Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων – 1η Σειρά Ασκήσεων

ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ, 03120164

1)α) $53AC_{16}$

◦ Βάση 2:

$53AC_{16} = 5\cdot16^3+3\cdot16^2+A\cdot16^1+C\cdot16^0 = 5\cdot16^3+3\cdot16^2+10\cdot16+12$

$=(2^2+1)\cdot(2^4)^3+(2+1)\cdot(2^4)^2+(2^3+2)\cdot2^4+(2^3+2^2)$

$=(2^2+1)\cdot2^{12}+(2+1)\cdot2^8+(2^3+2)\cdot2^4+(2^3+2^2)$

$=2^2\cdot2^{12}+2^{12}+2\cdot2^8+2^8+2^3\cdot2^4+2\cdot2^4+2^3+2^2$

$=2^{14}+2^{12}+2^9+2^8+2^7+2^5+2^3+2^2$

$=(101001110101100)_2$

◦ Βάση 8:

$53AC_{16} = 5\cdot16^3+3\cdot16^2+10\cdot16+12$

$=5\cdot(8\cdot2)^3+3\cdot(8\cdot2)^2+10\cdot(8\cdot2)+12$

$=5\cdot8\cdot8^3+3\cdot4\cdot8^2+10\cdot2\cdot8^1+12\cdot8^0$

$=5\cdot8^4+(8+4)\cdot8^2+(2\cdot8+4)\cdot8+(8+4)\cdot8^0$

$=5\cdot8^4+8^3+4\cdot8^2+2\cdot8^2+4\cdot8+8+4\cdot8^0$

$=5\cdot8^4+8^3+4\,8^2+6\,8^1+4\cdot8^0$

$=(51654)_8$

β) 341_{10}

(i) $341_{10}=2^8+2^6+2^4+2^2+2^0=(101010101)_2$

(ii) $341_{10}=16^2+5\cdot16^1+5\cdot16^0=(155)_{16}=$

$=(2^4)^2+(2^2+1)\cdot2^4+(2^2+1)\cdot2^0=2^8+2^2\cdot2^4+2^4+2^2+2^0=$

$=2^8+2^6+2^4+2^2+2^0=(101010101)_2$

γ) $11010_2=2^4+2^3+0\cdot2^2+2^1+0\cdot2^0=16+8+2=(26)_{10}$

$0111_2=0\cdot2^3+1\cdot2^2+1\cdot2+1\cdot2^0=4+2+1=(7)_{10}$

δ) $156_{16}=1\cdot16^2+5\cdot16^1+6\cdot16^0=256+80+6=(342)_{10}$

2)

Αύξων Αριθμός Βαθμίδας (ΑΑΒ)	4	3	2	1
Δείκτης Βαθμίδας (ΔΒ)	3	2	1	0
Κρατούμενο εισόδου στη βαθμίδα (carry in)	1	1	1	0
Προσθετέος 1 (A)	1	0	1	1
Προσθετέος 2 (B)	0	1	0	1
Μερικό άθροισμα (S) ανά βαθμίδα	0	0	0	0
Παραγόμενο κρατούμενο που μεταφέρεται στην επόμενη βαθμίδα (carry out)	1	1	1	1

(↳ $C_{out_4} = C_{out_3}$ άρα η υπερχείλιση είναι ευνοϊκή)

Συνεπώς: $1011_2 + 101_2 = 0000_2$ (αποτέλεσμα 4-bit) ή
$= 10000_2$ (αποτέλεσμα 5-bit)

$$\left.\begin{aligned} 1011_2 &= 2^3+2+1 = 11 \\ 101_2 &= 2^2+1 = 5 \end{aligned}\right\} \quad 11+5=16=1000_2$$

3)

Συμπλήρωμα ως προς 1	Συμπλήρωμα ως προς 2
α) 10001000 → 01110111	10001000 → 01111000
β) 00000000 → 11111111	00000000 → 00000000
γ) 101001001 → 010110110	101001001 → 010110111

4) Βρίσκω εξ αρχής τα συμπληρώματα ως προς 2 που θα χρησιμοποιήσω παρακάτω:

- 10110 → 01010
- 110101 → 001011
- 100110 → 011010

α) 10111 − 10110 = 10111 + 01010

ΑΑΒ	5	4	3	2	1
ΔΒ	4	3	2	1	0
Carry in	1	1	1	0	0
A	1	0	1	1	1
B	0	1	0	1	0
S	0	0	0	0	1
Carry out	1	1	1	1	0

⇒ 10111 − 10110 = 00001

β)

ΑΑΒ	6	5	4	3	2	1
ΑΒ	5	4	3	2	1	0
Carry in	0	1	0	1	1	0
A	0	0	1	0	0	1
B	0	0	1	0	1	1
S	0	1	0	1	0	0
Carry out	0	0	1	0	1	1

1001 − 110101 =

001001 + 001011 = 010100

γ)

ΑΑΒ	6	5	4	3	2	1
ΑΒ	5	4	3	2	1	0
Carry in	0	0	0	1	0	0
A	1	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
S	1	1	1	1	0	0
Carry out	0	0	0	0	1	0

100010 − 100110 =

100010 + 011010 = 111100

5) α) $18_{10} = 2^4 + 2^1 = 10010_2 = 0010010_2$

$26_{10} = 2^4 + 2^3 + 2 = 11100_2 = 0011010_2$

ΑΑΒ	7	6	5	4	3	2	1
ΑΒ	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	0	1	0	0	1	0	0
A	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	0
S	0	1	0	1	1	0	0
carry out	0	0	1	0	0	1	0

$Cout_7 = Cout_6$ άρα η υπερχείλιση είναι εικονική

β) -26_{10} : $0011010 \xrightarrow[\text{ως προς 2}]{\text{συμπλήρωμα}} 1100110$

ΑΑΒ	7	6	5	4	3	2	1
ΑΒ	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	0	0	0	1	1	0	0
A	0	0	1	0	0	1	0
B	1	1	0	0	1	1	0
S	1	1	1	1	0	0	0
Carry out	0	0	0	0	1	1	0

$Cout_7 = Cout_6$ άρα η υπερχείλιση είναι εικονική γ) $-18: 0010010 \longrightarrow 1101110$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	1	1	1	1	1	0	0
A	1	1	0	1	1	1	0
B	0	0	1	1	0	1	0
S	0	0	0	1	0	0	0
Carry out	1	1	1	1	1	1	0

$Cout_7 = Cout_6$ άρα η υπερχείλιση είναι ευνοϊκή

δ) $19_{10} = 2^4 + 2^1 + 2^0 = 10011_2 = 0010011_2$

$45_{10} = 2^5 + 2^3 + 2^2 = 101101_2 = 0101101_2$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	1	1	1	1	1	1	0
A	0	0	1	0	0	1	1
B	0	1	0	1	1	0	1
S	1	0	0	0	0	0	0
Carry out	0	1	1	1	1	1	1

$Cout_7 \neq Cout_6$ άρα η υπερχείλιση είναι ζημιογόνος

ε) $-19: 0010011 \longrightarrow 1101101$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	1	0	1	1	0	1	0
A	1	1	0	1	1	0	1
B	0	1	0	1	1	0	1
S	0	0	1	1	0	1	0
Carry out	1	1	0	1	1	0	1

$Cout_7 = Cout_6$ άρα η υπερχείλιση είναι ευνοϊκή

στ) $23_{10} = 2^4 + 2^2 + 2 + 2^0 = 10111_2 = 0010111_2$

$1_{10} = 0000001_2$

$-1_{10} = 1111111_2$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	1	1	1	1	1	1	0
A	0	0	1	0	1	1	1
B	1	1	1	1	1	1	1
S	0	0	1	0	1	1	0
Carry out	1	1	1	1	1	1	1

$C_{out_7} = C_{out_6}$ άρα η υπερχείλιση είναι ευνοϊκή

ζ) -23: $0010111 \longrightarrow 1101001$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	0	0	0	0	0	1	0
A	1	1	0	1	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	1
S	1	1	0	1	0	1	0
Carry out	0	0	0	0	0	0	1

$C_{out_7} = C_{out_6}$ άρα η υπερχείλιση είναι ευνοϊκή

η) $44_{10} = 2^5 + 2^3 + 2^2 = 101100_2 = 0101100_2$

$29_{10} = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 11101_2 = 0011101_2$

$-29_{10} = 1100011_2$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
Carry in	1	0	0	0	0	0	0
A	0	1	0	1	1	0	0
B	1	1	0	0	0	1	1
S	0	0	0	1	1	1	1
Carry out	1	1	0	0	0	0	0

$C_{out_7} = C_{out_6}$ άρα ευνοϊκή υπερχείλιση θ) $50_{10} = 2^5 + 2^4 + 2^1 = 0110010_2$

$14_{10} = 2^3 + 2^2 + 2^1 = 0001110_2$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
carry in	1	1	1	1	1	0	0
A	0	1	1	0	0	1	0
B	0	0	0	1	1	1	0
S	1	0	0	0	0	0	0
carry out	0	1	1	1	1	1	0

$Cout_7 \neq Cout_6$, άρα η υπερχείλιση είναι [illegible]

ι) $25_{10} = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 0011001_2$

$-25_{10} = 1100111_2$

AAB	7	6	5	4	3	2	1
ΔB	6	5	4	3	2	1	0
carry in	1	1	1	1	1	1	0
A	0	0	1	1	0	0	1
B	1	1	0	0	1	1	1
S	0	0	0	0	0	0	0
carry out	1	1	1	1	1	1	1

$Cout_7 = Cout_6$ άρα ευνοϊκή υπερχείλιση.

6) α) $xy + xy' = x(y+y') = x \cdot 1 = x$

β) $(x+y)(x+y') = x^2 + xy' + xy + y \cdot y' = x^2 + x + 0 = x^2 + x$

γ) $a'bc + abc' + abc + a'bc' = a'b[c+c'] + ab[c+c'] = a'b + ab =$

$= b[a'+a] = b \cdot 1 = b$

7) α)

$(xy' + xy')' = (xy')' \cdot (xy')' = (x'+y) \cdot (x'+y) = (x'+y)$

β) $[(a+c)(a+b)(a'+b+c')]' = (a+c)' + (a+b)' + (a'+b+c')' =$

$= a' \cdot c' + a' \cdot b' + a \cdot b' \cdot c$

γ) $[z + z'(v'w + xy)]' = z' \cdot [z'(v'w+xy)]' =$

$= z'[z + (v'w + xy)'] = z' \cdot z + z'[(v'w)' \cdot (xy)'] =$

$= z' \cdot (v + w') \cdot (x' + y')$

8) α) $F = xy + xy' + y'z = x(y+y') + y'z = x + y'z$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	1

$F = x + y'z$

$F' = x'y + x'z'$

$F = (F')' = (x'y + x'z')' = (x+y')\cdot(x+z)$

β) $G = ac + b'c'$

a	b	c	G
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

a \ bc	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	1	0

$G = b'c' + ac$

$G' = a'c + bc'$

$G = (G')' = (a'c + bc')' = (a+c')\cdot(b'+c)$

9) α) $F(w,x,y,z) = \Sigma(2,4,6,8,12,14) = m_2 + m_4 + m_6 + m_8 + m_{12} + m_{14}$

$F'(w,x,y,z) = m_0 + m_1 + m_3 + m_5 + m_7 + m_9 + m_{10} + m_{11} + m_{13} + m_{15}$

$F(w,x,y,z) = [F'(w,x,y,z)]' = [m_0 + m_1 + m_3 + m_5 + m_7 + m_9 + m_{10} +$

$+ m_{11} + m_{13} + m_{15}]' = M_0 \cdot M_1 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7 \cdot M_9 \cdot M_{10} \cdot M_{11} \cdot M_{13} \cdot M_{15}$

Apa $F(w,x,y,z) = \Pi(0,1,3,5,7,9,10,11,13,15)$

β) $G(x,y,z) = \Pi(3,5,7) = M_3 \cdot M_5 \cdot M_7$

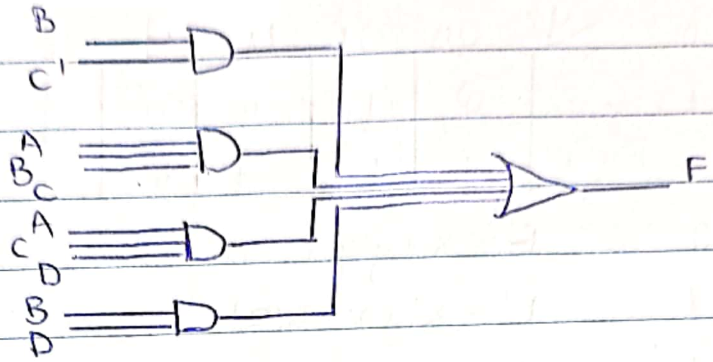
$G'(x,y,z) = (M_3 \cdot M_5 \cdot M_7)' = m_3 + m_5 + m_7$

$G(x,y,z) = m_0 + m_1 + m_2 + m_4 + m_6$

$G(x,y,z) = \Sigma(0,1,2,4,6)$.

10) a) $F = BC' + ABC + ACD + BD$

A	B	C	D	F
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



b) $G = (AB + A'B')\cdot(CD' + C'D) = (A \oplus B)' \cdot (C \oplus D)$