ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

Σήματα και Συστήματα - Εργασία Matlab (2021-22)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Στόχος της εργασίας είναι η εμπέδωση σημαντικών εννοιών του μαθήματος αλλά και γενικότερα η πρακτική εξοικείωση με εφαρμογές του μαθήματος 'Σήματα και Συστήματα' μέσω του υπολογιστικού περιβάλλοντος **Matlab**.
- Η εργασία είναι **ατομική**.
- Τρόπος παράδοσης: **Ηλεκτρονική υποβολή** μέσω της ιστοσελίδας του μαθήματος η οποία είναι διαθέσιμη στο https://helios.ntua.gr/.
- Παραδοτέα: Θα πρέπει να υποβληθεί **ένα αρχείο zip** το οποίο να περιλαμβάνει **όλα** τα ακόλουθα αρχεία:

  1. Ένα αρχείο .m που να περιέχει τον **κώδικα** Matlab που γράψατε. Το αρχείο να ονομαστεί `program.m`. Επίσης, σε ξεχωριστό αρχείο, την συνάρτηση που σας ζητάμε να υλοποιήσετε στο Ερώτημα 3α), η οποία θα ονομαστεί resonator.m, την οποία θα καλείτε από το program.m. Συμπεριλάβετε επεξηγηματικά σχόλια στον κώδικα όπου θεωρείτε απαραίτητο.
  2. **Αναφορά** σε pdf (μη χρησιμοποιήσετε άλλα formats όπως .doc, .docx, κτλ) η οποία να ονομαστεί `report.pdf`. Παρακαλώ **μην αποστείλετε χειρόγραφη** και κατόπιν **σαρωμένη** (scanned) αναφορά γιατί θα είναι δύσκολη η βαθμολόγησή της.
  3. Ένα αρχείο .txt με τα **προσωπικά στοιχεία** σας καταχωρημένα σε 3 γραμμές: η πρώτη γραμμή να περιλαμβάνει τον αριθμό μητρώου (AM) σας, η δεύτερη και τρίτη γραμμή να περιλαμβάνουν το επώνυμο και το όνομα σας, αντίστοιχα, γραμμένα με ελληνικούς κεφαλαίους χαρακτήρες (ή με λατινικούς κεφαλαίους χαρακτήρες σε περίπτωση αλλοδαπών ονοματεπωνυμικών στοιχείων). Τα στοιχεία πρέπει να ταυτίζονται με τα στοιχεία σας που είναι καταχωρημένα στη γραμματεία της Σχολής, π.χ., τρόπος γραφής, ορθογραφία ονόματος και επωνύμου. Το αρχείο να ονομαστεί `info.txt`.

4. Ένα αρχείο .wav που να περιέχει το καταγεγραμένο **σήμα** του ερωτήματος 1α) (βλ. μέρος 2.2 της εκφώνησης παρακάτω). Το αρχείο να ονομαστεί `"myname".wav`, όπου το "myname" θα είναι το όνομα σας.

Βεβαιωθείτε πως το ονομάτεπώνυμο και το ΑΜ σας περιλαμβάνονται τόσο στον κώδικα Matlab (εντός σχολίων), όσο και στην αναφορά. Το όνομα του αρχείου .zip που θα υποβάλετε πρέπει να ταυτίζεται με το ΑΜ σας, π.χ., `12345.zip`. Υπενθυμίζεται πως η τήρηση **όλων** των ανωτέρω χαρακτηριστικών των παραδοτέων είναι άκρως **απαραίτητη** για τη διεξαγωγή της βαθμολόγησης.

- Ημερομηνία παράδοσης: Δευτέρα 31/01/2022. Συνιστάται να υλοποιηθεί ένα σημαντικό μέρος της εργασίας έως τις αρχές Ιανουαρίου όπου και θα λάβει μέρος το 2ο μέρος της παρουσίασης του Matlab project.

- Σημείωση: Για ερωτήσεις επικοινωνήστε με την Νάνσυ Ζλατίντση (nzlat@cs.ntua.gr) και με τη Νίκη Ευθυμίου (nefthymiou@central.ntua.gr).

---

1 Ανάλυση Σήματος Φωνής στα Πεδία Χρόνου και Συχνότητας

Στο πρώτο μέρος αυτής της άσκησης, θα αναλύσουμε, με χρήση του Matlab, σήματα φωνής (που θα τα ηχογραφήσετε οι ίδιοι) τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας.

α) Καταγράψτε ένα αρχείο ήχου με το μικρό όνομά σας, με ρυθμό δειγματοληψίας 8000 Hz. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για παράδειγμα τις εντολές **audiorecorder()**, **recordblocking()**, και **getaudiodata()** στο περιβάλλον Matlab σε συνδυασμό με το μικρόφωνο του υπολογιστή σας. Εναλλακτικά, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιοδήποτε άλλο πρόγραμμα για την καταγραφή (και υποδειγματοληψία στα 8000 Hz, π.χ., το πρόγραμμα Audacity). Στη συνέχεια να εισάγετε το καταγεγραμμένο αρχείο ήχου στο Matlab χρησιμοποιώντας την εντολή **audioread()**. Προσπαθήστε το αρχείο ήχου να μην έχει διάρκεια πάνω από 2-3 sec, ώστε τα επόμενα βήματα επεξεργασίας να μην απαιτούν πολύ χρόνο.

β) Σχεδιάστε το αρχείο ήχου που μόλις καταγράψατε στο πεδίο του χρόνου (χρησιμοποιήστε την εντολή **plot()**). Επιλέξτε ένα παράθυρο 50 msec από ένα τμήμα του σήματος που είναι (περίπου) **περιοδικό**. Ακούστε το ηχογραφημένο απόσπασμα από το ηχείο του υπολογιστή σας, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα την εντολή **sound()**. Σε ποιό φώνημα αντισχοιχεί; Υπολογίστε εποπτικά τη περίοδο του αποσπάσματος (παρατηρώντας την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών).

γ) Υπολογίστε την ενέργεια του σήματος σε κυλιόμενα παράθυρα, αφού πρώτα το κανονικοποιήσετε στο διάστημα $[-1, 1]$. Σημειώνεται ότι η ενέργεια ενός σήματος $x[n]$ επικαλυπτόμενο από ένα παράθυρο

$w[n]$ δίνεται από τον εξής τύπο:

$$E[n] = \sum_{m=1}^{M} x^2[m]w[n-m], \tag{1}$$

όπου ως σήμα $w[n]$ θα χρησιμοποιήσετε το παράθυρο Hamming το οποίο δίνεται από την εξίσωση:

$$w[n] = 0.54 - 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), 0 \leq n \leq M. \tag{2}$$

.

Θεωρήστε την παράμετρο M ίση με 200. Έπειτα, σχεδιάστε την ενέργεια του σήματος στο ίδιο διάγραμμα με το σήμα (κλιμακώστε το σήμα κατάλληλα). Τι παρατηρείτε;

Υπόδειξη: Παρατηρήστε ότι η παραπάνω εξίσωση μπορεί να εκφραστεί ως συνέλιξη, που μπορεί να υπολογιστεί στο Matlab μέσω της εντολής **conv()**.

δ) Εφαρμόστε τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) του αποσπάσματος που απομονώσατε στο ερώτημα β), $X[k]$, υπολογισμένο σε $N = 1024$ δείγματα. Ο DFT μπορεί να προκύψει, δειγματοληπτώντας τον Μετασχηματισμό Fourier Διακριτού Χρόνου (DTFT) ενός σήματος, $X(\Omega)$, στις συχνότητες $\Omega = 2\pi k/N$, $k = 0, ..., N-1$, και υπολογίζεται στο Matlab μέσω της εντολής **fft()**. Σχεδιάστε το συχνοτικό περιεχόμενο (το μέτρο αυτού) του αποσπάσματος σε γραμμική και λογαριθμική κλίμακα, δηλαδή τα $|X[k]|$, $20\log_{10}|X[k]|$. Κλιμακώστε κατάλληλα τον οριζόντιο άξονα των διαγραμμάτων ώστε να αντιστοιχεί στις πραγματικές συχνότητες του σήματος (0-8000 Hz).

ε) Από το διάγραμμα που σχεδιάσατε, υπολογίστε (εποπτικά) την θεμελιώδη συχνότητα του σήματος. Επιβεβαιώστε την σχέση θεμελιώδους περιόδου που βρήκατε στο ερώτημα β) και της θεμελιώδους συχνότητας.

2 Σχεδίαση Φίλτρων και Εφαρμογή σε Σήμα Μουσικής

Στο δεύτερο μέρος της άσκησης, θα σχεδιάσουμε, με χρήση του Matlab, ορισμένα βαθυπερατά φίλτρα με σκοπό να μελετήσουμε τις ιδιότητές τους, και στη συνέχεια θα τα εφαρμόσουμε σε ένα σήμα μουσικής για την αποθορυβοποίησή του.

2.1 Σχεδίαση Βαθυπερατών Φίλτρων

Ένα αιτιατό γραμμικό φίλτρο διακριτού χρόνου ορίζεται μέσω της εξίσωσης διαφορών:

$$y[n] + \sum_{i=1}^{M} a_i y[n-i] = \sum_{i=0}^{N} b_i x[n-i]. \tag{3}$$

Συχνά, για την αποθορυβοποίηση (denoising) και την ομαλοποίηση (smoothing) σημάτων, χρησιμοποιούμε **φίλτρα κινούμενου μέσου**. Αυτά ορίζονται μέσω της αιτιατής εξίσωσης διαφορών:

$$y[n] = \frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N} x[n-i] \tag{4}$$

α) Ορίστε στο Matlab τα διανύσματα $\mathbf{b}, \mathbf{a}$, για φίλτρα κινούμενου μέσου για τιμές του $N = 2, 5, 10$.

β) Σχεδιάστε την απόκριση πλάτους και φάσης των φίλτρων αυτών, με χρήση της εντολής **freqz()**, η οποία δέχεται ως ορίσματα τα διανύσματα $\mathbf{b} = [\mathbf{b_0}, \mathbf{b_1}, ..., \mathbf{b_N}]$, $\mathbf{a} = [\mathbf{a_0}, \mathbf{a_1}, ..., \mathbf{a_M}]$ που ορίζουν την εξίσωση διαφορών του φίλτρου. Τι παρατηρείτε;

γ) Σχεδιάστε τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών των φίλτρων, με χρήση της συνάρτησης **zplane()**. Για να μεταφέρετε τα φίλτρα σας σε μορφή πόλων-μηδενικών, χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση **tf2zp()**. Τι παρατηρείτε;

δ) Επαναλάβετε τα ερωτήματα β)-γ) για την περίπτωση των ψηφιακών **βαθυπερατών φίλτρων Butterworth**, έναν τύπο βαθυπερατού φίλτρου των οποίων η απόκριση στη ζώνη διέλευσης του φίλτρου είναι σχεδόν ομοιόμορφη. Τα *ψηφιακά* φίλτρα Butterworth τάξης n, και κανονικοποιημένης (ψηφιακής) συχνότητας αποκοπής $W_c \in [0, 1]$ προσεγγίζουν την ακόλουθη απόκριση πλάτους ενός *αναλογικού* βαθυπερατού φίλτρου:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{K^2}{1 + (j\omega/j\omega_c)^{2n}},\ \omega_c = 2\pi f_c. \tag{5}$$

Ως παραμέτρους των φίλτρων, επιλέξτε ψηφιακή συχνότητα αποκοπής $W_c = 0.1$, και τάξη φίλτρου $n = 2$ και $n = 8$. Χρησιμοποιήστε την εντολή **butter()**, η οποία παίρνει ως ορίσματα την επιθυμητή τάξη του φίλτρου και την κανονικοποιημένη συχνότητα αποκοπής W_c, και επιστρέφει τα διανύσματα συντελεστών $\mathbf{b}, \mathbf{a}$.

ε) Συγκρίνετε τόσο τις αποκρίσεις των φίλτρων Butterworth μεταξύ τους, όσο και με την απόκριση του φίλτρου κινούμενου μέσου τάξης 10 που σχεδιάσατε νωρίτερα.

2.2 Εφαρμογή Φίλτρων σε Μουσικά Σήματα

α) Φορτώστε στο Matlab το αρχείο *cello_note.wav*, το οπόιο και αποτελεί μία ηχογράφηση νότας τσέλου σε συχνότητα δειγματοληψίας 44.1 kHz. Υπολογίστε το φάσμα του με χρήση της εντολής **fft()**, σχεδιάστε το μέτρο του μέσω της **plot()**, και ακούστε το σήμα μέσω της εντολής **sound()**.

β) Φορτώστε στο Matlab το αρχείο *cello_note_noisy.wav*, το οποίο έχει προκύψει μέσω της προσθήκης Γκαουσιανού θορύβου στο αρχικό σήμα νότας τσέλου, με παραμέτρους $\{\mu, \sigma\} = \{0, 0.05\}$. Όπως και προηγουμένως, υπολογίστε το φάσμα του με χρήση της εντολής **fft()**, και ακούστε το σήμα μέσω της εντολής **sound()**. Τι παρατηρείτε σε σύγκριση με το αρχικό σήμα;

γ) Χρησιμοποιώντας κατάλληλο βαθυπερατό φίλτρο τύπου Butterworth, επιχειρήστε να αποθορυβοποιήσετε το σήμα του ερωτήματος β). Σχεδιάστε στο Matlab το φάσμα του φιλτραρισμένου σήματος, και ακούστε εκ νέου το φιλτραρισμένο και αποθορυβοποιημένο σήμα. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Υπόδειξη: Ρυθμίστε τη συχνότητα αποκοπής του βαθυπερατού φίλτρου με κριτήριο το τμήμα του φάσματος του αρχικού σήματος που περιέχει σημαντικές αρμονικές.

δ) Εφαρμόστε και κατάλληλο βαθυπερατό φίλτρο κινούμενου μέσου, επιλέγοντας κατάλληλα την τιμή της παραμέτρου N, στο θορυβώδες μουσικό σήμα του ερωτήματος β) και συγκρίνετε τα αποτελέσματα σας με αυτά του ερωτήματος γ).

3 Υλοποίηση Ταλαντωτών για την Παραγωγή Φωνήματος

Στο τρίτο μέρος της άσκησης θα δημιουργήσετε τη δικιά σας συνάρτηση Matlab, όπου και θα υλοποιήσετε μία σειρά ταλαντωτών με σκοπό την παραγωγή ενός φωνήματος.

α) Υλοποιήστε έναν ταλαντωτή (σύστημα δεύτερης τάξης με ένα διπλό συζυγή μιγαδικό πόλο συχνότητας Ω, δηλαδή $z_1 = re^{j\Omega}$, $z_2 = re^{-j\Omega}$) [βλ .παράδειγμα βιβλίου (5.3.8) στη σελίδα 281] μέσω μιας συνάρτησης της μορφής **y = resonator(x, resonator_frequency, r, sampling_frequency)** όπου x είναι η είσοδος και y είναι η έξοδος του συστήματος, με τα resonator_frequency (ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης) και sampling_frequency (συχνότητα δειγματοληψίας) να είναι σε Hz.

β) Υπολογίστε την κρουστική απόκριση (συνάρτηση Matlab: **impz()**) και την απόκριση συχνότητας του συστήματος για δικές σας επιλογές παραμέτρου Ω και για $r = 0.95$ (για πρακτικούς λόγους, θεωρήστε πεπερασμένη διάρκεια 1 sec για την κρουστική). Επιβεβαιώστε ότι η μέγιστη απόκριση είναι στη συχνότητα που επιλέξατε. Τι συμβαίνει στην κρουστική απόκριση και στην απόκριση συχνότητας για $r = 0.7$, $r = 1$ και $r = 1.2$;

γ) Τοποθετήστε 3 ταλαντωτές σε σειρά (με συχνότητες συντονισμού 500, 1500, 2500 Hz, $r = 0.95$, και συχνότητα δειγματοληψίας $fs = 8$ kHz). Υπολογίστε μέσω του Matlab τη συνολική απόκριση συχνότητας του συστήματος, και απεικονίστε την με την εντολή **freqz()**. Τι παρατηρείτε ως προς τη μορφή της;

δ) Υπολογίστε τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) της εξόδου του παραπάνω συστήματος, μέσω της εντολής **fft()**, για είσοδο μια παλμοσειρά από κρουστικές (impulse train) με περίοδο 100 Hz και διάρκεια 200msec, και σχεδιάστε το μέτρο του στο Matlab. Ακούστε το σήμα αυτό $x[n]$ και την 1η διαφορά του $x[n] - x[n-1]$. Σε ποιό φώνημα αντιστοιχεί;

4 Ανακατασκευή Περιγράμματος Σχήματος (Shape Tracing) μέσω Σειρών Fourier

Έστω ένα περίγραμμα S που αποτελείται από ένα σύνολο σημείων $\{x[n], y[n] : n = 0, .., N-1\}$. Η δυαδική εικόνα $I[x, y]$ που αντιστοιχεί σε αυτό το περίγραμμα ορίζεται ως:

$$I[x,y] = \begin{cases} 1, & (x[n], y[n]) \in S \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{6}$$

Μπορούμε να παραμετροποιήσουμε τις συντεταγμένες που αντιστοιχούν στα σημεία του περιγράμματος ως μία διδιάστατη καμπύλη $(x[n], y[n])$, με συνολικό αριθμό σημείων N. Σε αυτή την περίπτωση, ορίζοντας το σήμα $z[n] = x[n] + jy[n]$, μπορούμε να αποσυνθέσουμε την τροχιά του μιγαδικού $z[n]$ ως την υπέρθεση κυκλικών τροχιών, με μεταβαλλόμενες ακτίνες $R_k = |Z[k]|$ και γωνιακές ταχύτητες $\omega_k = k\omega_0 = 2\pi k/N$, $k = 0, ..., N-1$:

$$z[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} Z[k]e^{jk\omega_0 n}, \quad Z[k] = R_k e^{j\phi_k} \tag{7}$$

και

$$x[n] = \mathrm{Re}(z[n])), \; y[n] = \mathrm{Im}(z[n]). \tag{8}$$

Ο παραπάνω τύπος αντιστοιχεί στον τύπο ανάλυσης ενός σήματος σε διακριτού-χρόνου μιγαδική σειρά Fourier με συντελεστές $Z[k]$. Στα πλαίσια αυτού του μέρους της άσκησης, θα βασιστούμε στην ανωτέρω ανάλυση με στόχο τη μερική ανακατασκευή περιγραμμάτων εικόνων.

α) Φορτώστε με χρήση της εντολής **imload()** στο Matlab το αρχείο εικόνας image.png, και απεικονίστε το με χρήση της εντολής **imshow()**.

β) Απομονώστε, βάσει του περιγράμματος, τα μονοδιάστατα σήματα $x[n]$, $y[n]$ που αντιστοιχούν στις συντεταγμένες της παραμετροποιημένης καμπύλης $(x[n], y[n])$ συναρτήσει της μεταβλητής n. Απεικονίστε τα σήματα σε κοινό διάγραμμα, με χρήση της εντολής **plot()**.
Χρήσιμες Εντολές: find(), bwtraceboundary()

γ) Ορίστε το μιγαδικό σήμα $z[n] = x[n] + jy[n]$, αντιστοιχώντας τις συντεταγμένες x, y στο πραγματικό και το φανταστικό μέρος του. Υπολογίστε τους συντελεστές της διακριτής σειράς Fourier, $Z[k]$, που αντιστοιχούν σε αυτό με χρήση της εντολής **fft()**, και σχεδιάστε το μέτρο τους μέσω της εντολής plot().

δ) Επιχειρήστε να ανακατασκευάσετε το αρχικό περίγραμμα χρησιμοποιώντας τους πρώτους $M+1 < N$ συντελεστές της διακριτής σειράς Fourier, υπολογίζοντας αρχικά το σήμα:

$$z_M[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{M} Z[k]e^{j2\pi kn/N}, \tag{9}$$

απομονώνοντας στη συνέχεια τις συντεταγμένες $x_M[n]$ και $y_M[m]$ που αντιστοιχούν σε αυτό, και τέλος χρησιμοποιώντας τις για τη σχεδίαση των ανακατασκευασμένων περιγραμμάτων. Με χρήση της εντολής **imshow()**, απεικονίστε τις ανακατασκευασμένες εικόνες για $M = 10, 50, 200$. Τι παρατηρείτε και πώς το εξηγείτε;

Υπόδειξη: Τα σήματα $x_M[n], y_M[n]$ δεν έχουν ακέραιες τιμές, οπότε δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας ως συντεταγμένες για την οπτικοποίηση της εικόνας.

ε) Επαναλάβετε τη διαδικασία του ερωτήματος δ), αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας τους συμμετρικούς συντελεστές $Z[k]$, $Z[N-1-k]$ σε κάθε βήμα ανακατασκευής, δηλαδή:

$$\tilde{z}_M[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{M/2} Z[k]e^{j2\pi kn/N} + \frac{1}{N}\sum_{k=K}^{N-1} Z[k]e^{j2\pi kn/N}, \; K = N - \frac{M}{2}. \tag{10}$$

Πόσοι συντελεστές χρειάστηκαν για την ικανοποιητική ανακατασκευή του αρχικού περιγράμματος; Συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με αυτά του ερωτήματος δ) για τις ίδιες τιμές της παραμέτρου M.

στ) Επαναλάβετε τα προηγούμενα ερωτήματα για μία ασπρόμαυρη εικόνα περιγράμματος της επιλογής σας, αντιστοίχων διαστάσεων, και παρουσιάστε τα αποτελέσματά σας.