~ ΑΣΚΗΣΗ 25 ~

Συμβολή και περίθλαση του φωτός

- *Ονοματεπώνυμο:* **Μαρκέλλα Μπουρνάκα**
- *Αριθμός μητρώου:* **el20030**

- *Ημερομηνία διεξαγωγής:* **14/03/2022**
- *Τμήμα:* **Β’ (17:00-19:00)**

➢ ΣΚΟΠΟΣ – ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργαστηριακή άσκηση έχει ως σκοπό την κατανόηση των θεμελιωδών εννοιών της *κυματικής οπτικής*, μέσω της μελέτης φαινομένων που σχετίζονται με την *κυματική θεωρία του φωτός*. Ειδικότερα, με τη χρήση μονοχρωματικής δέσμης laser μελετήθηκαν εικόνες *συμβολής* – *περίθλασης* από μεταβλητό αριθμό σχισμών, καθώς και από οπτικό φράγμα (στο οποίο προσδιορίστηκαν επιπλέον παράμετροι, όπως το εύρος της σχισμής και η πυκνότητα των επιμέρους σχισμών).

➢ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Στοχεύοντας με ακτίνα laser μέσω μίας σχισμής – οπής σε κάποια οθόνη παρατήρησης (τοίχος στη συγκεκριμένη περίπτωση), βλέπουμε ποικίλα φαινόμενα που οφείλονται στην *κυματική φύση του φωτός* και εξαρτώνται από το πλήθος και εύρος των σχισμών.

Αρχικά, αξίζει να επισημανθεί πως θα ασχοληθούμε με την περίπτωση στην οποία η οθόνη παρατήρησης βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση σε σχέση με τις διαστάσεις των πηγών και των αποστάσεων μεταξύ αυτών (*περίθλαση Fraunhoffer*).

Είναι γνωστό πως στην περίπτωση που η παραπάνω απόσταση είναι σχετικά μικρή, τότε η περίμετρος της οπής παρουσιάζει διακυμάνσεις στη φωτεινότητα, ενώ όσο αυξάνουμε εκείνη την απόσταση οι διακυμάνσεις αυτές αντικαθίστανται από *φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς* που, εν τέλει, παύουν (με επαρκή αύξηση της απόστασης) να θυμίζουν το περίγραμμα της οπής. Το εν λόγω φαινόμενο ονομάζεται *περίθλαση φωτός* και συμβαίνει όταν ένα επίπεδο μέτωπο κύματος συναντάει μία οπή και τότε δημιουργούνται, σύμφωνα με την αρχή του Huygens, σε κάθε σημείο της σχισμής από το ένα άκρο της ως το άλλο *πολλαπλές σύμφωνες πηγές*, ίδιας φάσης και μονοχρωματικές, οι οποίες παράγουν *σφαιρικά κύματα (δευτερογενείς πηγές σφαιρικών κυμάτων)*.

Εφόσον μας ενδιαφέρει η *περίθλαση μακρινού πεδίου*, δηλαδή το εύρος D της σχισμής είναι αρκούντως μεγαλύτερο από το μήκος κύματος λ της μονοχρωματικής δέσμης φωτός, αποδεικνύεται ότι ισχύουν οι εξής τύποι:

$$I(\theta) = I_n\left(\frac{\sin\beta}{\beta^2}\right)^2$$, όπου I η κατανομή της έντασης.

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda}D\cdot\sin\theta \approx \frac{D}{\lambda\cdot r}\cdot x, \lambda << r$$

Έτσι, προκύπτει ότι η απόσταση του σκοτεινού κροσσού τάξης n από τον κεντρικό κύριο κροσσό (στην περίπτωσή μας κέντρο της εικόνας) δίνεται από τον τύπο:

$$x_n = \frac{r}{D}n\lambda$$

Επιπροσθέτως, υπολογίζεται ότι το *εύρος W_π του κύριου κροσσού* περίθλασης και ο μέγιστος, θεωρητικά, αριθμός κροσσών n_κ που μπορούν να παρατηρηθούν, προέρχονται από τους επόμενους τύπους:

$$W_\Pi = \frac{2r\lambda}{D} \quad \text{και} \quad |n_k| \leq \frac{D}{\lambda}$$

Ακόμη, το φαινόμενο της *περίθλασης* παρατηρείται και στην περίπτωση που βομβαρδίσουμε με μία μονοχρωματική ακτίνα laser ένα σύστημα από παράλληλες πανομοιότυπες σχισμές μικρού εύρους. Τότε, η καθεμία από τις οπές συμπεριφέρεται ως ένα σύνολο πολλαπλών σύμφωνων πηγών που παράγουν *σφαιρικά κύματα (σύμφωνη σημειακή πηγή)*.

Όταν συμβαίνει αυτό, εντοπίζεται και το φαινόμενο της *συμβολής*, δηλαδή η ταυτόχρονη διάδοση δύο κυμάτων στην ίδια περιοχή του μέσου στο οποίο μπορεί και μεταδίδεται το κύμα. Έτσι, εξαιτίας της συμβολής των επιμέρους κυμάτων, η εικόνα που λαμβάνουμε στην οθόνη παρατήρησης απαρτίζεται από μια σειρά από εναλλασσόμενους *κύριους* φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς (που προέρχονται από την περίθλαση του φωτός όταν αυτό συναντά τις οπές), καθώς και από *δευτερεύοντες* φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς, οι οποίοι εμπεριέχονται στους κύριους. Φωτεινές είναι όλες οι θέσεις στις οποίες τα δύο συμβαλλόμενα κύματα έχουν διαφορά φάσεως μηδενική (ή ανάλογη του 2π), ενώ αντιθέτως σκοτεινές είναι οι θέσεις αποσβεστικής συμβολής, στις οποίες τα δύο συμβαλλόμενα κύματα έχουν διαφορά φάσης περιττό πολλαπλάσιο του π.

Συνεπώς, αποδεικνύεται ότι ισχύει ο ακόλουθος τύπος για τον υπολογισμό της απόστασης μεταξύ του φωτεινού κροσσού συμβολής τάξης m και το κέντρο του κύριου φωτεινού κροσσού περίθλασης:

$$y_m \approx \frac{r}{d} m\lambda$$

Αντιστοίχως, οι σκοτεινοί κροσσοί θα βρίσκονται σε απόσταση από το κέντρο συμβολής που υπολογίζεται από τον τύπο:

$$y_m \approx \frac{r}{d}(m + \frac{1}{2})\lambda$$

Επίσης, η απόσταση μεταξύ δύο κροσσών του ίδιου είδους αποδεικνύεται ότι ισούται με :

$$\Delta y \approx \frac{r}{d}\lambda$$

Για το εύρος του κεντρικού φωτεινού κροσσού περίθλασης ισχύει ο τύπος που παρατέθηκε ανωτέρω στην περίπτωση της μονής σχισμής, ενώ έχουμε ότι ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύριους φωτεινούς κροσσούς υπάρχουν N-2 δευτερεύοντες.

Τέλος, *οπτικό φράγμα* ονομάζεται ένα σύνολο N σχισμών όπου ο αριθμός τους είναι αρκετά μεγάλος και το εύρος τους είναι αμελητέο σε σχέση με το μήκος του φωτεινού κύματος (D<<λ). Τότε, οι κύριοι κροσσοί θα γίνουν πολύ λεπτοί και έντονοι, ενώ οι δευτερεύοντες θα έχουν μηδαμινή ένταση. Εδώ, οι θέσεις των φωτεινών κροσσών δίνονται πάλι από τον προαναφερθέντα τύπο και ισχύει επίσης:

$$\mathrm{d}\, sin\,\theta = m\lambda\ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

όπου θ η γωνία μεταξύ της απ’ ευθείας και της περιθλώμενης ακτίνας.

Η *διακριτική ικανότητα του φράγματος* αυξάνεται όσο αυξάνει η πυκνότητα των σχισμών που υπολογίζεται ως εξής:

$$N_0 = \frac{1}{d}$$

Ισχύει: $m\lambda N_0 = sin\,\theta$

➢ ΜΕΘΟΔΟΣ – ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

Για την εκτέλεση των πειραμάτων χρησιμοποιήσαμε ένα laser He-Ne που δίνει μία λεπτή μονοχρωματική δέσμη (με λ=632.8 nm και ισχύ 0.5 mW), το οποίο στηριζόταν πάνω σε έναν ευθύγραμμο μεταλλικό φορέα, όπως και οι μαγνητικές βάσεις των οπτικών στοιχείων που αξιοποιήθηκαν. Τα στοιχεία αυτά ήταν τα εξής:

1. μια μεταλλική ασυνέχεια με μία σχισμή άγνωστου εύρους
2. μια ασυνέχεια με 4 συστήματα δύο σχισμών απόστασης d μεταξύ τους, τα 3 εκ των οποίων έχουν γνωστά εύρη D
3. ένα οπτικό φράγμα άγνωστης πυκνότητας σχισμών

Η μέθοδος που ακολουθήθηκε στηρίζεται στην πρόπτωση της δέσμης laser κάθετα στο επίπεδο της κάθε ασυνέχειας και την παρατήρηση των κροσσών που δημιουργούνταν στον τοίχο. Η μελέτη των κροσσών αυτών έγινε με τη βοήθεια μιλλιμετρέ χαρτιού που τοποθετήσαμε στον τοίχο προβολής, ώστε να γίνει ακριβής προσδιορισμός των απαιτούμενων μετρήσεων, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν με κανόνα.

Να επισημανθεί ότι είχαμε σταθεροποιήσει τη μαγνητική βάση στον φορέα με χρήση ταινίας, έτσι ώστε να μην μεταβάλλεται η απόσταση πηγής και ασυνέχειας, γεγονός που θα οδηγούσε σε σφάλματα στα αποτελέσματά μας.

- ΠΕΙΡΑΜΑ 1 –

Στο πρώτο πείραμα μελετήθηκε το φαινόμενο περίθλασης του φωτός από μία σχισμή.

(1) Η απόσταση laser – οθόνης μετρήθηκε με μετροταινία στα:

$$r = 174 \pm 0.5 \text{ cm} = 1740 \pm 5 \text{ mm}.$$

Να σημειωθεί ότι η παρούσα μέτρηση εκτιμάται πως περιέχει σφάλμα, λόγω της χρήσης αναλογικού οργάνου.

(2) Στη συνέχεια, στοχεύσαμε με την ακτίνα στο χαρτί που είχαμε τοποθετήσει στον τοίχο, ώστε να σημειώσουμε το κέντρο συμμετρίας (πριν βάλουμε κάποια από τις ασυνέχειες στη μεταλλική βάση). Έπειτα, μετρούσαμε τις αποστάσεις x_n και τα γραμμικά εύρη W_π των κεντρικών κροσσών που προέκυπταν κάθε φορά, αφού είχαμε βέβαια ρυθμίσει κατάλληλα την κάθε ασυνέχεια. Έτσι, συμπληρώθηκε ο ακόλουθος πίνακας:

Α/Α	D(mm)	x_n(mm)	W_π(mm)
1	0.02	105	209
2	0.04	47	93
3	0.08	23	47
4	0.16	12	24

Ακολουθεί η επεξεργασία των μετρήσεων, μέσω των τύπων που παρατέθηκαν στην αρχή, καθώς και ο θεωρητικός υπολογισμός των σφαλμάτων:

1: $x_{21} = (r/D)*n\lambda = (1740/0.02)*2*0.6328*10^{-3} = 110.1072$

~ 110 mm

$W\pi_1 = 2*2r\lambda/D = 2*1740*0.6328*10^{-3}/0.02 = 110.1072 \sim 220$ mm

2: $x_{22} = (r/D)*n\lambda = (1740/0.04)*2*0.6328*10^{-3} =55.0536$

~ 55 mm

$W\pi_2 = 2*2r\lambda/D = 2*1740*0.6328*10^{-3}/0.04 = 55.0536 \sim 110$ mm

3: $x_{23} = (r/D)*n\lambda = (1740/0.08)*2*0.6328*10^{-3} = 27.5268$

~ 28 mm

$W\pi_3$ = 2*2rλ/D = 2*1740*0.6328*10^{-3}/0.08 = 27.5268 ~ 56 mm

4: x_{24} = (r/D)*nλ = (1740/0.16)*2*0.6328*10^{-3} = 13.7634

~ 14 mm

$W\pi_4$ = 2*2rλ/D = 2*1740*0.6328*10^{-3}/0.16 = 13.7634 ~ 28 mm

Όσο για τα σφάλματα, έχουμε:

$$\delta x_n = \sqrt{\left(\frac{\partial x_n}{\partial r} * \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial x_n}{\partial D} * \delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial x_n}{\partial n} * \delta n\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_n}{\partial r} * \delta r\right)^2 + 0 + 0} =$$

$$= \left|\frac{\partial x_n}{\partial r} * \delta r\right| = \left|\frac{\partial\left(\frac{r}{D}n\lambda\right)}{\partial r} \cdot \delta r\right| = \left|\frac{n\lambda}{D} * \delta r\right|$$, όπου D το εύρος της σχισμής ($\delta\bar{D} = 0 = \delta\bar{n}$).

Ομοίως:

$$\delta w_\Pi = \sqrt{\left(\frac{\partial w_\Pi}{\partial r} * \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial w_\Pi}{\partial D} * \delta D\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial w_\Pi}{\partial r} * \delta r\right)^2 + 0} = \left|\frac{n * \lambda}{D} * \delta\bar{r}\right|$$

Επομένως:

1: δx_{n1} = |(nλ/D_1)*δr| = |2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.02|

= |0.06328 mm| = ± 0.06328 mm

$\delta W_{\pi 1}$ = |(nλ/D_1)*δr| = ± 0.06328 mm

2: δx_{n2} = |(nλ/D_2)*δr| = |2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.04|

= ± 0.03164 mm

$\delta W_{\pi 2}$ = |(nλ/D_2)*δr| = ± 0.03164 mm

3: δx_{n3} = |(nλ/D_3)*δr| = |2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.08|

= ± 0.01582 mm

$\delta W_{\pi 3}$ = |(nλ/D_3)3*δr| = ± 0.01582 mm

4: δx_{n4} = |(nλ/D_4)*δr| = |2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.16|

= ± 0.00791 mm

$\delta W_{\pi 4}$ = |(nλ/D_4)3*δr| = ± 0.00791 mm

(3) Μετρήθηκαν, ακολούθως, 42 σκοτεινοί κροσσοί εκατέρωθεν του κεντρικού για την σχισμή με D=0.08 mm, δηλαδή $\underline{n_{σκ} = 84}$. Αξιοποιώντας τον τύπο $n_{σκ} <= D/λ$ (3) προσδιορίζουμε τον θεωρητικά μέγιστο αριθμό σκοτεινών κροσσών για την περίπτωση μας:

$$n_{σκ} = 0.08/0.0006328 = 126.$$

Παρατηρούμε πως ο μέγιστος αριθμός είναι μεγαλύτερος από αυτόν που μετρήσαμε (δηλαδή το πειραματικό αποτέλεσμα εμπίπτει στις αποδεκτές τιμές), όπως αναμενόταν, λόγω της ελαττούμενης φωτεινότητας όσο απομακρυνόμαστε από τον κεντρικό κροσσό, γεγονός που κατέστησε δύσκολο τον ακριβή προσδιορισμό των φωτεινών και σκοτεινών κροσσών, καθώς δεν ήταν εύκολη η διάκριση τους.

(4) Έπειτα, αντί για μία ασυνέχεια με σχισμή άγνωστου εύρους, τοποθετήσαμε μία τρίχα στην οποία οδηγήσαμε τη δέσμη laser και με βάση τα αποτελέσματα που λάβαμε στην οθόνη παρατήρησης λήφθηκαν τα εξής (για n=2):

$$Wπ_{τρίχας} = 21 \text{ mm}, \; x_n = 10 \text{ mm}.$$

Για τη σχισμή αγνώστου εύρους δεν λαμβάνουμε θεωρητικές τιμές x_n και $W_π$, άρα ούτε και σφάλματα. Αντιθέτως, εδώ υπολογίζεται το D ως εξής:

$$W_π = x_{n2} - x_{n1} = 2rλ/D \quad \Leftrightarrow \quad D = 2rλ/W_π$$

Άρα: $D_{τρ} = 2*1740*0.6328*10^{-3}/21 = 0.104864 \text{ mm} \sim 0.1 \text{ mm}$

Επιπλέον:

$$\delta\bar{D} = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial r} * \delta\bar{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial W\pi} * \delta\overline{W\pi}\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial \lambda} * \delta\bar{\lambda}\right)^2} <=>$$

$$<=> \delta\bar{D} = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial r} * \delta\bar{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial W\pi} * \delta\overline{W\pi}\right)^2 + 0} <=>$$

$$<=> \delta\bar{D} = \sqrt{\left(\frac{2\lambda}{W\pi} * \delta\bar{r}\right)^2 + \left(-\frac{2\lambda r}{W\pi^2} * \delta\overline{W\pi}\right)^2}$$

$\Rightarrow$ $δD = [\,(2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/21)^2 + (-2*0.06328*10^{-3} *1740(*1mm)/21^2)^2]^{1/2}$

$\Leftrightarrow$ $δD =[(6.026667*10^{-5})^2 + (-4.99352381810^{-3})^2]^{1/2}$

$\Leftrightarrow$ $δD \sim (36*10^{-10}+25*10^{-6})^{1/2} = 10^{-3}*5.00035999 \sim 0.005 \text{ mm}$

Επομένως: $D_{τρ} \pm δD$ = *0.1 ± 0.005 mm.*

Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικές και οι πειραματικές τιμές παρουσιάζουν μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους, εξαιτίας των σφαλμάτων που εντοπίζονται. Τα σφάλματα αυτά αποτελούν συστηματικά σφάλματα, διότι οι θεωρητικές τιμές μας είναι μεγαλύτερες από αυτές που λάβαμε κατά την εργαστηριακή διαδικασία. Ακόμη, δεν αποκλείεται κάποιο σφάλμα παράλλαξης.

- ΠΕΙΡΑΜΑ 2 –

Κατά τη δεύτερη πειραματική διαδικασία μελετήθηκε το φαινόμενο της συμβολής του φωτός από δύο ή περισσότερες σχισμές.

(1) Και σε αυτό το πείραμα η πειραματική διάταξη παρέμεινε ως είχε, ενώ αλλάξαμε μόνο τα οπτικά στοιχεία (με συστήματα δύο ή περισσότερων σχισμών μεταβλητής μεταξύ τους απόστασης και εύρους) που χρησιμοποιήθηκαν για την παρατήρηση των φαινομένων.

Αρχικά, μετρήθηκαν οι αποστάσεις y_m ενός φωτεινού κροσσού συμβολής από το κέντρο της εικόνας (κέντρο κύριου φωτεινού κροσσού περίθλασης) και το γραμμικό εύρος Wπ του κεντρικού κροσσού περίθλασης για κάθε σύστημα σχισμών. Οι συγκεκριμένες μετρήσεις παρατίθενται στον κατωτέρω πίνακα:

Α/Α	d (mm)	y_m (mm)	D (mm)	$W_π$ (mm)
1	0.250	13	0.04	46
2	0.500	8	0.04	46
3	0.500	6	0.08	22

Αξιοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα καθώς και τους αρχικούς τύπους μπορούμε να υπολογίσουμε τις θεωρητικές τιμές των y_m και Wπ καθώς και τα σφάλματα τους (διάδοση σφαλμάτων). Έτσι:

1: y_{m1} ~ rmλ/d_1 = 1740*2*0.6328*10^{-3}/0.25 = 8.808576 mm

~ 8.8 mm

$W\pi_1$ = 2rλ/D_1 = 2*1740*0,6328*10-3/0.04 = 55.0536 mm

~ 55 mm

2: y_{m2} ~ rmλ/d_2 = 1740*2*0.6328*10^{-3}/0.5 = 4.404288 mm

~ 4.4 mm

$W\pi_2$ = 2rλ/D_2 = 2*1740*0,6328*10-3/0.04 = 55.0536 mm

~ 55 mm

3: y_{m3} ~ rmλ/d_3 = 1740*2*0.6328*10^{-3}/0.5 = 4.404288 mm

~ 4.4 mm

Wπ = 2rλ/D3 = 2*1740*0,6328*10-3/0.08 = 27.5268 mm

~ 28 mm

Όσο για τα σφάλματα, έχουμε:

$$\delta y_m = \sqrt{\left(\frac{\partial y_m}{\partial r} * \delta \bar{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_m}{\partial d} * \delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial y_m}{\partial m} * \delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial y_m}{\partial \lambda} * \delta \lambda\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\partial y_m}{\partial r} * \delta r\right)^2 + 0 + 0 + 0} =$$

$$= \left|\frac{\partial y_m}{\partial r} * \delta r\right| = \left|\frac{\partial\left(\frac{r}{d} m\lambda\right)}{\partial r} \cdot \delta r\right| = \left|\frac{m\lambda}{d} * \delta r\right| \quad ,$$

όπου δ το εύρος της σχισμής ($\delta\lambda = \delta m = \delta d = 0$).

Ομοίως:

$$\delta W_\pi = \sqrt{\left(\frac{\partial W_\pi}{\partial r} * \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial W_\pi}{\partial D} * \delta D\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial W_\pi}{\partial r} * \delta r\right)^2 + 0} = \left|\frac{m * \lambda}{D} * \delta r\right|$$

Άρα:

1: δy_{m1} = $|m\lambda*\delta r/d_1|$ = $|2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.25|$ = $5.0624*10^{-3}$

~ ±0.005 mm

$\delta W\pi_1$ = $|m\lambda*\delta r/D_1|$ = $|2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.04|$ = ±0.03164 mm

2: δy_{m2} = $|m\lambda*\delta r/d_2|$ = $|2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.5|$ = $2.5312*10^{-3}$

~ ±0.0025 mm

$\delta W\pi_2$ = $|m\lambda*\delta r/D_2|$ = $|2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.04|$ = ±0.03164 mm

3: δy_{m3} = $|m\lambda*\delta r/d_3|$ = $|2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.5|$ = $2.5312*10^{-3}$

~ ±0.0025 mm

$\delta W\pi_3$ = $|m\lambda*\delta r/D_3|$ = $|2*0.6328*10^{-3}(*1mm)/0.08|$ = ±0.01582 mm

Έπειτα, τοποθετήσαμε τυχαία ένα σύστημα της πλακέτας, το οποίο θεωρούμε ως άγνωστο και βρίσκουμε:

$W\pi$ = 23 mm, y_m = 4.5 mm

Για το σύστημα αγνώστου εύρους και απόστασης μεταξύ των σχισμών δεν λαμβάνουμε θεωρητικές τιμές y_m και $W\pi$, άρα ούτε και σφάλματα. Αντιθέτως, εδώ υπολογίζεται το D και το d όπως και προηγουμένως:

D = 2rλ/Wπ = 2*1740*0.6328*10-3/23 = 0.0957453913 ~ 0.095 mm

Επιπλέον:

$$\delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial r} * \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial W\pi} * \delta W\pi\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial \lambda} * \delta \lambda\right)^2} <=>$$

$$<=> \delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial r} * \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial W\pi} * \delta W\pi\right)^2 + 0} <=>$$

$$<=> \delta D = \sqrt{\left(\frac{2\lambda}{W\pi} * \delta r\right)^2 + \left(-\frac{2\lambda r}{W\pi^2} * \delta W\pi\right)^2}$$

Επομένως: $\delta D = \sqrt{\left(\frac{2*0.6328*0.001}{23} * 1mm\right)^2 + \left(-\frac{2*0.6328*0.001*1740}{23^2} * 1mm\right)^2}$

- ⇨ δD = $[(0.05502609*10^{-3})^2+(4.1628431*10^{-3})^2]^{1/2}$
- ⇨ δD = $(0.003025*10^{-6} + 17.33*10^{-6})^{1/2}$
- ⇨ δD ~ $1.15*10^{-3}$

Ομοίως:

d = rmλ/y_m = 0.6328*10-3*1740*2/4.5 = 0.489365333 ~ 0.5 mm

$$\delta d = \sqrt{\left(\frac{m*\lambda}{y_m}*\delta r\right)^2 + \left(-\frac{\lambda rm}{y_m 2}*\delta y_m\right)^2}$$

$$<=> \delta d = \sqrt{\left(\frac{2*0.001*0.6328}{4.5}*1mm\right)^2 + \left(-\frac{0.001*0.6328*1740*2}{(4.5)^2}*1mm\right)^2}$$

$$<=> \delta d = \sqrt{(0.0784*0.001)^2 + (-108.747852*0.001)^2}$$

⇨ δd = $10.43*10^{-3}$ ~ 0.01 mm

Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές είναι αρκούντως κοντά στις θεωρητικές. Η πειραματική διαδικασία ήταν αρκετά καλή, ώστε να εξαλειφθούν τα συστηματικά σφάλματα και να μην επηρεάσουν τα αποτελέσματά μας.

Ακόμη, υπολογίζουμε το ρ και το σφάλμα του ως εξής:

ρ = d/D = 0.05/0.095 = 0.5263

$$\delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial d}*\delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial D}*\delta D\right)^2}$$

$$<=> \delta\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{D}*\delta d\right)^2 + \left(-\frac{d}{D^2}*\delta D\right)^2}$$

$$<=> \delta\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{0.095}*0.01\right)^2 + \left(-\frac{0.05}{(0.095)^2}*0.00115\right)^2}$$

$$<=> \delta\rho = \sqrt{(0.1)^2 + (\,0.0064)^2}$$

⇨ δρ ~ 0.1

Άρα: ρ±δρ = 0.53±0.1 mm

Τέλος, για τα συστήματα πολλών σχισμών σημειώθηκαν οι επόμενες παρατηρήσεις:

- εντοπίστηκε μία συμβολή μεγάλη και επιμέρους συμβολές μικρότερες
- ο αριθμός των φωτεινών κροσσών περίθλασης παρέμεινε ίδιος ανεξαρτήτως του αριθμού των σχισμών
- Όσο αυξάνεται ο αριθμός των σχισμών, τόσο αυξάνεται ο αριθμός των φωτεινών κροσσών συμβολής ανάμεσα σε αυτούς της περίθλασης
- Όσο αυξάνεται ο αριθμός των σχισμών, τόσο μειώνεται το γραμμικό εύρος των κύριων κροσσών και ο αριθμός των δευτερογενών κροσσών, ενώ αυξάνεται η καθαρότητα και η οξύτητα των κύριων
- Οι φωτεινοί κροσσοί περίθλασης δεν αλλάζουν θέση στον χώρο

- ΠΕΙΡΑΜΑ 3 –

Στο παρόν πείραμα δουλέψαμε πάνω στις ιδιότητες ενός οπτικού φράγματος.

Αφού τοποθετήσουμε το οπτικό φράγμα στη μεταλλική βάση, παρατηρούμε και μετράμε την απόσταση του φωτεινού κροσσού από το κέντρο της εικόνας:

$$y_m = 641 \pm 1 \text{ mm}$$

Με χρήση των δοθέντων τύπων προσπαθούμε να προσδιορίσουμε την πυκνότητα των σχισμών του φράγματος No καθώς και το σφάλμα της:

$$sin\,\theta = \frac{y_m}{(r^2 + {y_m}^2)^{1/2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow sin\,\theta = \frac{641}{((1740)^2 + (641)^2)^{1/2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow sin\,\theta = \frac{641}{(3.027.600 + 410.881)^{1/2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow sin\,\theta = \frac{641}{(3.438.481\,)^{1/2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow sin\,\theta = \frac{641}{1854.314} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{sin\,\theta = 0.3456}$$

$$\delta\, sin\,\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial\, sin\,\theta}{\partial r}\cdot \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial \sin\theta}{\partial \mathrm{y_m}}\delta \mathrm{y_m}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\delta\, sin\,\theta = \sqrt{\left(-\frac{\mathrm{y_m} r}{(r^2 + \mathrm{y_m}^2)^{3/2}}\cdot \delta r\right)^2 + \left(\frac{r^2}{(r^2 + \mathrm{y_m}^2)^{3/2}}\delta \mathrm{y_m}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\delta\, sin\,\theta = \sqrt{\left(-\frac{641 * 1740\ \mathrm{mm}}{((1740)^2 + (641)^2)^{3/2}}\cdot 1\, mm\right)^2 + \left(\frac{(1740)^2}{((1740)^2 + (641)^2)^{3/2}} 1\, mm\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\delta\, sin\,\theta = \sqrt{(-0.0001749)^2 + (0.0004748)^2} \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{\delta\, sin\,\theta \sim 0.0005}$$

$$m\lambda N_0 = sin\,\theta \Leftrightarrow N_0 = \frac{\sin\theta}{m\lambda} \Leftrightarrow N_0 = \frac{0.3456}{0.0006328} \Leftrightarrow \boldsymbol{N_0 = 546.144\, mm^{-1}}$$

$$\delta No = \sqrt{\left(\frac{\partial No}{\partial sin\theta}\cdot \delta sin\theta\right)^2 + \left(\frac{\partial No}{\partial \mathrm{m}}\delta \mathrm{m}\right)^2 + \left(\frac{\partial N_0}{\partial \lambda}\delta\lambda\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\delta No = \sqrt{\left(\frac{\partial No}{\partial sin\theta}\cdot \delta sin\theta\right)^2 + 0 + 0} \Leftrightarrow$$

$$\delta No = \left|\frac{\partial No}{\partial sin\theta}\cdot \delta sin\theta\right| \Leftrightarrow \delta No = |\frac{cos\theta}{\lambda m}\cdot \delta sin\theta|$$

$$\Leftrightarrow \ \delta No = \left|\frac{0.938}{0.0006328} \cdot 0.0005\right|$$

$$\Leftrightarrow \ \boldsymbol{\delta No = \pm 0.741\ mm^{-1}}$$

Άρα: $N_0 \pm \delta N_0$ = 546.144±0.741 mm.