



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ Ι

4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΗΜΜΥ

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ν. ΝΑΣΚΑΣ

ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧ. & Μ/Υ, PHD, MBA

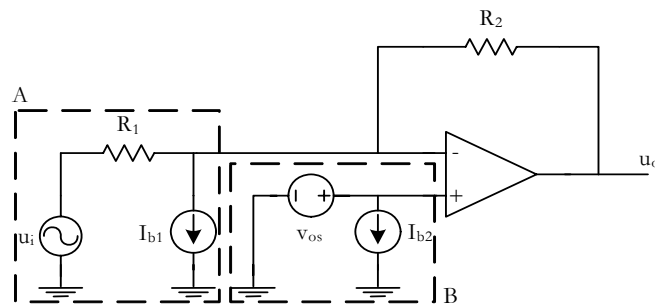
ΑΘΗΝΑ 2006

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΙ ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ	2
2	ΔΙΟΔΟΙ.....	29
3	ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ.....	53

ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΙ ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1.1. Υπολογίστε την τάση εξόδου του παρακάτω κυκλώματος. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.



Σχήμα 1.1

Η ανάλυση του κυκλώματος μπορεί να απλοποιηθεί σημαντικά αν υπολογίσουμε ξεχωριστά τα ισοδύναμα Thevenin των δυο υποκυκλωμάτων A και B. Η τάση Thevenin υπολογίζεται ως η τάση ανοιχτοκύκλωσης του κάθε υποκυκλώματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2. Έτσι, για τη u_{TH1} έχουμε:

$$u_i - I_{b1}R_1 - u_{TH1} = 0 \Rightarrow u_{TH1} = u_i - I_{b1}R_1$$

Κατά τον υπολογισμό της u_{TH2} παρατηρούμε ότι υπάρχει μια πηγή τάσης παράλληλα με μια πηγή ρεύματος. Εδώ θα πρέπει να θυμηθούμε ότι μια ιδανική πηγή τάσης (δηλ. χωρίς εσωτερική αντίσταση) διατηρεί πάντοτε την τάση στα άκρα της ίση με την ονομαστική της τιμή, οπότε:

$$u_{TH2} = v_{os}$$

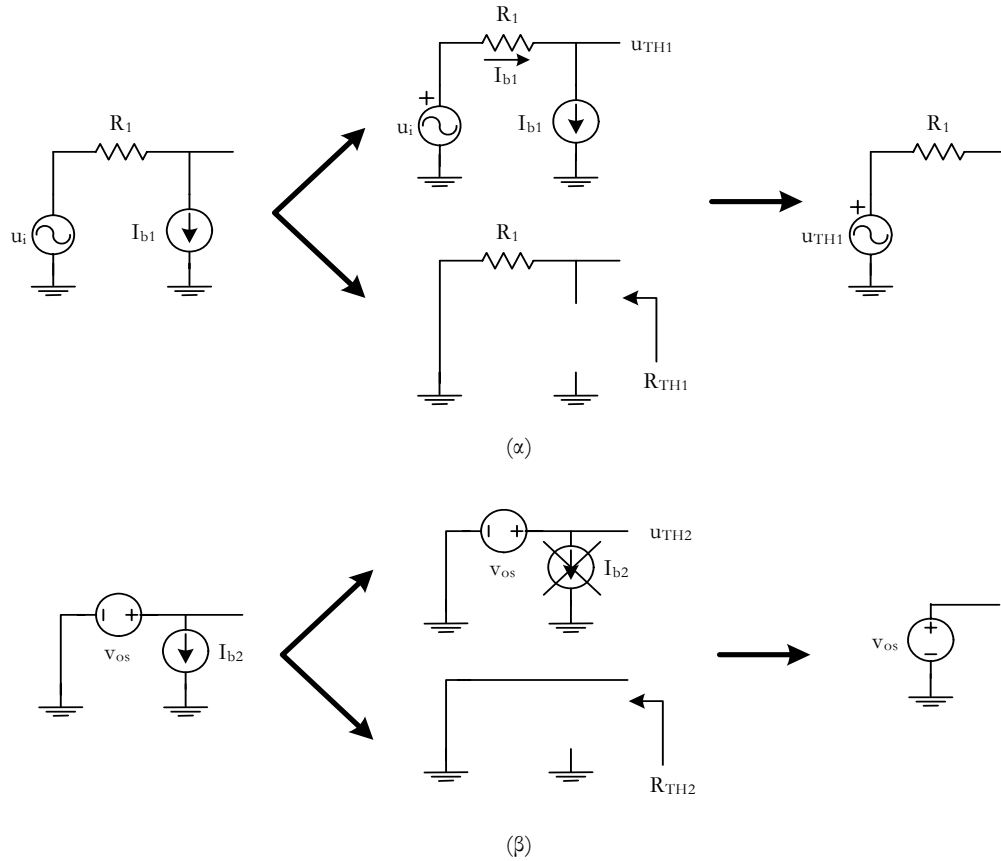
Για να υπολογίσουμε τις αντιστάσεις Thevenin αρκεί να βραχυκυκλώσουμε τις ανεξάρτητες πηγές τάσης και να ανοιχτοκυκλώσουμε τις ανεξάρτητες πηγές ρεύματος¹, έτσι σύμφωνα με

¹ Προσοχή, αν υπήρχαν εξαρτημένες πηγές αυτές δε θα έπρεπε να απομακρυνθούν (ανοιχτοκυκλωθούν ή βραχυκυκλωθούν).

το σχήμα:

$$R_{TH1} = R_1$$

$$R_{TH2} = 0$$



Σχήμα 1.2

Η αντικατάσταση των ισοδύναμων Thevenin στο αρχικό κύκλωμα δίνει το απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα που φαίνεται στο Σχήμα 1.3. Το κύκλωμα οδηγείται από δυο ανεξάρτητες πηγές τάσης και η απόκριση του σε αυτές μπορεί να υπολογισθεί με τη χρήση του θεωρήματος της επαλληλίας. Σύμφωνα με το θεώρημα της επαλληλίας, η απόκριση του κυκλώματος σε περισσότερες από μια ανεξάρτητες πηγές εισόδου, ισούται με το άθροισμα των αποκρίσεων του κυκλώματος σε κάθε μια πηγή ξεχωριστά, ενώ οι υπόλοιπες πηγές έχουν απομακρυνθεί¹. Έτσι, η συνιστώσα της εξόδου που οφείλεται μόνο στη u_{TH1} , είναι:

$$u_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} u_{TH1} = -\frac{R_2}{R_1} (u_i - I_{b1} R_1) = -\frac{R_2}{R_1} u_i + R_2 I_{b1}^2$$

η συνιστώσα της εξόδου που οφείλεται μόνο στη u_{TH2} , είναι:

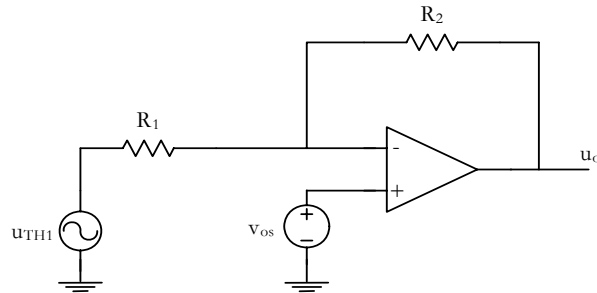
¹ Οι πηγές τάσης βραχυκυκλώνονται και οι πηγές ρεύματος ανοιχτοκυκλώνονται.

² Αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

$$u_{o2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{os}^1$$

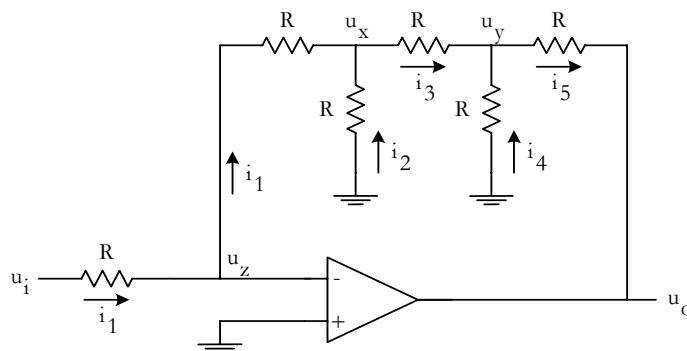
και η συνολική έξοδος:

$$u_o = u_{o1} + u_{o2} = -\frac{R_2}{R_1} u_i + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{os} + R_2 I_{b1}$$



Σχήμα 1.3

ΑΣΚΗΣΗ 1.2. Υπολογίστε το κέρδος τάσης u_o/u_i του παρακάτω κυκλώματος. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.



Σχήμα 1.4

Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός και εμφανίζει άπειρο κέρδος τάσης ανοιχτού βρόχου με αποτέλεσμα κατά τη λειτουργία κλειστού βρόχου να εμφανίζεται κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα (virtual short) μεταξύ των εισόδων του. Μάλιστα στο συγκεκριμένο κύκλωμα, η ύπαρξη του κατ' ουσίαν βραχυκυκλώματος οδηγεί και στην ύπαρξη κατ' ουσίαν γης (virtual ground) στον αναστρέφων ακροδέκτη². Ισχύει επομένως:

¹ Μη-αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

² Παρατηρείστε ότι ο μη-αναστρέφων ακροδέκτης είναι συνδεδεμένος στη γη.

$$u_z = 0$$

$$i_1 = \frac{u_i - 0}{R} \Rightarrow u_i = i_1 \cdot R$$

Ο τελεστικός ενισχυτής εμφανίζει άπειρη αντίσταση εισόδου με αποτέλεσμα το ρεύμα i_1 να κινηθεί εξολοκλήρου προς το δικτύωμα των αντιστάσεων. Για τους διάφορους κόμβους και κλάδους του κυκλώματος ισχύουν τα ακόλουθα:

κόμβος u_x :

$$i_3 = i_1 + i_2$$

$$u_x - u_z = -i_1 \cdot R = -u_i$$

$$i_2 = \frac{0 - u_x}{R} = \frac{u_i}{R} = i_1$$

$$i_3 = 2i_1$$

κλάδος $u_x - u_y$:

$$u_x - i_3 R - u_y = 0 \Rightarrow u_y = -u_i - 2i_1 R = -3u_i$$

κόμβος u_y :

$$i_5 = i_3 + i_4$$

$$i_4 = -\frac{u_y}{R} = \frac{3u_i}{R} = 3i_1$$

$$i_5 = 2i_1 + 3i_1 = 5i_1$$

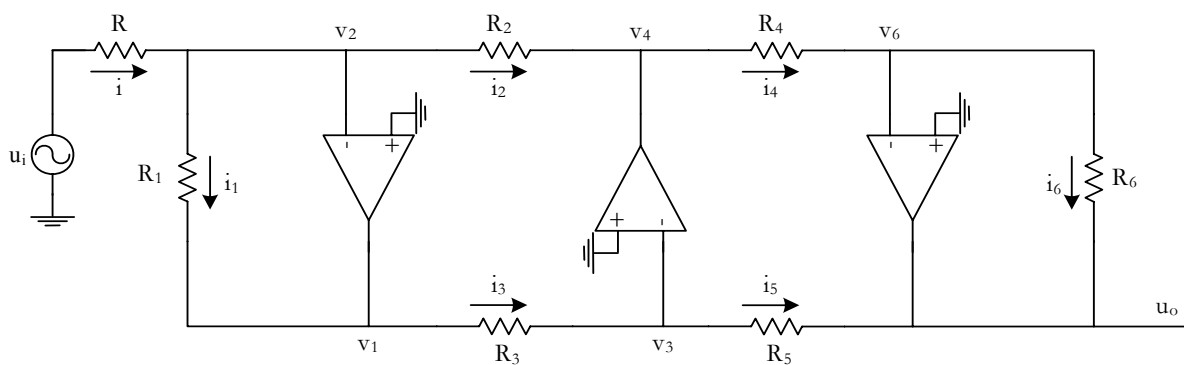
κλάδος $u_y - u_o$:

$$u_y - i_5 R - u_o = 0 \Rightarrow u_o = -5i_1 R - 3u_i = -8u_i$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει πως το κέρδος τάσης του κυκλώματος είναι:

$$\frac{u_o}{u_i} = -8$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.3. Να υπολογιστεί το κέρδος τάσης u_o/u_i του παρακάτω κυκλώματος. Οι τελεστικοί ενισχυτές θεωρούνται ιδανικοί.



Σχήμα 1.5

Οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί και επομένως στις αναστρέφουσες εισόδους τους ισχύει η κατ' ουσίαν γη ή:

$$v_2 = v_3 = v_6 = 0$$

Επιπλέον τα ρεύματα που εισέρχονται στις εισόδους των τελεστικών είναι μηδενικά. Οπότε με βάση τους συμβολισμούς του σχήματος ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\left. \begin{aligned} i &= i_1 + i_2 \\ i &= \frac{u_i - 0}{R} \\ i_2 &= \frac{0 - v_4}{R_2} \\ i_1 &= \frac{0 - v_1}{R_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_i}{R} = -\frac{v_4}{R_2} - \frac{v_1}{R_1}$$

επίσης:

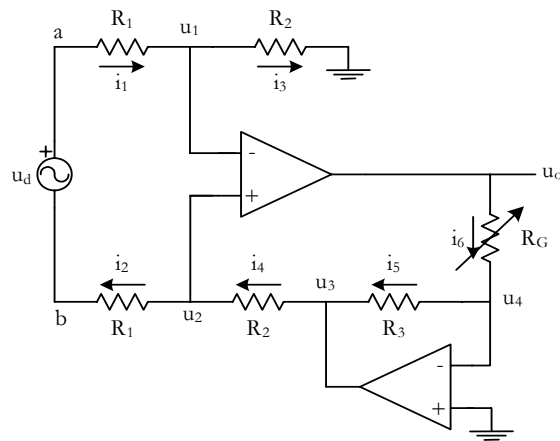
$$\left. \begin{aligned} i_3 &= i_5 \\ i_3 &= \frac{v_1 - 0}{R_3} \\ i_5 &= \frac{0 - u_o}{R_5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1 = -\frac{R_3}{R_5} u_o$$

$$\left. \begin{aligned} i_4 &= i_6 \\ i_4 &= \frac{v_4 - 0}{R_4} \\ i_6 &= \frac{0 - u_o}{R_6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_4 = -\frac{R_4}{R_6} u_o$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \frac{u_i}{R} &= \frac{1}{R_2} \frac{R_4}{R_6} u_o + \frac{1}{R_1} \frac{R_3}{R_5} u_o \Rightarrow \\ \frac{u_o}{u_i} &= \frac{1}{R} \cdot \frac{R_1 R_2 R_5 R_6}{R_1 R_4 R_5 + R_2 R_3 R_6} \end{aligned}$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.4. Να βρεθεί το κέρδος τάσης του παρακάτω κυκλώματος. Το κύκλωμα οδηγείται από διαφορικό σήμα εισόδου u_d . Οι τελεστικοί ενισχυτές θεωρούνται ιδανικοί.



Σχήμα 1.6

Οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί με άπειρο κέρδος τάσης ανοιχτού βρόχου, οπότε κατά τη λειτουργία τους σε κλειστό βρόχο¹ εμφανίζουν κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα μεταξύ των εισόδων τους, επομένως:

$$u_1 = u_2$$

Το κύκλωμα οδηγείται από διαφορική είσοδο, οπότε:

$$i_1 = i_2$$

και (βρόχος a-u₁-u₂-b):

$$i_1 = i_2 = \frac{u_d}{2R_1}$$

Οι τελεστικοί εμφανίζουν άπειρη αντίσταση εισόδου και δεν εισέρχεται ρεύμα στους ακροδέκτες τους ή:

$$i_1 = i_3 \text{ και } i_2 = i_4$$

Ισχύουν επίσης τα ακόλουθα:

κόμβος u₁:

$$u_1 = i_3 R_2 = i_1 R_2$$

κλάδος u₃- u₂:

$$i_4 = \frac{u_3 - u_2}{R_2} \Rightarrow u_3 = \frac{R_2}{R_1} u_d$$

$$u_4 = 0 \text{ (κατ' ουσίαν γη)}$$

κλάδος u₄- u₃:

$$i_5 = \frac{u_4 - u_3}{R_3} = \frac{0 - u_3}{R_3} = -\frac{R_2}{R_3 R_1} u_d$$

$$i_5 = i_6$$

¹ Αναστρέφουσα ή μη-αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

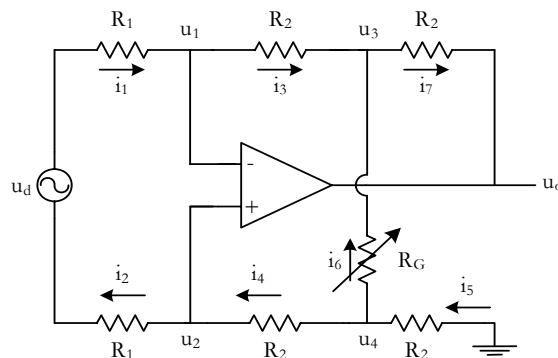
κλάδος $u_o - u_4$:

$$i_6 = \frac{u_o - u_4}{R_G} = \frac{u_o}{R_G} \Rightarrow u_o = -\frac{R_2 R_G}{R_3 R_1} u_d$$

Το κέρδος τάσης είναι:

$$\frac{u_o}{u_d} = -\frac{R_2 R_G}{R_3 R_1}$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.5. Υπολογίστε το κέρδος τάσης του παρακάτω κυκλώματος. Το κύκλωμα οδηγείται από διαφορικό σήμα εισόδου u_d και ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός.



Σχήμα 1.7

Ο τελεστικός ενισχυτής έχει άπειρο κέρδος τάσης ανοιχτού βρόχου με αποτέλεσμα κατά τη λειτουργία του στο κύκλωμα να εμφανίζει κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα μεταξύ των εισόδων του ή:

$$u_1 = u_2$$

Λόγω της διαφορικής πηγής εισόδου ισχύει ότι:

$$i_1 = i_2$$

και

$$i_1 = i_2 = \frac{u_d}{2R_1}$$

Επίσης, λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, ισχύει ότι:

$$i_3 = i_1 \text{ και } i_4 = i_2$$

Επιπλέον:

κόμβος u_3 :

$$i_7 = i_6 + i_3$$

κλάδος u_4 - u_2 - u_1 - u_3 : $u_4 - i_4 R_2 - i_3 R_2 - u_3 = 0 \Rightarrow u_4 - u_3 = \frac{R_2}{R_1} u_d$

κλάδος u_4 - u_3 : $i_6 = \frac{u_4 - u_3}{R_G} = \frac{R_2}{R_1 R_G} u_d$

άρα: $i_7 = \frac{R_2}{R_1 R_G} u_d + \frac{u_d}{2R_1}$

κόμβος u_4 : $i_5 = i_6 + i_4$

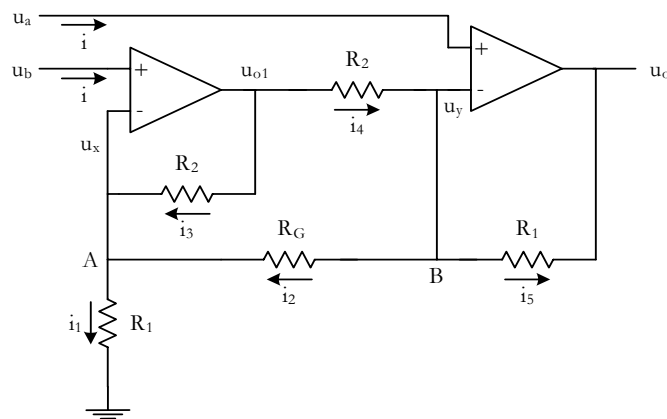
λόγω του ότι $i_3 = i_4$: $i_7 = i_5$

κλάδος u_4 - u_3 - u_o : $-i_5 R_2 - (u_4 - u_3) - i_7 R_2 - u_o = 0$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι:

$$\frac{u_o}{u_d} = -2 \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_G}\right)$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.6. Το παρακάτω κύκλωμα αποτελεί ένα διαφορικό ενισχυτή με πολύ μεγάλη αντίσταση εισόδου. Ποιο το κέρδος τάσης και ποια η αντίσταση εισόδου του. Συγκρίνεται την τελευταία με την αντίσταση εισόδου ενός απλού τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία. Πως μεταβάλλεται το κέρδος τάσης των κυκλωμάτων αυτών όταν η πηγή εισόδου δεν είναι ιδανική αλλά εμφανίζει αντίσταση εξόδου R_s ; Οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί.



Σχήμα 1.8

Οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί με άπειρο κέρδος τάσης ανοιχτού βρόχου, οπότε εμφανίζουν κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα μεταξύ των εισόδων τους ή:

$$u_x = u_b$$

$$u_y = u_a$$

Σύμφωνα με τους συμβολισμούς των ρευμάτων στο σχήμα, έχουμε:

κόμβος A:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

επίσης:

$$i_1 = \frac{u_b}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{u_a - u_b}{R_G}$$

$$i_3 = \frac{u_{o1} - u_b}{R_2}$$

συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$u_{o1} = \frac{R_2}{R_1} u_b - \frac{R_2}{R_G} (u_a - u_b) + u_b$$

κόμβος B:

$$i_4 = i_2 + i_5$$

εξάλλου,

$$i_4 = \frac{u_{o1} - u_a}{R_2}$$

$$i_5 = \frac{u_a - u_o}{R_1}$$

Ο συνδυασμός των τελευταίων σχέσεων δίνει το κέρδος τάσης της διάταξης:

$$\frac{u_o}{u_d} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_G} + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

όπου $u_d = (u_a - u_b)$

Η διαφορική αντίσταση εισόδου του κυκλώματος είναι:

$$R_i = \frac{u_d}{i}$$

Οι τελεστικοί ενισχυτές εμφανίζουν άπειρη αντίσταση εισόδου, οπότε $i=0$ και:

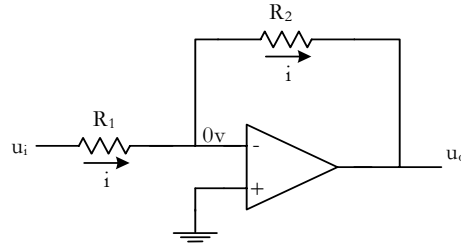
$$R_i = \frac{u_d}{0} \rightarrow \infty$$

Όταν στην είσοδο του κυκλώματος εφαρμόζεται μια μη-ιδανική πηγή τάσης με αντίσταση εξόδου R_s δε μεταβάλλεται το κέρδος τάσης του, καθώς η πτώση τάσης πάνω στην R_s είναι μηδενική¹.

Στην περίπτωση τώρα ενός τελεστικού σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία (Σχήμα 1.9), ισχύει ότι:

¹ Λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου.

$$i = \frac{u_i - 0}{R_1} \text{ ή } R_1 = \frac{u_i}{i}$$



Σχήμα 1.9

και η αντίσταση εισόδου του είναι:

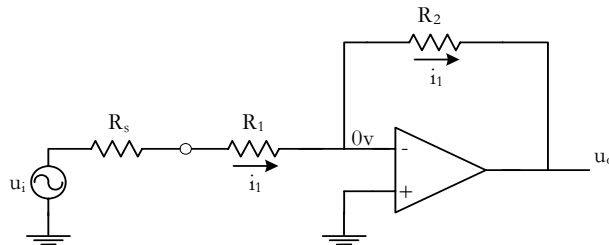
$$R_i = \frac{u_i}{i} \text{ ή } R_i = R_1$$

ενώ το κέρδος τάσης, κατά τα γνωστά, είναι:

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Όταν στην είσοδο του κυκλώματος εφαρμοστεί μια μη-ιδανική πηγή τάσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.10, υπάρχει μη-μηδενική πτώση τάσης¹ πάνω στην αντίσταση πηγής γεγονός που μειώνει το κέρδος τάσης της διάταξης. Το κέρδος τάσης γίνεται²:

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_2}{R_1 + R_s}$$



Σχήμα 1.10

ΑΣΚΗΣΗ 1.7. Το παρακάτω κύκλωμα ονομάζεται ενισχυτής γέφυρας (bridge amplifier) και επιτρέπει το διπλασιασμό της γραμμικής περιοχής εξόδου σε σχέση με έναν απλό τελεστικό ενισχυτή, α) ποιο είναι το κέρδος τάσης και β) ποια η μέγιστη peak-to-peak τάση εξόδου; Οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί με τάση κορεσμού $\pm 13V$.

¹ Λόγω της πεπερασμένης αντίστασης εισόδου.

² Παρατηρείστε τη σπουδαιότητα της αντίστασης εισόδου όταν πρόκειται να ενισχυθούν σήματα προερχόμενα από πηγές με μεγάλη εσωτερική αντίσταση.

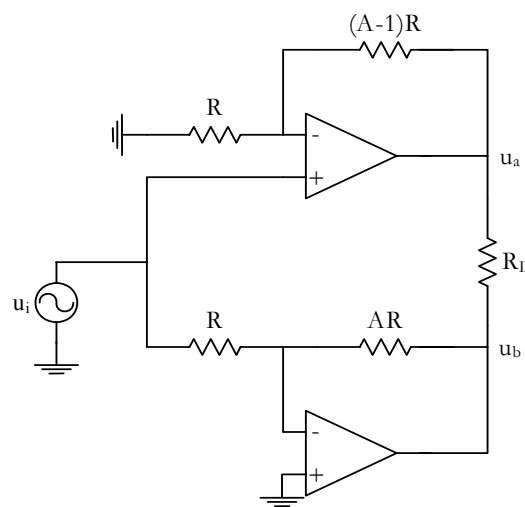
α) Παρατηρείστε ότι η τάση πάνω στο φορτίο R_L προκύπτει ως η διαφορά της εξόδου ενός τελεστικού ενισχυτή συνδεδεμένου σε μη-αναστρέφουσα συνδεσμολογία και ενός άλλου σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία. Έχουμε επομένως:

$$u_a = \left(1 + \frac{(A-1)R}{R}\right)u_i = Au_i$$

$$u_b = -\frac{AR}{R}u_i = -Au_i$$

και

$$u_o = u_a - u_b = 2Au_i \Leftrightarrow \frac{u_o}{u_i} = 2A$$

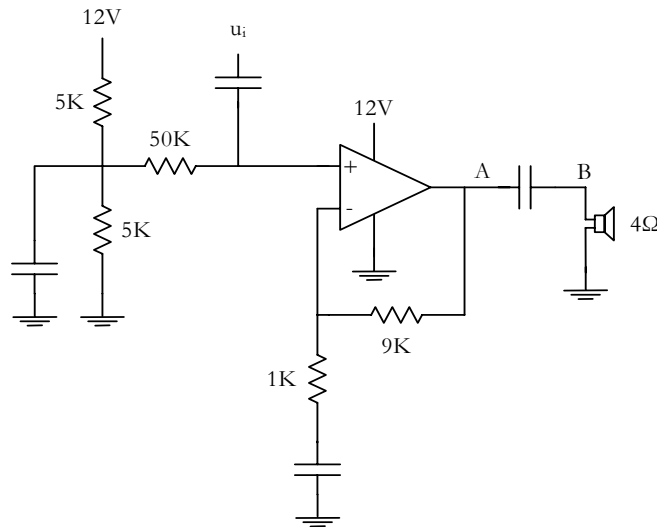


Σχήμα 1.11

β) Η τάση κορεσμού των τελεστικών ενισχυτών είναι $\pm 13V$, έτσι το δυναμικό u_a μπορεί να φτάσει μια μέγιστη τιμή $+13V$ την ίδια στιγμή που το δυναμικό u_b φτάνει την ελάχιστη δυνατή τιμή $-13V$, οπότε η μέγιστη αψαλίδιστη τάση στο φορτίο είναι $13 - (-13) = 26V$ ή $52V_{pp}$.

ΑΣΚΗΣΗ 1.8. Δίνεται το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος το οποίο θα μπορούσε να αποτελέσει τον ενισχυτή ακουστικών συχνοτήτων ενός αυτοκινήτου. Να βρεθεί η τάση στα σημεία A και B και να σχεδιαστεί η τάση στον κόμβο A συναρτήσει της πηγής u_i . Ποιο είναι το μέγιστο αψαλίδιστο πλάτος της τάσης εξόδου και ποια η μέγιστη rms ισχύς στο φορτίο; Σχεδιάστε την κυματομορφή της τάσης εξόδου (στο φορτίο) για ένα σήμα εισόδου $1.2V_{pp}$. Ο τελεστικός ενισχυτής τροφοδοτείται από απλό τροφοδοτικό $12V$, ψαλλιδίζει την τάση εξόδου $1V$ 'μακριά' από τα όρια τροφοδοσίας, έχει άπειρη αντίσταση εισόδου, μηδενική αντίσταση

εξόδου και άπειρο κέρδος ανοιχτού βρόχου. Οι πυκνωτές έχουν πολύ μεγάλη τιμή ώστε να μπορούν να θεωρηθούν βραχυκύκλωμα στα AC σήματα.



Σχήμα 1.12

Τα όρια τροφοδοσίας του τελεστικού ενισχυτή καθορίζουν τα όρια της τάσης εξόδου. Σύμφωνα με την εκφώνηση, τα όρια αυτά είναι: (12-1)V (άνω όριο) και (0+1)V (κάτω όριο), έτσι η τάση στο σημείο A μπορεί να βρεθεί στην περιοχή [1, 11]V.

Παρατηρείστε ότι το κύκλωμα οδηγείται ουσιαστικά από δυο ανεξάρτητες πηγές τάσης, μια AC (u_i) και μια DC (12V). Η ανάλυση του κυκλώματος μπορεί να απλοποιηθεί με τη βοήθεια του θεωρήματος της επαλληλίας¹.

Αρχικά υπολογίζουμε το πλάτος του σήματος στον κόμβο A.

DC ανάλυση: το κύκλωμα παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 1.13(α) (θυμηθείτε ότι ο πυκνωτής λειτουργεί ως ανοιχτοκύκλωμα σε DC σήματα). Η τάση V_x ισούται με:

$$V_x = \frac{5}{5+5} 12 = 6V$$

Ο τελεστικός ενισχυτής βρίσκεται σε συνδεσμολογία απομονωτή, οπότε:

$$V_{dc} = V_x$$

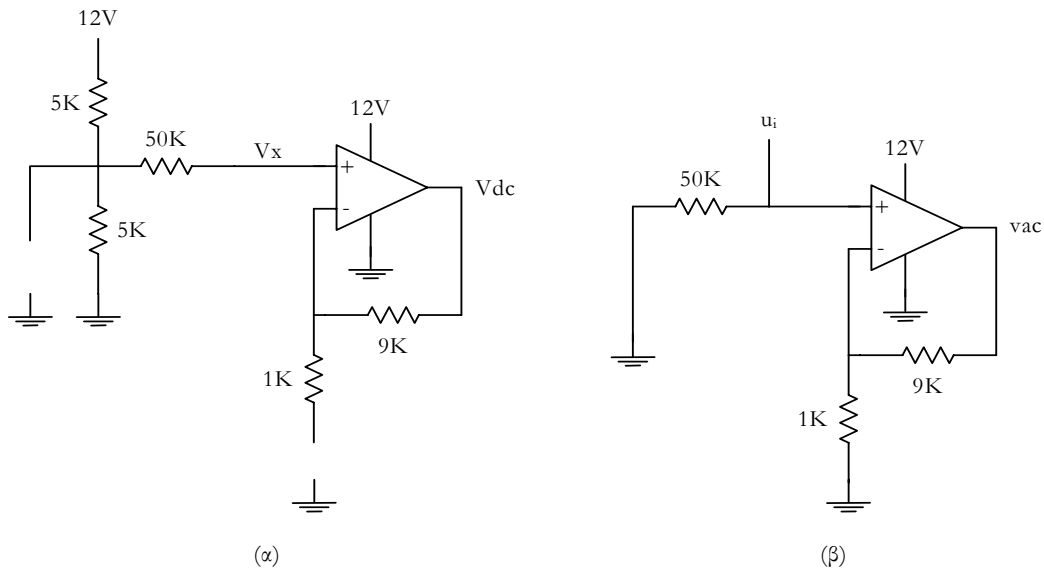
AC ανάλυση: το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 1.13(β) (οι πυκνωτές λειτουργούν ως βραχυκύκλωμα). Η τάση εξόδου είναι:

¹ Θυμηθείτε ότι η ειδική περίπτωση κατά την οποία υπολογίζουμε την απόκριση ενός κυκλώματος κάτω από την επίδραση μόνο των DC πηγών ονομάζεται DC ανάλυση και δίνει τις τάσεις και τα ρεύματα ισορροπίας του κυκλώματος. Αντίστοιχα, η ανάλυση του κυκλώματος κάτω από την επίδραση μόνο των AC πηγών, ονομάζεται AC ανάλυση. Γενικά, κατά την AC ανάλυση πραγματοποιείται μια διαδικασία γραμμικοποίησης γύρω από τα σημεία ισορροπίας αν πρόκειται για μη γραμμικά κύκλωμα.

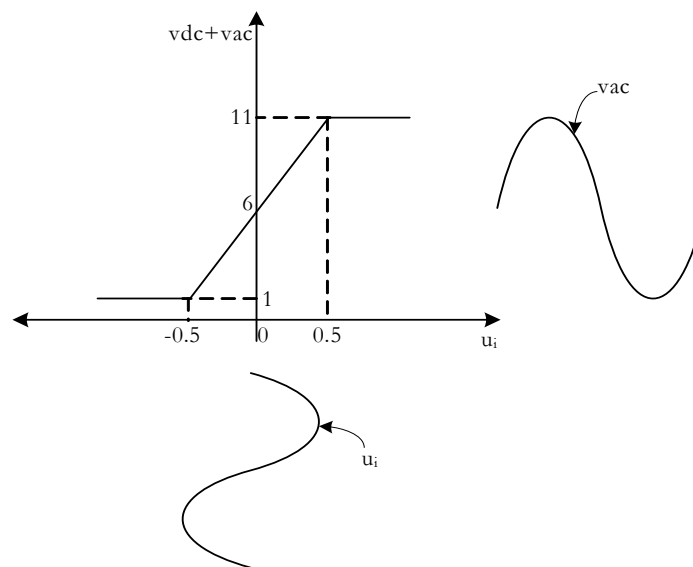
$$v_{ac} = \left(1 + \frac{9}{1}\right)u_i = 10u_i$$

Το συνολικό σήμα στον κόμβο Α είναι:

$$V_{dc} + v_{ac} = 6 + 10u_i$$



Σχήμα 1.13



Σχήμα 1.14

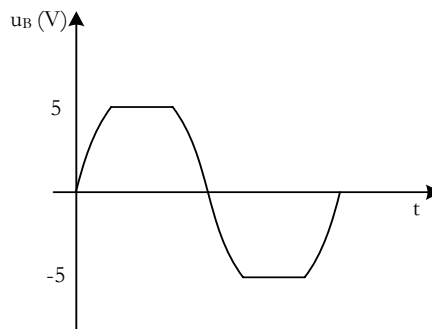
Με βάση την παραπάνω σχέση αλλά και το γεγονός ότι το σήμα εξόδου δε μπορεί να ξεπεράσει τα όρια $[1, 11]\text{V}$, η χαρακτηριστική μεταφοράς στον κόμβο Α είναι αυτή που

παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.14.

Η τάση στον κόμβο B είναι: $u_B = 10u_i$ (ο πυκνωτής στην έξοδο μπλοκάρει τη DC συνιστώσα) και η μέγιστη rms ισχύς στο φορτίο:

$$P_{\max(rms)} = \frac{\left(\frac{11-6}{\sqrt{2}}\right)^2}{4} = 1.57W$$

Τέλος, στο Σχήμα 1.15 παρουσιάζεται η κυματομορφή της τάσης εξόδου για ένα σήμα εισόδου πλάτους 0.6V ή 1.2Vpp.



Σχήμα 1.15

ΑΣΚΗΣΗ 1.9. Με τη βοήθεια παλμογράφου μετράται η τάση εξόδου του παρακάτω κυκλώματος με δυο διαφορετικούς τρόπους. Με τον πρώτο τρόπο μετράται η τάση μεταξύ της εξόδου και της γης (Σχήμα 1.16(α)), ενώ με το δεύτερο τρόπο μετράται η τάση μεταξύ της εξόδου και της εικονικής γης (Σχήμα 1.16(β)). Ποια μέθοδος δίνει πρακτικά το πιο αξιόπιστο αποτέλεσμα; Ο παλμογράφος εμφανίζει σύνθετη αντίσταση εισόδου R/C και ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.

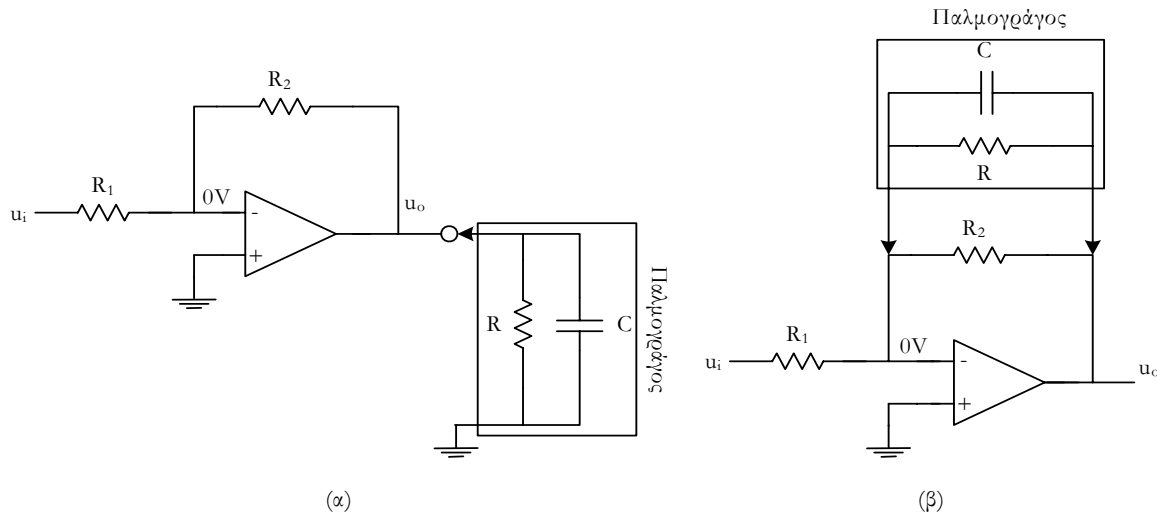
Σύμφωνα με τη θεωρητική ανάλυση η τάση εξόδου θα πρέπει να ισούται με:

$$u_o = -\frac{R_2}{R_1} u_i$$

α) Όταν ο παλμογράφος συνδέεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.16(α), και εφόσον ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, δεν υπάρχει καμία επίδραση στο κύκλωμα από την εσωτερική του αντίσταση. Έτσι, η τιμή της μετρούμενης τάσης εξόδου ταυτίζεται με αυτή της θεωρητικής ανάλυσης.

β) Κατά τον δεύτερο τρόπο μέτρησης, η εσωτερική αντίσταση του παλμογράφου παραλληλίζεται με την αντίσταση ανάδρασης R_2 . Ο παλμογράφος επηρεάζει τη μέτρηση και

η τάση εξόδου δίνεται πλέον από το λόγο της σύνθετης αντίστασης ανάδρασης Z_2 προς την R_1 ή αναλυτικότερα:



Σχήμα 1.16

$$u_o = -\frac{Z_2}{R_1} u_i = -\frac{1}{R_1 Y_2}$$

όπου,

$$Y_2 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} + j\omega C$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$u_o = -\frac{1}{R_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} + j\omega C \right)} u_i = -\frac{R_2 R}{R_1 (R + R_2)} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C \frac{R_2 R}{R_1 (R + R_2)}} u_i$$

Παρατηρείστε ότι το κέρδος τάσης του κυκλώματος έχει αλλάξει και μάλιστα εξαρτάται από τη συχνότητα¹. Το σύστημα παρουσιάζει χαμηλοδιαβατή συμπεριφορά ενός πόλου, με συχνότητα πόλου:

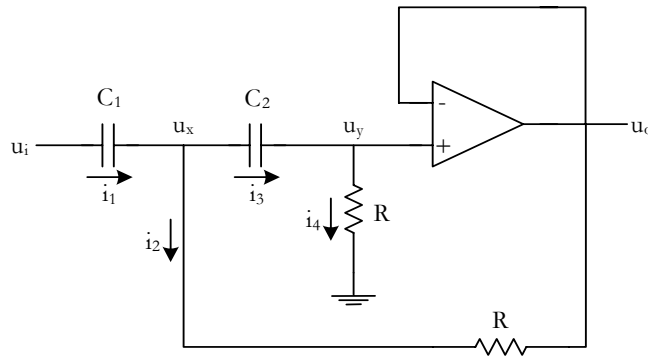
$$\omega_p = \frac{1}{C \frac{R_2 R}{R_1 (R + R_2)}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.10. Να βρεθεί το κέρδος τάσης του παρακάτω κυκλώματος. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.

¹ Η άσκηση φανερώνει ένα από τα βασικότερα προβλήματα μετρήσεων, αυτό δηλ. της επίδρασης του ίδιου του οργάνου μέτρησης στο μετρούμενο μέγεθος.

Λόγω του άπειρου κέρδους ανοιχτού βρόχου που έχει ο τελεστικός, μεταξύ των εισόδων του εμφανίζεται κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα ή:

$$u_y = u_o$$



Σχήμα 1.17

Με βάση τους συμβολισμούς του σχήματος έχουμε:

κόμβος u_y :

$$i_3 = i_4$$

$$i_4 = \frac{u_o}{R}$$

$$i_3 = \frac{u_x - u_o}{Zc_2}$$

από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$u_x = u_o \left(1 + \frac{Zc_2}{R}\right)$$

κόμβος u_x :

$$i_1 = i_2 + i_3 = i_2 + i_4$$

$$i_1 = \frac{u_i - u_x}{Zc_1}$$

$$i_2 = \frac{u_x - u_o}{R}$$

Οπότε:

$$\frac{u_i - u_x}{Zc_1} = \frac{u_x - u_o}{R} + \frac{u_o}{R}$$

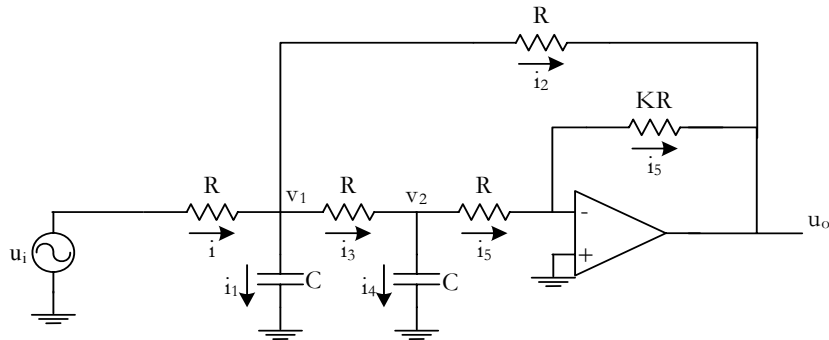
ή

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{j\omega RC_1}\right)\left(1 + \frac{1}{j\omega RC_2}\right)}$$

Το κύκλωμα παρουσιάζει υψιπερατή συμπεριφορά δύο πόλων, με πόλους στις συχνότητες:

$$\omega_{p1} = \frac{1}{RC_1} \quad \text{και} \quad \omega_{p2} = \frac{1}{RC_2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.11. Υπολογίστε τη συνάρτηση μεταφοράς του παρακάτω φίλτρου. Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός.



Σχήμα 1.18

Ο τελεστικός είναι ιδανικός και επομένως ισχύει η κατ' ουσίαν γη στην αναστρέφουσα είσοδο του καθώς και η άπειρη αντίσταση εισόδου. Σύμφωνα με τους συμβολισμούς των ρευμάτων που φαίνονται στο σχήμα ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$i = \frac{u_i - v_1}{R}$$

$$i_1 = j\omega C v_1$$

$$i_2 = \frac{v_1 - u_o}{R}$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{R}$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$u_o + v_2 + u_i = (3 + j\omega RC)v_1$$

Παρατηρώντας τον κόμβο v_2 ισχύουν τα ακόλουθα:

$$i_3 = i_4 + i_5$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{R}$$

$$i_4 = j\omega C v_2$$

$$i_5 = \frac{v_2}{R} = -\frac{u_o}{KR}$$

Με βάση τις τελευταίες σχέσεις προκύπτει ότι:

$$v_1 = (2 + j\omega RC)v_2$$

$$v_2 = -\frac{u_o}{K}$$

Οπότε:

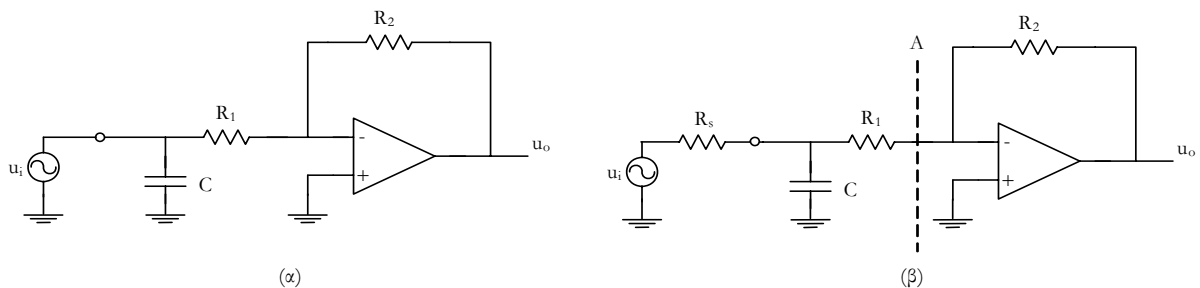
$$u_o - \frac{u_o}{K} + u_i = (3 + j\omega RC) \cdot (2 + j\omega RC) \cdot \frac{u_o}{K} \Leftrightarrow$$

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{-6}{\left(1 + \frac{j\omega RC}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{j\omega RC}{2}\right)}$$

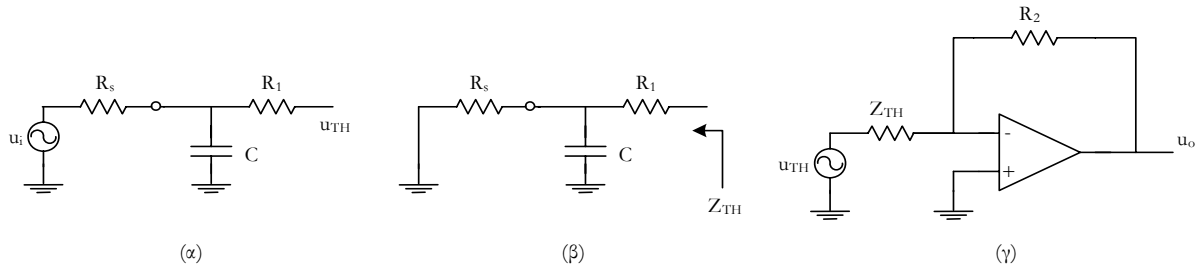
Όπως φαίνεται από τη συνάρτηση μεταφοράς, το φίλτρο είναι χαμηλοδιαβατό δεύτερης τάξης, με πόλους στις συχνότητες:

$$\omega_{p1} = 3/RC \text{ και } \omega_{p2} = 2/RC$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.12. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του παρακάτω κυκλώματος όταν οδηγείται από, α) ιδανική πηγή τάσης και β) πηγή τάσης με εσωτερική αντίσταση R_s . Να σχεδιαστεί η απόκριση πλάτους και φάσης στη δεύτερη περίπτωση. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.



Σχήμα 1.19



Σχήμα 1.20

α) Στην πρώτη περίπτωση παρατηρούμε ότι υπάρχει ένας πυκνωτής παράλληλα με μια ιδανική πηγή τάσης, ο πυκνωτής παρακολουθεί πάντοτε την τάση της πηγής και είναι ουσιαστικά σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα. Έτσι, το κύκλωμα απλοποιείται στη γνωστή αναστρέφουσα συνδεσμολογία και το κέρδος τάσης του είναι:

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

β) Η ανάλυση του κυκλώματος μπορεί να αποποιηθεί αν υπολογίσουμε το ισοδύναμο Thevenin στη αριστερή πλευρά της τομής Α. Η τάση Thevenin (Σχήμα 1.20(α)) δίνεται από το διαίρετη τάσης R_s , C (η R_1 δεν έχει καμία επίδραση καθώς δε διαρρέεται από ρεύμα) και είναι:

$$u_{TH} = \frac{Z_C}{R_s + Z_C} u_i = \frac{1}{1 + j\omega R_s C} u_i$$

Η σύνθετη αντίσταση Thevenin υπολογίζεται αν βραχυκυκλώσουμε την u_i όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.20(β):

$$Z_{TH} = \frac{R_s Z_C}{R_s + Z_C} + R_1 = \frac{R_s \frac{1}{j\omega C}}{R_s + \frac{1}{j\omega C}} + R_1 = \frac{R_s + R_1(1 + j\omega R_s C)}{1 + j\omega R_s C}$$

Το κύκλωμα παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 1.20(γ) και η τάση εξόδου γίνεται:

$$u_o = -\frac{R_2}{Z_{TH}} u_{TH} = -\frac{R_2}{\frac{R_s + R_1(1 + j\omega R_s C)}{1 + j\omega R_s C}} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_s C} u_i = -\frac{R_2 / (R_s + R_1)}{1 + j\omega \left(\frac{R_1 R_s}{R_s + R_1} \right) C} u_i$$

$$\text{ή} \quad \frac{u_o}{u_i}(j\omega) = -\frac{R_2 / (R_s + R_1)}{1 + j\omega \left(\frac{R_1 R_s}{R_s + R_1} \right) C} = \frac{-A}{1 + j\omega B}$$

$$\text{όπου, } A = \frac{R_2}{R_s + R_1} \text{ και } B = \frac{R_1 R_s}{R_s + R_1}.$$

Με βάση τη θεωρία των μιγαδικών αριθμών το κέρδος του κυκλώματος μπορεί να αναπαρασταθεί ως εξής:

$$\frac{u_o}{u_i}(j\omega) = \frac{|-A|}{|1+j\omega BC|} \cdot \frac{\angle(-A)}{\angle(1+j\omega BC)} = \frac{|-A|}{|1+j\omega BC|} \cdot [\angle(-A) - \angle(1+j\omega BC)]$$

Κατά τη σχεδίαση της απόκρισης πλάτους ασχολούμαστε με το μέτρο του κέρδους:

$$\left| \frac{u_o}{u_i}(j\omega) \right| = \frac{|-A|}{|1+j\omega BC|}$$

Γενικά, αναζητούμε ακρότατα για διάφορες τιμές της κυκλικής συχνότητας ω (τέτοιες τιμές είναι, συνήθως, οι πόλοι και τα μηδενικά καθώς και η μηδενική και άπειρη συχνότητα), έτσι:

$$1) \omega=0, \left| \frac{u_o}{u_i}(j0) \right| = \frac{|-A|}{|1+j0BC|} = A$$

$$2) \omega=\omega_p, \left| \frac{u_o}{u_i}(j\omega_p) \right| = \frac{|-A|}{|1+j\omega_p BC|} = \frac{|-A|}{|1+j1|} = \frac{A}{\sqrt{2}}^1$$

$$\text{Η συχνότητα του πόλου είναι: } \omega_p = \frac{1}{BC}$$

$$3) \omega \rightarrow \infty, \left| \frac{u_o}{u_i}(j\infty) \right| = \frac{|-A|}{|1+j\infty BC|} = \frac{A}{|j\infty|} = 0$$

Κατά τη σχεδίαση της απόκρισης φάσης ασχολούμαστε με τη φάση του μιγαδικού κέρδους:

$$\angle \frac{u_o}{u_i}(j\omega) = (\angle -A) - (\angle 1 + j\omega BC)$$

στις συχνότητες που εξετάσαμε το κέρδος, οπότε:

$$1) \omega=0, \angle \frac{u_o}{u_i}(j0) = (\angle -A) - (\angle 1 + j0) = -180^\circ - 0^\circ = -180^\circ$$

$$2) \omega=\omega_p, \angle \frac{u_o}{u_i}(j\omega_p) = (\angle -A) - (\angle 1 + j1) = -180^\circ - 45^\circ = -225^\circ$$

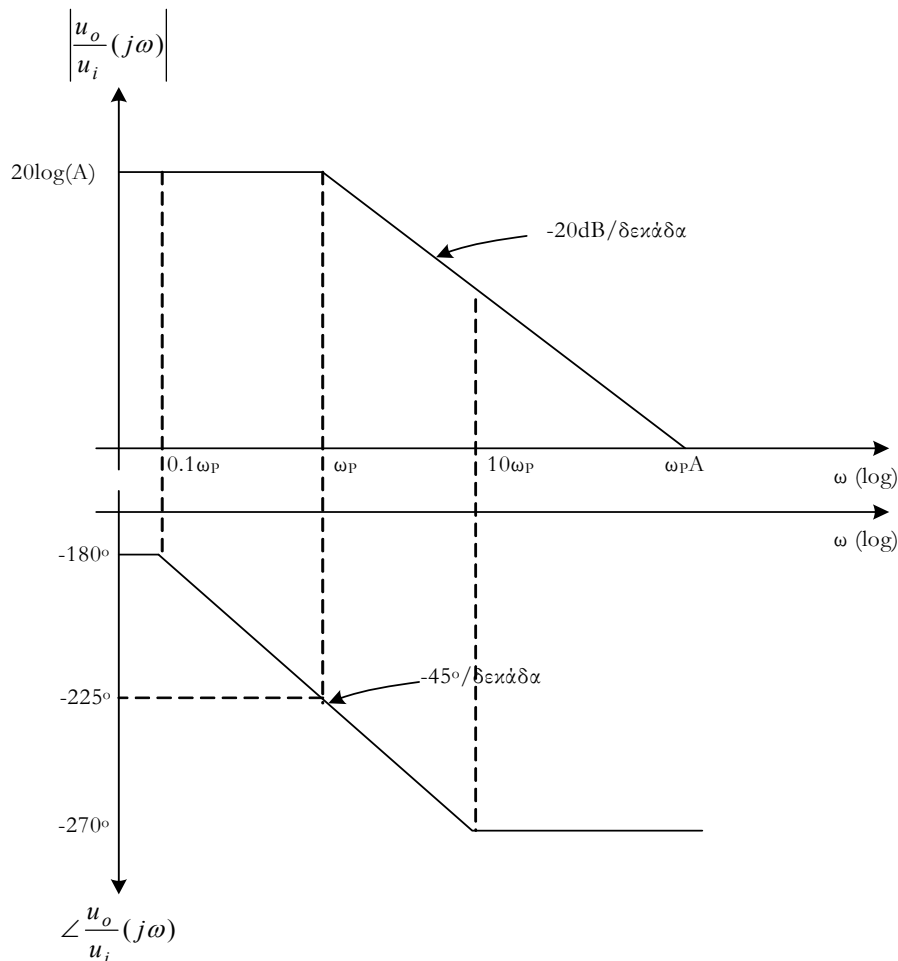
$$3) \omega \rightarrow \infty, \angle \frac{u_o}{u_i}(j\infty) = (\angle -A) - (\angle 1 + j\infty) = -180^\circ - 90^\circ = -270^\circ$$

Το Σχήμα 1.21 παρουσιάζει την απόκριση πλάτους και φάσης του κυκλώματος² (ο άξονας των συχνοτήτων είναι εκφρασμένος σε λογαριθμική κλίμακα). Παρατηρείστε ότι το μέτρο φθίνει με ένα ρυθμό -20dB/δεκάδα (σύστημα ενός πόλου ή πρώτης τάξης). Αν το κύκλωμα

¹ Ο συντελεστής $\sqrt{2}$ στον παρονομαστή επιφέρει μια μείωση στο DC κέρδος κατά 3dB. Θυμηθείτε ότι στους πόλους το κέρδος μειώνεται κατά 3dB ή η ισχύς του σήματος υποδιπλασιάζεται.

² Η αναπαράσταση είναι μια γραμμική προσέγγιση του μέτρου και της φάσης. Στην πραγματικότητα τόσο το μέτρο όσο και η φάση έχουν καμπύλη μορφή.

ήταν μεγαλύτερης τάξης (ή περισσότερων πόλων), τότε το μέτρο του πλάτους θα έφθινε με κλίση $-20\text{dB}/\text{δεκάδα}$ στην περιοχή συχνοτήτων μεταξύ πρώτου και δεύτερου πόλου, με κλίση $-40\text{dB}/\text{δεκάδα}$ στην περιοχή μεταξύ δεύτερου και τρίτου πόλου, με κλίση $-60\text{dB}/\text{δεκάδα}$ μεταξύ τρίτου και τετάρτου πόλου κ.ο.κ. (η προσέγγιση αυτή ισχύει ικανοποιητικά για $\omega_{p1} \ll \omega_{p2} \ll \omega_{p3} \ll \omega_{p4} \dots$).

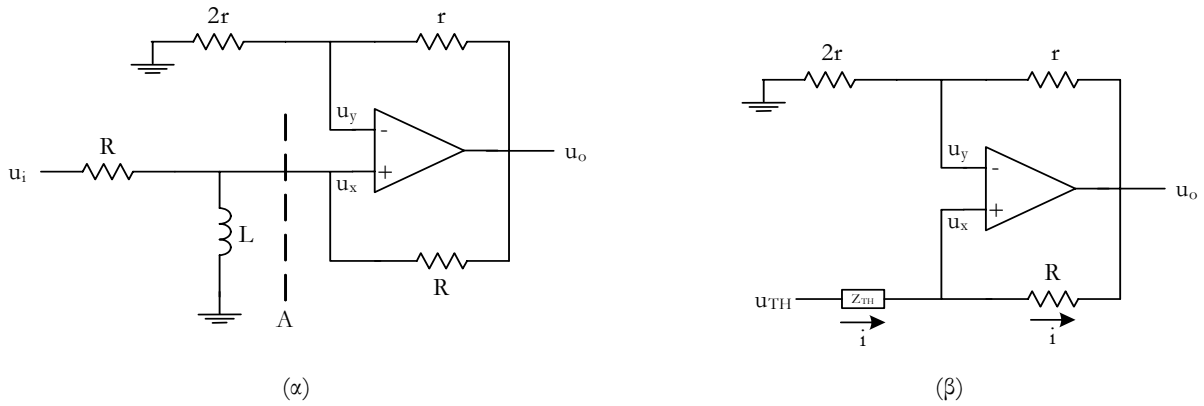


Σχήμα 1.21

ΑΣΚΗΣΗ 1.13. Να σχεδιαστεί η απόκριση πλάτους και φάσης του παρακάτω κυκλώματος. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.

Η ανάλυση του κυκλώματος μπορεί να απλοποιηθεί με τον υπολογισμό του ισοδύναμου Thevenin του υποκυκλώματος που βρίσκεται αριστερά της τομής Α. Η τάση Thevenin δίνεται από το διαιρέτη τάσης των R, L:

$$u_{TH} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} u_i$$



Σχήμα 1.22

Η σύνθετη αντίσταση Thevenin δίνεται από το παραλληλισμό των R, L :

$$Z_{TH} = \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L}$$

Μετά τον υπολογισμό του ισοδύναμου Thevenin το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 1.22. Για το κύκλωμα αυτό έχουμε:

$$u_y = u_x$$

$$u_y = \frac{2r}{r + 2r} u_o = \frac{2u_o}{3}$$

$$i = \frac{u_{TH} - u_x}{Z_{TH}} = \frac{u_{TH} - 2u_o/3}{Z_{TH}}$$

$$i = \frac{u_x - u_o}{R} = -\frac{1}{3} \frac{u_o}{R}$$

οπότε:

$$\frac{u_{TH} - 2u_o/3}{Z_{TH}} = -\frac{1}{3} \frac{u_o}{R} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = \frac{3}{1 + \frac{2R}{j\omega L}}$$

παρατηρείστε ότι το κύκλωμα έχει έναν μόνο πόλο στη συχνότητα $\omega_p = \frac{2R}{L}$.

Για τη σχεδίαση του μέτρου και της φάσης του κέρδους, έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

Απόκριση πλάτους (Σχήμα 1.23):

$$1) \omega=0, \left| \frac{u_o}{u_i}(j0) \right| = \frac{|3|}{|1-j\infty|} = 0$$

$$2) \omega=\omega_p, \left| \frac{u_o}{u_i}(j\omega_p) \right| = \frac{|3|}{\left| 1 + \frac{2R}{j\omega_p L} \right|} = \frac{3}{|1-j1|} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

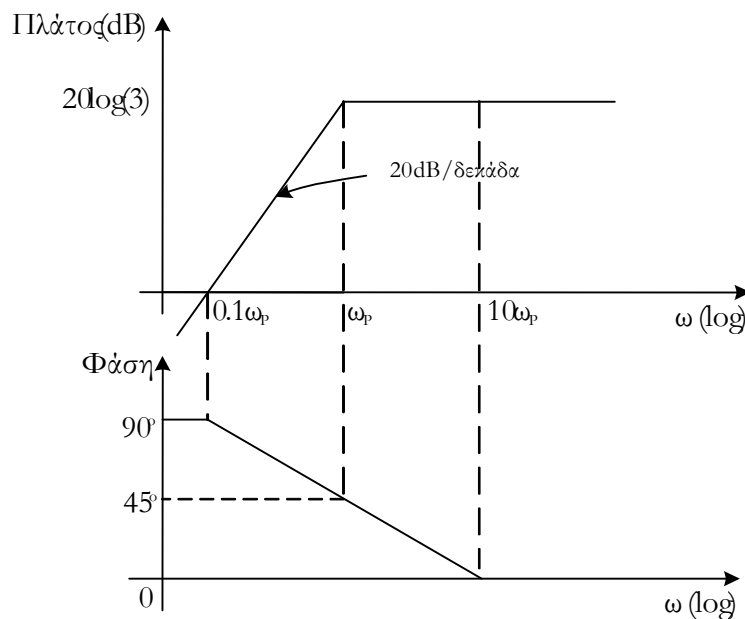
$$3) \omega \rightarrow \infty, \left| \frac{u_o}{u_i}(j\infty) \right| = \frac{|3|}{|1-j0|} = 3$$

Απόκριση φάσης (Σχήμα 1.23):

$$1) \omega=0, \angle \frac{u_o}{u_i}(j0) = \frac{\angle 3}{\angle 1-j\infty} = (\angle 3) - (\angle 1-j\infty) = 0^\circ - (-90^\circ) = 90^\circ$$

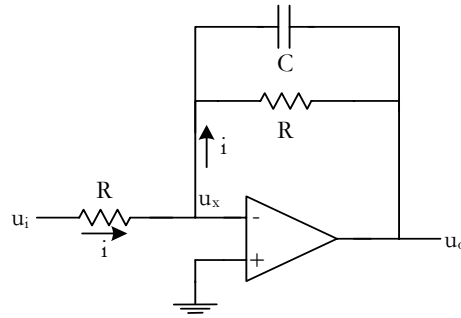
$$2) \omega=\omega_p, \angle \frac{u_o}{u_i}(j\omega_p) = \frac{\angle 3}{\angle 1-j} = (\angle 3) - (\angle 1-j) = 0^\circ - (-45^\circ) = 45^\circ$$

$$3) \omega \rightarrow \infty, \angle \frac{u_o}{u_i}(j\infty) = \frac{\angle 3}{\angle 1-j0} = (\angle 3) - (\angle 1-j0) = 0^\circ - 0^\circ = 0^\circ$$



Σχήμα 1.23

ΑΣΚΗΣΗ 1.14. Υπολογίστε αναλυτικά το κέρδος τάσης του παρακάτω κυκλώματος. Ο τελεστικός ενισχυτής εμφανίζει άπειρη αντίσταση εισόδου, μηδενική αντίσταση εξόδου και πεπερασμένο κέρδος ανοιχτού βρόχου A .



Σχήμα 1.24

Σύμφωνα με την εκφώνηση, ο τελεστικός ενισχυτής έχει πεπερασμένο κέρδος ανοιχτού βρόχου με αποτέλεσμα να μην ισχύει η κατ' ουσίαν γη και η τάση u_x να είναι μη μηδενική. Η τάση εξόδου ισούται με:

$$u_o = A(0 - u_x) \Rightarrow u_x = -\frac{u_o}{A}$$

επιπλέον,

$$i = \frac{u_i - u_x}{R} = \frac{u_x - u_o}{Z}$$

όπου $Z = R \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$

συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

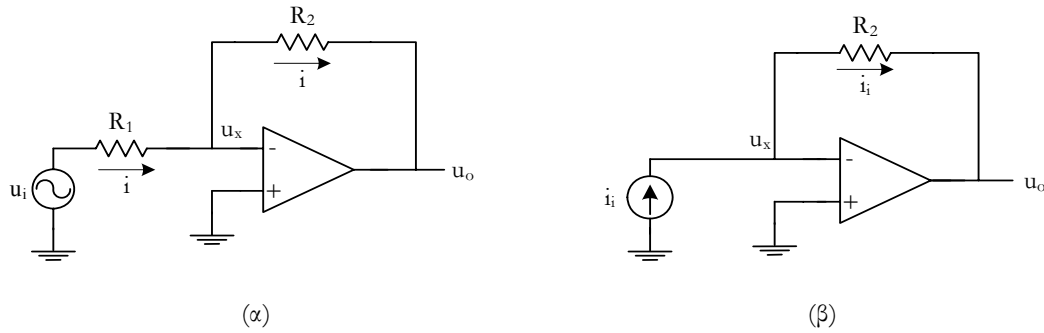
$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{AZ}{Z + (1 + A)R} = -\frac{\frac{1}{1 + \frac{2}{A}}}{1 + j\omega RC \left[\frac{1 + \frac{1}{A}}{1 + \frac{2}{A}} \right]}$$

Παρατηρείστε ότι για $A \gg 2$ το κέρδος τάσης του κυκλώματος απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Το τελευταίο ισούται με αυτό που δίνει η ανάλυση τελεστικού ενισχυτή με άπειρο κέρδος ανοιχτού βρόχου.

ΑΣΚΗΣΗ 1.15. Υπολογίστε τη $-3dB$ συχνότητα των παρακάτω κυκλωμάτων. Ο τελεστικός ενισχυτής έχει άπειρη αντίσταση εισόδου, μηδενική αντίσταση εξόδου και πεπερασμένο κέρδος ανοιχτού βρόχου χαμηλοδιαβατής συμπεριφοράς ενός πόλου.



Σχήμα 1.25

Έστω ότι το κέρδος ανοιχτού βρόχου του τελεστικού ενισχυτή έχει την ακόλουθη μορφή:

$$A(j\omega) = \frac{A_o}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p}}$$

όπου, A_o είναι το DC κέρδος (ή κέρδος χαμηλών συχνοτήτων) ανοιχτού βρόχου, ω_p είναι η -3dB συχνότητα του κέρδους ανοιχτού βρόχου¹.

A) Για το πρώτο κύκλωμα (Σχήμα 1.25(α)) ισχύουν τα εξής:

$$u_o = (0 - u_x)A(j\omega) \Rightarrow u_x = -\frac{u_o}{A(j\omega)}$$

$$i = \frac{u_i - u_x}{R_1} = \frac{u_x - u_o}{R_2}$$

οπότε,

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A_o} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) + j \frac{\omega}{\omega_p} \frac{1}{A_o} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)} \quad (\text{κέρδος τάσης})$$

Για $A_o \gg \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)$ η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην:

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p} \frac{1}{A_o} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)}$$

¹ Για $A_o \gg 1$ η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους του τελεστικού ενισχυτή ισούται με $\omega_t \cong A_o \omega_p$. Η ποσότητα αυτή είναι γνωστή και ως gain-bandwidth product (GBP). Το GBP είναι πολύ χαρακτηριστικό μέγεθος των επιδόσεων ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή και εκφράζει ουσιαστικά τη μέγιστη ωφέλιμη συχνότητα λειτουργίας του.

όπου το κέρδος χαμηλών συχνοτήτων είναι $-\frac{R_2}{R_1}$ (αναμενόμενο λόγω της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας) και ο πόλος βρίσκεται στη συχνότητα:

$$\omega_{-3dB} = \frac{\omega_p A_o}{\frac{R_2}{R_1} + 1} = \frac{\omega_t}{\frac{R_2}{R_1} + 1}$$

(παρατηρείστε ότι ακόμη και για μοναδιαίο κέρδος ($R_1=R_2$) το εύρος ζώνης του κυκλώματος μειώνεται στο μισό του GBP).

B) Για το δεύτερο κύκλωμα (Σχήμα 1.25(β)) έχουμε:

$$u_x = -\frac{u_o}{A(j\omega)}$$

$$i_i = \frac{u_x - u_o}{R_2} = \frac{-\frac{u_o}{A(j\omega)} - u_o}{R_2}$$

ή

$$\frac{u_o}{i_i} = \frac{-R_2}{1 + \frac{1}{A_o} + j \frac{\omega}{\omega_p A_o}} \quad (\text{διαγωγιμότητα})$$

Για $A_o \gg 1$,

$$\frac{u_o}{i_i} = \frac{-R_2}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p A_o}}$$

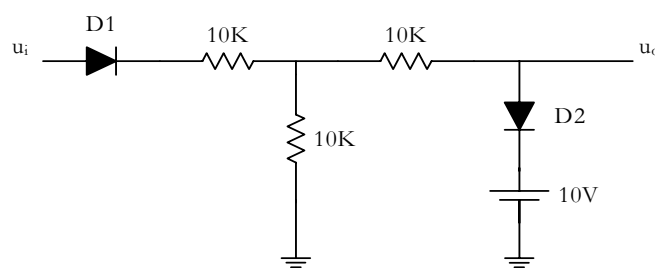
Το $-R_2$ είναι το κέρδος χαμηλών συχνοτήτων του διαγωγού, ενώ το εύρος ζώνης του ισούται με:

$$\omega_{-3dB} = \omega_p A_o = \omega_t$$

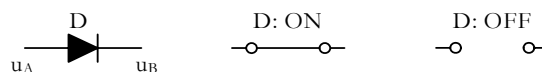
(παρατηρείστε ότι το εύρος ζώνης του κυκλώματος είναι ανεξάρτητο από το κέρδος διαγωγιμότητας και πάντοτε ίσο με το GBP).

ΔΙΟΔΟΙ

ΑΣΚΗΣΗ 2.1. Να σχεδιαστεί η DC χαρακτηριστική της εξόδου συναρτήσει της εισόδου του παρακάτω κυκλώματος. Οι διόδοι είναι ιδανικές και ακολουθούν το μοντέλο μηδενικής πτώσης τάσης αγωγής.



Σχήμα 2. 1



Σχήμα 2.2

Εφόσον οι διόδοι είναι ιδανικές και ακολουθούν το μοντέλο μηδενικής πτώσης τάσης αγωγής όταν είναι ορθά πολωμένες ($u_A \geq u_B$) μπορούν να αντικατασταθούν από ένα βραχυκύκλωμα και όταν είναι ανάστροφα πολωμένες ($u_A < u_B$) από ένα ανοιχτοκύκλωμα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2.

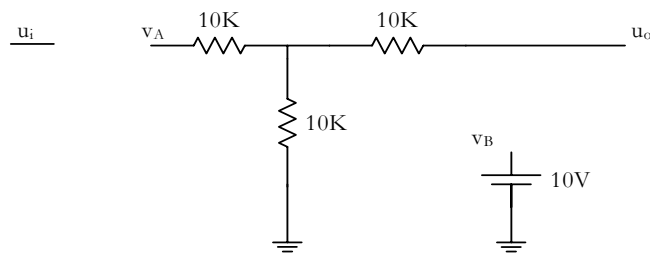
Αρχικά, θα πρέπει να γίνει μια εκτίμηση της σειράς και των συνθηκών αγωγής (ή αποκοπής) των διόδων. Ένας εύκολος τρόπος να γίνει αυτό είναι να απομακρύνουμε τις διόδους από το κύκλωμα και να εξετάσουμε τη διαφορά δυναμικού στους κόμβους που είναι συνδεδεμένες. Θα παρατηρήσουμε ότι καθώς η τάση εισόδου μεταβάλλεται από πολύ αρνητικές σε πολύ

θετικές τιμές, δίοδοι πολώνονται διαδοχικά ορθά, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις δίοδοι που ήταν ήδη ορθά πολωμένες, αποκόπτονται. Για να γίνει κατανοητή η μεθοδολογία, στο Σχήμα 2.3 παρουσιάζεται το κύκλωμα χωρίς την ύπαρξη των διόδων. Όταν οι εισόδος είναι πολύ αρνητική καμία δίοδος δεν άγει (προσέξτε ότι στην περίπτωση αυτή τα δυναμικά v_A και u_o είναι μηδέν). Εύκολα φαίνεται ότι καθώς η τάση εισόδου αυξάνεται η δίοδος που άγει πρώτη είναι η D1, μάλιστα για να συμβεί αυτό θα πρέπει να ισχύσει $u_i \geq v_A$, ή:

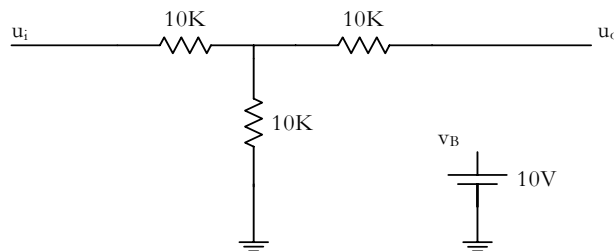
$$D1 \text{ ON: } u_i \geq 0$$

Για να βρούμε την επόμενη δίοδο που θα πολωθεί ορθά, θα πρέπει να αντικαταστήσουμε στο Σχήμα 2. 1 την D1 με το ισοδύναμο της μοντέλο (βραχυκύκλωμα στην προκειμένη περίπτωση), όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Εύκολα φαίνεται ότι η επόμενη κατάσταση στην οποία μπορεί να βρεθεί το κύκλωμα, καθώς φυσικά η τάση συνεχίζει να αυξάνεται, είναι να πολωθεί ορθά η D2 το οποίο θα συμβεί για:

$$D2 \text{ ON: } u_o \geq 10V$$



Σχήμα 2.3



Σχήμα 2.4

Με βάση τα προηγούμενα μπορούμε να διαχωρίσουμε τις ακόλουθες περιοχές λειτουργίας:

1) D1, D2 OFF: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.5(α) για το οποίο ισχύει:

$$u_o = 0 \quad (2.1)$$

όπως είδαμε το κύκλωμα θα παραμείνει στην κατάσταση αυτή μέχρις ότου $u_i = 0$, οπότε οριακά αρχίζει να άγει η D1, έτσι η (2.1) ισχύει για $u_i < 0$.

2) D1 ON, D2 OFF: Το Σχήμα 2.5(β) παριστάνει την ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος. Η τάση εξόδου ισούται με:

$$u_o = \frac{10}{10+10} u_i = \frac{1}{2} u_i \quad (2.2)$$

το κύκλωμα θα παραμείνει στην κατάσταση αυτή μέχρις ότου $u_o=10V$ (τότε οριακά άγει η D2) ή σύμφωνα με την (2.2):

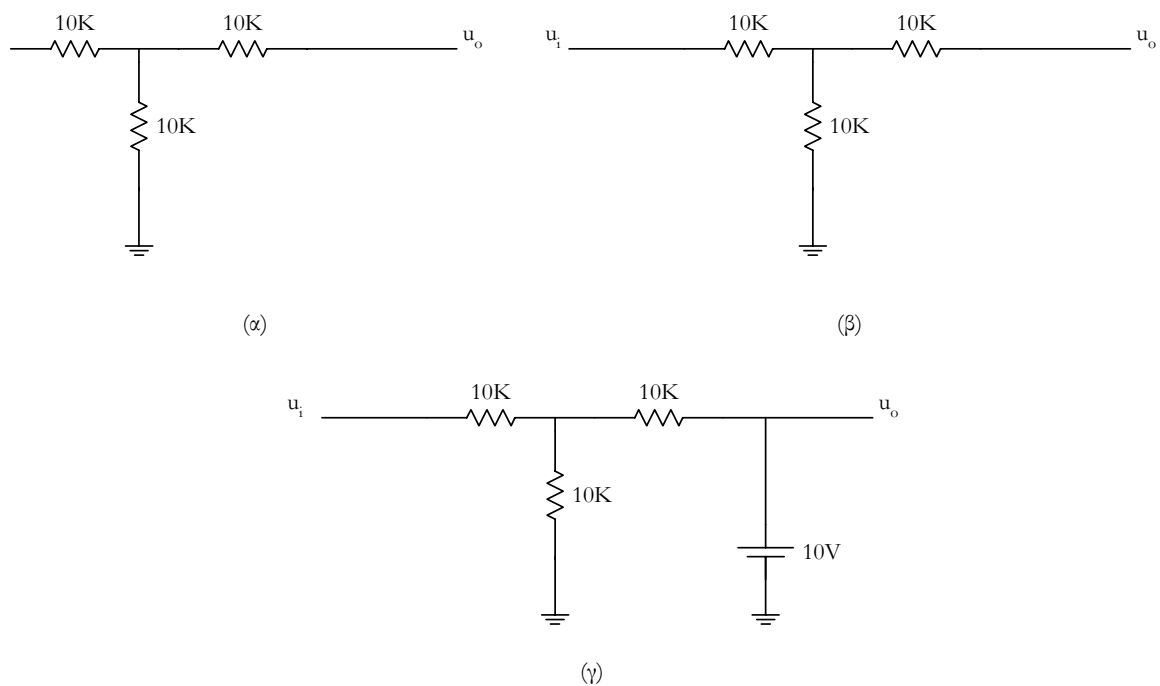
$$10 = \frac{1}{2} u_i \Rightarrow u_i = 20V \quad (2.3)$$

Έτσι, η (2.2) ισχύει για την περιοχή εισόδου: $0 \leq u_i < 20V$.

3) D1 & D2 ON: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.5(γ) και η έξοδος γίνεται:

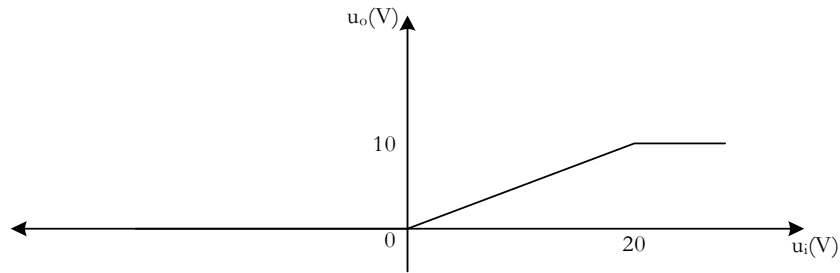
$$u_o = 10V \quad (2.4)$$

Η (2.4) ισχύει φυσικά για $u_i \geq 20V$.



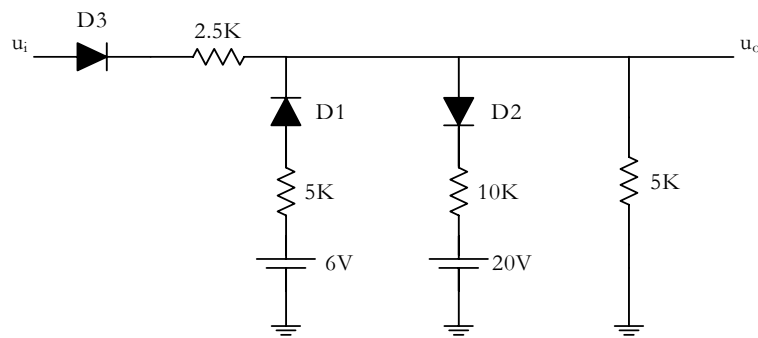
Σχήμα 2.5

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα, σχεδιάζουμε τη DC χαρακτηριστική μεταφοράς που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.6

ΑΣΚΗΣΗ 2.2. Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος οι διόδοι είναι ιδανικές και ακολουθούν το μοντέλο μηδενικής πτώσης τάσης αγωγής. Να σχεδιαστεί η DC χαρακτηριστική μεταφοράς.



Σχήμα 2.7

Οι διόδοι είναι ιδανικές και ακολουθούν το μοντέλο μηδενικής πτώσης τάσης αγωγής, έτσι όταν είναι ορθά πολωμένες αντικαθίστανται από βραχυκύκλωμα και όταν είναι ανάστροφα πολωμένες από ανοιχτού κύκλωμα.

Για να διακρίνουμε εύκολα τη σειρά αγωγής των διόδων καθώς η είσοδος μεταβάλλεται από πολύ αρνητικές σε πολύ θετικές τιμές ακολουθούμε τη διαδικασία που περιγράφηκε στην προηγούμενη άσκηση. Έτσι, απομακρύνοντας τις διόδους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.8, παρατηρούμε ότι η διάδος που άγει πρώτη¹ είναι η D1, αυτό μάλιστα ισχύει για:

$$D1 \text{ ON: } u_o \leq 6V \quad (2.5)$$

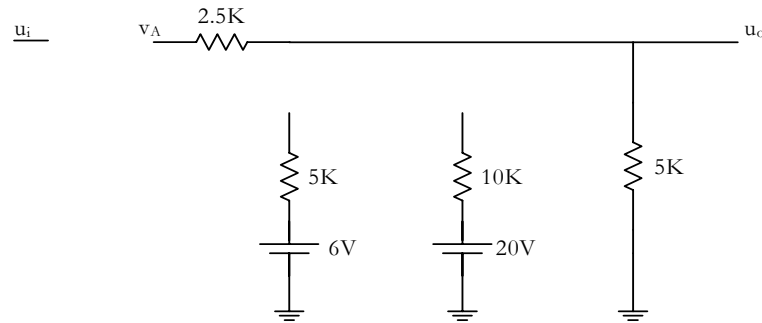
Καθώς η τάση εισόδου συνεχίζει να αυξάνεται κάποια στιγμή η D3 θα πολωθεί ορθά, αυτό θα συμβεί όταν:

¹ Θεωρώντας πάντοτε ότι ξεκινάμε από πολύ αρνητικές τιμές εισόδου και διαδοχικά κινούμαστε προς θετικότερες, ή διαφορετικά η είσοδος κινείται από το $-\infty$ στο $+\infty$.

$$D3 \text{ ON: } u_i \geq u_o \quad (2.6)$$

Περαιτέρω αύξηση της εισόδου θα οδηγήσει κάποια στιγμή σε αποκοπή την D1. Αυτό θα συμβεί όταν πάψει να ισχύει η (2.5). Η D2 θα οδηγηθεί τελευταία σε αγωγή όταν η τάση εξόδου ξεπεράσει τα 20V ή:

$$D2 \text{ ON: } u_o \geq 20V \quad (2.7)$$



Σχήμα 2.8

Με βάση τα παραπάνω ξεχωρίζουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

1) D1 ON, D2 & D3 OFF: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.9(α) και:

$$u_o = \frac{5}{5+5} 6 = 3V \quad (2.8)$$

Η (2.8) ισχύει μέχρι τη στιγμή που ξεκινά να άγει η D3 ή $u_i = 3V$, οπότε η περιοχή εφαρμογής της (2.8) είναι: $u_i < 3V$.

2) D1 & D3 ON, D2 OFF: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.9(β). Η έξοδος προκύπτει ως η επαλληλία δυο πηγών 6V και u_i . Εύκολα υπολογίζεται ότι:

$$u_o = \frac{1}{2} (u_i + 3) \quad (2.9)$$

Η (2.9) ισχύει οριακά μέχρις ότου η D1 πάψει να άγει ή $u_o = 6V$ ή $6 = \frac{1}{2} (u_i + 3) \Rightarrow u_i = 9V$.

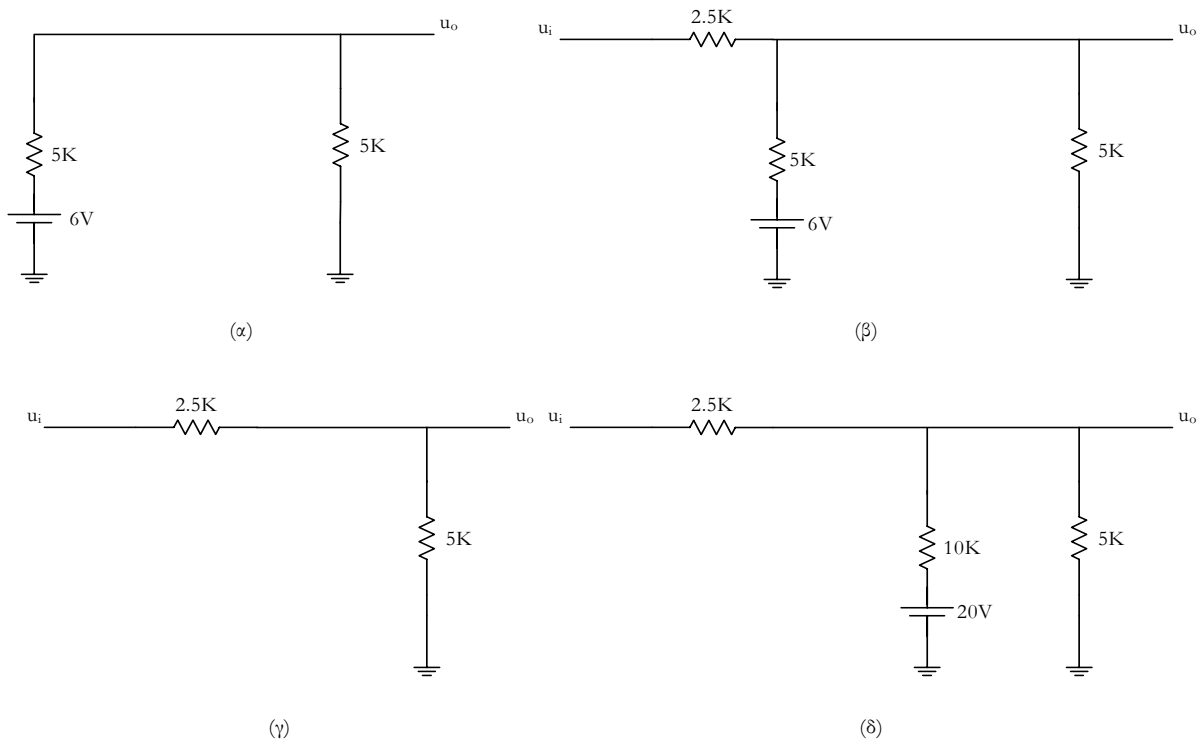
Έτσι, η περιοχή ισχύος της (2.9) είναι: $3 \leq u_i < 9V$.

3) D3 ON, D1 & D2 OFF: Στο Σχήμα 2.9(γ) παρουσιάζεται η ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος. Η έξοδος ισούται με:

$$u_o = \frac{5}{5+2.5} u_i = \frac{2}{3} u_i \quad (2.10)$$

Η (2.10) ισχύει μέχρις ότου η D2 ξεκινήσει να άγει ή $u_o = 20V$ ή $u_i = 30V$. Η περιοχή

εφαρμογής της (2.10) είναι: $9 \leq u_i < 30V$.



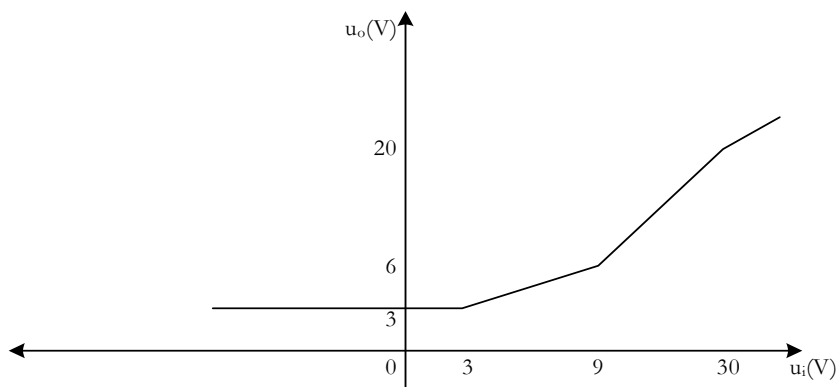
Σχήμα 2.9

4) D3 & D2 ON, D1 OFF: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.9(δ). Με τη βοήθεια του θεωρήματος της επαλληλίας προκύπτει ότι:

$$u_o = \frac{4}{7}u_i + \frac{20}{7} \quad (2.11)$$

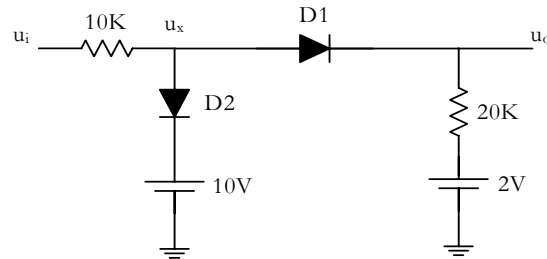
Η (2.11) ισχύει για: $u_i > 30V$.

Η DC χαρακτηριστική μεταφοράς του κυκλώματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



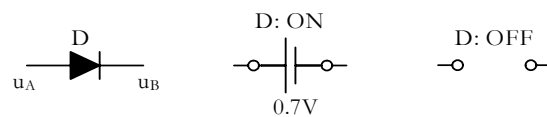
Σχήμα 2.10

ΑΣΚΗΣΗ 2.3. Να σχεδιαστεί η DC χαρακτηριστική της εξόδου συναρτήσει της εισόδου του παρακάτω κυκλώματος. Οι διόδοι ακολουθούν το μοντέλο σταθερής πτώσης τάσης, με πτώση τάσης αγωγής $0.7V$.

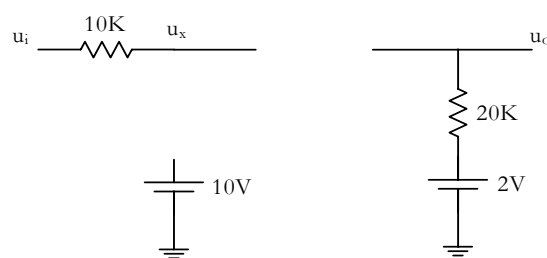


Σχήμα 2.11

Οι διόδοι ακολουθούν το μοντέλο σταθερής πτώσης τάσης αγωγής $0.7V$. Έτσι, όταν είναι ορθά πολωμένες ($u_A \geq u_B + 0.7$) μπορούν να αντικατασταθούν από μια ιδανική πηγή τάσης $0.7V$ και όταν είναι ανάστροφα πολωμένες ($u_A < u_B + 0.7$) από ένα ανοιχτοκύκλωμα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.12.



Σχήμα 2.12



Σχήμα 2.13

Αρχικά βρίσκουμε τη σειρά αγωγής των διόδων καθώς η τάση εισόδου κινείται από $-\infty \rightarrow +\infty$. Για το σκοπό αυτό απομακρύνουμε τις διόδους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.13. Εύκολα διακρίνουμε τις εξής συνθήκες:

$$D1 \text{ ON: } u_i \geq 2 + 0.7 \quad (2.12)$$

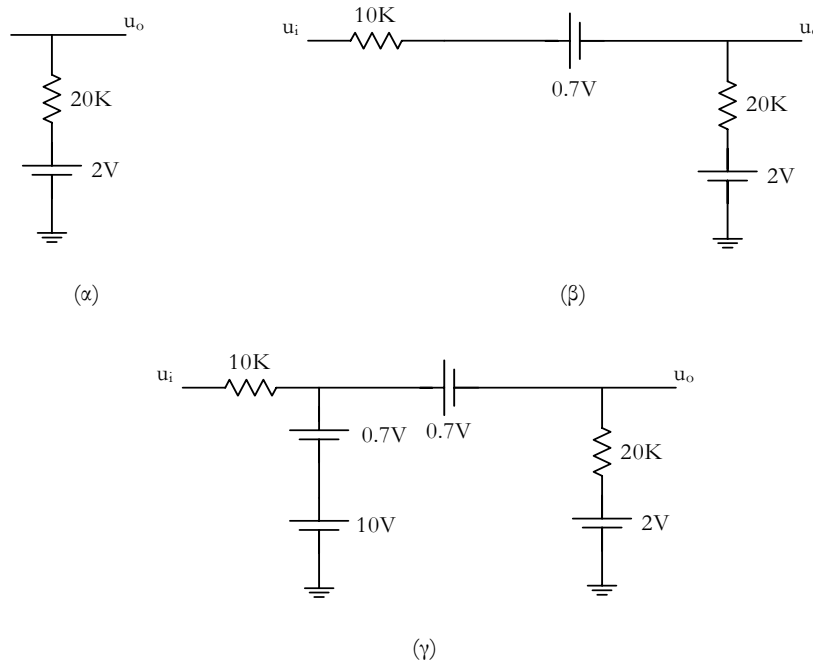
$$D2 \text{ ON: } u_x \geq 10 + 0.7 \quad (2.13)$$

Με βάση τα προηγούμενα μπορούμε να διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1) D1 & D2 OFF: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.14(α), και ισχύει ότι:

$$u_o = 2V \quad (2.14)$$

Η (2.14) ισχύει μέχρις ότου η D1 γίνει ON ή για $u_i < 2.7V$.



Σχήμα 2.14

2) D1 ON, D2 OFF: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.14(β). Με τη βοήθεια του θεωρήματος της επαλληλίας, παίρνουμε:

$$u_o = \frac{2}{3}u_i + 0.2 \quad (2.15)$$

Η (2.15) ισχύει μέχρις ότου η D2 γίνει ON ή $u_x = 10.7V$ ή $u_o = 10V$ ή:

$$10 = \frac{2}{3}u_i + 0.2 \Rightarrow u_i = 14.7V \quad (2.16)$$

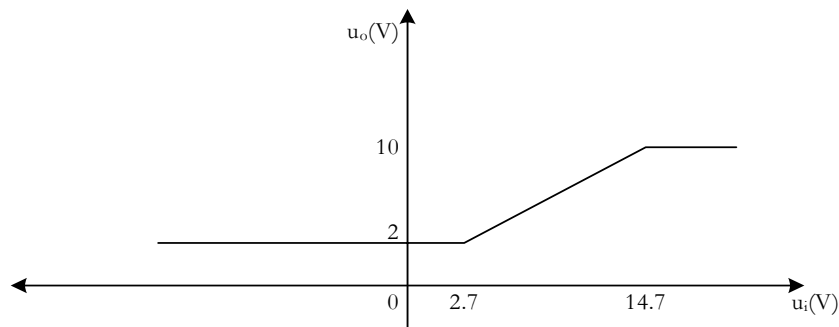
Έτσι, η (2.16) ισχύει για την περιοχή της εισόδου: $2.7 \leq u_i < 14.7V$.

3) D1 & D2 ON: Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.14(γ) και η τάση εξόδου γίνεται:

$$u_o = 10 + 0.7 - 0.7 = 10V \quad (2.18)$$

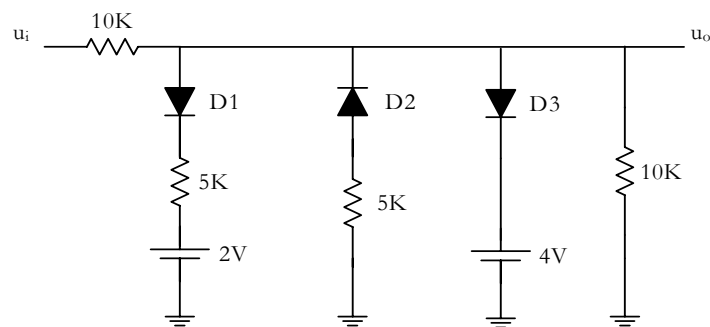
Η (2.18) ισχύει για: $u_i \geq 14.7V$.

Στο Σχήμα 2.15 έχει σχεδιαστεί η DC χαρακτηριστική μεταφοράς του κυκλώματος.



Σχήμα 2.15

ΑΣΚΗΣΗ 2.4. Σχεδιάστε τη DC χαρακτηριστική μεταφοράς του παρακάτω κυκλώματος. Οι διόδους ακολουθούν το μοντέλο σταθερής πτώσης τάσης, με πτώση τάσης αγωγής $0.7V$.



Σχήμα 2.16

Απομακρύνοντας τις διόδους και ακολουθώντας τη μεθοδολογία που περιγράφηκε στις προηγούμενες ασκήσεις παρατηρούμε ότι για αρνητικές τιμές εισόδου άγει πρώτα η D2, η οποία αποκόπτεται καθώς η είσοδος κινείται θετικά. Η επόμενη διάδος που άγει είναι η D1 και τελευταία η D3. Εύκολα φαίνεται ότι οι συνθήκες αγωγής των διόδων είναι:

$$D2 \text{ ON: } u_o \leq 0 - 0.7 \quad (2.19)$$

$$D1 \text{ ON: } u_o \geq 2 + 0.7 \quad (2.20)$$

$$D3 \text{ ON: } u_o \geq 4 + 0.7 \quad (2.21)$$

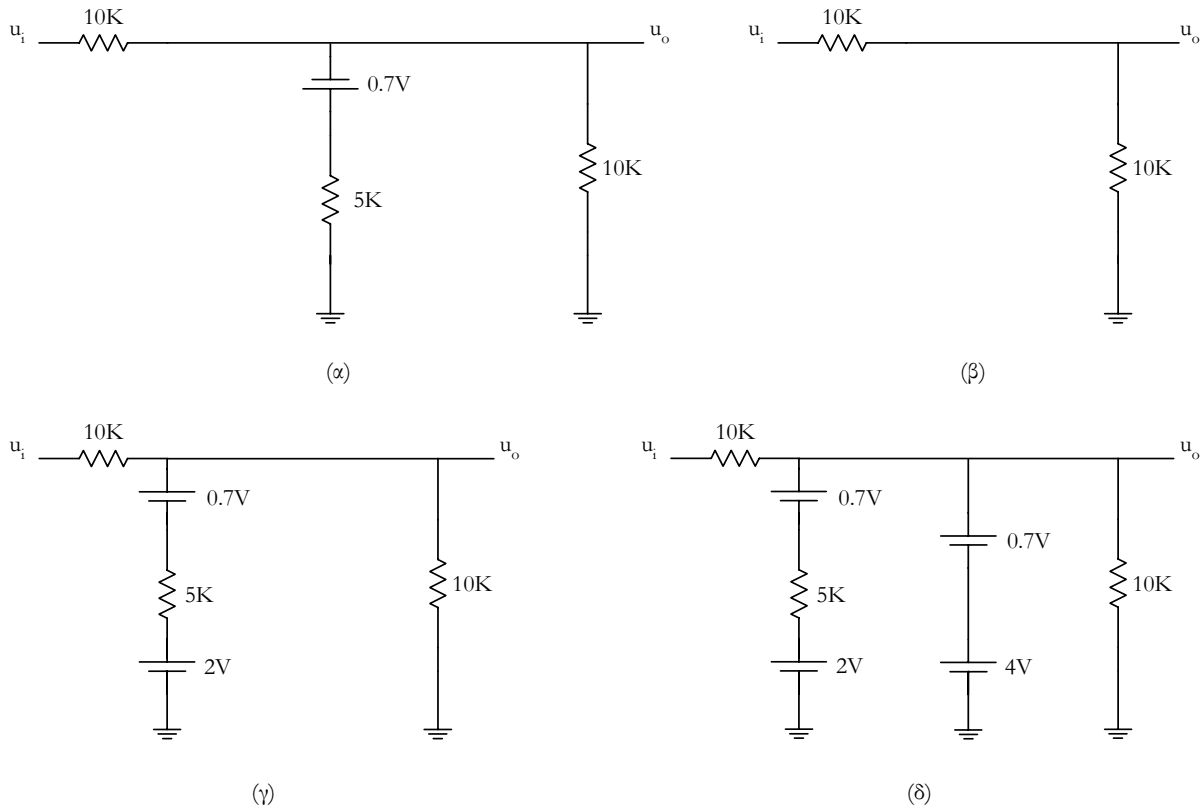
Μπορούμε να διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1) D2 ON, D1 & D3 OFF: Η ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος φαίνεται στο Σχήμα

2.17(α). Με τη βοήθεια του θεωρήματος της επαλληλίας παίρνουμε:

$$u_o = \frac{1}{4} u_i - \frac{0.7}{2} \quad (2.22)$$

Η (2.22) ισχύει για $u_o \leq -0.7V$ ή $u_i \leq -1.4V$



Σχήμα 2.17

2) D2, D1 & D3 OFF: Η ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος φαίνεται στο Σχήμα 2.17(β), οπότε:

$$u_o = \frac{1}{2} u_i \quad (2.22)$$

Η (2.22) ισχύει οριακά μέχρις ότου ξεκινήσει να άγει η D1 ή $u_o = 2.7V$ ή $u_i = 5.4V$. Η περιοχή εφαρμογής της (2.22) είναι: $-1.4 \leq u_i < 5.4V$.

3) D1 ON, D2 & D3 OFF: Η ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος φαίνεται στο Σχήμα 2.17(γ), οπότε:

$$u_o = \frac{1}{4} u_i + \frac{2.7}{2} \quad (2.23)$$

Η (2.23) ισχύει οριακά μέχρις ότου ξεκινήσει να άγει η D3 ή $u_o = 4.7V$ ή $u_i = 13.4V$.

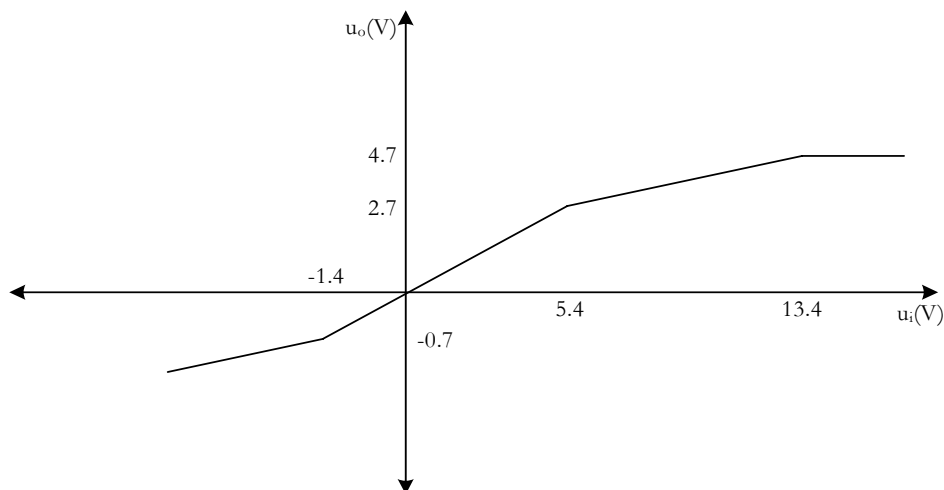
Επομένως, η περιοχή εφαρμογής της είναι: $5.4 \leq u_i < 13.4V$.

4) D1 & D3 ON, D2 OFF: Η ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος φαίνεται στο Σχήμα 2.17(δ) και η τάση εξόδου γίνεται:

$$u_o = 4.7V \quad (2.24)$$

Η (2.24) ισχύει για: $u_i \geq 13.4V$.

Στο Σχήμα 2.18 παρουσιάζεται η χαρακτηριστική εισόδου- εξόδου του κυκλώματος.



Σχήμα 2.18

ΑΣΚΗΣΗ 2.5. Να σχεδιαστεί η DC χαρακτηριστική μεταφοράς του παρακάτω κυκλώματος. Οι δίοδοι ακολουθούν το μοντέλο σταθερής πτώσης τάσης, με πτώση τάσης αγωγής $0.7V$.

Όταν η u_i βρίσκεται γύρω από το μηδέν, όλες οι δίοδοι άγουν και το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.19. Η τάση εξόδου ισούται με:

$$u_o = u_i + 0.7 - 0.7 = u_i$$

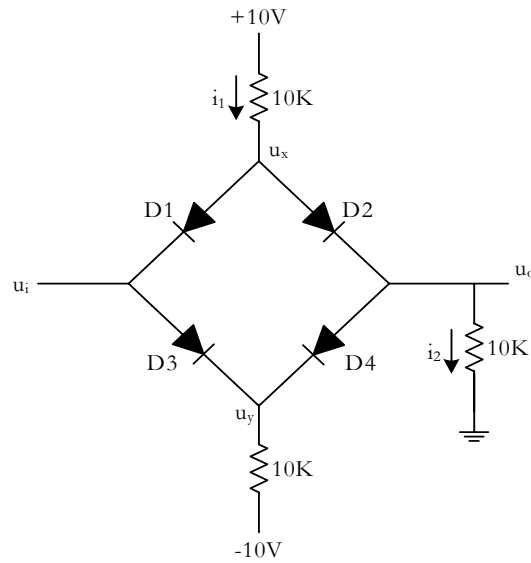
Τα ρεύματα i_1 και i_2 δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$i_1 = \frac{10 - u_x}{10} = \frac{10 - u_i - 0.7}{10} = \frac{9.3 - u_i}{10}$$

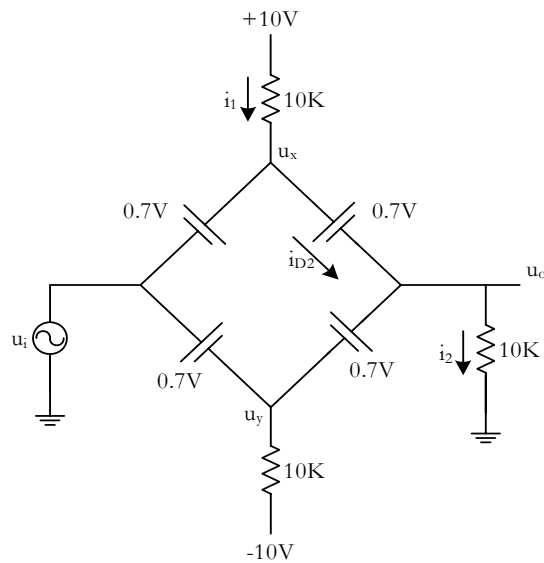
$$i_2 = \frac{u_i}{10}$$

Το ρεύμα i_1 διαμοιράζεται μεταξύ των D2 και D1 και το ρεύμα i_{D2} διαμοιράζεται μεταξύ των D4 και του φορτίου, με αποτέλεσμα να ισχύει η ακόλουθη ανισότητα:

$$i_2 < i_{D2} < i_1 \quad (2.25)$$



Σχήμα 2.19



Σχήμα 2.20

Καθώς η u_i αυξάνεται τα δυναμικά u_x και u_y αυξάνονται αντιστοίχως, και τα ρεύματα i_1 , i_{D1} και i_{D4} μειώνονται μέχρις ότου οι D1 και D4 πολωθούν ανάστροφα. Τότε η (2.25) μετατρέπεται σε ισότητα και το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.21. Οριακά κατά την αποκοπή των D1 και D4, ισχύει ότι:

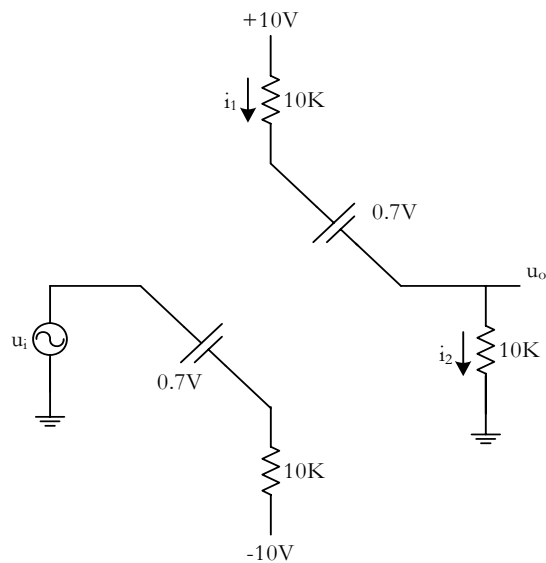
$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{u_i}{10} = \frac{9.3 - u_i}{10} \Rightarrow u_i = 4.65V$$

και η τάση εξόδου για $u_i \geq 4.65V$, γίνεται:

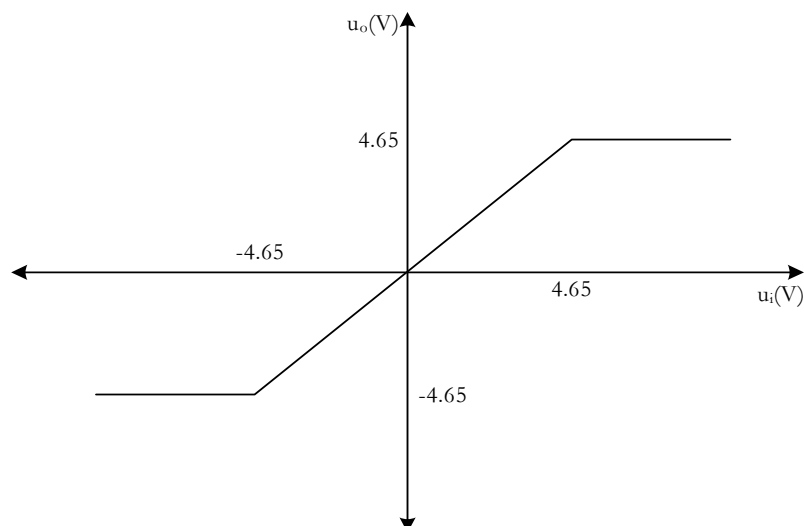
$$u_o = 4.65V$$

Αντίστοιχα, μπορεί ναδειχθεί ότι καθώς η είσοδος κινείται προς αρνητικότερες τιμές κάποια στιγμή θα άγουν μόνο οι D1, D4. Αυτό θα συμβεί όταν $u_i \leq -4.65V$ και η τάση εξόδου θα γίνει $u_o = -4.65V$.

Στο Σχήμα 2.22 παρουσιάζεται η χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου του κυκλώματος.

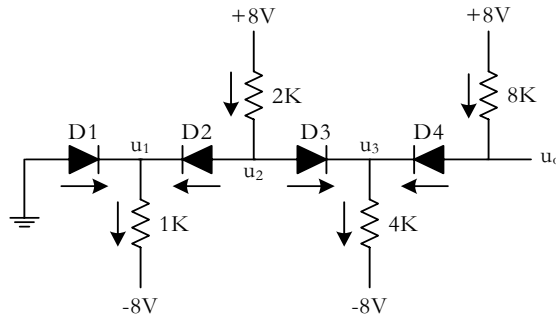


Σχήμα 2.21



Σχήμα 2.22

ΑΣΚΗΣΗ 2.6. Να υπολογιστούν τα ρεύματα στους διαφόρους κλάδους του παρακάτω κυκλώματος. Οι δίοδοι είναι ιδανικές, με μηδενική πτώση τάσης αγωγής.



Σχήμα 2.23

Αρχικά υποθέτουμε ότι όλες οι δίοδοι άγουν, τότε:

$$i_{1K} = \frac{u_1 - (-8)}{1} = \frac{0 + 8}{1} = 8mA$$

$$i_{2K} = \frac{8 - u_2}{2} = \frac{8 - 0}{2} = 4mA$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι $i_{2K} < i_{1K}$ το οποίο είναι λογικό και σε συμφωνία με την υπόθεση ότι οι D1 και D2 άγουν.

Αντίστοιχα για τις D3 και D4, έχουμε:

$$i_{8K} = \frac{8 - 0}{8} = 1mA$$

$$i_{4K} = \frac{8 + 0}{4} = 2mA$$

και $i_{8K} < i_{4K}$ το οποίο είναι σύμφωνο με την αρχική υπόθεση.

Για τα ρεύματα στους υπόλοιπους κλάδους, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$i_{D4} = i_{8K} = 1mA$$

$$i_{D3} = i_{4K} - i_{D4} = 1mA$$

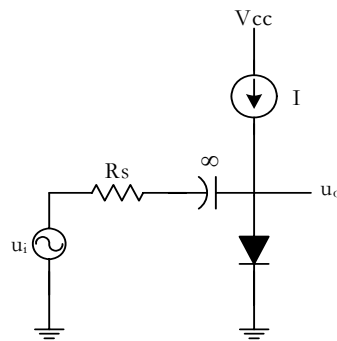
$$i_{D2} = i_{2K} - i_{D3} = 3mA$$

$$i_{D1} = i_{1K} - i_{D2} = 5mA$$

και

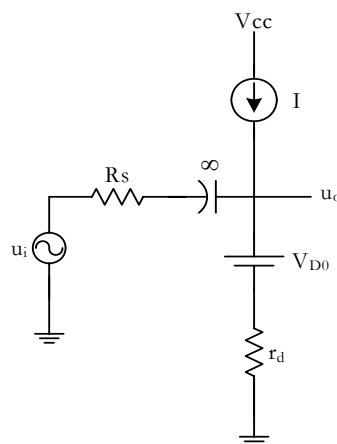
$$u_o = u_3 = u_2 = u_1 = 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 2.7. Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος να αποδειχθεί, με τη βοήθεια του μοντέλου ασθενούς σήματος της διόδου, ότι το AC τμήμα του σήματος εξόδου δίνεται από τη σχέση: $u_o = u_i \frac{nV_T}{nV_T + IR_s}$. Η u_i αντιστοιχεί σε μια ημιτονοειδής πηγή τάσης και η πηγή I είναι μια DC πηγή ρεύματος απαραίτητη για την πόλωση της διόδου. Να υπολογιστεί επίσης η τάση εξόδου για $u_i = 10mV$ και $I = 1mA$, $0.1mA$ και $0.01mA$ ($V_T = 25mV$, $R_s = 100\Omega$ και $n = 2$).



Σχήμα 2.24

Σύμφωνα με το μοντέλο ασθενούς σήματος, μια ορθά πολωμένη δίοδος μπορεί να αντικατασταθεί από μια πηγή τάσης σε σειρά με μια αντίσταση r_d η οποία εξαρτάται από το ρεύμα πόλωσης ($r_d = \frac{nV_T}{I}$)¹. Έτσι, το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.25.

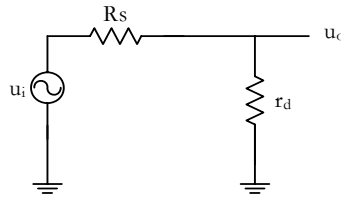


Σχήμα 2.25

¹ Θυμηθείτε ότι το μοντέλο ασθενούς σήματος ισχύει για μικρά σήματα εισόδου, μικρότερα των 10mV περίπου.

Για να υπολογίσουμε την AC τάση εξόδου αρκεί να κάνουμε AC ανάλυση στο παραπάνω κύκλωμα. Κατά την AC ανάλυση το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.26¹ και η AC τάση εξόδου ισούται με:

$$u_o = u_i \frac{r_d}{R_S + r_d} = u_i \frac{\frac{nV_T}{I}}{R_S + \frac{nV_T}{I}} = u_i \frac{nV_T}{IR_S + nV_T} \quad (2.26)$$



Σχήμα 2.26

Για $u_i=10\text{mV}$ το μοντέλο ασθενούς σήματος εξακολουθεί να ισχύει και η (2.26) μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό της εξόδου, έτσι για

$$I=1\text{mA}: \quad u_o = 10 \frac{2 \cdot 25}{1 \cdot 100 + 2 \cdot 25} = 3.33\text{mV}$$

$$I=0.1\text{mA}: \quad u_o = 10 \frac{2 \cdot 25}{0.1 \cdot 100 + 2 \cdot 25} = 8.33\text{mV}$$

$$I=0.01\text{mA}: \quad u_o = 10 \frac{2 \cdot 25}{0.01 \cdot 100 + 2 \cdot 25} = 9.8\text{mV}$$

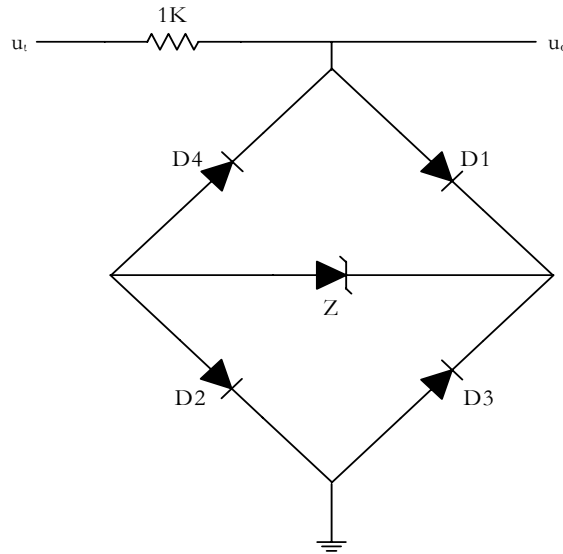
ΑΣΚΗΣΗ 2.8. Σχεδιάστε τη DC χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου του παρακάτω κυκλώματος. Χρησιμοποιήστε το τμηματικά γραμμικό μοντέλο για τις διόδους με $u_{D0}=0.65\text{V}$ και $r_D=20\Omega$. Η δίοδος zener παρουσιάζει τάση διάσπασης 8.2V όταν διαρρέεται από ρεύμα 10mA και $r_Z=20\Omega$. Η zener ακολουθεί το τμηματικά γραμμικό μοντέλο.

Σύμφωνα με το τμηματικά γραμμικό μοντέλο, η δίοδος όταν είναι ορθά πολωμένη αντικαθίσταται από μια πηγή τάσης u_{D0} σε σειρά με μια αντίσταση σταθερής τιμής r_D , ενώ όταν είναι ανάστροφα πολωμένη ισοδυναμεί με ανοιχτοκύκλωμα.

Αντίστοιχα, σύμφωνα με το τμηματικά γραμμικό μοντέλο, όταν η zener είναι ανάστροφα πολωμένη αντικαθίσταται από μια πηγή τάσης u_{Z0} σε σειρά με μια αντίσταση σταθερής

¹ Γνωστό και ως Ισοδύναμο Κύκλωμα Ασθενούς Σήματος (ΙΚΑΣ).

τιμής r_Z . Η τάση στα άκρα του συνδυασμού u_{Z0} και r_Z είναι: $u_Z = u_{Z0} + I_Z r_Z$, όπου I_Z είναι το ρεύμα που διαρρέει τη zener.



Σχήμα 2.27

Σύμφωνα με την εκφώνηση της άσκησης, η zener παρουσιάζει τάση διάσπασης 8.2V όταν διαρρέεται από ρεύμα 10mA, επομένως η παράμετρος u_{Z0} του μοντέλου ισούται με:

$$8.2 = u_{Z0} + 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \Rightarrow u_{Z0} = 8V$$

Παρατηρώντας το κύκλωμα διαπιστώνουμε ότι για θετικές τιμές σήματος εισόδου, οι D4 και D3 πολώνονται ανάστροφα. Αντίστοιχα, για αρνητικές τιμές εισόδου πολώνονται ανάστροφα οι D1 και D2. Μπορούμε, έτσι, να διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

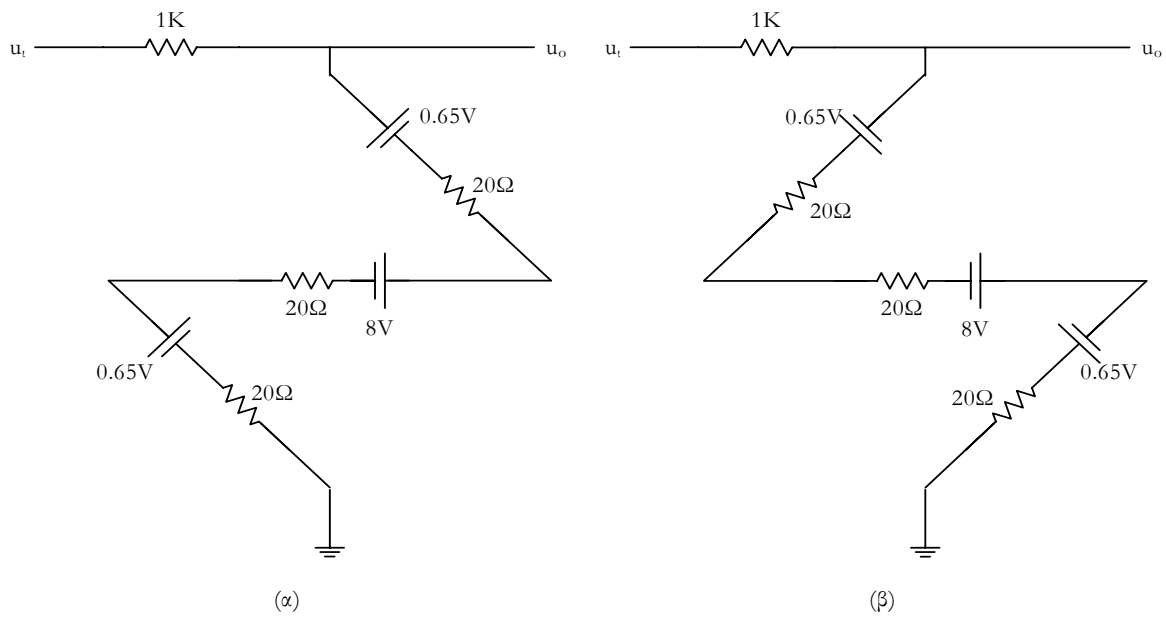
1) $u_i \geq 0$, υποψήφιος για αγωγή δίοδοι είναι οι Z, D1 και D2. Όταν δεν άγουν ισχύει: $u_o = u_i$. Ωστόσο, για $u_i \geq 0.65 + 8 + 0.65 = 9.3V$ οι Z, D1 και D2 άγουν και το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.28(α). Με τη βοήθεια του θεωρήματος της επαλληλίας μπορεί εύκολα να υπολογιστεί η τάση εξόδου:

$$u_o = \frac{3}{53} u_i + \frac{50}{53} 9.3$$

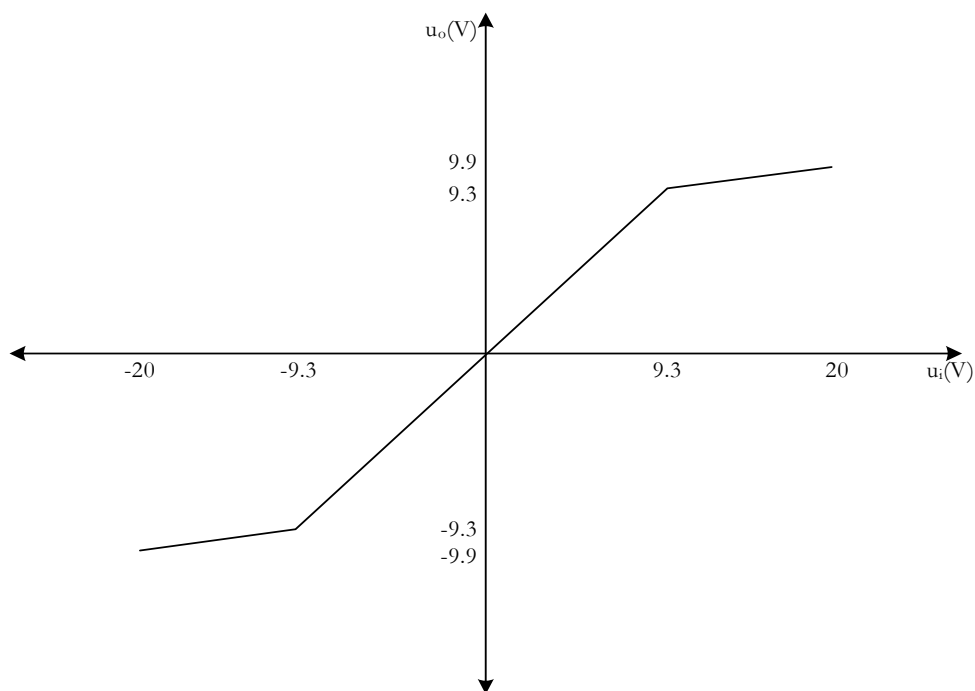
1) $u_i \leq 0$, οι δίοδοι που είναι δυνατό να άγουν είναι οι Z, D3 και D4. Αυτό συμβαίνει όταν $u_i \geq -0.65 - 8 - 0.65 = -9.3V$ και το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.28(β). Με τη βοήθεια της επαλληλίας η τάση εξόδου υπολογίζεται ως:

$$u_o = -\frac{3}{53} u_i - \frac{50}{53} 9.3$$

Με βάση τις παραπάνω σχέσεις σχεδιάζουμε τη χαρακτηριστική μεταφοράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.29.

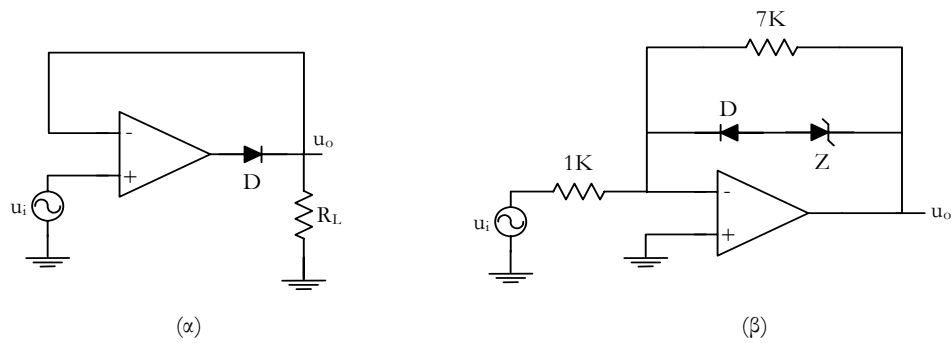


Σχήμα 2.28



Σχήμα 2.29

ΑΣΚΗΣΗ 2.9. Σχεδιάστε τη χαρακτηριστική μεταφοράς των παρακάτω κυκλωμάτων. Οι δίοδοι εμφανίζουν πτώση τάσης αγωγής $0.7V$ και η zener τάση διάσπασης $6.3V$. Χρησιμοποιήστε το μοντέλο σταθερής πτώσης τάσης για τις διόδους και τη zener. Οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί.

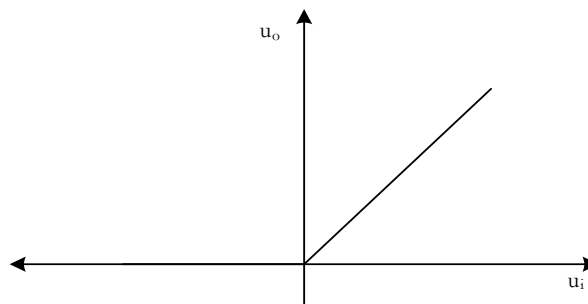


Σχήμα 2.30

A) 1) $u_i \geq 0$: στην έξοδο του τελεστικού ενισχυτή αναπτύσσεται θετική τάση που πολώνει ορθά τη δίοδο με αποτέλεσμα να κλείνει ο βρόχος ανάδρασης του ενισχυτή. Για να γίνει κατανοητό αυτό θεωρείστε ότι απομακρύνεται η δίοδος, τότε ο τελεστικός λειτουργεί σε συνδεσμολογία ανοιχτού βρόχου που ενισχύει τη διαφορά των σημάτων εισόδου τα οποία είναι u_i και $0V$, και η έξοδος πάει στο $+\infty$. Παρατηρείστε ότι όσο και μικρή να είναι η είσοδος, στην έξοδο του τελεστικού αναπτύσσεται πάντοτε ικανή τάση για να πολώσει ορθά τη δίοδο¹. Επιπλέον, λόγω του κατ' ουσίαν βραχυκυκλώματος, μεταξύ των εισόδων του τελεστικού ενισχυτή ισχύει $u_o = u_i$.

2) $u_i \leq 0$: η τάση εξόδου του τελεστικού ενισχυτή γίνεται αρνητική με αποτέλεσμα την ανάστροφη πόλωση της διόδου. Η δίοδος λειτουργεί ως ανοιχτοκύκλωμα και η τάση εξόδου γίνεται $u_o = 0$.

Στο Σχήμα 2.31 παρουσιάζεται η DC χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου του κυκλώματος. Παρατηρείστε ότι το κύκλωμα λειτουργεί ως ιδανικός ανορθωτής ημίσεως κύματος που δεν εξαρτάται από την πτώση τάσης αγωγής της διόδου.



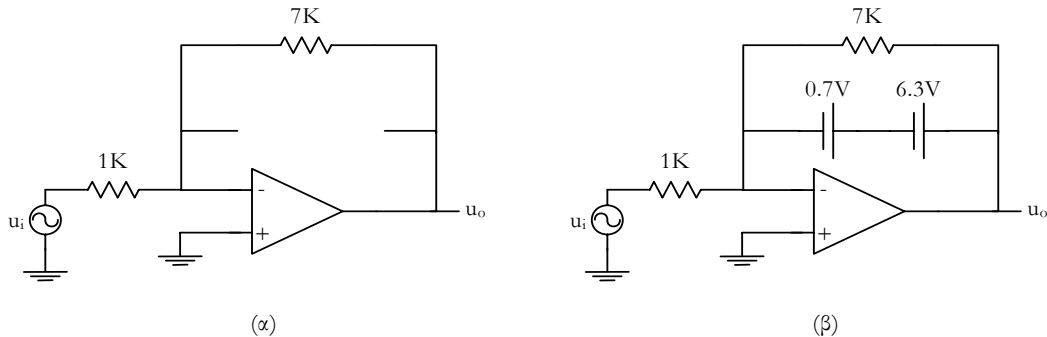
Σχήμα 2.31

B) 1) $u_i \geq 0$: η έξοδος γίνεται αρνητική με αποτέλεσμα η δίοδος D να πολωθεί ανάστροφα. Το

¹ Το κέρδος του τελεστικού ενισχυτή είναι άπειρο

κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.32(α) και η τάση εξόδου γίνεται:

$$u_o = -\frac{7}{1}u_i = -7u_i$$



Σχήμα 2.32

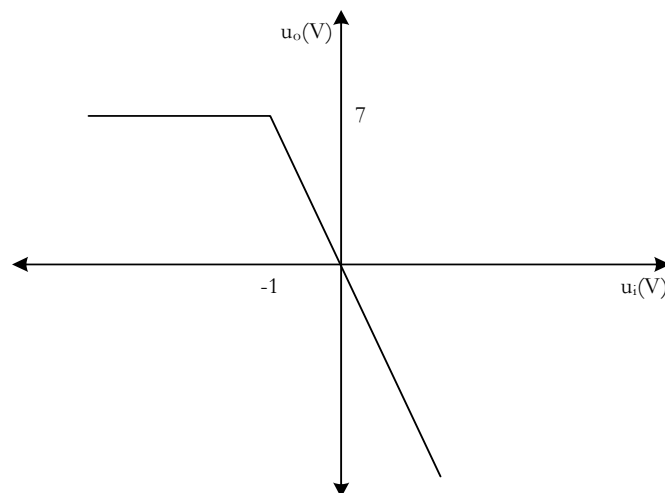
2) $u_i \leq 0$: Εδώ μπορούμε να διαχωρίσουμε δυο περιπτώσεις, α) η τάση εξόδου δεν είναι ικανή να προκαλέσει αγωγή των διόδων, αυτές λειτουργούν ως ανοιχτοκύκλωμα και η τάση εξόδου εξακολουθεί να είναι:

$$u_o = -\frac{7}{1}u_i = -7u_i$$

β) οι διόδοι άγουν, για να συμβεί αυτό θα πρέπει $u_o \geq 6.3 + 0.7 = 7V$ ή $-7u_i \geq 7V \Rightarrow u_i \leq -1V$. Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.32(β) και η τάση εξόδου γίνεται:

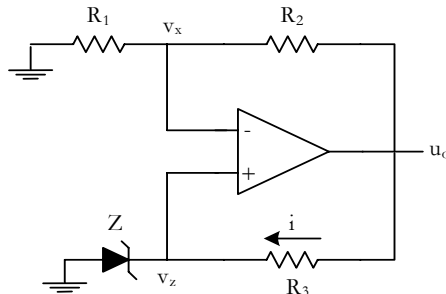
$$u_o = 7V$$

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου του κυκλώματος.



Σχήμα 2.33

ΑΣΚΗΣΗ 2.10. Να υπολογιστεί η τάση εξόδου του κυκλώματος. Θεωρήστε ότι η zener λειτουργεί στην περιοχή διάσπασης και παρουσιάζει τάση διάσπασης v_z . Ποια είναι η τιμή του ρεύματος που διαρρέει τη zener; Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός.



Σχήμα 2.34

Εφόσον ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, μεταξύ των εισόδων του υπάρχει το κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα, οπότε:

$$v_x = v_z$$

Στις εισόδους του τελεστικού δεν εισέρχεται ρεύμα, επομένως:

$$v_x = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_o = v_z \Rightarrow u_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_z$$

Το ρεύμα που διαρρέει τη zener είναι ίσο με το ρεύμα που διαρρέει την R_3 και το οποίο είναι:

$$i = \frac{u_o - v_z}{R_3} = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_z - v_z}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} v_z$$

ΑΣΚΗΣΗ 2.11. Το παρακάτω κύκλωμα είναι ένας ανορθωτής πλήρους κύματος. Χρησιμοποιείται σε εφαρμογές μικρού σήματος εισόδου όπου η χρήση ενός απλού κυκλώματος ανορθωτή διόδου δεν είναι δυνατή λόγω της μεγάλης επίδρασης της πτώσης τάσης αγωγής των διόδων. Αν οι διόδοι ακολουθούν το μοντέλο της σταθερής πτώσης τάσης αγωγής να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου του κυκλώματος. Οι τελεστικοί ενισχυτές θεωρούνται ιδανικοί.

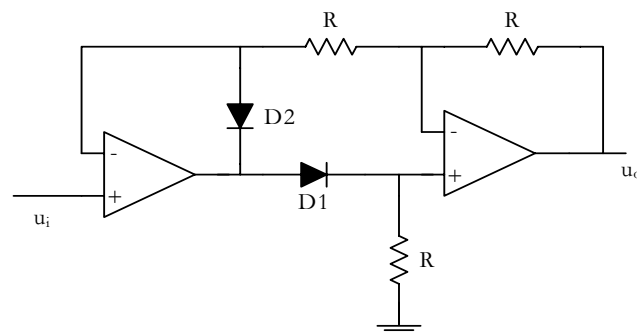
Αρχικά απομακρύνουμε τις διόδους και παρατηρούμε τις τάσεις που αναπτύσσονται στους κόμβους που συνδέονται οι διόδοι. Μπορούμε να ξεχωρίσουμε τις εξής δυο περιπτώσεις:

A) $u_i \geq 0$, οι τάσεις που θα αναπτύσσονταν στους κόμβους που συνδέονται οι δίοδοι (αν δεν υπήρχαν οι δίοδοι) είναι αυτές που φαίνονται στο Σχήμα 2.36(α). Σύμφωνα με τις τάσεις αυτές γίνεται εμφανές ότι η D1 είναι ορθά πολωμένη και η D2 ανάστροφα. Έτσι, το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.37(α). Λόγω του άπειρου κέρδους των τελεστικών ενισχυτών ισχύει το κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα στις εισόδους τους και επομένως:

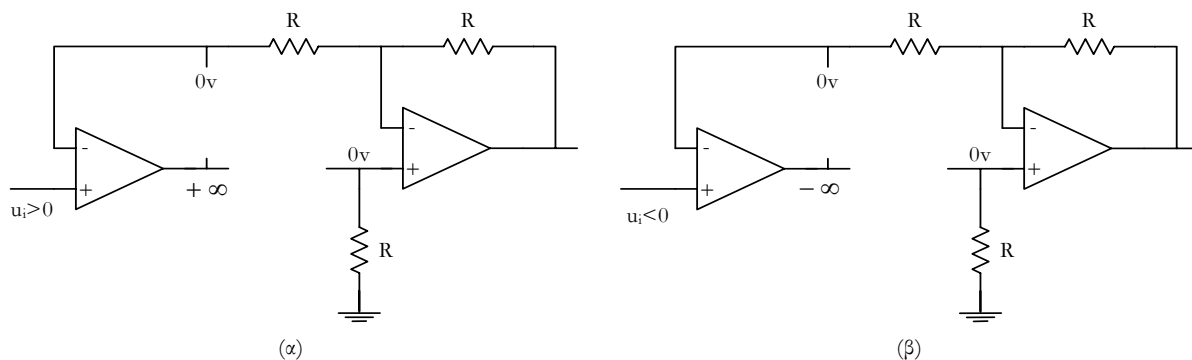
$$u_z = u_i \text{ και } u_x = u_y$$

παράλληλα, $i=0$, καθώς δεν εξέρχεται ρεύμα από τις εισόδους των τελεστικών, οπότε:

$$u_i = u_z = u_y = u_o$$



Σχήμα 2.35

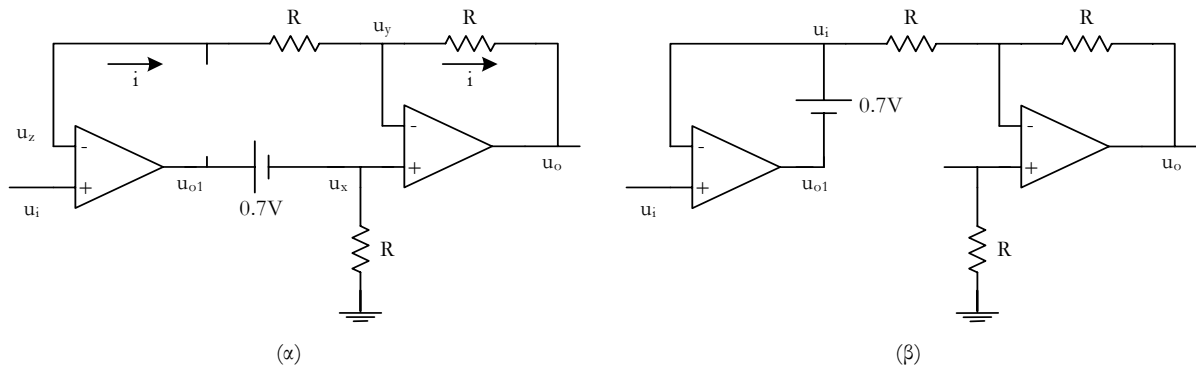


Σχήμα 2.36

B) $u_i < 0$, οι τάσεις στους κόμβους σύνδεσης των διόδων (αν απομακρυνθούν οι δίοδοι) είναι αυτές που φαίνονται στο Σχήμα 2.36(β). Στην περίπτωση αυτή, γίνεται εμφανές πως η D2 είναι ορθά πολωμένη και η D1 ανάστροφα. Το κύκλωμα παίρνει την ισοδύναμη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.37(β). Ο πρώτος τελεστικός λειτουργεί σε συνδεσμολογία απομονωτή

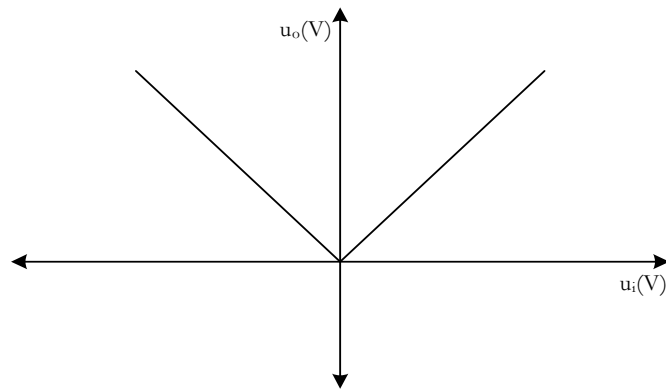
και ο δεύτερος σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία. Εύκολα φαίνεται ότι:

$$u_o = u_i$$



Σχήμα 2.37

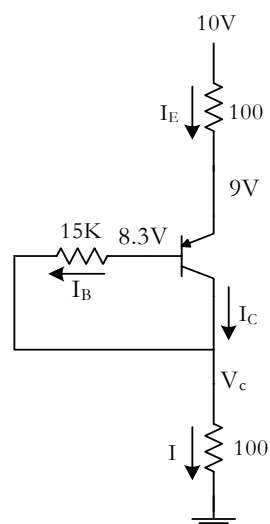
Με βάση τα παραπάνω δεδομένα η χαρακτηριστική μεταφοράς του κυκλώματος σχεδιάζεται όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρείστε ότι το κύκλωμα ανορθώνει σχεδόν μηδενικά σήματα εισόδου κάτι που δεν ισχύει στον απλό ανορθωτή γέφυρας.



Σχήμα 2.38

ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ

ΑΣΚΗΣΗ 3.1. Να υπολογιστεί το κέρδος ρεύματος β του τρανζίστορ όταν η τάση στη βάση του είναι $8.3V$ και στον εκπομπό του $9V$.



Σχήμα 3.1

Αρχικά υποθέτουμε ότι το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή και επιλύουμε το κύκλωμα. Στη συνέχεια, εξετάζουμε στα αποτελέσματα που έχουμε βρει αν υπάρχει κάποιο παράδοξο, εάν υπάρχει η αρχική μας υπόθεση είναι εσφαλμένη. Έτσι, με βάση τους συμβολισμούς των ρευμάτων στο σχήμα ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$I_E = \frac{10 - 9}{100} = 10mA$$

$$I = I_E = 10mA$$

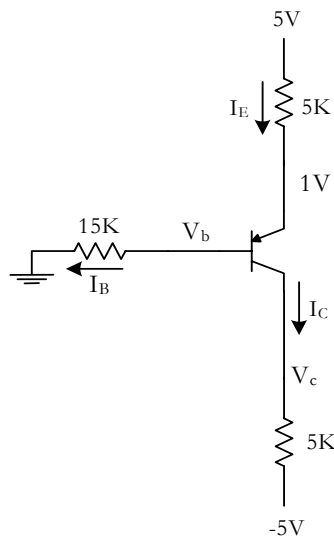
$$V_c = I \cdot 100 = 1V$$

$$I_B = \frac{8.3 - 1}{15K} = 0.48mA$$

$$I_B = \frac{I_E}{\beta + 1} \Leftrightarrow \beta = \frac{I_E}{I_B} - 1 = 19.8$$

Τα ρεύματα που υπολογίσαμε είναι λογικά και η επαφή βάσης-συλλέκτη ανάστροφα πολωμένη, οπότε η αρχική υπόθεση για την περιοχή λειτουργίας είναι ορθή.

ΑΣΚΗΣΗ 3.2. Αν $V_E = 1V$ και $V_{BE} = 0.7V$. Να υπολογιστούν τα DC ρεύματα και οι τάσεις, καθώς και το κέρδος ρεύματος β του τρανζίστορ.



Σχήμα 3.2

Υποθέτοντας ότι το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή λειτουργίας, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$V_b = 1 - 0.7 = 0.3V$$

$$I_B = \frac{0.3V}{15K} = 20\mu A$$

$$I_E = \frac{5 - 1}{5K} = 0.8mA$$

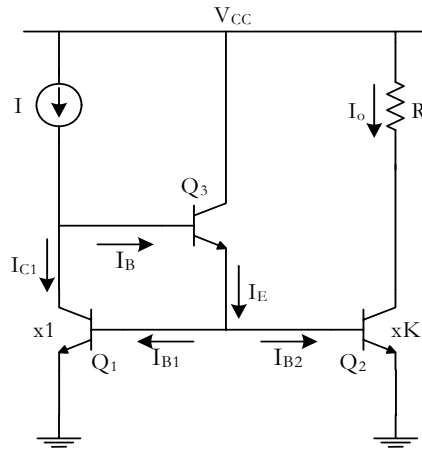
$$\beta = \frac{I_E}{I_B} - 1 = 39$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 39 \cdot 20\mu A = 0.78mA$$

$$V_c = -5 + I_C \cdot 5K = -1.1V$$

Τα αποτελέσματα είναι λογικά και η επαφή βάσης-συλλέκτη ανάστροφα πολωμένη, επομένως το τρανζίστορ βρίσκεται όντως στην ενεργό περιοχή.

ΑΣΚΗΣΗ 3.3. Το παρακάτω κύκλωμα αποτελεί έναν καθρέφτη ρεύματος που δημιουργεί ένα ρεύμα I_o πολλαπλάσιο ενός βασικού ρεύματος I . Να υπολογιστεί το ρεύμα I_o συναρτήσει του ρεύματος I . Θεωρείστε ότι τα τρανζίστορ βρίσκονται στην ενεργό περιοχή, έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά και το κέρδος ρεύματος β . Το Q_2 είναι κ-φορές μεγαλύτερο από το Q_1 . Αγνοήστε το φαινόμενο Early.



Σχήμα 3.3

Σύμφωνα με τους συμβολισμούς των ρευμάτων του σχήματος και λαμβάνοντας υπόψη ότι το Q_2 είναι κ-φορές μεγαλύτερο από το Q_1 , ισχύει ότι:

$$I_{C1} = I_S e^{u_{BE1}/V_T}$$

$$I_o = KI_S e^{u_{BE2}/V_T}$$

$$u_{BE1} = u_{BE2}$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$I_o = K \cdot I_{C1}$$

Εξάλλου ισχύουν τα ακόλουθα:

$$I_{C1} = I - I_B$$

$$\left. \begin{aligned} I_B &= \frac{I_E}{\beta + 1} \\ I_E &= I_{B1} + I_{B2} \\ I_{B1} &= \frac{I_{C1}}{\beta} \\ I_{B2} &= \frac{I_o}{\beta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_E = \frac{I_{C1} + I_o}{\beta} \Rightarrow I_B = \frac{I_o + I_{C1}}{\beta(\beta + 1)}$$

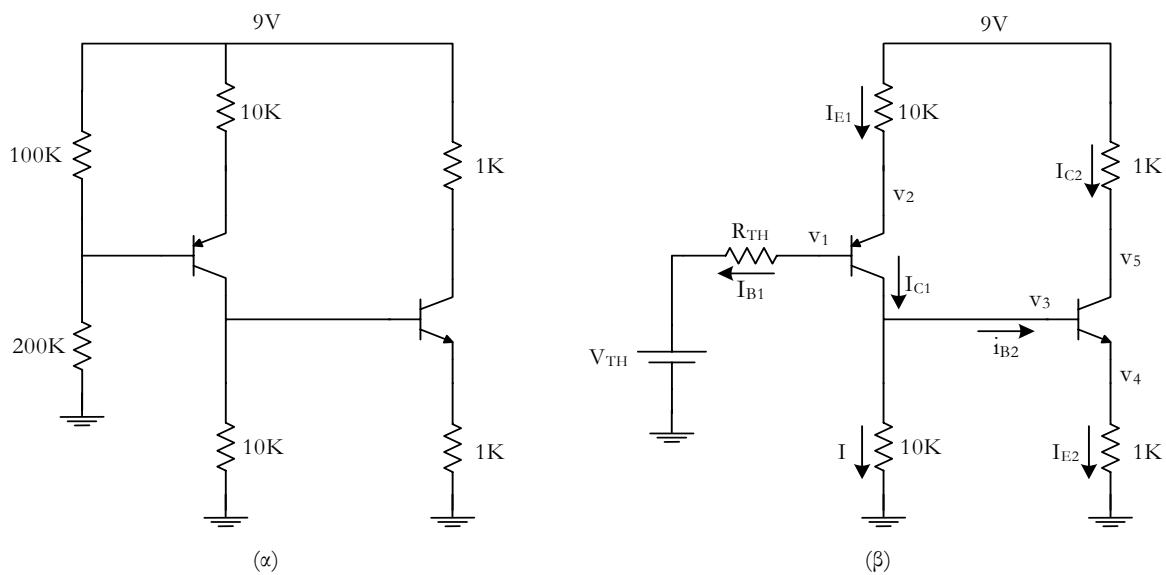
Οπότε:

$$I_{C1} = I - \frac{I_o + I_{C1}}{\beta(\beta + 1)} \Rightarrow \frac{I_o}{K} = I - \frac{I_o + \frac{I_o}{K}}{\beta(\beta + 1)} \Leftrightarrow$$

$$I_o = KI \cdot \frac{1}{1 + \frac{K + 1}{\beta(\beta + 1)}}$$

Παρατηρείστε ότι για $K + I \ll \beta(\beta + 1)$, $I_o = KI$.

ΑΣΚΗΣΗ 3.4. Να υπολογιστούν οι DC τάσεις και τα ρεύματα του παρακάτω κυκλώματος. Θεωρείστε ότι $V_{BE} = 0.7V$ και $\beta = 99$ για τα δυο τρανζίστορ.



Σχήμα 3.4

Αρχικά υποθέτουμε ότι και τα δυο τρανζίστορ βρίσκονται στην ενεργό περιοχή. Η ανάλυση του κυκλώματος μπορεί να απλοποιηθεί αν υπολογίσουμε το ισοδύναμο Thevenin όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.4(β), για το οποίο ισχύει:

$$V_{TH} = \frac{200}{100 + 200} 9 = 6V$$

$$R_{TH} = \frac{100 \cdot 200}{100 + 200} = 66.67K$$

Ισχύει εξάλλου ότι:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = v_1 + 0.7 \\ v_1 = V_{TH} + I_{B1} R_{TH} \end{array} \right\} \Rightarrow v_2 = 6.7 + I_{B1} R_{TH}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{E1} = (\beta + 1) I_{B1} \\ v_2 = 9 - I_{E1} 10K \end{array} \right\} \Rightarrow v_2 = 9 - (\beta + 1) I_{B1} 10K$$

οπότε:

$$9 - (\beta + 1) I_{B1} 10K = 6.7 + I_{B1} R_{TH} \Leftrightarrow I_{B1} = \frac{2.3}{66.67K + 1000K} = 2.1\mu A$$

$$I_{C1} = 99 \cdot 2.1\mu A = 207.9\mu A$$

$$I_{E1} = 100 \cdot 2.1\mu A = 210\mu A$$

$$v_2 = 9 - 0.21mA \cdot 10K = 6.9V$$

$$v_1 = 6.9 - 0.7 = 6.2V$$

Για το ηρη τρανζίστορ έχουμε:

$$v_3 = I \cdot 10K$$

$$v_3 = v_4 + 0.7 = I_{E2} \cdot 1K + 0.7 = (\beta + 1) I_{B2} \cdot 1K + 0.7 = I_{B2} \cdot 100K + 0.7$$

$$I = I_{C1} - I_{B2}$$

Συνδυάζοντας τις τελευταίες σχέσεις παίρνουμε:

$$I_{B2} = \frac{I_{C1} \cdot 10K - 0.7}{110K} = 12.5\mu A$$

και

$$I_{E2} = (\beta + 1) I_{B2} = 1.25mA$$

$$I_{C2} = \beta I_{B2} = 1.24mA$$

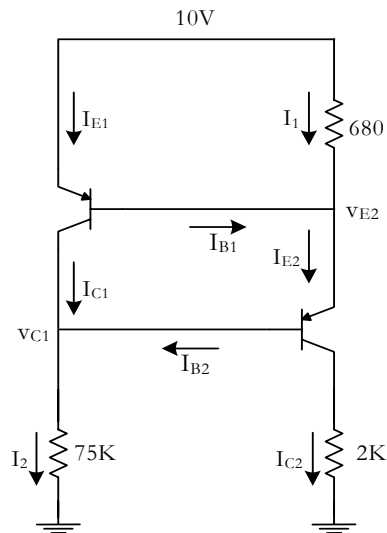
$$v_4 = I_{E2} \cdot 1K = 1.25V$$

$$v_3 = v_4 + 0.7 = 1.95V$$

$$v_5 = 9 - I_{C2} \cdot 1K = 7.76V$$

Όλα τα αποτελέσματα είναι λογικά, άρα η αρχική υπόθεση ισχύει, και τα δυο τρανζίστορ βρίσκονται στην ενεργό περιοχή λειτουργίας.

ΑΣΚΗΣΗ 3.5. Υπολογίστε τα DC ρεύματα και τις τάσεις στο παρακάτω κύκλωμα. Δίνεται ότι $V_{BE}=0.7V$ και $\beta=100$.



Σχήμα 3.5

Υποθέτουμε ότι τα δυο τρανζίστορ βρίσκονται στην ενεργό περιοχή. Σύμφωνα με τους συμβολισμούς των ρευμάτων έχουμε:

$$v_{E2} = 10 - 0.7 = 9.3V$$

$$v_{C1} = v_{E2} - 0.7 = 8.6V$$

$$I_2 = \frac{8.6}{75K} = 114\mu A$$

$$I_1 = \frac{10 - 9.3}{680} = 1.02mA$$

$$\left. \begin{aligned} I_{E2} &= I_{B1} + I_1 \Rightarrow I_{E2} = \frac{I_{C1}}{\beta} + I_1 \\ I_2 &= I_{C1} + I_{B2} \Rightarrow I_2 = I_{C1} + \frac{I_{E2}}{\beta + 1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{C1} = \frac{I_2 - \frac{I_1}{\beta + 1}}{1 + \frac{1}{\beta(\beta + 1)}} = 104\mu A$$

$$I_{E2} = 1.02mA$$

$$I_{C2} = \frac{\beta}{\beta+1} \cdot 1.02mA = 1mA$$

$$I_{E1} = \frac{\beta+1}{\beta} \cdot I_{C1} = 105\mu A$$

ΑΣΚΗΣΗ 3.6. Υπολογίστε το κέρδος τάσης u_o/u_i του παρακάτω ενισχυτικού σταδίου χρησιμοποιώντας τα κυκλωματικά μοντέλα ασθενούς σήματος π και T . Δίνονται: $\beta=99$, $V_{BE}=0.7V$, $V_T=25mV$, το φαινόμενο Early είναι αμελητέο.

DC ανάλυση

Αρχικά υπολογίζουμε τα DC μεγέθη του κυκλώματος, ορισμένα από τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια στο μοντέλο ασθενούς σήματος. Στο Σχήμα 3.7 φαίνεται το DC ισοδύναμο του κυκλώματος για το οποίο, υποθέτοντας πως το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$I_E = 1mA$$

$$I_B = \frac{I_E}{\beta+1} = \frac{1mA}{100} = 10\mu A$$

$$I_C = \frac{\beta}{\beta+1} I_E = \frac{1mA}{100} = 0.99mA$$

$$V_C = 5 - I_C 2K = 3.02V$$

Η επαφή βάσης-συλλέκτη είναι ανάστροφα πολωμένη και τα ρεύματα λογικά, άρα το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή.

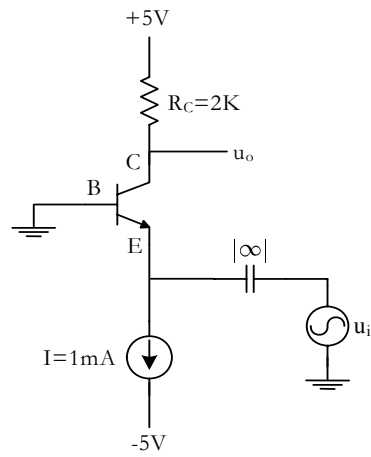
AC ανάλυση

Με τη βοήθεια των DC ρευμάτων υπολογίζουμε τα ακόλουθα μεγέθη των κυκλωματικών μοντέλων ασθενούς σήματος:

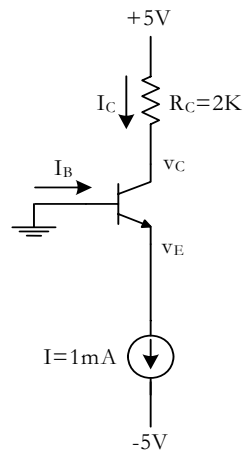
$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0.99mA}{25mV} = 39.6mA/V$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 2.5K\Omega$$

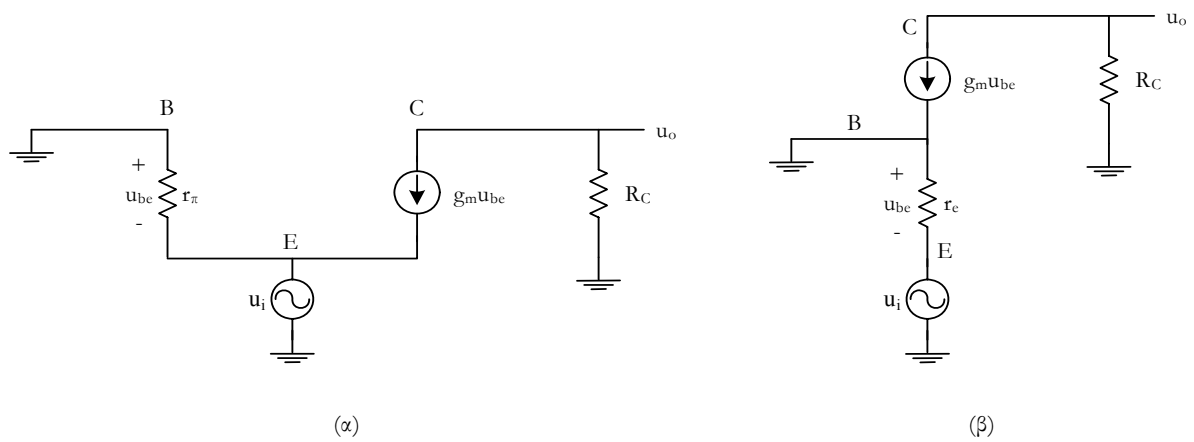
$$r_e = \frac{V_T}{I_E} = 25\Omega$$



Σχήμα 3.6



Σχήμα 3.7



Σχήμα 3.8

Στο Σχήμα 3.8(α) παρουσιάζεται το μοντέλο ασθενούς σήματος του κυκλώματος βασισμένο στο υβριδικό-π¹. Ισχύει ότι:

$$\left. \begin{aligned} u_o &= -R_C \cdot g_m \cdot u_{be} \\ u_{be} &= -u_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = R_C \cdot g_m = 79.2$$

Το κυκλωματικό μοντέλο που βασίζεται στο ισοδύναμο-T φαίνεται στο Σχήμα 3.8(β). Εύκολα φαίνεται ότι και πάλι έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} u_o &= -R_C \cdot g_m \cdot u_{be} \\ u_{be} &= -u_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = R_C \cdot g_m = 79.2$$

ΑΣΚΗΣΗ 3.7. Υπολογίστε το κέρδος τάσης u_o/u_i του παρακάτω κυκλώματος. Δίνεται ότι $V_{BE}=0.7V$, $V_T=25mV$ και $\beta=50$. Αγνοήστε το φαινόμενο Early.

DC ανάλυση

Το DC ισοδύναμο του κυκλώματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.10(α). Υποθέτοντας πως το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή προκύπτουν οι ακόλουθες ποσότητες:

$$I_E = 0.2mA$$

$$I_C = \frac{\beta}{\beta+1} I_E = \frac{50}{51} 0.2mA = 0.196mA$$

$$I_B = \frac{I_E}{\beta+1} = \frac{0.2mA}{51} = 3.92\mu A$$

$$V_B = 0 - I_B R_B = -0.0392V$$

$$V_E = V_B - 0.7 = -0.739V$$

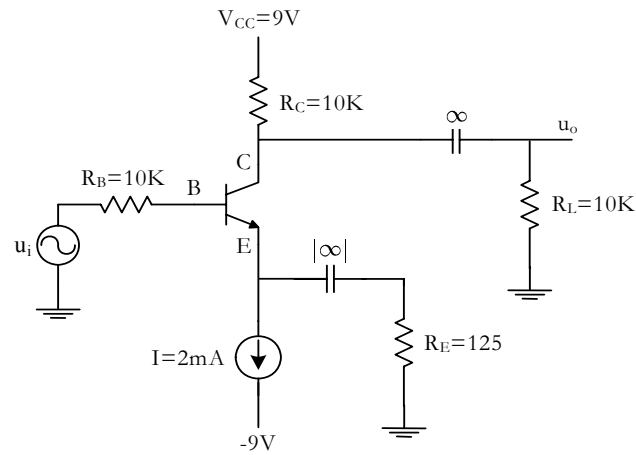
$$V_C = 9 - I_C R_C = 7.04V$$

Παρατηρείστε ότι τα ρεύματα που υπολογίσαμε είναι λογικά και πως η επαφή βάσης-συλλέκτη είναι ανάστροφα πολωμένη, επομένως, η αρχική υπόθεση που κάναμε για την περιοχή λειτουργίας του τρανζίστορ είναι σωστή.

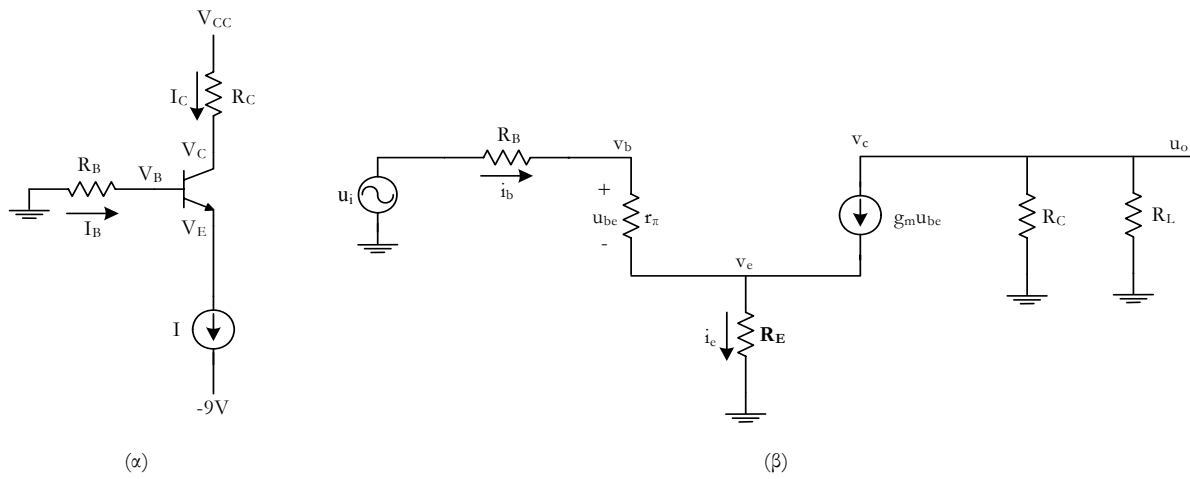
AC ανάλυση

Με τη βοήθεια των DC ρευμάτων υπολογίζουμε τα παρακάτω μεγέθη ασθενούς σήματος:

¹ Θυμηθείτε ότι κατά την AC ανάλυση οι ανεξάρτητες πηγές τάσης βραχυκυκλώνονται και οι πηγές ρεύματος ανοιχτοκυκλώνονται.



Σχήμα 3.9



Σχήμα 3.10

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0.196mA}{25mV} = 7.8mA/V$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 6.4K\Omega$$

Στο Σχήμα 3.10(β) παρουσιάζεται το κυκλωματικό μοντέλο ασθενούς σήματος. Με βάση τους συμβολισμούς των ρευμάτων εξάγονται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$i_e = g_m u_{be} + i_b$$

$$i_b = \frac{u_{be}}{r_\pi}$$

$$u_{be} = u_i - i_b R_B - i_e R_E$$

Συνδυάζοντας τις προηγούμενες σχέσεις παίρνουμε:

$$u_{be} = \frac{u_i}{1 + \frac{R_B + (\beta + 1)R_E}{r_\pi}}$$

εξάλλου:

$$u_o = -(RC // RL) \cdot g_m u_{be}$$

ή

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{(RC // RL) \cdot g_m}{1 + \frac{R_B + (\beta + 1)R_E}{r_\pi}} = -\frac{(RC // RL)}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_B}{\beta} + \frac{(\beta + 1)}{\beta} R_E} \cong -11$$

ΑΣΚΗΣΗ 3.8. Υπολογίστε το κέρδος τάσης u_o/u_i . Δίνεται: $V_{BE}=0.7V$, $V_T=25mV$ και $\beta=100$. Αγνοήστε το φαινόμενο Early.

DC ανάλυση

Στο Σχήμα 3.12(α) παρουσιάζεται το DC ισοδύναμο του κυκλώματος. Υποθέτοντας ότι το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή μπορούμε να εξάγουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

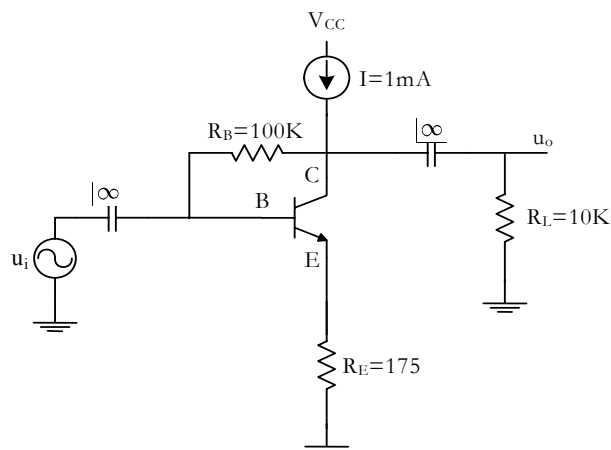
$$I_C + I_B = 1mA \Leftrightarrow \beta I_B + I_B = 1mA \Leftrightarrow I_B = 10\mu A$$

$$I_E = 1mA$$

$$I_C = 0.99mA$$

$$V_E = I_E R_E = 0.175V$$

$$V_B = 0.7 + V_E = 0.875V$$



Σχήμα 3.11

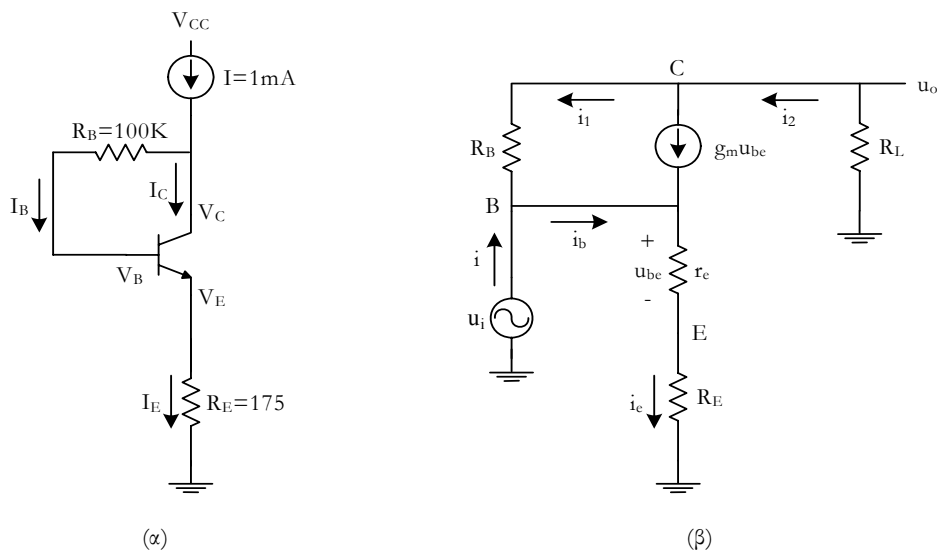
$$V_C = V_B + I_B R_B = 1.875V$$

AC ανάλυση

Με βάση τα αποτελέσματα της DC ανάλυσης, η διαγωγιμότητα και η αντίσταση μικρού σήματος του εκπομπού είναι:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0.99mA}{25mV} = 39.6mA/V$$

$$r_e = \frac{V_T}{I_E} = 25\Omega$$



Σχήμα 3.12

Στο Σχήμα 3.12(β) παρουσιάζεται το μοντέλο ασθενούς σήματος που βασίζεται στο κυκλωματικό ισοδύναμο-T. Με βάση τους συμβολισμούς των ρευμάτων ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

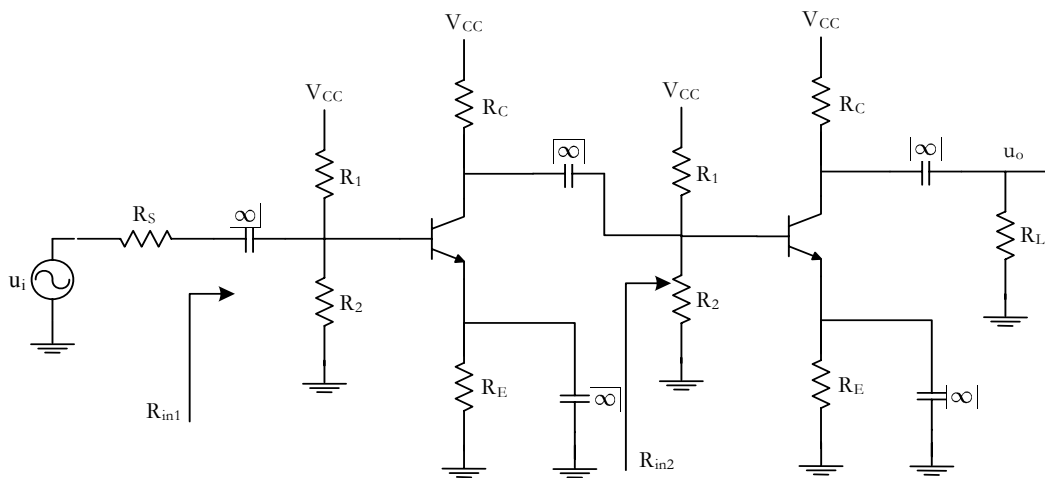
$$\left. \begin{aligned} u_o &= -i_2 R_L \\ i_2 &= g_m u_{be} + i_1 \\ i_1 &= \frac{u_o - u_i}{R_B} \\ u_{be} &= i_e r_e \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_o = -(g_m i_e r_e + \frac{u_o - u_i}{R_B}) R_L$$

$$u_i - u_{be} - i_e R_E = 0 \Rightarrow i_e = \frac{u_i}{r_e + R_E}$$

Συνδυάζοντας τις τελευταίες σχέσεις παίρνουμε το κέρδος τάσης του κυκλώματος:

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{R_B R_L}{R_B + R_L} \left(\frac{1}{R_B} - \frac{g_m}{1 + \frac{R_E}{r_e}} \right) = -44.4$$

ΑΣΚΗΣΗ 3.9. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται τα εξής: $V_{CC}=15V$, $R_1=100K$, $R_2=47K$, $R_E=3.9K$, $R_C=6.8K$, $\beta=100$, $R_L=2K$, $V_T=25mV$ και $V_{BE}=0.7V$. Ποια είναι τα DC ρεύματα και οι τάσεις, ποιο το κέρδος τάσης u_o/u_i και ποιες οι αντιστάσεις εισόδου του κάθε σταδίου. Αγνοήστε το φαινόμενο Early.



Σχήμα 3.13

DC ανάλυση

Το DC ισοδύναμο του κυκλώματος απεικονίζεται στο Σχήμα 3.14(α). Όπως φαίνεται, η πόλωση του ενός σταδίου δεν επηρεάζεται από την πόλωση του άλλου. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς τα δυο στάδια είναι συζευγμένα AC (AC coupled). Παρατηρείστε ότι τα δυο στάδια έχουν ακριβώς την ίδια πόλωση. Η ανάλυση μπορεί να απλοποιηθεί με τη χρήση του ισοδύναμου Thevenin, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.14(β). Έτσι, έχουμε:

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 4.79V$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cong 32K$$

$$V_{TH} - I_B R_{TH} - 0.7 - I_E R_E = 0 \Rightarrow I_E = \frac{V_{TH} - 0.7}{\frac{R_{TH}}{\beta + 1} + R_E} = 0.97mA$$

$$I_B = I_E / (\beta + 1) = 9.6 \mu A$$

$$I_C = I_E - I_B = 0.96 mA$$

$$V_E = I_E R_E = 3.783 V$$

$$V_B = V_E + 0.7 = 4.48 V$$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_C = 8.47 V$$

AC ανάλυση

Η διαγωγιμότητα και η αντίσταση βάσης μικρού σήματος των τρανζίστορ είναι:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0.96 mA}{25 mV} = 38.4 mA/V$$

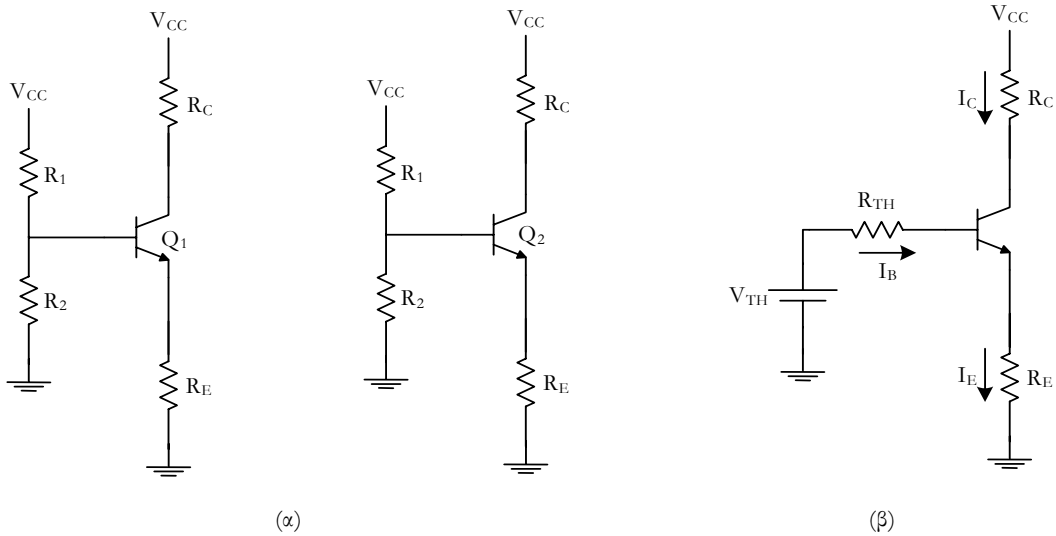
$$r_\pi = \frac{V_T}{I_B} = 2.6 K$$

Χρησιμοποιώντας το υβριδικό-π για τα τρανζίστορ εξάγουμε το κυκλωματικό μοντέλο ασθενούς σήματος που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.15. Από αυτό φαίνεται εύκολα ότι:

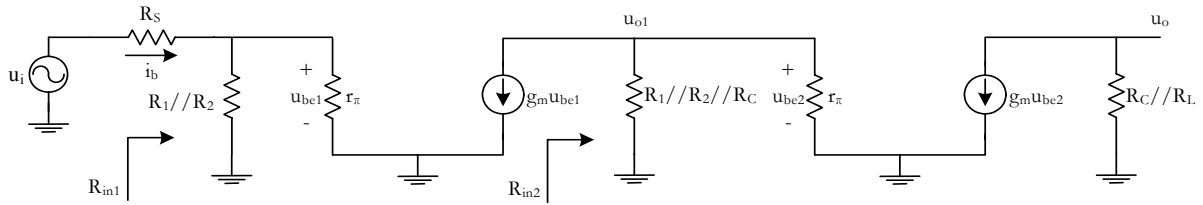
$$R_{in1} = r_\pi // R_1 // R_2$$

$$R_{in2} = r_\pi // R_1 // R_2 // R_C$$

$$\left. \begin{aligned} u_{o1} &= -R_{in2} g_m u_{be1} \\ u_{be1} &= \frac{R_{in1}}{R_S + R_{in1}} u_i \\ u_o &= -g_m u_{o1} (R_C // R_L) \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_{o1} = -\frac{R_{in1} R_{in2}}{R_S + R_{in1}} g_m u_i \left\} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = \frac{R_{in1} R_{in2}}{R_S + R_{in1}} \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} g_m^2$$



Σχήμα 3.14

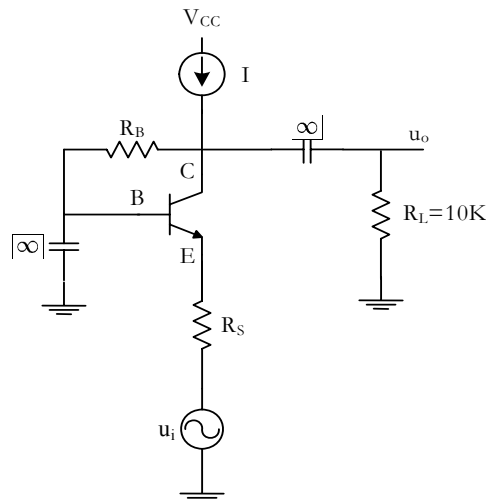


Σχήμα 3.15

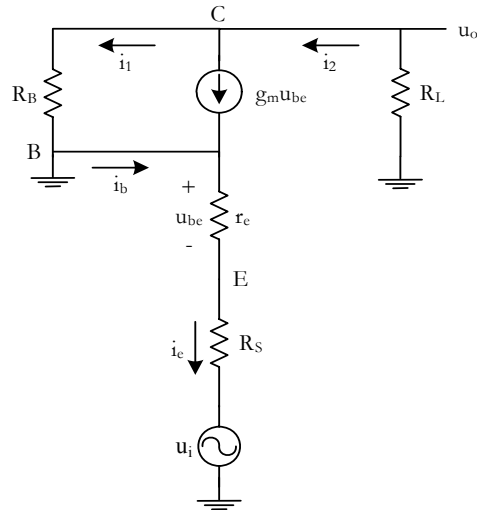
ΑΣΚΗΣΗ 3.10. Θεωρείστε ότι το τρανζίστορ βρίσκεται στην ενεργό περιοχή και ότι το φαινόμενο Early είναι αμελητέο. Ποιο είναι το AC κέρδος τάσης u_o/u_i ; Δίνεται ότι $\beta \rightarrow \infty$.

Στο Σχήμα 3.17 παρουσιάζεται το κυκλωματικό ισοδύναμο ασθενούς σήματος το οποίο έχει βασιστεί στο μοντέλο T. Σύμφωνα με την εκφώνηση το κέρδος ρεύματος του τρανζίστορ είναι άπειρο γεγονός που συνεπάγεται ότι το ρεύμα βάσης είναι μηδενικό, οπότε ισχύει ότι:

$$\left. \begin{aligned} i_e &= g_m u_{be} = -\frac{u_i}{r_e + R_S} \\ u_o &= -(g_m u_{be} + i_1)R_L = -g_m u_{be}R_L - \frac{u_o}{R_B}R_L \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = \frac{R_B R_L}{R_B + R_L} \cdot \frac{1}{r_e + R_S}$$



Σχήμα 3.16



Σχήμα 3.17

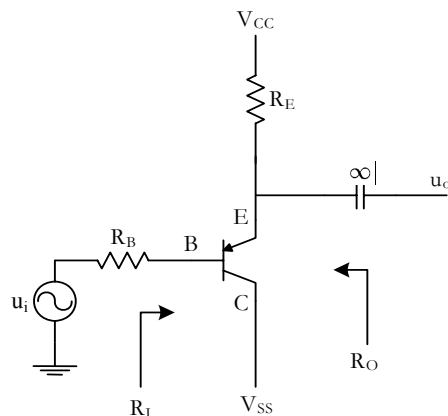
ΑΣΚΗΣΗ 3.11. Υπολογίστε το κέρδος τάσης u_o/u_i , καθώς και την αντίσταση εισόδου και εξόδου του παρακάτω κυκλώματος. Αν στην έξοδο συνδεθεί φορτίο R_L , πως μεταβάλλεται το κέρδος; Το τρανζίστορ λειτουργεί στην ενεργό περιοχή και το φαινόμενο Early είναι αμελητέο.

Σύμφωνα με τον συμβολισμό του κυκλωματικού μοντέλου ασθενούς σήματος ισχύουν τα ακόλουθα:

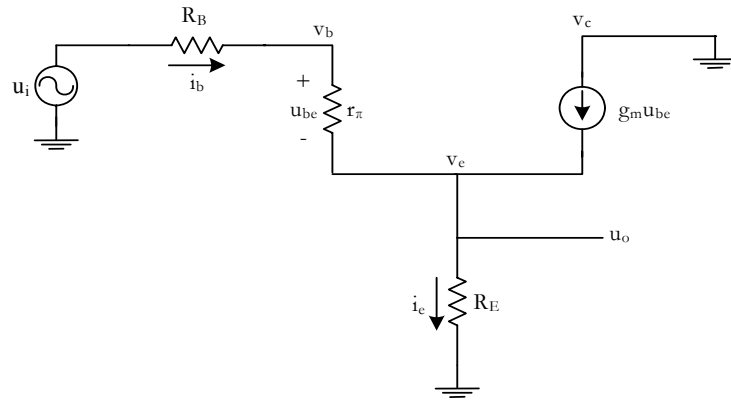
$$u_o = i_e R_E = (\beta + 1) i_b \Rightarrow i_b = u_o / (\beta + 1) R_E$$

$$u_{be} = i_b r_\pi$$

$$u_i - i_b R_B - u_{be} - u_o = 0$$



Σχήμα 3.18



Σχήμα 3.19

Η αντικατάσταση των δυο πρώτων σχέσεων στην τελευταία δίνει το κέρδος τάσης:

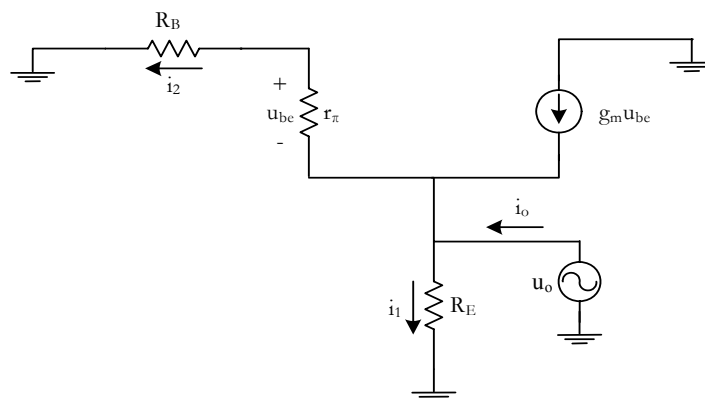
$$K = \frac{u_o}{u_i} = \frac{1}{1 + \frac{r_\pi + R_B}{(\beta + 1)R_E}}$$

Η αντίσταση εισόδου του κυκλώματος είναι ίση με:

$$R_i = \frac{u_i}{i_b} = \frac{u_i}{\frac{u_o}{(\beta + 1)R_E}} = \frac{u_i}{\frac{u_i}{1 + \frac{r_\pi + R_B}{(\beta + 1)R_E}}} = r_\pi + R_B + (\beta + 1)R_E$$

Για να υπολογίσουμε την αντίσταση εξόδου βραχυκυκλώνουμε την πηγή εισόδου και εφαρμόζουμε μια πηγή τάσης στην έξοδο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.20. Η αντίσταση εξόδου ισούται με:

$$R_o = \frac{u_o}{i_o}$$



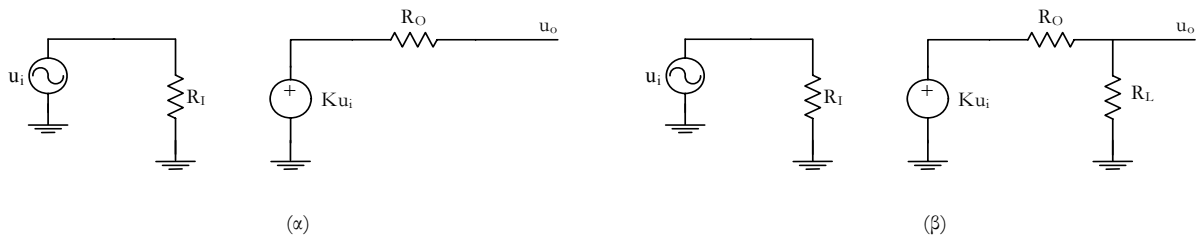
Σχήμα 3.20

Εξάλλου ισχύει ότι:

$$\left. \begin{aligned} i_o + g_m u_{be} &= i_1 + i_2 \\ i_1 &= \frac{u_o}{R_E} \\ i_2 &= \frac{u_o}{r_\pi + R_B} \\ u_{be} &= -\frac{r_\pi}{r_\pi + R_B} u_o \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_o}{i_o} = \frac{R_E (r_\pi + R_B)}{r_\pi + R_B + \beta}$$

Κάνοντας χρήση της αντίστασης εισόδου και εξόδου καθώς και του κέρδους τάσης που υπολογίσαμε μπορούμε να αναπαραστήσουμε το κύκλωμα με το απλοποιημένο κυκλωματικό μοντέλο που φαίνεται στο Σχήμα 3.21(α). Το τελευταίο απλοποιεί τον υπολογισμό του κέρδους στην περίπτωση σύνδεσης φορτίου R_L στην έξοδο. Έτσι, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.21(β) το κέρδος τάσης δίνεται από τη σχέση:

$$u_o = \frac{R_L}{R_L + R_O} \cdot \frac{1}{1 + \frac{r_\pi + R_B}{(\beta + 1)R_E}} \cdot u_i$$



Σχήμα 3.21

ΑΣΚΗΣΗ 3.12. Υπολογίστε το DC ρεύμα βάσης και το AC κέρδος u_o/u_i του παρακάτω κυκλώματος. Γνωστά είναι τα β και V_{BE} . Το φαινόμενο Early είναι αμελητέο.

DC ανάλυση

Το DC ισοδύναμο φαίνεται στο Σχήμα 3.23(α) και παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 3.23(β) με την εφαρμογή του ισοδύναμου Thevenin. Η ανάλυση του κυκλώματος δίνει:

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

$$R_{TH} = R_B + R_1 // R_2$$

$$V_{TH} - I_B R_{TH} - V_{BE} - I_E R_E = 0 \Rightarrow I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + (\beta + 1)R_E}$$

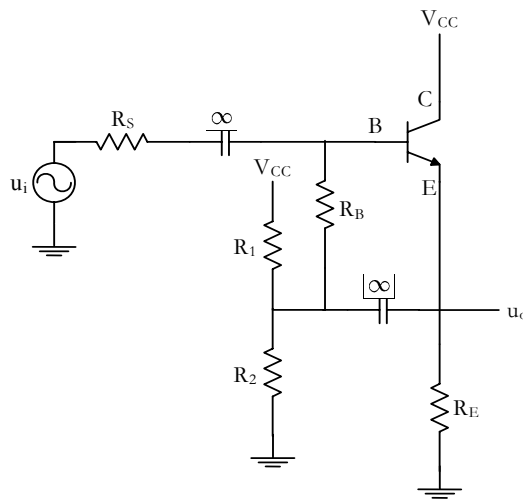
AC ανάλυση

Το AC ισοδύναμο του κυκλώματος, βασισμένο στο υβριδικό-π, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Από αυτό προκύπτει ότι:

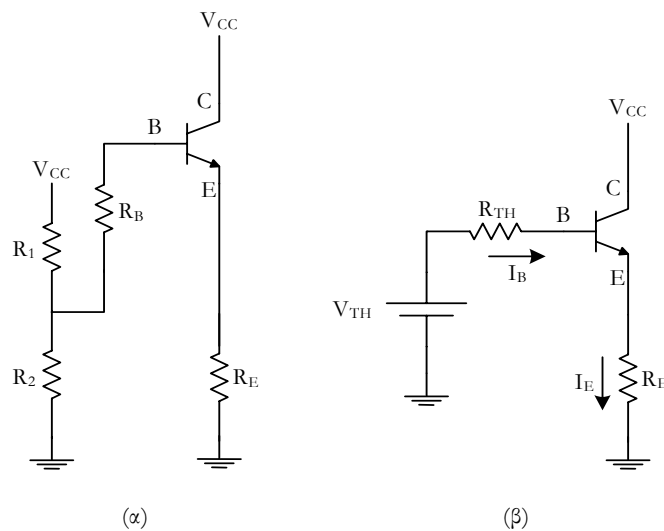
$$u_o = i_e (R_E // R_1 // R_2) = (\beta + 1) i_b (R_E // R_1 // R_2)$$

Επίσης:

$$u_i - i_b (R_S + r_\pi // R_B) - u_o = 0 \Rightarrow i_b = \frac{u_i - u_o}{R_S + r_\pi // R_B}$$



Σχήμα 3.22



Σχήμα 3.23

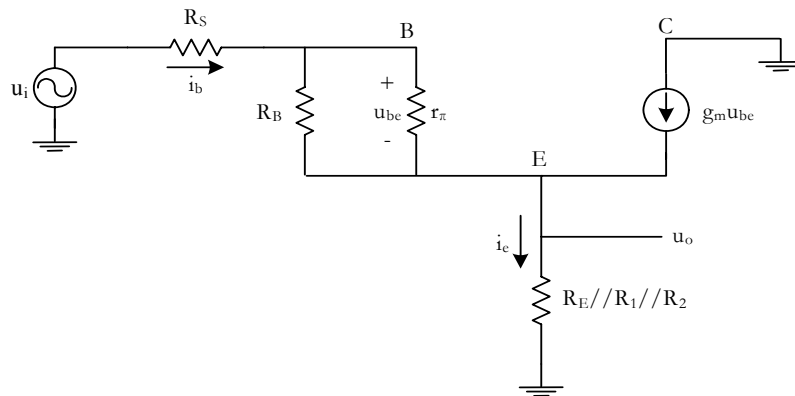
Οπότε:

$$u_o = (\beta + 1) \frac{(R_E // R_1 // R_2)}{R_S + r_\pi // R_B} (u_i - u_o) = N(u_i - u_o) \Rightarrow$$

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{N}}$$

Όπου:

$$N = (\beta + 1) \frac{(R_E // R_1 // R_2)}{R_S + r_\pi // R_B}$$



Σχήμα 3.24

ΑΣΚΗΣΗ 3.13. Να υπολογιστούν τα DC ρεύματα και οι τάσεις καθώς και το AC κέρδος του παρακάτω κυκλώματος. Γνωστά είναι τα εξής μεγέθη: β , V_{BE} και η τάση Early V_A . Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός.

DC ανάλυση

Το DC ισοδύναμο φαίνεται στο Σχήμα 3.25. Παρατηρείστε ότι λόγω του κατ' ουσίαν βραχυκυκλώματος στην είσοδο του τελεστικού, το δυναμικό στο συλλέκτη του τρανζίστορ ισούται με V_b . Ισχύουν επίσης τα ακόλουθα:

$$I_E = I$$

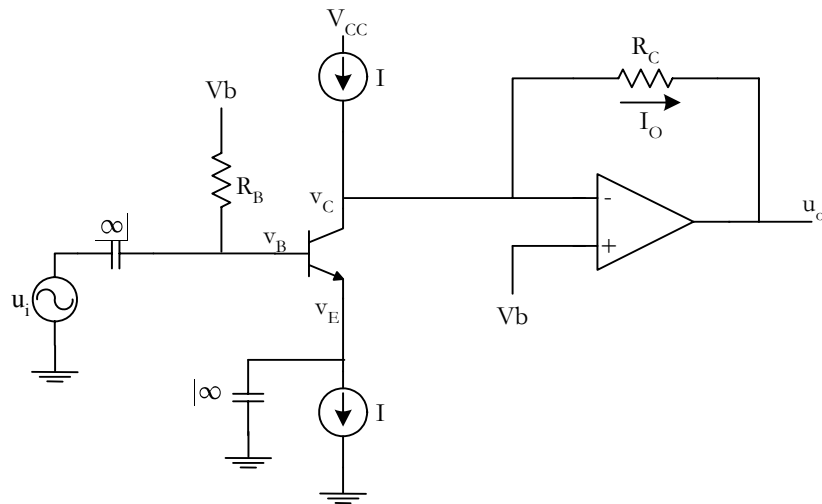
$$I_B = \frac{I_E}{\beta + 1}$$

$$v_B = V_b - I_B R_B$$

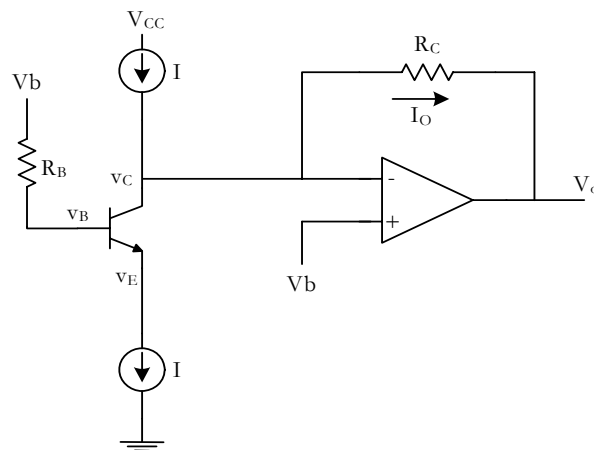
$$I_c = \frac{\beta}{\beta + 1} I$$

$$I_o = I - I_c = \frac{I}{\beta + 1}$$

$$V_o = V_{CC} - I_o R_C = V_{CC} - \frac{I R_C}{\beta + 1}$$



Σχήμα 3.25



Σχήμα 3.26

AC ανάλυση

Το AC ισοδύναμο του κυκλώματος, βασισμένο στο υβριδικό-π, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρείστε την ύπαρξη της αντίστασης εξόδου r_o του τρανζίστορ που οφείλεται

στην πεπερασμένη τάση Early. Οι τιμές των στοιχείων του υβριδικού-π υπολογίζονται κατά τα γνωστά από τις ακόλουθες σχέσεις:

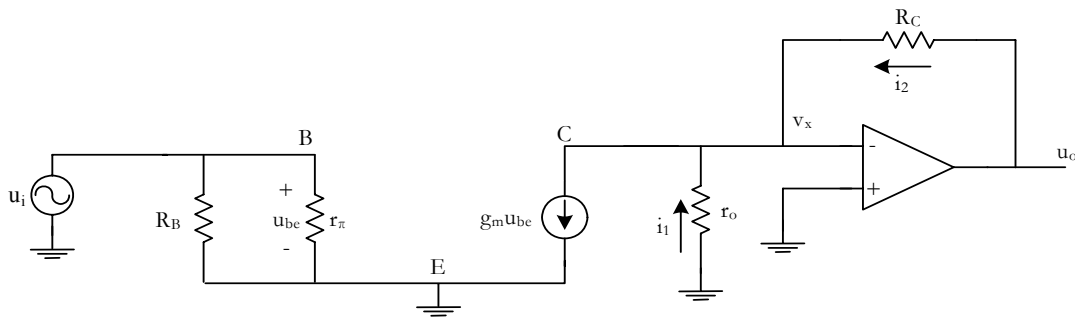
$$g_m = \frac{I_C}{V_T}$$

$$r_\pi = \frac{V_T}{I_B}$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C}$$

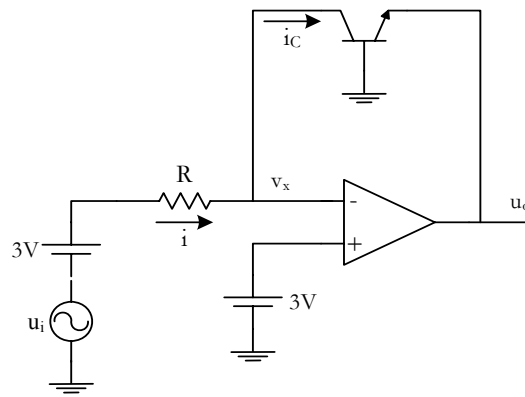
Σύμφωνα με τους συμβολισμούς του σχήματος, ισχύει ότι:

$$\left. \begin{array}{l} u_o = i_2 R_C \\ v_x = 0 \\ i_1 = 0 \\ i_2 = g_m u_{be} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = g_m R_C$$



Σχήμα 3.27

ΑΣΚΗΣΗ 3.14. Το παρακάτω κύκλωμα υλοποιεί το λογάριθμο της τάσης εισόδου. Να υπολογιστεί η τάση εξόδου όταν ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός. Αγνοήστε το φαινόμενο Early.



Σχήμα 3.28

Εφόσον ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός ισχύει το κατ' ουσίαν βραχυκύκλωμα στις εισόδους του και επομένως:

$$v_x = 3V$$

Στις εισόδους του τελεστικού δεν εισέρχεται ρεύμα, έτσι:

$$i = \frac{u_i + 3 - 3}{R} = \frac{u_i}{R} = i_C$$

Εξάλλου ισχύει ότι:

$$u_o = 0 - V_{BE} = -V_{BE}$$

$$i_C = I_S e^{V_{BE}/V_T} \Rightarrow \frac{u_i}{R} = I_S e^{-u_o/V_T} \Leftrightarrow u_o = -V_T \ln\left(\frac{u_i}{R \cdot I_S}\right) = ct - V_T \ln(u_i)$$