ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Ηλεκτρονική 1

1η Σειρά Ασκήσεων

Στοιχεία φοιτητή:

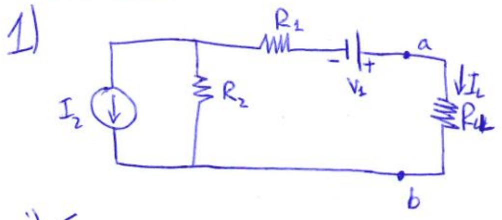
Ονοματεπώνυμο: Παπαζαφειρόπουλος Αναστάσιος

Αριθμός Μητρώου: 03118079

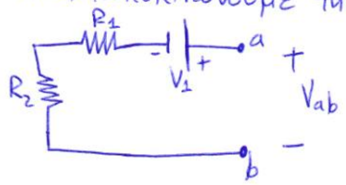
Ημερομηνία Παράδοσης: 28/3/2020

Άσκηση 1:

1)



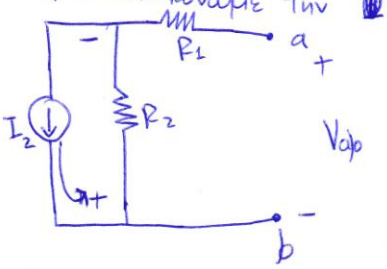
i) Για την εύρεση της V_{th} θα χρησιμοποιήσουμε την αρχή της επαλληλίας
Ανοιχτωκυκλώνουμε την I_2:



Οι R_1, R_2 δε διαρρέονται από ρεύμα, οπότε:

$$V_{ab} = V_1 = V_{th_1}.$$

Βραχυκυκλώνουμε την V_1:



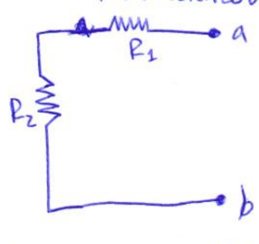
Η R_1 δε διαρρέεται από ρεύμα, άρα:

$$V_{ab} = -V_{R_2} = -I_2 R_2 \Rightarrow$$

$$V_{th_2} = -I_2 R_2.$$

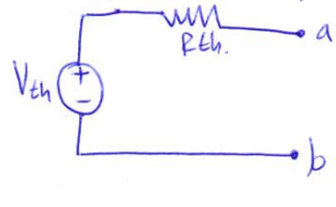
Έτσι, $V_{th} = V_{th_1} + V_{th_2} = V_1 - I_2 R_2.$

ii) Για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης ανοιχτοκυκλώνουμε την I_2 και βραχυκυκλώνουμε την V_1:

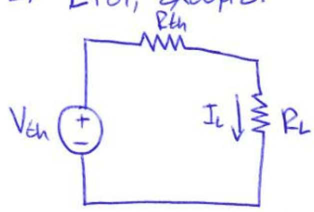


$$\Rightarrow R_{th} = R_1 + R_2.$$

οπότε το ισοδύναμο Thevenin, είναι:



2) Έτσι, έχουμε:



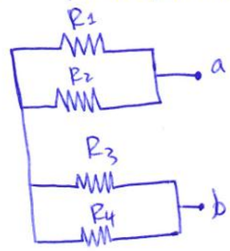
Από καταμεριστή τάσης, έχουμε:

$$V_L = \frac{R_L}{R_{Th}+R_L} V_{th} = \frac{R_L}{R_1+R_2+R_L}\left(V_1 - I_2 R_2\right)$$

όμως, από Ν. Ohm: $I_L = \frac{V_L}{R_L} \Rightarrow \underline{I_L = \frac{V_1 - I_2 R_2}{R_1+R_2+R_L}}$

Άσκηση 2:

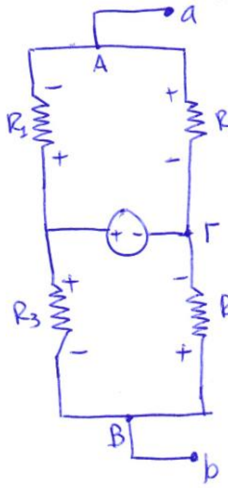
1) Βρίσκουμε την ισοδύναμη αντίσταση βραχυκυκλώνοντας την V_b:



Ισχύουν: $R_1 || R_2$ και $R_3 || R_4$, οπότε:

$$R_{th} = R_1||R_2 + R_3||R_4 = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3+R_4}.$$

Για να βρούμε την V_{th}, το κύκλωμα σχεδιάζεται:

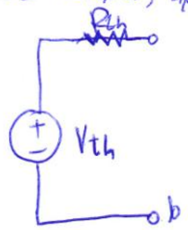


Είναι: $V_{th} = V_{AΓ} + V_{ΓB}$.

Οι R_1, R_2 είναι σε σειρά, οπότε:

$V_{AΓ} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot V_b$ και οι R_4, R_3 είναι σε σειρά, άρα:

$$V_{BΓ} = \frac{R_4}{R_3+R_4} V_b \Rightarrow V_{ΓB} = -\frac{R_4}{R_3+R_4} V_b$$

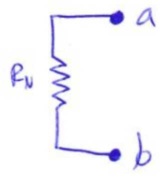


Τελικά, $V_{th} = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2} - \frac{R_3}{R_3+R_4}\right) V_b$.

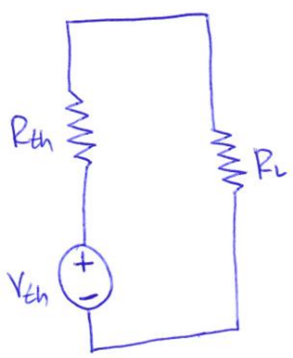
2) Για το ισοδύναμο Norton προφανώς η ισοδύναμη αντίσταση είναι η ίδια. Άρα: $R_N = R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 R_4} \xrightarrow[R_3=R_4=R]{R_1=R_2=R} \frac{R^2}{2R} + \frac{R^2}{2R} = R_N$

$\Rightarrow R_N = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R.$

Για να βρούμε το $I_N (= I_{ab})$, έχουμε ότι: $I_{ab} = 0$ από τη συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone. Οπότε, το ισοδύναμο Norton, είναι:



3) Από το ισοδύναμο Thevenin, έχουμε:



$$V_L = \frac{R_L}{R_{th}+R_L} \cdot V_{th} \Rightarrow$$

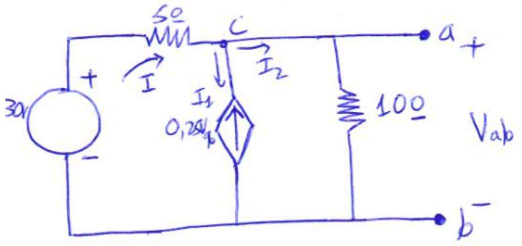
$$V_L = \frac{10}{10+\frac{2}{3}+\frac{12}{7}} \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right) \cdot 20\,V =$$

$$= \frac{10}{\frac{210+14+36}{21}} \left(\frac{14-12}{21}\right) \cdot 20V =$$

$$= \frac{10}{260} \cdot 40\,V = \frac{400}{260} \Rightarrow V_L = \frac{20}{13} V.$$, άρα και $V_{ab} = \frac{20}{13} V.$

Άσκηση 3:

1) Για την εύρεση του ισοδύναμου Thevenin, επειδή έχουμε συνδυασμό εξαρτημένης και ανεξάρτητης πηγής, η τάση Thevenin θα βρεθεί ανοιχτοκυκλώνοντας τα a, b, ενώ το R_{Th} μέσω του ρεύματος βραχυκύκλωσης $I_{βρ}$. Οπότε, ανοιχτοκυκλώνουμε τους κόμβους a, b:



Από ΝΤΚ προκύπτει: $-30V + 5I + V_{ab} = 0 \Rightarrow V_{ab} + 5I = 30V$ (1).

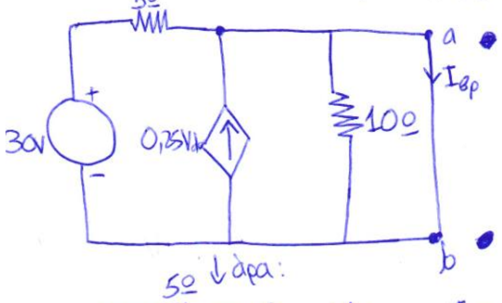
Από ΝΡΚ στον c, έχουμε: $I = I_1 + I_2$ και $I_1 = -0,25V_{ab}$ ⇒ άρα:

$$I = I_2 - \frac{4}{10} V_{ab} \quad (2).$$

και από Ν. Ohm: $V_{ab} = 10 I_2$ (3)

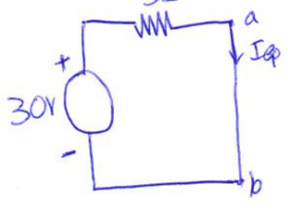
Από (1), (2), (3) $\Rightarrow V_{ab} = 120V$.

Τώρα, βραχυκυκλώνουμε τους κόμβους a, b:



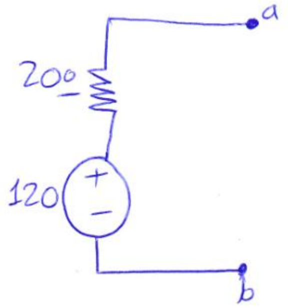
είναι: $V_{ab} = 0 \Rightarrow 0,25V_{ab} = 0$.

άρα:

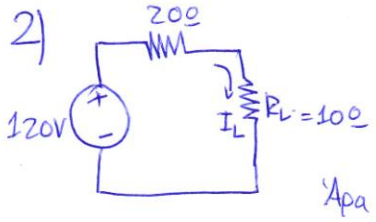


Άρα: $I_{βρ} = \frac{30}{5} = 6A$., άρα: $R_{Th} = \frac{120}{6} = 20\,Ω$

Οπότε το ισοδύναμο Thevenin, είναι:



2)

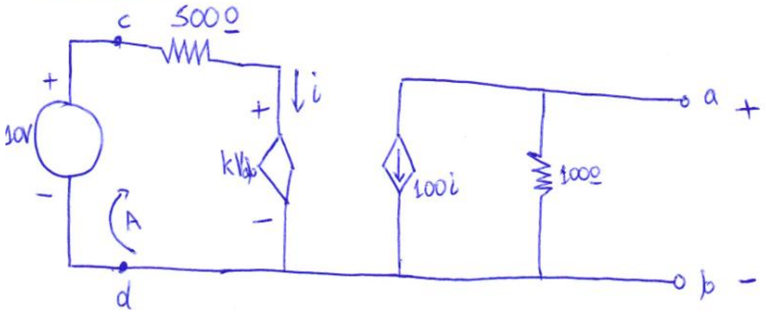


Από καταμεριστή τάσης, έχουμε:

$U_L = \frac{R_L}{R_L+R} \cdot 120 \Rightarrow U_L = \frac{120}{3} = 40V.$

Άρα από Ν. Ohm: $I_L = \frac{U_L}{R_L} \Rightarrow I_L = 4A.$

Άσκηση 4



Από ΝΤΚ στον βρόχο Α, έχουμε:

$-10 + 500i + kV_{ab} = 0 \Rightarrow 500i + kV_{ab} = 10V$ (1).

και από τον Ν. Ohm προκύπτει: $V_{ab} = -(100Ω)(100i) = -10.000i \Rightarrow$

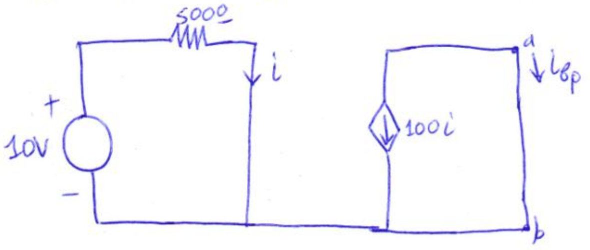
$V_{ab} = -10.000i$ (2).

Η (1) για $k=0$ δίνει: $500i = 10 \Rightarrow i = \frac{1}{50} \xRightarrow{(2)} V_{ab} = -200V.$

Η (1) για $k=0,1$ δίνει: $500i + (0,1)(-10.000i) = 10V \Rightarrow 500i - 1.000i = 10$

$\Rightarrow -500i = 10 \Rightarrow i = -0,02\ A. \xRightarrow{(2)} V_{ab} = 200V.$

Επειδή υπάρχει εξαρτημένη πηγή η ισοδύναμη αντίσταση R_{th} σε κάθε περίπτωση θα υπολογιστεί μέσω του ρεύματος βραχυκύκλωσης $i_{βρ}$.



Προφανώς, το διπλανό κύκλωμα είναι κοινό και στις δύο περιπτώσεις, γιατί λόγω του βραχυκυκλώματος, ισχύει: $V_{ab}=0$.

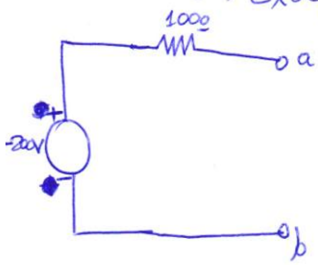
Είναι: $i_{βρ} = -100i$ (3)

και από ΝΤΚ: $-10+500i=0 \Rightarrow 500i=10 \Rightarrow i=\frac{1}{50}$ A, άρα:

$i_{βρ} = -2$ A.

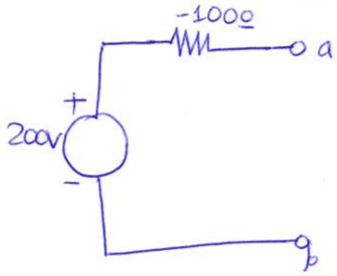
Επομένως:

1) Για $κ=0$, έχουμε:



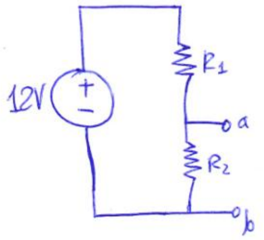
Είναι: $R_{th} = \frac{V_{ab}}{i_{βρ}} = \frac{-200}{-2} = 100Ω$

2) Για $κ=0,1$, έχουμε:

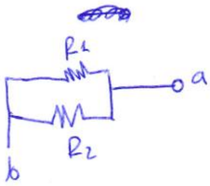


Είναι: $R_{th} = \frac{V_{ab}}{i_{βρ}} = \frac{200}{-2} = -100Ω$.

Άσκηση 5:



Για την εύρεση του ισοδύναμου Thevenin βραχυκυκλώνουμε βραχυκυκλώνουμε την πηγή τάσης



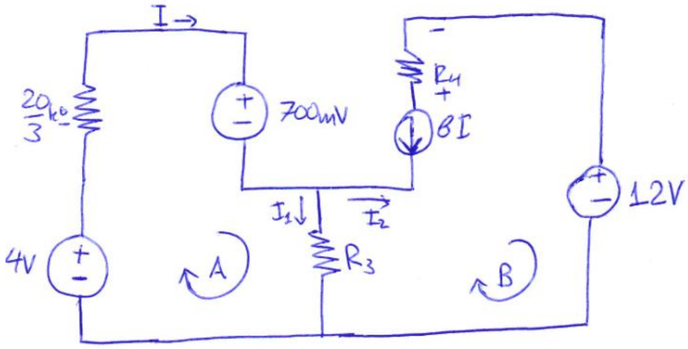
$$R_{th} = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = \frac{200}{30}\, k\Omega \Rightarrow$$

$$R_{th} = \frac{20}{3}\, k\Omega.$$

Ενώ $V_{th} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot 12$ (από καταμεριστή τάσης)

$$\Rightarrow V_{th} = 12 \cdot \frac{10}{30} \Rightarrow V_{th} = 4\ V.$$

Άρα το κύκλωμα γίνεται:



Από NTK_A: $\frac{20}{3} I \cdot 10^3 + 0{,}7 + I_1 R_3 = 4$ (1)

NTK_B: $12 - I_1 R_3 + I_2 R_4 = 0$ (2)

NPK: $\left.\begin{array}{l} I_1 + I_2 = I \\ \text{και: } I_2 = -\beta I \end{array}\right\}$ $I_1 = I(\beta+1) \Rightarrow I_1 = 51 I$ (3)

(1),(3) $\Rightarrow \frac{20}{3} I \cdot 10^3 + 0{,}7 + 3\cdot 10^3 \cdot 51 I = 4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 20 \cdot 10^3 I + 2{,}1 + 3.000 \cdot 51 \cdot I = 12 \Rightarrow$$

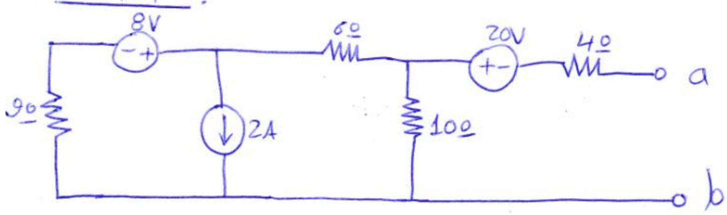
$$\Rightarrow I = \frac{9{,}9}{173 \cdot 10^3} A \Rightarrow I = \frac{99}{173 \cdot 10} mA. \text{ Οπότε:}$$

$$V_4 = R_4 \cdot 50I \Rightarrow V_4 = 5{,}7V.$$

Λειτουργία κυκλώματος:

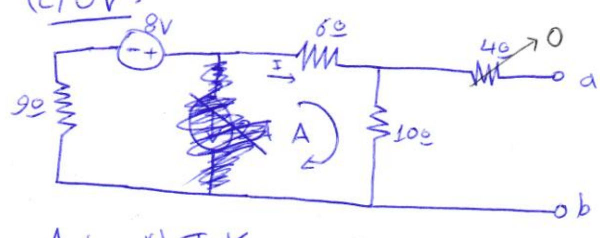
Παρατηρούμε πως πρόκειται για ένα ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή με διπολικό τρανζίστορ BJT στο οποίο εισέρχεται ρεύμα έντασης I και ρέει ρεύμα έντασης $50I$ και $51I$.

Άσκηση 6:



Σε αυτό το κύκλωμα έχουμε 3 ανεξάρτητες πηγές, οπότε θα εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας.

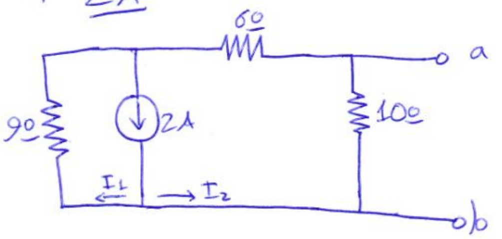
(i) 8V:



Από NTK_A: $9I - 8V + 6I + 10I = 0 \Rightarrow 25I = 8 \Rightarrow$

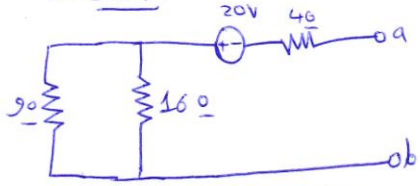
$I = \frac{8}{25} A$, άρα: $V_{ab(1)} = \frac{80}{25} = 3{,}2V$.

ii) 2A:

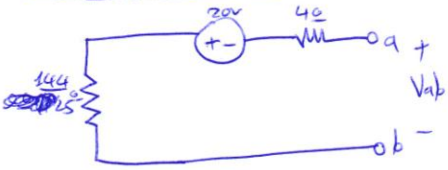


Οι αντιστάσεις 6Ω και 10Ω είναι συνδεδεμένες σε σειρά και η 9Ω είναι παράλληλη σε αυτές. Άρα: $I_2 = \frac{9 \cdot 2}{9+6+10} A \Rightarrow I_2 = \frac{18}{25} A$.
άρα: $I_{ab(2)} = -I_2 = -\frac{18}{25} A$ και $V_{ab(2)} = 10 I_{ab} \Rightarrow V_{ab(2)} = -7,2\ V$.

iii) 20V:



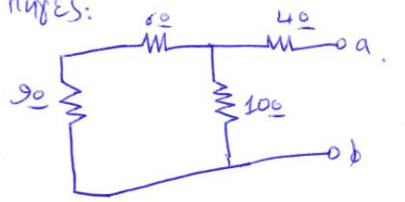
Οι αντιστάσεις 10Ω και 6Ω είναι σε σειρά και εν συνεχεία παράλληλες με την 9Ω. Άρα το κύκλωμα ισοδυναμεί με:
$9Ω \| 16Ω = \frac{9 \cdot 16}{25} = \frac{144}{25}\ Ω$



V_{ab} Προφανώς, είναι:
$V_{ab(3)} = -20V$

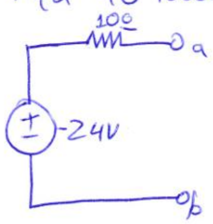
Άρα: $V_{th} = V_{ab(1)} + V_{ab(2)} + V_{ab(3)} = -20V - 7,2V + 3,2V = -24V$.

Για την ισοδύναμη αντίσταση R_{th} μηδενίζουμε όλες τις ανεξάρτητες πηγές:

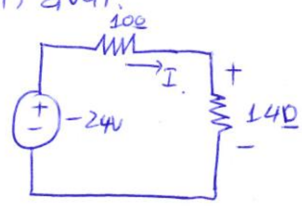


Ισχύει: $(9+6) \| 10 + 4 =$
$= (15 \| 10) + 4 = \frac{15 \cdot 10}{25} + 4 =$
$= \frac{150}{25} + 4 = 10$.

Άρα το ισοδύναμο Thevenin, είναι:



οπότε :

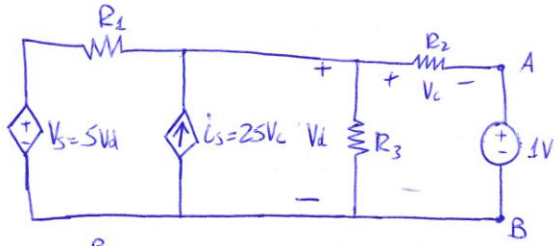


Από ΝΤΚ: $24V + 10I + 14I = 0 \Rightarrow$

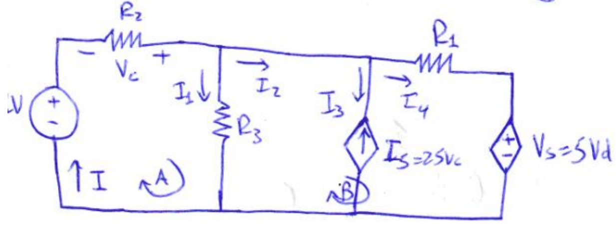
$24I = -24V \Rightarrow I = -1A$.

Άσκηση 7[redacted]:

Για να βρούμε το ισοδύναμο Thevenin στα άκρα A, B επειδή έχουμε μόνο εξαρτημένες πηγές προσθέτουμε μια πηγή τάσης 1V στα a,b και ψάχνουμε το i_{ab}.



Το κύκλωμα αυτό ισοδυναμεί με το παρακάτω:



Από ΝΡΚ: $I = I_1 + I_3 + I_4$ (1)

$NTK_A: -1 - V_c + I_1 R_3 = 0 \Rightarrow I_1 R_3 = 1 + I R_2 \Rightarrow I_1 = \frac{1 + I R_2}{R_3}$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow I = \frac{1 + I R_2}{R_3} + I_3 + I_4$ (3).

Επιπλέον: $\left.\begin{array}{l} I_3 = -25V_c \ (4) \\ V_c = -IR_2 \ (5) \end{array}\right\} \Rightarrow I_3 = 25IR_2 \ (6)$

$$(3),(6) \Rightarrow I = \frac{1+IR_2}{R_3} + 25IR_2 + I_4 \quad (7)$$

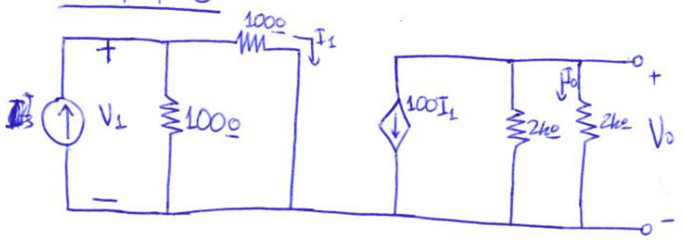
Από NTK_B: $I_4R_1 + 5V_d = I_1R_3 \Rightarrow I_4R_1 + 5I_1R_3 = I_1R_3 \Rightarrow$

$$I_4 = \frac{-4(1+IR_2)}{R_1} \quad (8)$$

$$(7),(8) \Rightarrow I = \frac{1}{R_3} + I\frac{R_2}{R_3} + 25IR_2 - \frac{4}{R_1} - \frac{4IR_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$I = \frac{\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}}{1 - \frac{R_2}{R_3} - 25R_2 + 4\frac{R_2}{R_1}}$$, επομένως: $R_{th} = \frac{1}{I}$, και: $V_{th} = V_{ab} = 1V$.

Άσκηση 8



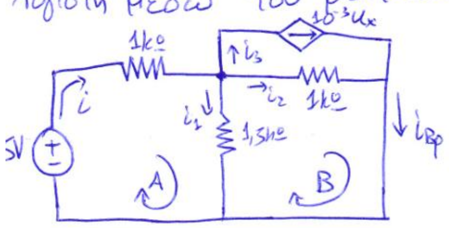
Είναι: $I_1 = \frac{100}{100+100} \cdot I_s \Rightarrow I_1 = \frac{I_s}{2}$ (1) και $V_1 = 100I_1 \Rightarrow$ (N. Ohm)
$V_1 = 50I_s$ (2)

Και: $I_o = -\frac{2k\Omega}{2k\Omega + 2k\Omega} \cdot 100I_1 \overset{(1)}{\Longrightarrow} I_o = -25I_s \Rightarrow \boxed{\frac{i_o}{i_s} = -25}$ (3)

$$(3) \overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{\frac{V_o}{2k\Omega}}{\frac{V_1}{100}} = -25 \Rightarrow \boxed{\frac{u_o}{u_1} = -10^3}$$

Άσκηση 9:

Για να υπολογίσουμε την τάση εξόδου u_o πρέπει πρώτα να βρούμε το ισοδύναμο Thevenin του κυκλώματος. Για την εύρεση του οποίου, λόγω της εξαρτημένης πηγής, η ισοδύναμη αντίσταση R_{th} θα υπολογιστή μέσω του ρεύματος βραχυκύκλωσης $i_{βρ}$.



Ισχύουν: $i = i_1 + i_2 + 10^{-3}u_x$
και: $u_x = 1500\, i_1$ $\Rightarrow$

$i = 2{,}5 i_1 + i_2$ (1).

Από NTK_A: $-5 + 1000 i + 1.500 i_1 = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow}$

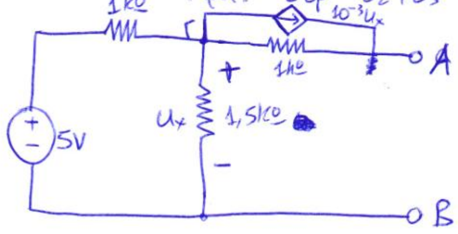
$1000(2{,}5 i_1 + i_2) + 1.500 i_1 = 5 \Rightarrow$

$4.000 i_1 + 1000 i_2 = 5$ (2).

NTK_B: $-1{,}500 i_1 + 1000 i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = 1{,}5 i_1$ (3).

και: $i_3 = 10^{-3} u_x = 1{,}5 \cdot i_1 \Rightarrow i_3 = 0{,}0135$ A.

Άρα: $i_{βρ} = i_2 + i_3 \Rightarrow i_{βρ} = 2{,}7$ mA.



Είναι: $u_x = \dfrac{1{,}5k\Omega}{1k\Omega + 1{,}5k\Omega} \cdot 5V \Rightarrow$

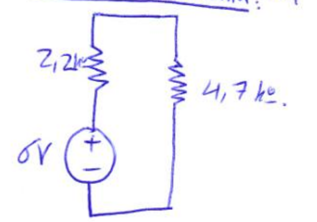
$u_x = 3V$.

και: $i = 10^{-3} \cdot u_x = 3\,mA$.

Ισχύει: $V_{th} = V_{AB} = u_x + V_{AΓ} = 3 + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{3} = 6\,V$.

Άρα: $R_{th} = \dfrac{V_{th}}{i_{βρ}} \Rightarrow R_{th} = \dfrac{6V}{2{,}7mA} \simeq 2{,}2\,k\Omega$.

Ισοδύναμο Thevenin:

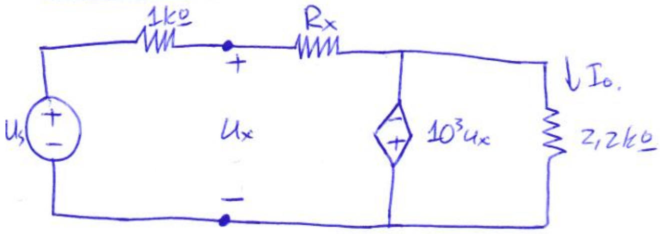


Από διαιρέτη τάσης:

$u_o = \dfrac{4{,}7 \cdot 6}{2{,}2 + 4{,}7} \Rightarrow$

$\Rightarrow u_o \simeq 4{,}1\,V.$

Άσκηση 10



Ισχύει: $I_o = -0,227\, U_s$ (1). (Άρα, το ρεύμα I_o έχει αντίθετη φορά από αυτή του σχήματος.)

Ισχύει, επιπλέον, ότι:

$$-U_o = 10^3 u_x \overset{(1)}{\Rightarrow} U_x = (0,227)\cdot 2,2 \cdot U_s \Rightarrow$$

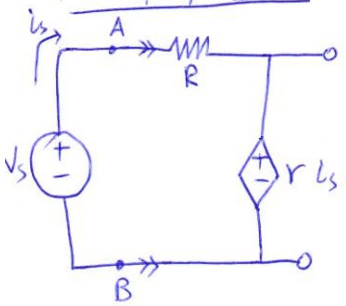
$$U_x = (0,4994)U_s \Rightarrow U_x \simeq \frac{U_s}{2}. \quad (2).$$

Από διαιρέτη τάσης, ισχύει:

$$U_x = \frac{(1k\Omega)\, U_s}{(1k\Omega)+R_x} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{U_s}{2} \simeq \frac{(1k\Omega)\, U_s}{(1k\Omega)+R_x} \Rightarrow$$

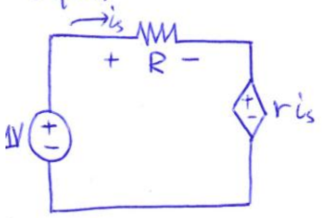
$$R_x + (1k\Omega) = 2k\Omega \Rightarrow R_x \simeq 1k\Omega \;.$$

Άσκηση 11:



Ουσιαστικά, ζητείται το ισοδύναμο Thevenin δεξιά από τα A, B. Η R_{th} είναι η ζητούμενη αντίσταση. Επειδή, όμως, το συγκεκριμένο κύκλωμα έχει μόνο μία εξαρτημένη πηγή, προσθέτουμε στα A, B μία πηγή τάσης 1V.

Άρα:



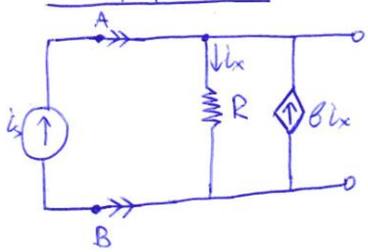
Από NTK: $-1 + i_s R + r i_s = 0 \Rightarrow$

$i_s(R+r) = 1$ (=Vab).

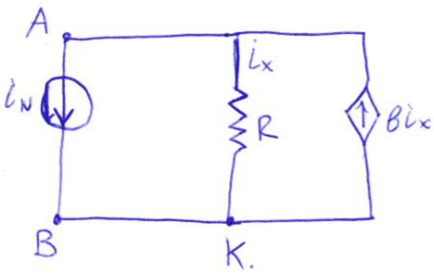
Επομένως: $R_{th} = \dfrac{V_{ab}}{i_s} = R + r \Rightarrow$

$R_{th} = R + r$, άρα και: $\underline{R_{in} = R + r}$

Άσκηση 12:



Ουσιαστικά, ψάχνουμε το ισοδύναμο ~~Thevenin~~ Norton δεξιά από τα A, B. Για το οποίο θα ισχύει: $R_{in} = R_N$. Θα προσδιοριστεί μέσω μιας πηγής ρεύματος i_N.



Από NPK_K: $i_N = -i_x + \beta i_x \Rightarrow$

$i_N = -(\beta - 1) i_x \Rightarrow i_N = (1-\beta) i_x$. (1)

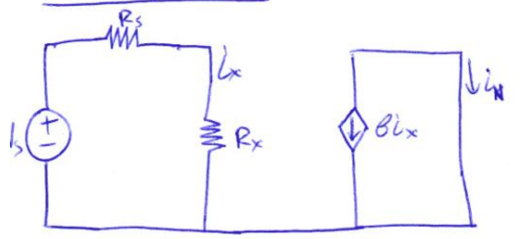
Ενώ: $V_{AB} = i_x R$ (2) (N. Ohm).

είναι γνωστό ότι: $R_N = \dfrac{V_{AB}}{i_N} \Rightarrow R_N = \dfrac{i_x R}{(1-\beta) i_x} \Rightarrow$

$R_N = \dfrac{R}{1-\beta}$, οπότε και:

$$R_{in} = \frac{R}{1-\beta}$$

Άσκηση 13:

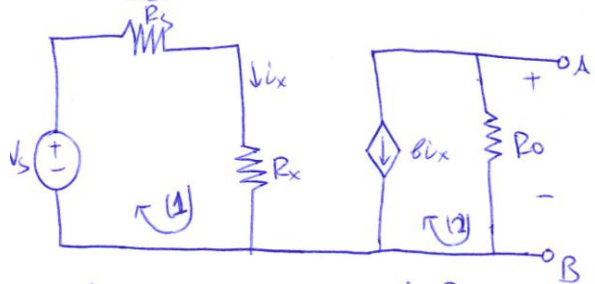


Ισχύει: $i_N = -\beta i_x$. (1)

Από διαιρέτη τάσης: $V_x = \frac{R_x V_s}{R_x+R_s} \Rightarrow i_x = \frac{V_s}{R_x+R_s}$ (2) (N. Ohm).

Άρα: $i_N = \frac{-\beta V_s}{R_x+R_s}$ (3).

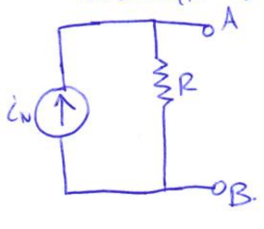
Επειδή αν μηδενίσουμε την ανεξάρτητη πηγή τάσης V_s θα έχουμε την εξαρτημένη πηγή: βi_x, ο υπολογισμός της R_N θα γίνει μέσω της V_{AB}.



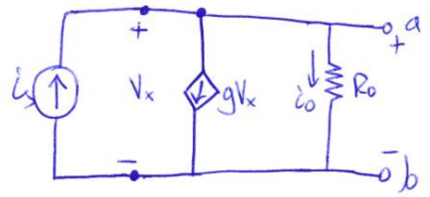
Από ΝΤΚ(1): $-V_s + i_x R_s + i_x R_x = 0 \Rightarrow i_x = \frac{V_s}{R_x+R_s}$

ΝΤΚ(2): $V_{AB} = -\beta i_x R_o \xrightarrow{(2)} V_{AB} = \frac{-\beta V_s}{R_x+R_s} \cdot R_o$.

Οπότε: $R_N = \frac{V_{AB}}{i_N} = R_o$. Το ισοδύναμο Norton:



Άσκηση 14:



Προφανώς, ισχύει: $V_{ab} = V_x$ (1)

Ενώ: $i_o = i_s - gV_x$ (2) (Από ΝΡΚ)

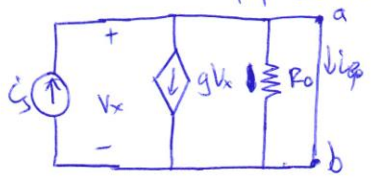
Από τον νόμο του Ohm: $i_o = \frac{V_{ab}}{R_o} \overset{(1)}{\Rightarrow} i_o = \frac{V_x}{R_o}$ (3)

Άρα: (2), (3) $\Rightarrow \frac{V_x}{R_o} = i_s - gV_x \Rightarrow \frac{V_x}{R_o} + gV_x = i_s \Rightarrow$

$$V_x\left(\frac{1}{R_o}+g\right) = i_s \Rightarrow V_x\left(\frac{gR_o+1}{R_o}\right) = i_s \Rightarrow$$

$V_x = \frac{R_o i_s}{gR_o+1}$ (4), άρα: (1) $\overset{(4)}{\Longrightarrow} V_{ab} = \frac{R_o i_s}{gR_o+1}$ (5)

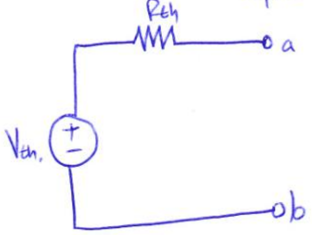
Η ισοδύναμη αντίσταση R_{th} θα υπολογιστεί μέσω του $i_{βρ}$.



Προφανώς, $V_x = 0$ και $R_o \to \infty$.
Επομένως, $i_{βρ} = i_s$ (6).

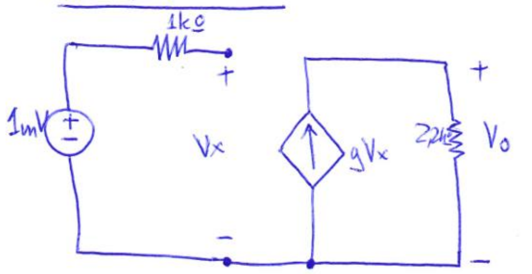
Είναι: $R_{th} = \frac{V_{ab}}{i_{βρ}} \overset{(5)}{\underset{(6)}{\Rightarrow}} R_{th} = \frac{R_o}{gR_o+1}$

Το ισοδύναμο Thevenin:



όπου: $V_{th} = \frac{R_o i_s}{gR_o+1}$ και $R_{th} = \frac{R_o}{gR_o+1}$.

Άσκηση 15:



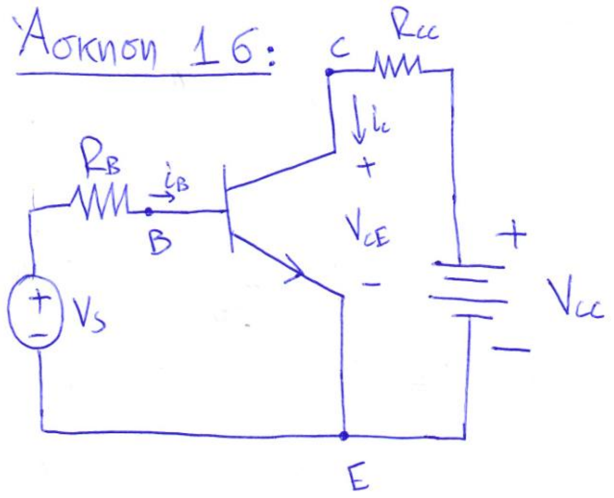
Η αντίσταση 1kΩ δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε:

$V_x = 1mV$, άρα: $gV_x = 10^{-3}g$.

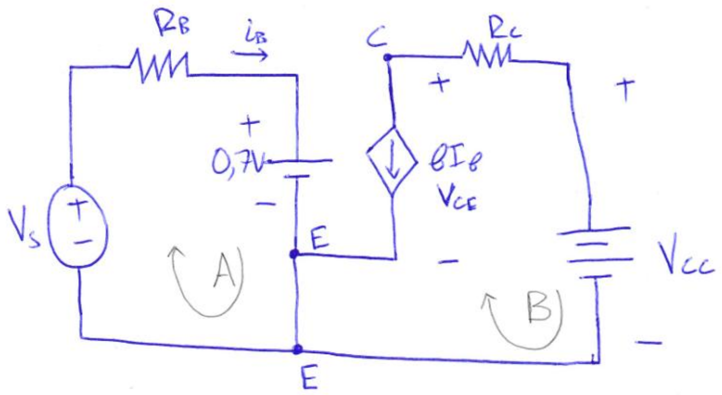
Επομένως, από Ν. Ohm: $V_o = iR \Rightarrow 10 = 10^{-3}g \cdot 2{,}2 \cdot 10^{3} \Rightarrow$

$g = \frac{10}{2{,}2} \Rightarrow \underline{g \simeq 4{,}55}$.

Άσκηση 16:



Για να επιλύσουμε αυτό το κύκλωμα θα χρησιμοποιήσουμε το απλοποιημένο μοντέλο λειτουργία του BJT τρανζίστορ σε DC λειτουργία:



ισχύει: $i_C = \beta i_B \xRightarrow{\beta=100} i_C = 100 i_B$ (1).

Από NTK_A: $+V_S - i_B R_B = 0,7 \Rightarrow i_B = \dfrac{V_S - 0,7}{R_B}$ (2)

NPK_E: $i_B + 100 i_B = i_{cc} \Rightarrow i_{cc} = 101\, i_B$ (3)

NTK_B: $V_{CE} + i_{cc} R_C = V_{cc} \Rightarrow V_{CE} = V_{cc} - i_{cc} R_C$ (4).

$(1) \xRightarrow{(2)} i_C = \dfrac{100\,(V_s - 0,7)}{100 \cdot 10^3} \Rightarrow i_C = \dfrac{V_s - 0,7}{10^3}\, A \Rightarrow$

$i_C = (V_s - 0,7)\, mA$ (5)

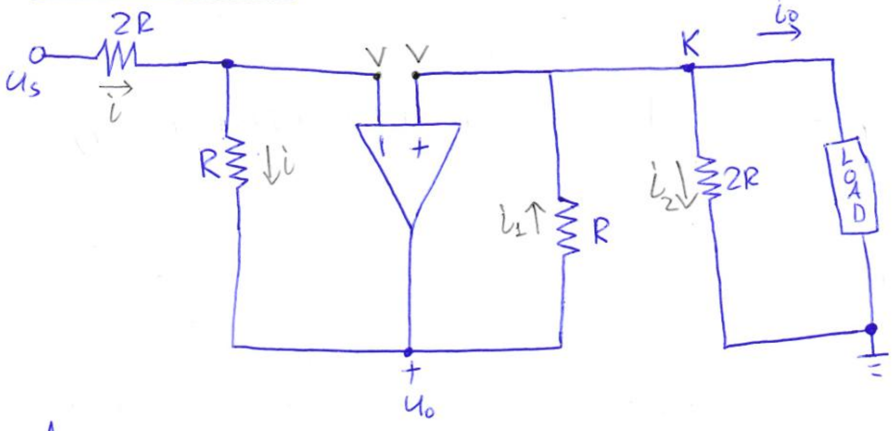
$(4) \xRightarrow{(3)} V_{CE} = 15 - 101\, i_B \cdot (3,3) \cdot 10^3 \xRightarrow{(2)} V_{CE} = \dfrac{15 - (333,3) \cdot 10^3 (V_s - 0,7)}{10^3 \cdot 100}$

$\xRightarrow{(5)} V_{CE} = 15 - \dfrac{333,3}{100} i_C$ (6)

i) $V_s = 1V$, άρα: $(5) \Rightarrow i_C = 0,3\, mA$ και $(6) \Rightarrow V_{CE} = 14,001 \approx 14V$

ii) $V_s = 5V$, άρα: $(5) \Rightarrow i_C = 4,3\, mA$ και $(6) \Rightarrow V_{CE} = 0,6681\, V$ ή
$V_{CE} \simeq 0,67 V$.

Ασκηση 17:



Λόγω του τελεστικού ενισχυτή, ισχύει: $V^- = V^+ = V$

είναι:

$$\left.\begin{array}{l} i = \dfrac{u_s - V}{2R} \\[2ex] i = \dfrac{V - u_0}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{u_s - V}{2R} = \frac{V - u_0}{R} \Rightarrow u_s - V = 2V - 2u_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3V = 2u_0 + u_s \Rightarrow -u_s = 2u_0 - 3V \quad (1)$$

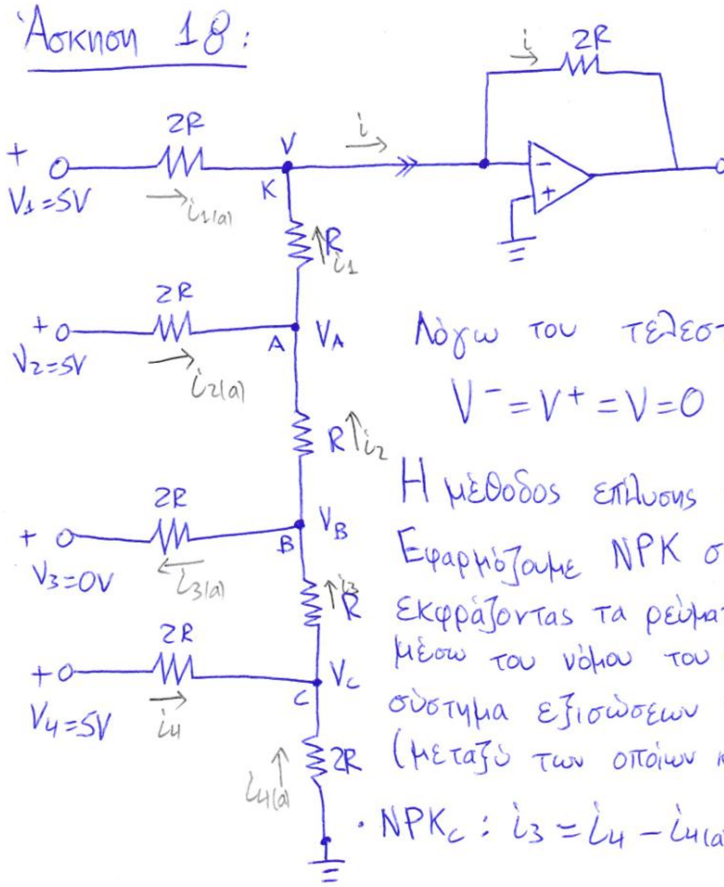
επιπλέον, είναι: $i_1 = \dfrac{u_0 - V}{R}$ (2) και: $i_2 = \dfrac{V - 0}{2R} \Rightarrow i_2 = \dfrac{V}{2R}$ (3)

από NPK_K: $i_1 = i_2 + i_0 \Rightarrow i_0 = i_1 - i_2 \xRightarrow[(3)]{(2)} i_0 = \dfrac{u_0 - V}{R} - \dfrac{V}{2R}$

$$\Rightarrow i_0 = \frac{2u_0 - 2V - V}{2R} \Rightarrow i_0 = \frac{2u_0 - 3V}{2R} \xRightarrow{(1)}$$

$\boxed{i_0 = -\dfrac{u_s}{2R}}$, επομένως η τιμή του ρεύματος που διαρρέει το φορτίο είναι $i_0 = -\frac{u_s}{2R}$ (ανεξάρτητη από αυτό). Δηλαδή, το κύκλωμα λειτουργεί ως πηγή ρεύματος (εξαρτώμενη από την τάση u_s).

Άσκηση 18:



Λόγω του τελεστικού ενισχυτή, ισχύουν:

$$V^- = V^+ = V = 0 \text{ και } i_{εισ} = 0.$$

Η μέθοδος επίλυσης της άσκησης είναι η εξής: Εφαρμόζουμε ΝΡΚ στους κόμβους A, B, C, K, εκφράζοντας τα ρεύματα συναρτήσει των τάσεων μέσω του νόμου του Ohm. Θα προκύψει ένα σύστημα εξισώσεων με τις άγνωστες τάσεις (μεταξύ των οποίων και η V_0).

• $ΝΡΚ_C$: $i_3 = i_4 - i_{4(a)} \Rightarrow \dfrac{V_C - V_B}{R} = \dfrac{V_4 - V_C}{2R} - \dfrac{V_C}{2R}$

$$\Rightarrow V_C - V_B = \frac{V_4 - V_C}{2} - \frac{V_C}{2} \Rightarrow V_B = 2V_C - \frac{V_4}{2} \quad (1)$$

• $ΝΡΚ_B$: $i_3 = i_{3(a)} + i_2 \Rightarrow \dfrac{V_C - V_B}{R} = \dfrac{V_B}{2R} + V_B - V_A$

$$\Rightarrow V_C - V_B = \frac{V_B}{2} + V_B - V_A \Rightarrow V_C + V_A = \frac{5V_B}{2} \quad (2)$$

• $ΝΡΚ_A$: $i_2 + i_{2(a)} = i_1 \Rightarrow \dfrac{V_B - V_A}{R} + \dfrac{5 - V_A}{2R} = \dfrac{V_A - V}{R}$

$$\Rightarrow V_B - V_A + \frac{5 - V_A}{2} = V_A - V \Rightarrow 2V_B - 5V_A = -5 \quad (3)$$

• $ΝΡΚ_K$: $i = i_{1(a)} + i_1 \Rightarrow \dfrac{V - u_0}{2R} = \dfrac{5 - V}{2R} + \dfrac{V_A - V}{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V - u_0 = 5 - V + 2V_A - 2V \Rightarrow u_0 - 4V + 2V_A = -5 \quad (4).$$

Καταλήγουμε λοιπόν στις παρακάτω εξισώσεις:

$$\left.\begin{aligned} V_B = 2V_C - \tfrac{5}{2} &\Rightarrow V_B - 2V_C = -\tfrac{5}{2} \quad (1') \\ V_C + V_A = \tfrac{5V_B}{2} &\Rightarrow V_A - \tfrac{5}{2}V_B + V_C = 0 \quad (2') \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_A - 2V_B = -\frac{5}{4} \quad (5)$$

$$2V_B - 5V_A = -5 \Rightarrow -5V_A + 2V_B = -5 \quad (3')$$

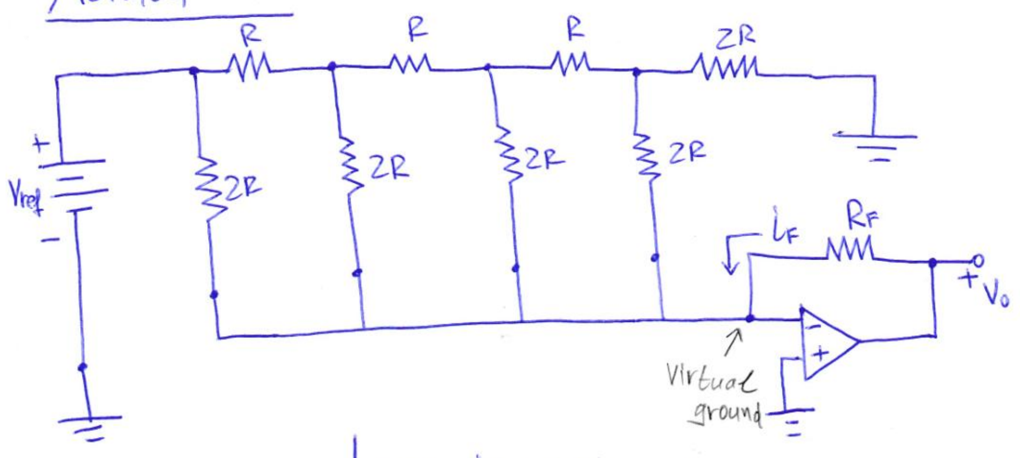
$$u_0 + 2V_A = -5 \Rightarrow u_0 + 2V_A = -5 \quad (4')$$

$$\left.\begin{aligned}(3')\\(5)\end{aligned}\right\} \Rightarrow -4V_A = -\frac{25}{4} \Rightarrow V_A = \frac{25}{16}\,V.$$

άρα: $(4') \Rightarrow u_0 + \frac{25}{8} = -5 \Rightarrow u_0 = -\left(\frac{25}{8} + 5\right)V \Rightarrow$

$u_0 = -8,125\,V.$

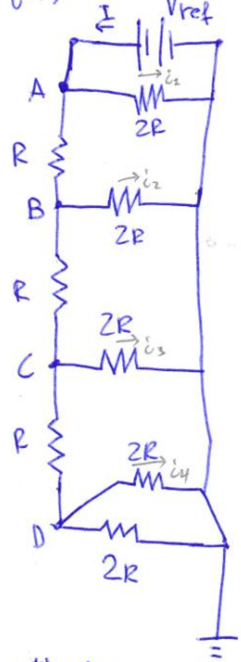
Ασκηση 19:



Ισχύει: $V^- = V^+ = 0$.

Άσκηση 19 (συνέχεια):

1) Αφού ο αναστρέφοντας ακροδέκτης του τελεστικού αποτελεί μια εικονική γη, έχουμε:



Ισχύει: $R_{ολ} = \left(\left(\left(2R // 2R + R\right) // 2R + R\right) // 2R + R\right) // 2R$

Οπότε: $R_{ολ} = R$ και: $I = \frac{V_{ref}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{V_{ref}}{R}$.

Από διαιρέτη ρεύματος:

$$i_1 = \frac{2R}{2R+2R} \cdot I = \frac{V_{ref}}{2R}$$
$$i_2 = \frac{2R}{2R+2R}(I - i_1) = \frac{V_{ref}}{4R}$$
$$i_3 = \frac{2R}{2R+2R}(I - i_1 - i_2) = \frac{V_{ref}}{8R}$$
$$i_4 = \frac{2R}{2R+2R}(I - i_1 - i_2 - i_3) = \frac{V_{ref}}{16R}$$
$$\vdots$$

$$i_j = V_{ref} / 2^j R, \quad j = 1, 2, 3, 4. \quad (1)$$

2) Ιδανικά, ο τελεστικός ενισχυτής έχει άπειρη εσωτερική αντίσταση, άρα το ρεύμα που εισέρχεται σε αυτόν είναι μηδενικό. Οπότε από νόμο Ρευμάτων Kirchhoff προκύπτει: $i_F + b_1 i_1 + b_2 i_2 + b_3 i_3 + b_4 i_4 = 0 \Rightarrow$

$$i_F = -\sum_{j=1}^{4} b_j i_j \quad (2),$$ όπου: $b_j = 0$ (αν το αντίστοιχο bit είναι στο low.), $b_j = 1$ (αν το αντίστοιχο bit είναι στο high)

3) Λόγω του τελεστικού ενισχυτή, ισχύει:

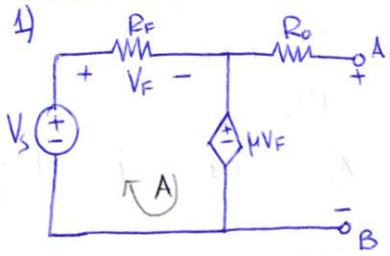
$V^- = V^+ = 0$, άρα: $i_F = \frac{V_o - V^-}{R_F} \Rightarrow i_F = \frac{V_o}{R_F} \Rightarrow$

$$u_o = i_F R_F \xRightarrow{(2)} u_o = -R_F \sum_{j=1}^{4} b_j i_j \xRightarrow{(1)} u_o = -R_F \sum_{j=1}^{4} b_j \frac{V_{ref}}{2^j R} \Rightarrow$$

$$u_o = -\frac{R_F}{2R} V_{ref} \sum_{j=1}^{4} \frac{b_j}{2^{j-1}}.$$

Ασκηση 20:

1)



Θα βρεθεί το ισοδύναμο Thevenin, αριστερά των ακροδεκτών A, B:

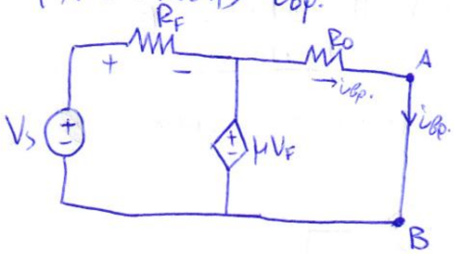
Από ΝΤΚ στο βρόχο A, έχουμε:

$+V_s - \mu V_F - V_F = 0 \Rightarrow V_s = (\mu + 1) V_F \Rightarrow$

$V_F = \frac{V_s}{1+\mu}$ (1).

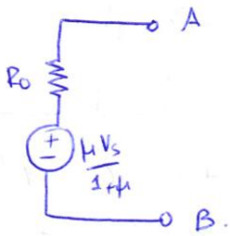
Ισχύει: $V_{ab} = \mu V_F \overset{(1)}{\Rightarrow} V_{ab} = \frac{\mu V_s}{1+\mu}$ (2).

Η ισοδύναμη αντίσταση R_{th} θα υπολογιστεί μέσω του ρεύματος βραχυκύκλωσης $i_{βρ}$.

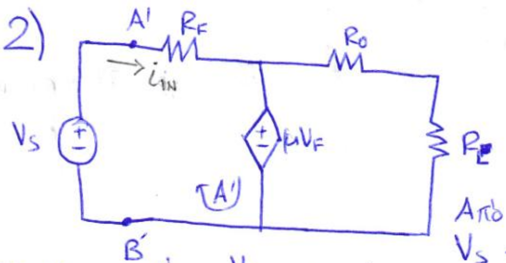


είναι: $i_{βρ} = \frac{\mu V_F}{R_0} \Rightarrow i_{βρ} = \frac{V_{ab}}{R_0}$.

Επομένως, προκύπτει: $R_{th} = R_0$, και έχουμε το ακόλουθο ισοδύναμο Thevenin:



2)



Ψάχναμε την αντίσταση εισόδου που «βλέπει» η πηγή u_s στο κύκλωμα. Αυτή ισούται με: $R_{IN} = \frac{V_s}{i_{IN}}$ (3).

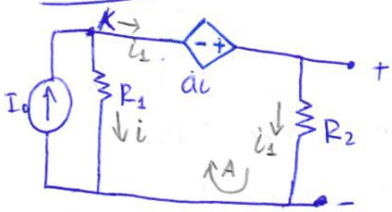
Από ΝΤΚ στον βρόχο A', έχουμε:

$V_s - i_{IN} R_F - \mu V_F = 0$ (4) και από

N. Ohm: $i_{IN} = \frac{V_F}{R_F} \Rightarrow V_F = i_{IN} \cdot R_F$ (5)

(4) $\overset{(5)}{\Longrightarrow} V_s - i_{IN} R_F - \mu i_{IN} R_F = 0 \Rightarrow i_{IN} = \frac{V_s}{(1+\mu)R_F} \overset{(3)}{\Longrightarrow} \underline{R_{IN} = (\mu+1) R_F}$

Άσκηση 21:



Από ΝΡΚ (κόμβος Κ): $I_0 = i + i_1 \Rightarrow$
$i_1 = I_0 - i$ (1).

Από ΝΤΚ (βρόχος Α): $+iR_1 + ai - i_1R_2 = 0$

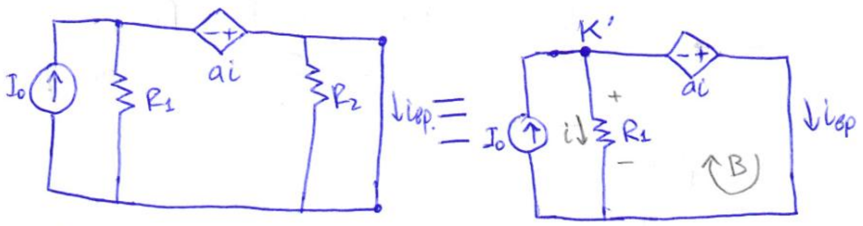
$$\Rightarrow i(R_1+a) = i_1R_2 \xRightarrow{(1)} i(R_1+a) = (I_0 - i)R_2 \Rightarrow$$

$$R_2I_0 = i(R_1+R_2+a) \Rightarrow i = \frac{I_0R_2}{R_1+R_2+a} \quad (2).$$

$$(1) \xRightarrow{(2)} i_1 = I_0 - \frac{I_0R_2}{R_1+R_2+a} \Rightarrow i_1 = \frac{(R_1+R_2+a)I_0 - I_0R_2}{R_1+R_2+a} \Rightarrow$$

$$i_1 = \frac{(R_1+a)I_0}{R_1+R_2+a} \xRightarrow{\text{ν. Ohm}} \frac{V}{R_2} = \frac{(R_1+a)I_0}{R_1+R_2+a} \Rightarrow \underline{V = \frac{(R_1+a)R_2I_0}{R_1+R_2+a}} \quad (3)$$

Η ισοδύναμη αντίσταση R_{th} θα υπολογιστεί μέσω του ρεύματος βραχυκύκλωσης $i_{βρ}$.



Από ΝΤΚ (βρόχος Β): $iR_1 + ai = 0 \Rightarrow i(R_1+a) = 0 \Rightarrow i = 0$.

Επομένως, από ΝΡΚ (κόμβος Κ'): $i_{βρ} = I_0$.

Τελικά: $R_{th} = \frac{V}{i_{βρ}} \Rightarrow R_{th} = \frac{(R_1+a)R_2}{R_1+R_2+a}$ και το ισοδύναμο Thevenin, είναι: