.**

Η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων στο σημείο P είναι (εφόσον τα δύο κύματα βρίσκονται σε φάση στις πηγές)

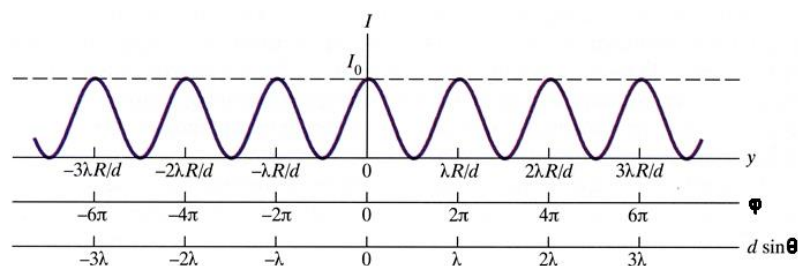
$$\delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \quad (\text{Π25.9})$$

και, έχοντας υπόψη την (Εξ. Π25.3) και ότι $I_1 = I_2 = I_0$, βρίσκουμε ότι η κατανομή έντασης στην οθόνη, ως προς θ ή το y , δίνεται από τη σχέση

$$I = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta\right) = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda r} y\right) = I_{\max} \cos^2\alpha \quad (\text{Π25.10})$$

$$\text{Όπου} \quad \alpha = \frac{\pi d}{\lambda r} y \quad (\text{Π25.11})$$

Η γραφική παράσταση της Εξ. (Π25.10) δίνεται στο Σχ. Π25.2 ως συνάρτηση του $d \sin\theta$, της διαφοράς φάσης, ϕ , και της απόστασης y .



Σχήμα Π25.2 Κατανομή της φωτεινής έντασης ύστερα από συμβολή από δύο πανομοιότυπες πηγές (ή σχισμές). Οι τρεις κλίμακες δείχνουν, αντιστοίχως, την απόσταση, y , ενός σημείου της εικόνας από το κέντρο ($y = 0$), τη διαφορά φάσης, ϕ , μεταξύ των δύο κυμάτων στη θέση αυτή (βλ. Σχ. Π25.1) και τη διαφορά δρόμου εκφρασμένη ως πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, λ . Τα μέγιστα εμφανίζονται στα σημεία όπου το $d \sin\theta$ είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του λ .

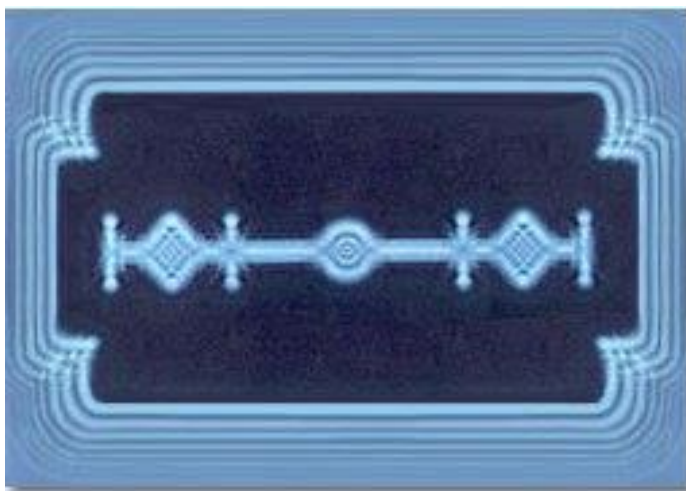
Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών φωτεινών (ή σκοτεινών) κροσσών βρίσκεται εύκολα από την Εξ. (Π25.8α) (ή την Π25.8β) ως

$$\Delta y = \frac{r}{d} \lambda \quad (\text{Π25.12})$$

Π25.5 Περίθλαση του φωτός

Αν φωτίσουμε έντονα (με μια διευρυμένη δέσμη λέιζερ) ένα αντικείμενο με σαφές περίγραμμα (π.χ. μια λεπίδα ξυραφιού, μια καρφίτσα ή ένα κυκλικό διάφραγμα), θα παρατηρήσουμε, πάνω σε μια οθόνη σχετικά κοντά στο αντικείμενο, μια εικόνα αμυδρών φωτεινών και σκοτεινών περιοχών (κροσσών) που περιβάλλουν τη σκιά του αντικειμένου. Παρόμοια φαινόμενα θα συμβούν, αν φωτίσουμε μια οπή ή σχισμή με μια δέσμη λέιζερ: πάλι σε μια οθόνη κοντά στην ασυνέχεια θα παρατηρήσουμε ότι η διαχωριστική γραμμή στο περίγραμμα του αντικειμένου δεν είναι σαφής, αλλά διαμορφώνεται από διακυμάνσεις φωτεινότητας. Αν η οθόνη παρατήρησης μετατοπιστεί σε μεγάλη απόσταση από την ασυνέχεια, η εικόνα που θα παρατηρήσουμε δεν θα θυμίζει το αντικείμενο, καθώς η σκιά θα έχει αντικατασταθεί από κάποιο σαφή σχηματισμό φωτεινών και σκοτεινών κροσσών.

Αυτά τα φαινόμενα, που είναι γνωστά ως φαινόμενα **περίθλασης του φωτός**, δεν είναι συμβατά με την ευθύγραμμη διάδοση του φωτός και οφείλονται στην κυματική φύση του φωτός. Ποιοτικά, η εξήγησή τους συνοψίζεται ως εξής: Η παρεμβολή του αντικειμένου (ασυνέχειας) προκαλεί τη διαφοροποίηση του μετώπου του κύματος, με συνέπεια τη δημιουργία ενός μεγάλου αριθμού δευτερογενών πηγών, οι οποίες εκπέμπουν σφαιρικά κύματα. Αν η παρατήρηση γίνεται κοντά στην ασυνέχεια, τα μέτωπα των κυμάτων που συμβάλλουν είναι σφαιρικά και έχουν ως αποτέλεσμα την εμφάνιση εναλλασσόμενων φωτεινών και σκοτεινών κροσσών που περιβάλλουν τη σκιά του αντικειμένου. Αυτή είναι η περίπτωση της **περίθλασης κοντινού πεδίου** ή **περίθλασης Fresnel**, όπως είναι πιο γνωστή, και απεικονίζεται στο Σχ. Π25.3.



Σχήμα Π25.3 Περίθλαση φωτός κατά Fresnel (οθόνη παρατήρησης πολύ κοντά στην ασυνέχεια) από λεπίδα παλιάς ξυριστικής μηχανής. Η συμβολή των κυμάτων, που εκπέμπονται από τα άκρα της ασυνέχειας, έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία εναλλασσόμενων φωτεινών και σκοτεινών κροσσών που περιβάλλουν τη σκιά του αντικειμένου.

Αν η απόσταση ασυνέχειας-οθόνης αυξάνεται συνεχώς, θα παρατηρούμε μια συνεχή μεταβολή της εικόνας Fresnel και, στο όριο όπου τα συμβάλλοντα κύματα έχουν γίνει σχεδόν

επίπεδα, η εικόνα στην οθόνη θα είναι εντελώς διαφοροποιημένη, αποτελούμενη από ένα σύστημα διάκριτων κροσσών. Περαιτέρω αύξηση της απόστασης δεν επιφέρει άλλη ποιοτική αλλαγή στην παρατηρούμενη εικόνα. Αυτή η περίπτωση είναι γνωστή ως **περίθλαση μακρινού πεδίου** ή **περίθλαση Fraunhofer**, και αυτή είναι η περίθλαση που μελετάμε στη συγκεκριμένη Άσκηση.

Ουσιαστικά δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ συμβολής και περίθλασης ως προς τη φυσική διαδικασία, αφού και τα δύο φαινόμενα αναφέρονται σε υπέρθεση σύμφωνων κυμάτων. Συνήθως με τον όρο συμβολή εννοούμε την υπέρθεση μερικών φωτεινών κυμάτων που προέρχονται από διάκριτες σύμφωνες πηγές, ενώ με τον όρο περίθλαση αντιλαμβανόμαστε την υπέρθεση ενός μεγάλου αριθμού κυμάτων που προέρχονται από μια σειρά διαδοχικών σύμφωνων πηγών. Πάντως, ο διαχωρισμός των όρων δεν είναι πάντοτε σαφής και αυτό

φαίνεται από το γεγονός ότι ομιλούμε για περιθλαστικό φράγμα, παρόλο που η εικόνα κροσσών στο φράγμα οφείλεται σε συμβολή από διάκριτες πηγές. Εξάλλου, στην περίπτωση συμβολομετρίας πολλαπλών δεσμών (Fabry-Perot) έχουμε συμβολή, όχι από μερικά μόνο, αλλά από ένα μεγάλο αριθμό φωτεινών κυμάτων.

Π25.6 Περίθλαση από μία σχισμή

Η πλέον χαρακτηριστική περίπτωση περίθλασης, από εκπαιδευτική σκοπιά, συμβαίνει όταν το επίπεδο μέτωπο ενός μονοχρωματικού σύμφωνου φωτεινού κύματος «παρεμποδίζεται» στη διάδοσή του από μια λεπτή σχισμή εύρους D (Σχ. Π25.4). Σύμφωνα με την αρχή του Huygens, κάθε σημείο του μετώπου από το ένα άκρο της σχισμής ως το άλλο γίνεται δευτερογενής πηγή σφαιρικών κυμάτων της ίδιας συχνότητας, τα οποία διαδίδονται από τη σχισμή. Συνεπώς, το πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα τυχόν σημείο, P , της οθόνης παρατήρησης προκύπτει από την υπέρθεση όλων των στοιχειωδών κυμάτων που δημιουργούνται στη σχισμή.

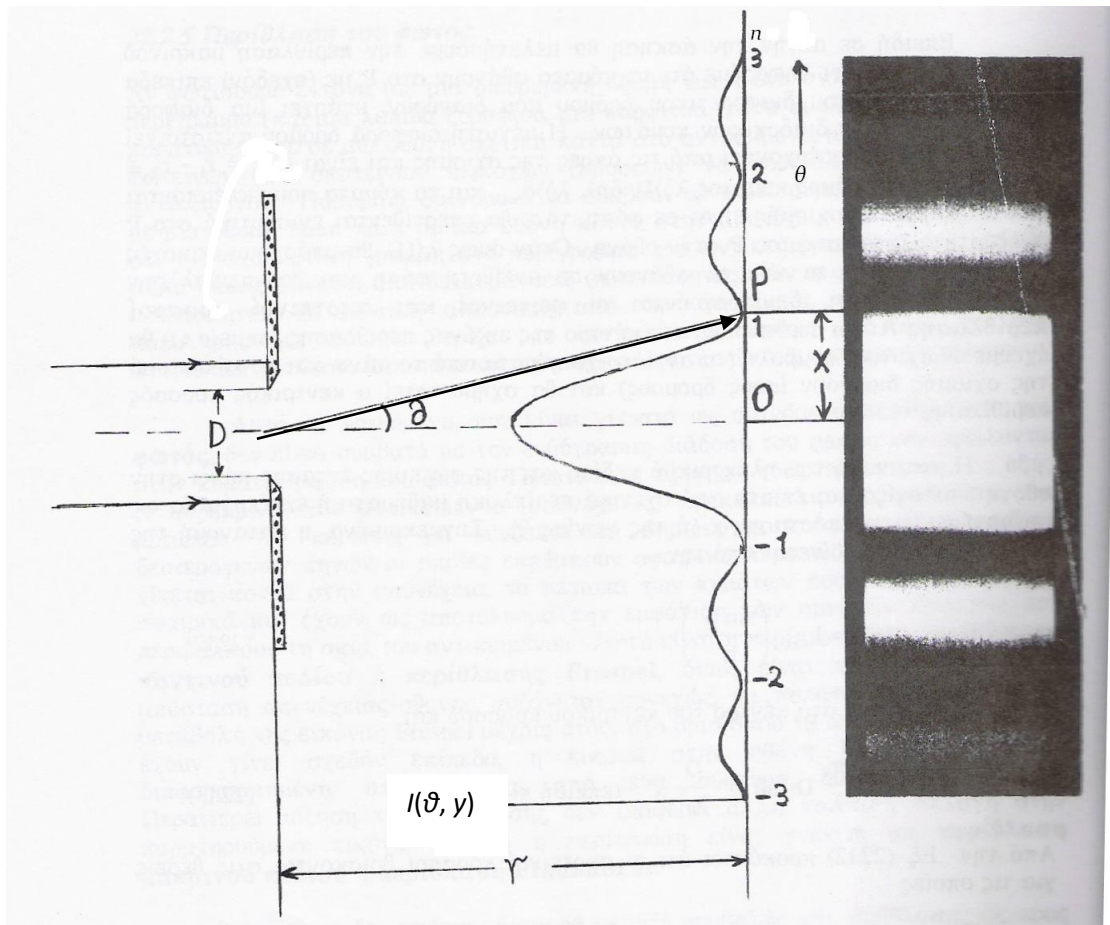
Επειδή σε αυτήν την Άσκηση θα μελετήσουμε την περίθλαση μακρινού πεδίου (Fraunhofer), θεωρούμε ότι τα κύματα φθάνουν στην οθόνη με (σχεδόν) επίπεδα μέτωπα. Λόγω του διαφορετικού δρόμου που διανύουν τα διαδοχικά κύματα, υπάρχει μια διαφορά φάσης μεταξύ τους. Η μέγιστη διαφορά δρόμου αντιστοιχεί στα κύματα που προέρχονται από τις άκρες της σχισμής και είναι $\delta_{\max} = r_1 - r_2 \cong D \sin\theta$. Όταν το μήκος κύματος $\lambda \gg D$, όταν δηλαδή $\lambda \gg \delta_{\max}$, και τα κύματα που εκπέμπονται από τα άκρα της σχισμής είναι σε φάση, τότε θα υπερτίθενται ενισχυτικά στο P , ανεξάρτητα της θέσης του P στην οθόνη. Όταν όμως $\lambda \ll D$, θα υπάρχουν περιοχές στην οθόνη όπου τα κύματα φθάνουν με διαφορά φάσης 180° και θα συμβάλλουν αναιρετικά. Έτσι, δημιουργούνται οι **φωτεινοί και σκοτεινοί κροσσοί περίθλασης**. Λόγω συμμετρίας, στο κέντρο της εικόνας περίθλασης (σημείο O) θα έχουμε ενισχυτική συμβολή (τα αντίστοιχα κύματα από το πάνω και το κάτω μισό της σχισμής διανύουν ίσους δρόμους) και θα σχηματιστεί ο κεντρικός κροσσός περίθλασης.

Η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου και της φωτεινής έντασης πάνω στην οθόνη υπολογίζονται έπειτα από σχετικά περίπλοκη μαθηματική επεξεργασία ως συναρτήσεις της απόστασης x (ή της γωνίας θ). Συγκεκριμένα, η κατανομή της φωτεινής έντασης δίνεται από την

$$I(\theta) = I_{\max} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (\text{Π25.13})$$

όπου I_{\max} η ένταση στο κέντρο του κεντρικού κροσσού και

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} D \sin\theta \cong \frac{D}{\lambda r} x \quad (\text{επειδή } x \ll r) \quad (\text{Π25.14})$$



Σχήμα Π25.4 (α) Κατανομή της φωτεινής έντασης, ύστερα από περίθλαση από μία μονή σχισμή, πάχους D . Η φωτεινή ένταση πάνω σε μια οθόνη, που βρίσκεται σε απόσταση $r \gg D$ από τις σχισμές, έχει την απεικονιζόμενη μορφή $I(\theta, y)$. Στον κατακόρυφο άξονα εμφανίζονται οι τιμές του n , που αντιστοιχούν στους μηδενισμούς της έντασης (σκοτεινοί κροσσοί) (β) Φωτογραφία της εικόνας που βλέπουμε στην οθόνη. Διακρίνονται σαφώς μόνον ο κεντρικός φωτεινός κροσσός και οι κροσσοί δεύτερης τάξης.

Από την Εξ. (Π25.13) προκύπτει ότι οι σκοτεινοί κροσσοί βρίσκονται στις θέσεις για τις οποίες

$$\sin\beta = 0, \quad \beta \neq 0$$

$$\text{ή} \quad (\text{Π25.15})$$

$$\beta = n\pi, \quad n = \pm 1, \pm 2 \dots$$

Επομένως, από την (Π25.14) έχουμε την ακόλουθη συνθήκη για σκοτεινούς κροσσούς

$$n\lambda = D \sin\theta, \quad n = \pm 1, \pm 2 \dots \quad (\text{Π25.16})$$

των οποίων η απόσταση, x_n , από το κέντρο συμμετρίας O της εικόνας προκύπτει από την Εξ. (Π25.14) ίσο με

$$x_n = \frac{r}{D} n\lambda \quad (\text{Π25.17})$$

Όπως και στην περίπτωση της συμβολής από δύο σημειακές πηγές, έτσι και εδώ οι αποστάσεις, x_n , των σκοτεινών (καθώς και των φωτεινών σε καλή προσέγγιση) κροσσών από το κέντρο της εικόνας περίθλασης είναι αντιστρόφως ανάλογες του εύρους D της σχισμής. Από την Εξ. (Π25.17) προκύπτει ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σκοτεινών κροσσών είναι

$$\Delta x = \frac{r}{D} \lambda \quad (\text{Π25.18})$$

Το γραμμικό εύρος του κεντρικού φωτεινού κροσσού προκύπτει επίσης από την Εξ. (Π25.17) για $n_1 = -1$ και $n_2 = 1$

$$W_\pi = x_{n_2} - x_{n_1} = \frac{2r\lambda}{D} \quad (\text{Π25.19})$$

Ο αριθμός των κροσσών, n , που θεωρητικά μπορούν να παρατηρηθούν από μια σχισμή εξαρτάται από τις παραμέτρους λ και D και, επειδή πρέπει $|\sin\theta| < 1$, από την Εξ. (Π.25.16) προκύπτει

$$|\sin\theta| = \frac{|n|\lambda}{D} \leq 1 \quad \rightarrow \quad |n| \leq \frac{D}{\lambda} \quad (\text{Π25.20})$$

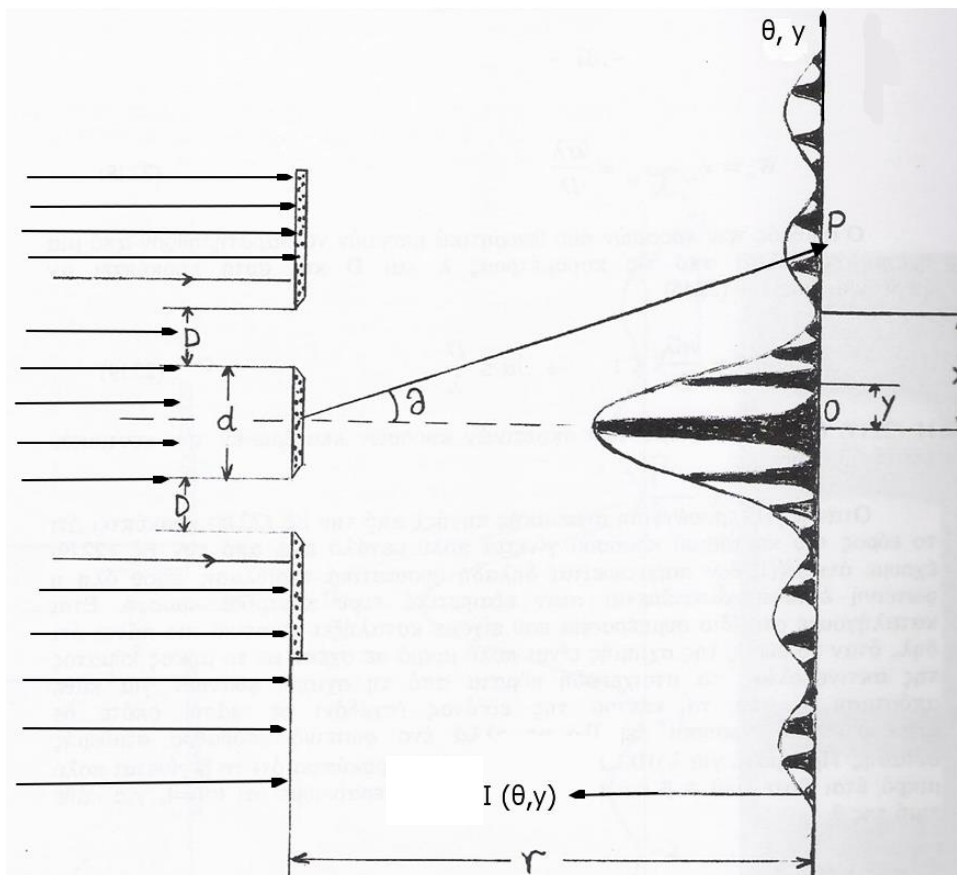
Η Εξ. (Π25.20) δίνει τον αριθμό των σκοτεινών κροσσών εκατέρωθεν του κεντρικού φωτεινού κροσσού.

Όταν $\lambda \gg D$ (προσέγγιση σημειακής πηγής), από την Εξ. (Π25.19) προκύπτει ότι το εύρος του κεντρικού κροσσού γίνεται πολύ μεγάλο, ενώ από την Εξ. (Π25.20) έχουμε ότι $|n| \ll 1$, δεν παρατηρείται δηλαδή ουσιαστικά περίθλαση, αφού όλη η φωτεινή ένταση κατανέμεται στον εξαιρετικά ευρύ κεντρικό κροσσό. Έτσι καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα που είχαμε καταλήξει ποιοτικά πιο πάνω, ότι δηλαδή, όταν το εύρος της σχισμής είναι πολύ μικρό σε σχέση με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας, τα στοιχειώδη κύματα από τη σχισμή φθάνουν, για κάθε απόσταση x από το κέντρο της εικόνας, (σχεδόν) σε φάση, οπότε δεν δημιουργούνται κροσσοί περίθλασης αλλά ένα φωτεινό υπόβαθρο σταθερής έντασης. Πράγματι, για $\lambda \gg D$, από την Εξ. (Π25.14) προκύπτει ότι το β γίνεται πολύ μικρό, έτσι ώστε $\sin\beta \cong \beta$ και από την Εξ. (Π25.13) συμπεραίνουμε ότι $I(\theta) = I_0$ για κάθε τιμή της θ .

Π25.7 Συμβολή-περίθλαση από δύο ή περισσότερες σχισμές

Αν θεωρήσουμε δύο παράλληλες σχισμές πεπερασμένου εύρους, D , σε μικρή απόσταση d τη μία από την άλλη, και τις φωτίσουμε με ένα επίπεδο μονοχρωματικό κύμα τότε, σε οθόνη που απέχει απόσταση $r \gg d > D$, θα παρατηρήσουμε μια σύνθετη εικόνα κροσσών, που προκύπτει από το συνδυασμό των κροσσών περίθλασης από κάθε σχισμή και των κροσσών συμβολής που προέρχονται από την υπέρθεση των κυμάτων από τις δύο σχισμές. Επειδή οι σχισμές έχουν το ίδιο εύρος και $d \ll r$, οι εικόνες περίθλασης από κάθε σχισμή θα συμπίπτουν στην οθόνη. Συνήθως η απόσταση d είναι μεγαλύτερη από το εύρος D και επειδή, σύμφωνα με τις Εξ. (Π25.8), (Π25.12), (Π25.17), (Π25.18) και (Π25.19), οι αποστάσεις και τα εύρη των κροσσών πάνω στην οθόνη είναι αντιστρόφως ανάλογα των διαστάσεων της ασυνέχειας, προκύπτει ότι οι κροσσοί περίθλασης θα είναι πλατύτεροι από τους κροσσούς συμβολής, δηλαδή μέσα σε κάθε κροσσό περίθλασης θα περιέχεται ένας αριθμός λεπτών κροσσών συμβολής που θα εξαρτάται από το λόγο d/D (Σχ. Π25.5).

Η μαθηματική έκφραση που δίνει την κατανομή της φωτεινής έντασης της εικόνας συμβολής-περίθλασης από δύο παράλληλες σχισμές προκύπτει από το συνδυασμό των Εξ. (Π25.10) και (Π25.13)



Σχήμα Π25.5 Γεωμετρική απεικόνιση συμβολής-περίθλασης από δύο πανομοιότυπες παράλληλες σχισμές, S_1 και S_2 , πλάτους D και σε απόσταση d μεταξύ τους, που διαιρούν το μέτωπο κύματος μιας σύμφωνης μονοχρωματικής δέσμης, μήκους κύματος λ . Η φωτεινή ένταση πάνω σε μια οθόνη, που βρίσκεται σε απόσταση r από τις σχισμές έχει την απεικονιζόμενη μορφή $I(\theta, \gamma)$, αποτελούμενη από εναλλασσόμενους φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς.

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \cos^2 \alpha \quad (\text{Π25.21})$$

όπου τα α και β δίνονται από τις Εξ. (Π25.11) και (Π25.14) αντιστοίχως.

Ανάλογες εικόνες συμβολής-περίθλασης θα παρατηρήσουμε, αν αντί για δύο χρησιμοποιήσουμε πολλές παράλληλες σχισμές ίδιου εύρους D και σε ίσες μικρές αποστάσεις d μεταξύ τους. Για $N > 2$ όμως θα υπάρχει λεπτή δομή στους κροσσούς συμβολής, η οποία θα γίνεται λεπτότερη καθώς το N αυξάνει. Συγκεκριμένα, εκτός των **κύριων φωτεινών κροσσών συμβολής**, που οφείλονται στη συμβολή κυμάτων από διαδοχικές σχισμές (απόσταση d), θα εμφανιστούν και **δευτερεύοντες φωτεινοί κροσσοί**, που οφείλονται στη συμβολή κυμάτων από σχισμές που απέχουν αποστάσεις $2d, 3d, 4d, \dots$. Από τη μαθηματική επεξεργασία του προβλήματος έχουμε την ακόλουθη γενική σχέση που δίνει την κατανομή της φωτεινής έντασης της εικόνας συμβολής-περίθλασης για N ίδιες σχισμές.

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{N \sin \alpha} \right)^2 \quad (\text{Π25.22})$$

όπου α και β δίνονται πάλι από τις Εξ. (Π25.11) και (Π25.14) αντιστοίχως. Η Εξ. (Π25.22) ισχύει για κάθε θετικό ακέραιο N . Για $N = 1$ η Εξ. (Π25.22) απλοποιείται στην Εξ. (Π25.13), ενώ για $N = 2$ στην (Π25.21).

Οι κύριοι φωτεινοί κροσσοί βρίσκονται στα σημεία όπου $\sin N\alpha / N \sin \alpha = 1$, δηλ. όταν $\alpha = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$ και, αν λάβουμε υπόψη τις Εξ. (Π25.10), η συνθήκη αυτή γράφεται

$$\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta = m\pi \rightarrow d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (\text{Π25.23})$$

Η τελευταία σχέση είναι ίδια με την Εξ. (Π25.8α) που δίνει τις θέσεις των φωτεινών κροσσών συμβολής από δύο σημειακές πηγές σε απόσταση d μεταξύ τους.

Οι σκοτεινοί κροσσοί βρίσκονται στα σημεία όπου $\sin N\alpha / N \sin \alpha = 0$ ή όταν $\sin N\alpha = 0$ και $\alpha \neq 0$, δηλαδή για τις ακόλουθες τιμές της α

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{N}, \pm \frac{2\pi}{N}, \pm \frac{3\pi}{N}, \dots, \pm \frac{(N-1)\pi}{N}, \pm \frac{(N+1)\pi}{N} \quad (\text{Π25.24})$$

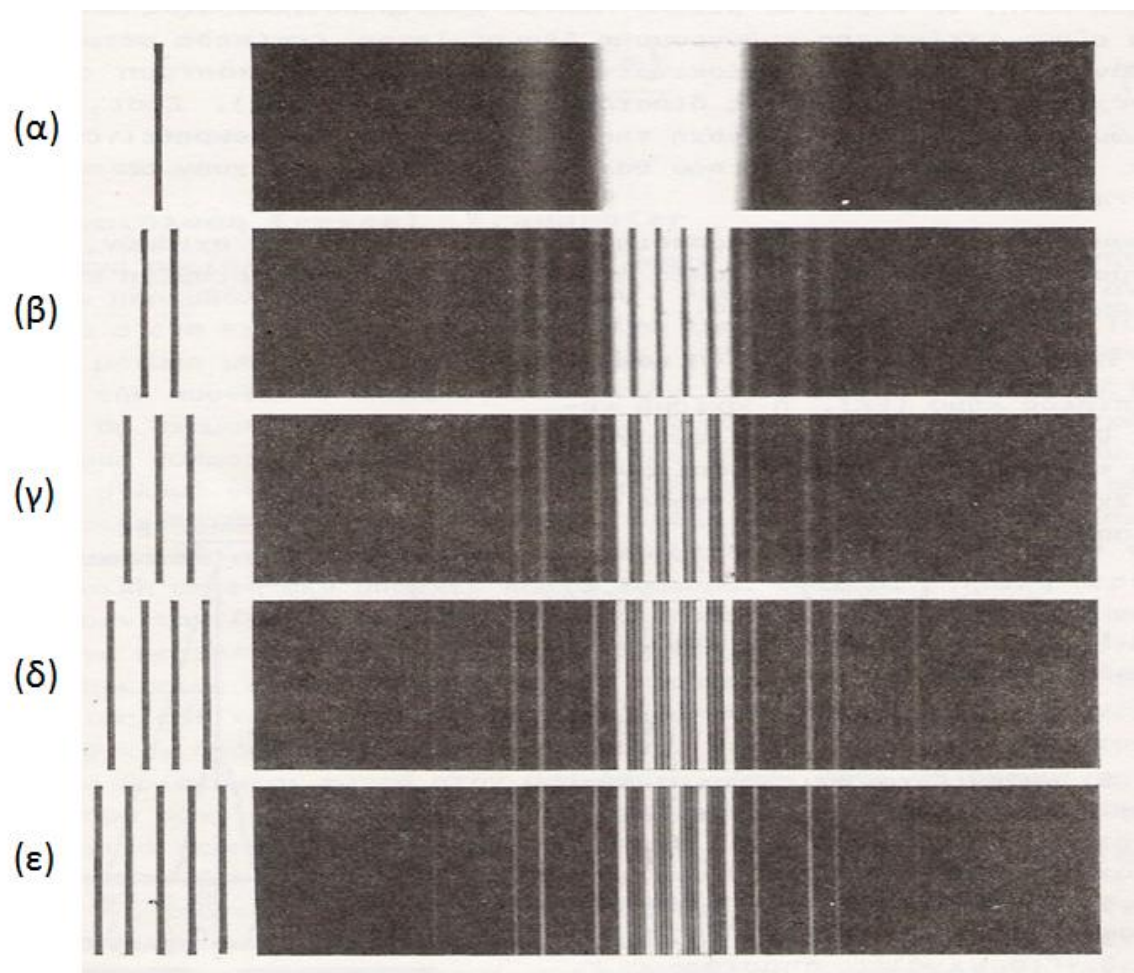
Επομένως, ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύριους φωτεινούς κροσσούς, θα υπάρχουν $N - 1$ σκοτεινοί κροσσοί. Επίσης, ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς σκοτεινούς κροσσούς, θα πρέπει να υπάρχει ένας δευτερεύων φωτεινός κροσσός και, κατά συνέπεια, ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύριους φωτεινούς κροσσούς θα υπάρχουν $N - 2$ δευτερεύοντες φωτεινοί κροσσοί, η θέση των οποίων καθορίζεται από τη συνθήκη ότι ο αριθμητής της ποσότητας $\sin N\alpha / N \sin \alpha$ πρέπει να παίρνει μέγιστες τιμές, δηλ. $\sin N\alpha = 1$. Με βάση τους παραπάνω περιορισμούς και τις συνθήκες, ο δευτερεύοντες φωτεινοί κροσσοί θα συμβούν για τις τιμές

$$\alpha = \pm \frac{3\pi}{2N}, \pm \frac{5\pi}{2N}, \dots, \pm \frac{m\pi}{2N} \quad (m = 3, 5, 7, \dots) \quad (\text{Π25.25})$$

Είναι εύκολο να δειχθεί από την Εξ. (Π25.22) ότι η ένταση των δευτερογενών κροσσών είναι πολύ μικρότερη από την ένταση των κύριων κροσσών και μειώνεται συνεχώς, όταν αυξάνεται ο αριθμός των σχισμών N , ενώ αυξάνεται ο αριθμός τους. Το εύρος, W , των κύριων φωτεινών κροσσών μπορεί να εκτιμηθεί από τον υπολογισμό της απόστασης μεταξύ πλησιέστερων σκοτεινών κροσσών εκατέρωθεν του φωτεινού. Από τις Εξ. (Π25.8β) και (Π25.25) έχουμε ότι το εύρος των κύριων φωτεινών κροσσών συμβολής είναι

$$W_{\sigma} = \frac{2\lambda r}{Nd} \quad (\text{Π25.26})$$

που σημαίνει ότι, καθώς το N αυξάνεται, το εύρος των κύριων κροσσών μειώνεται και συγχρόνως αυξάνεται η καθαρότητα και η οξύτητά τους. Επίσης, είναι προφανές ότι, όταν αυξάνεται το N , θα αυξάνεται και η απόλυτη φωτεινή ένταση των κύριων κροσσών. Στο Σχ. Π25.6 εικονίζονται οι εικόνες των κροσσών συμβολής από 1, 2, 3, 4 και 5 παράλληλες πανομοιότυπες σχισμές σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις.



Σχήμα Π25.6 Εικόνες συμβολής-περίθλασης από (α) μία, (β) δύο, (γ) τρεις, (δ) τέσσερις και (ε) πέντε παράλληλες πανομοιότυπες σχισμές, σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις. Παρατηρούμε ότι, όταν αυξάνεται ο αριθμός των σχισμών, μειώνεται το εύρος των κύριων κροσσών και αυξάνεται η καθαρότητα και η οξύτητά τους, ενώ αντιθέτως μειώνεται η ένταση και αυξάνεται ο αριθμός των δευτερογενών κροσσών.

Στην πράξη, η παρατήρηση με γυμνό μάτι των δευτερογενών κροσσών είναι αρκετά δύσκολη στις περισσότερες περιπτώσεις. Αυτό οφείλεται στη χαμηλή ένταση και μειωμένη διακριτική ικανότητα, λόγω του συνωστισμού τους, ειδικά όταν ο αριθμός των σχισμών είναι μεγάλος.