TEMA 2

2.1 CAMPO ELÉCTROSTATICO

INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

- Antigua Grecia
- 1600: W.Gilbert
- 1875: C. Coulomb

CONTENIDOS CONCEPTUALES

1. Carga eléctrica.
2. Ley de Coulomb.
3. Campo eléctrico
4. Líneas de campo eléctrico
5. Cálculo del campo eléctrico mediante la ley de Coulomb.
6. Ley de Gauss.
7. Cálculo del campo eléctrico mediante la ley de Gauss.
8. Carga y campo en la superficie de los conductores.

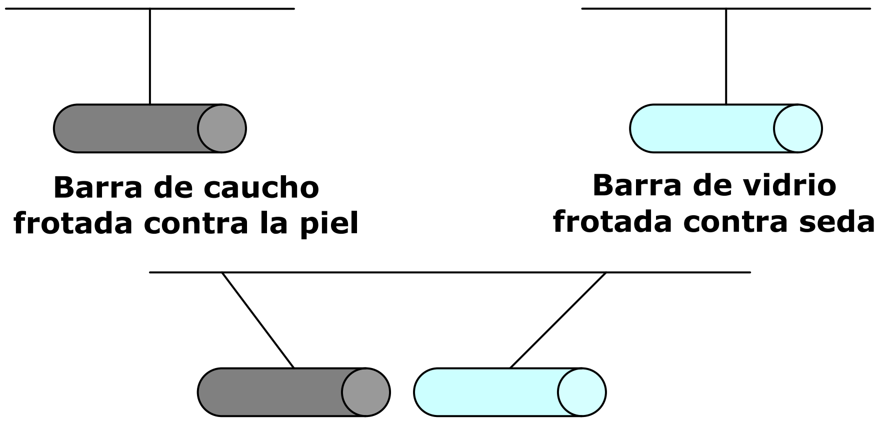
BIBLIOGRAFÍA

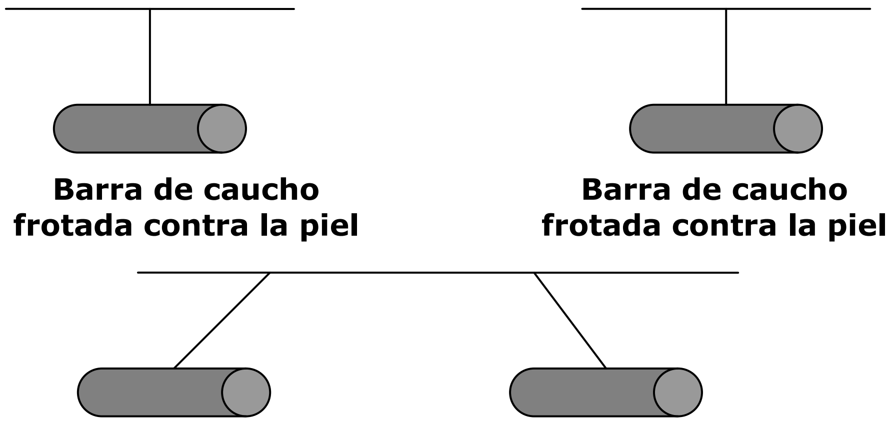
1) P.A. Tipler, "Física. Volumen II". 4ª Edición. Ed. Reverté. Barcelona.

2) R.A. Serway, "FISICA. Volumen 2". 3ª Edición. Ed. Thomson.

CARGA ELÉCTRICA

EXPERIMENTO DE B. FRANKLIN (1750)



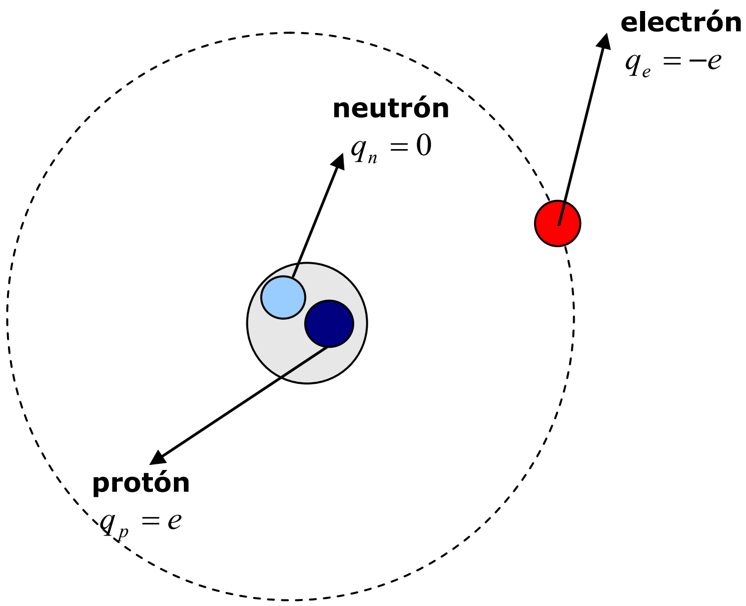


Conclusión:

- Hay dos tipos de carga (por convenio: positiva y negativa)
- Las cargas iguales se repelen y las cargas de signo contrario se atraen

CARGA ELÉCTRICA

MODELO ATÓMICO DE BOHR



	Masa	**Carga**
Electrón	$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$	$q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} C$
Protón	$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$	$q_p = +1.6 \cdot 10^{-19} C$
Neutrón	$m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$	$q_n = 0C$

UNIDAD DE CARGA ELÉCTRICA (SI):

Culombio (C)

Dimensión: $[Q] = \frac{A}{T}$

CARGA ELÉCTRICA

PROPIEDADES DE LA CARGA ELÉCTRICA

- ***La interacción entre cargas depende del signo de las mismas:***

  Cargas del mismo signo se repelen mientras que cargas de signo opuesto se atraen

- ***Principio de Cuantificación de la Carga Eléctrica***

  Todas las cargas se presentan en cantidades enteras de la unidad fundamental de carga $\left(e = 1.6 \cdot 10^{-19} C\right)$

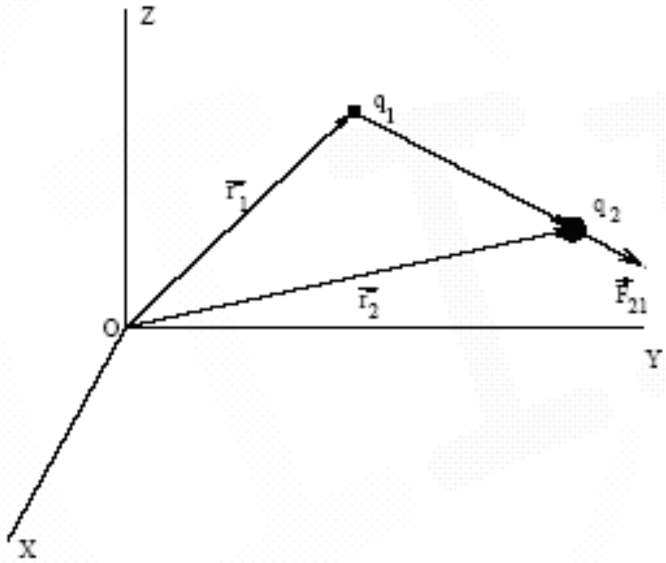
$$\boxed{Q = \pm N \cdot e}$$

- ***Principio de Conservación de la Carga***

  La carga neta de un sistema aislado siempre se conserva

EJERCICIO: Al frotar una barra de plástico con un paño de lana, aquella adquiere una carga de $-0.8\mu C$. ¿Cuántos electrones se transfieren del paño de lana a la barra de plástico?

LEY DE COULOMB



La fuerza de origen eléctrico que dos cargas experimentan es:

- Proporcional al producto de dichas cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.
- Está dirigida según la recta que une a las dos cargas.
- Es atractiva si las cargas son de signos opuestos, y repulsiva si son de signos iguales

$$\boxed{\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3}\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right)}$$

Constante de Coulomb: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

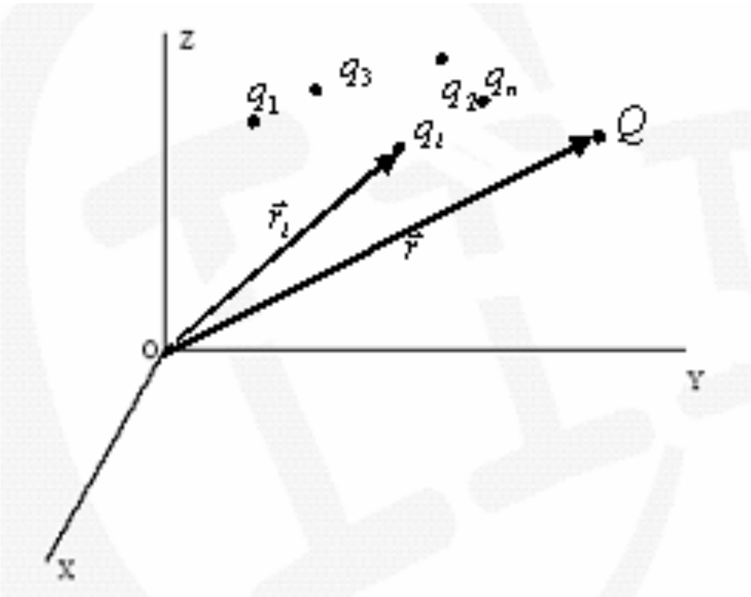
Permitividad eléctrica del vacío: $\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2$

Dimensión: $\left[\vec{F}_{21}\right] = M\dfrac{L}{T^2}$

LEY DE ACCIÓN Y REACCIÓN:

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_{21} &= k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2-\vec{r}_1)\\ \vec{F}_{12} &= k\frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\end{aligned}\right\}\Rightarrow \vec{F}_{21}=-\vec{F}_{12}$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN:



$$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q\cdot q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}(\vec{r}-\vec{r}_i)$$

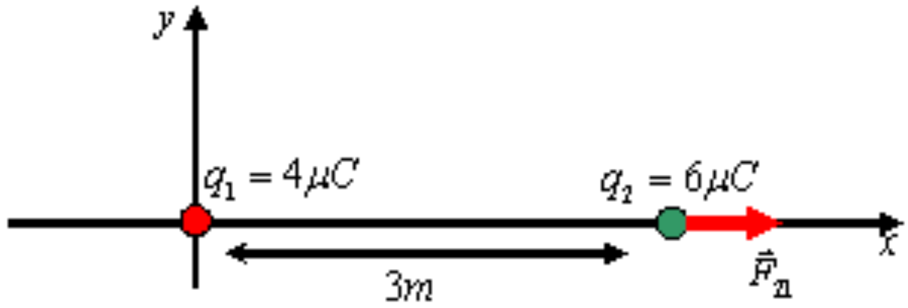
EJERCICIO 1: Una carga $q_1 = 4\mu C$ está en el origen y otra carga $q_2 = 6\mu C$ está sobre el eje x en el punto $x = 3m$.

a) Hallar la fuerza ejercida sobre la carga q_2.

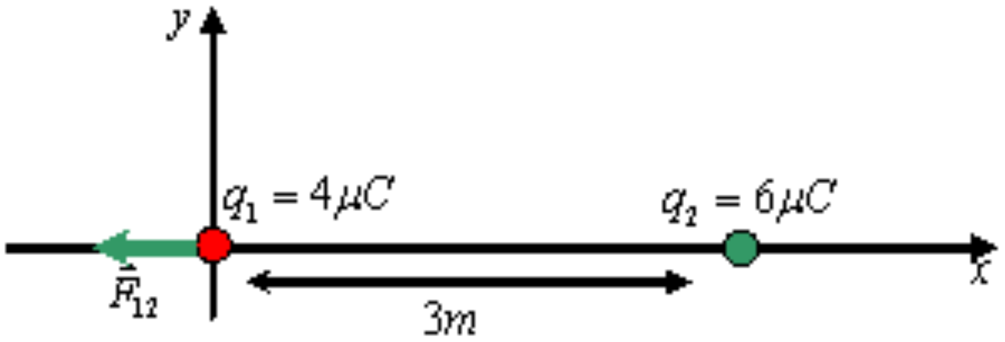
b) Hallar la fuerza ejercida sobre la carga q_1.

c) ¿En qué diferirán estas respuestas si $q_2 = -6\mu C$?

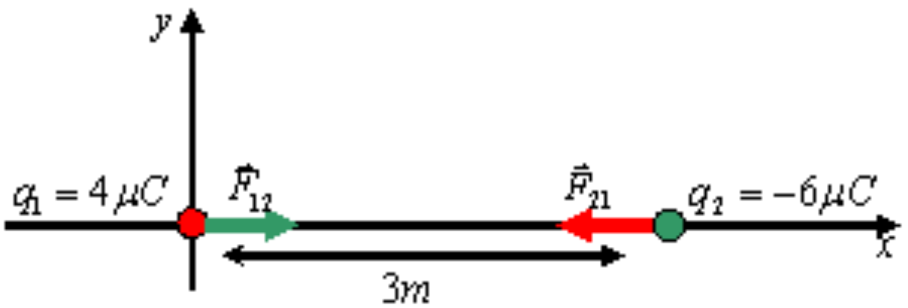
a)



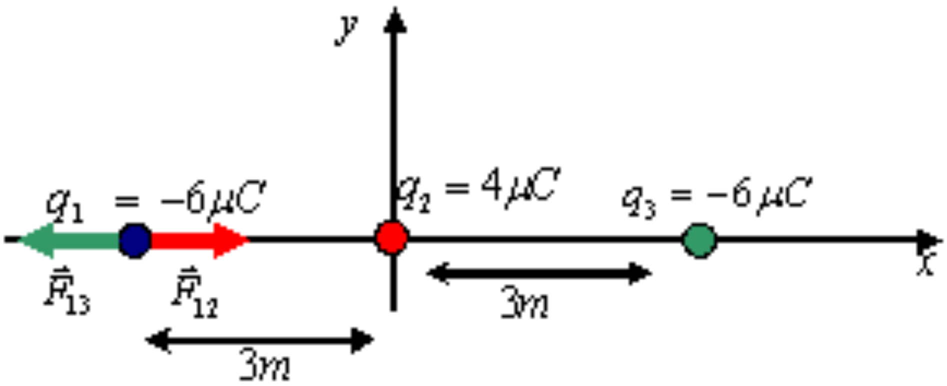
b)



c)



Ejercicio 2: Tres cargas puntuales están en el eje x: $q_1 = -6\mu C$ está en $x = -3m$, $q_2 = 4\mu C$ está en el origen y $q_3 = -6\mu C$ está en $x = 3m$. Hallar la fuerza ejercida sobre q_1

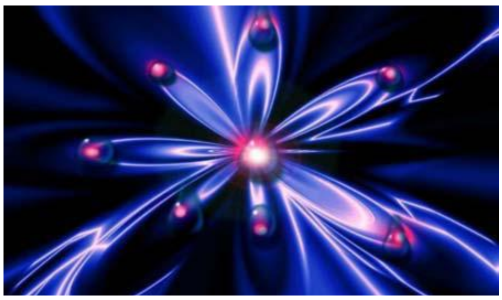


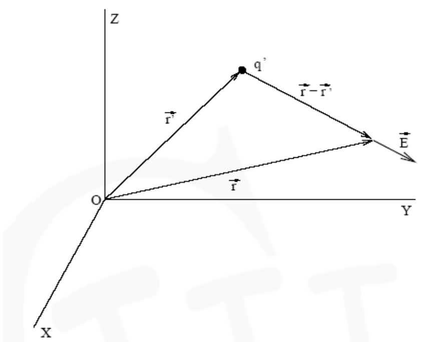
CAMPO ELECTROSTÁTICO

Fuerza de origen eléctrico: **acción a distancia**

Campo electrostático: perturbación en el espacio debida a la presencia de una carga eléctrica en reposo.

Las cargas eléctricas inmóviles alteran su entorno, se produce un campo electroestático.
¿Cómo se aprecia la alteración de una carga eléctrica? Mediante la fuerza que ejerce sobre otra carga situada en su entorno.





$$\vec{E} = k\frac{q'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}\left(\vec{r}-\vec{r}\,'\right)$$

Si situamos una carga q_0 (carga testigo) en P:

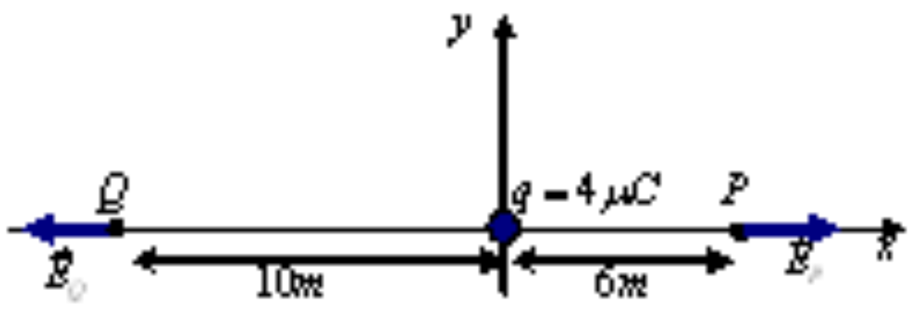
$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{elect} &= k\frac{q' q_0}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}') \\ \vec{E} &= k\frac{q'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}') \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{F}_{elect} = q_0\vec{E}$$

Características:

- Campo Vectorial (módulo, dirección y sentido).
- Unidades (SI): N/C.
- Dimensión: $[\vec{E}] = M\frac{L}{AT}$

Ejercicio:

Una carga de $4\mu C$ está en el origen ¿Cuál es el valor y la dirección del campo eléctrico sobre el eje x en $x = 6m$ y $x = -10m$?.

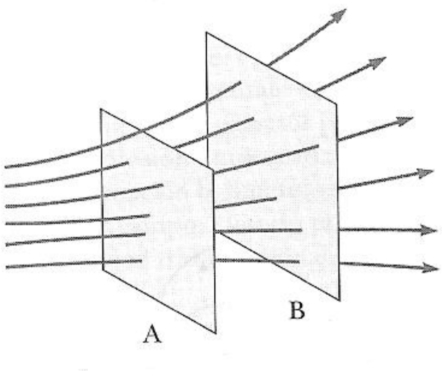


LÍNEAS DE CAMPO:

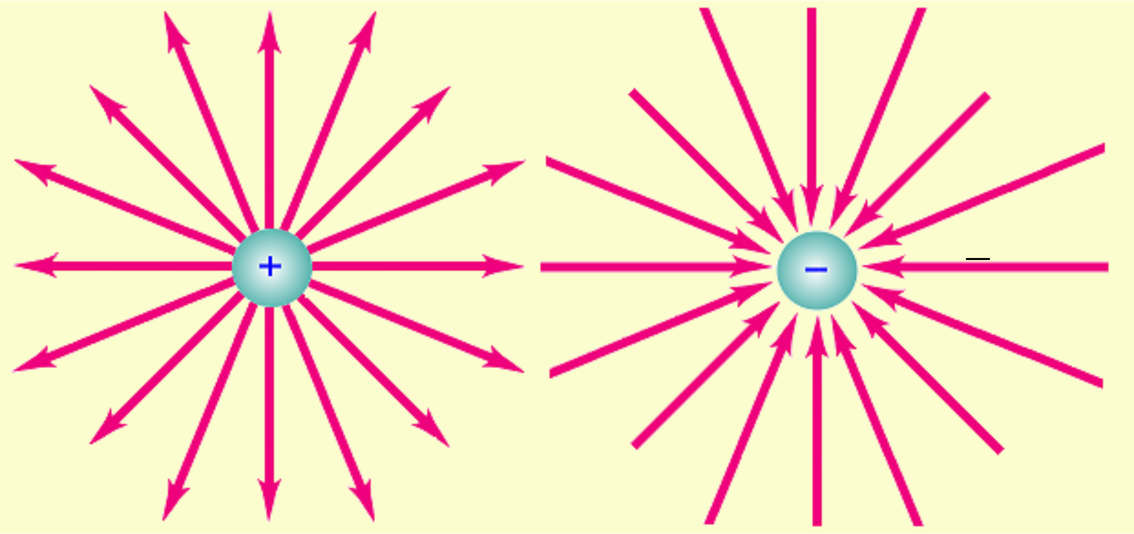
Líneas tangentes al vector campo $\vec{E}$ en cada punto.

Propiedades:

- El número de líneas por unidad de superficie a dichas líneas es proporcional al módulo del campo en esa región del espacio.

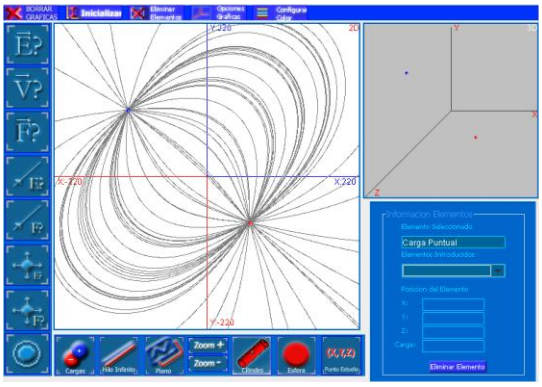


- Las líneas de campo salen de las cargas positivas (Fuentes) y entran en las cargas negativas (Sumidero).

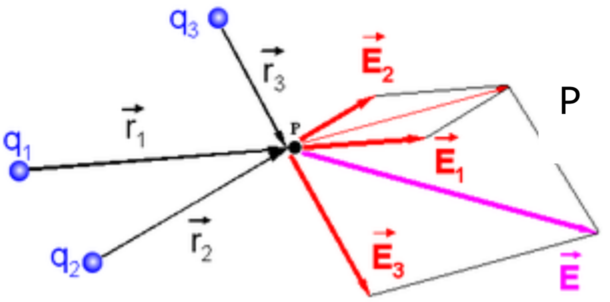


- Las líneas de campo no se pueden cortar. Líneas abiertas
- Salen de las cargas positivas y entran en las negativas.

- Cualquier carga q’ que se dejase libre en el interior de un campo eléctrico se movería, teniendo como trayectoria una línea de fuerza.
- Marcan la dirección de máximo crecimiento de la intensidad de campo eléctrico.



PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN:



$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{\left|\vec{r} - \vec{r}_i\right|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

Ejercicio:

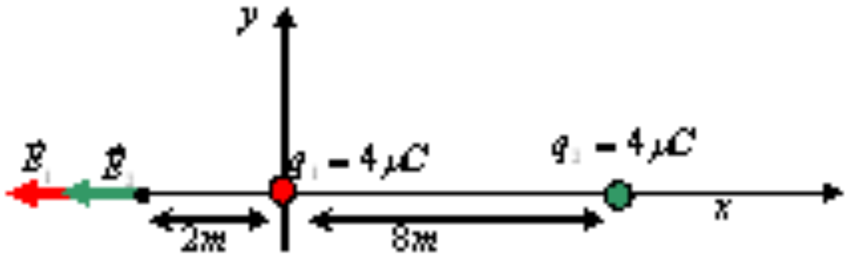
Dos cargas puntuales, cada una de ellas de $4\mu C$ están sobre el eje *x*, una de ellas en el origen y la otra en $x = 8m$.

a) Hallar el campo eléctrico sobre el eje *x* en $x = -2m$, $x = 2m$, $x = 6m$ y $x = 10m$.

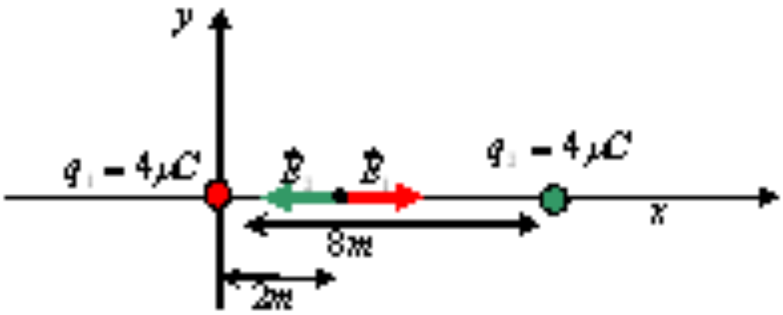
b) ¿En qué punto del eje x es cero el campo eléctrico?

c) *Si situamos una carga testigo $q_0 = 2nC$ en $x = 10m$, ¿Cuál será la fuerza eléctrica a la que se someterá dicha carga?

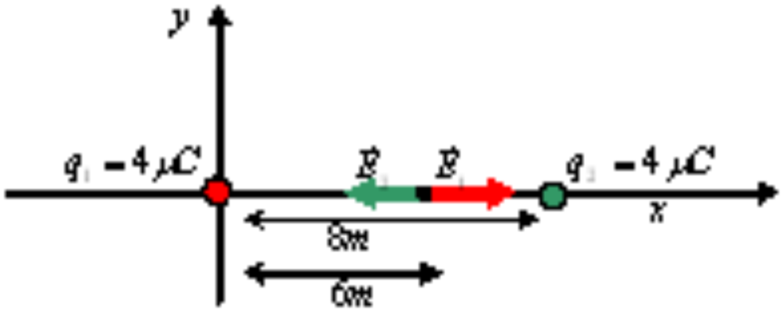
a) $x = -2m$



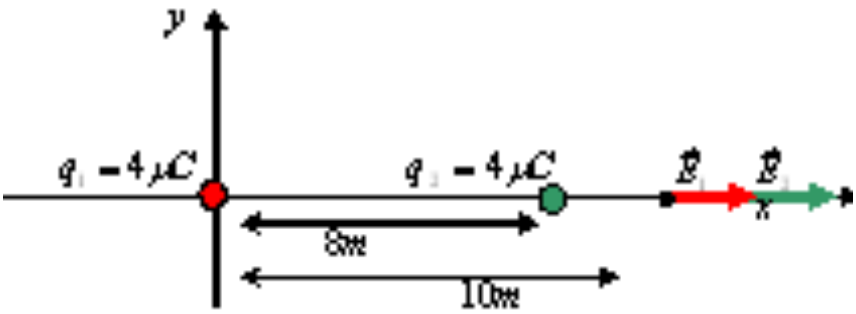
$x = 2m$



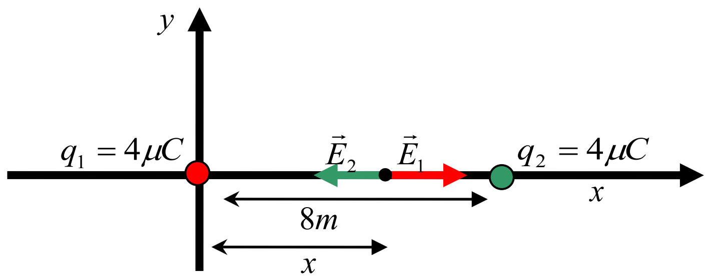
$x = 6m$



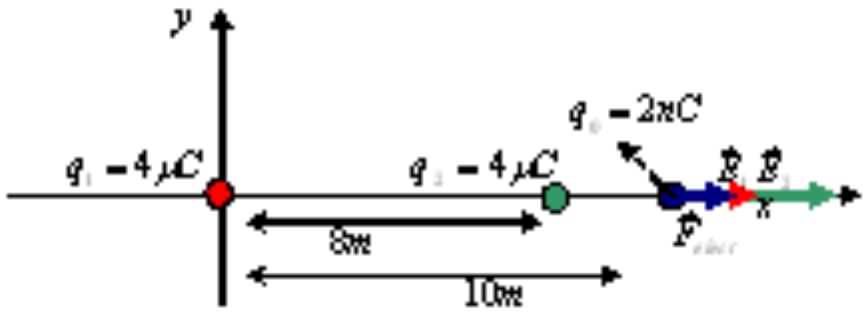
$x = 10m$



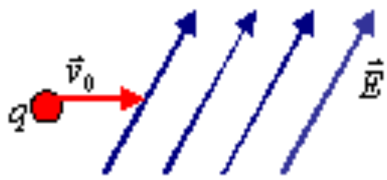
b)



c) $q_0 = 2nC$



MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS CARGADAS EN EL SENO DE UN CAMPO ELÉCTRICO



Primera Ley de newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$q\vec{E} = m\vec{a} \Longrightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}}$$

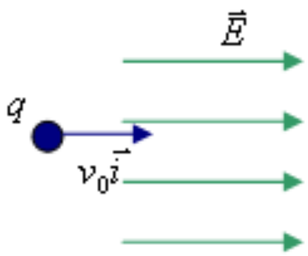
El movimiento depende de:

- La aceleración (campo eléctrico)
- Las condiciones iniciales del movimiento

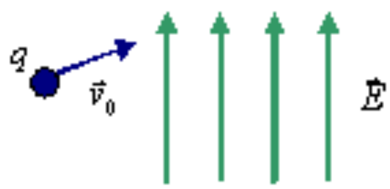
CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME $\Rightarrow$ aceleración constante.

Condiciones iniciales:

- Velocidad inicial paralela al campo: Movimiento rectilíneo uniforme



- Cualquier otra velocidad: Movimiento parabólico.



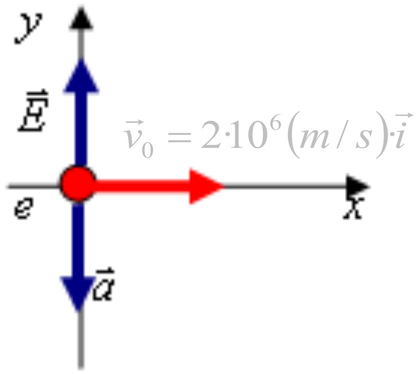
Ejercicio:

Un electrón tiene una velocidad inicial de $2 \cdot 10^6$ m/s en la dirección y sentido del eje x. Entra en el interior de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 400\dfrac{N}{C}\vec{j}$.

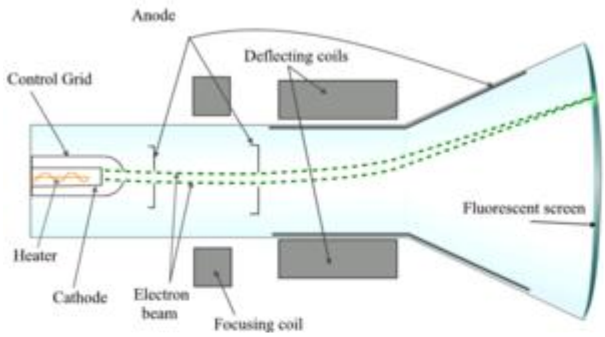
a) Hallar la aceleración del electrón.

b) ¿Cuánto tiempo tardará el electrón en recorrer 10 cm en la dirección x?

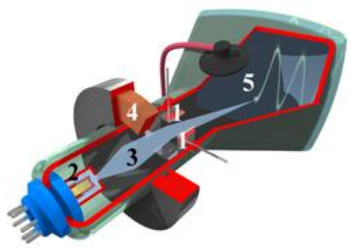
c) ¿Cuál será el valor de y en ese instante?



<u>Aplicación:</u> Tubo de rayos catódicos



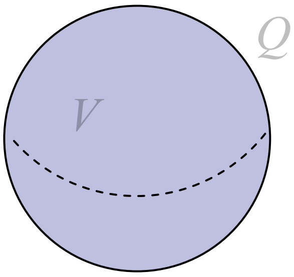
Tubo de rayos catódicos



Esquema osciloscopio

DISTRIBUCIONES CONTÍNUAS DE CARGA

DENSIDAD VOLUMÉTRICA DE CARGA:

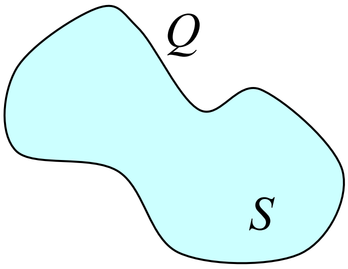


$$\rho = \frac{Q}{V}$$

$$Unidades: \frac{C}{m^3}$$

$$Dimensiones: [\rho] = \frac{AT}{L^3}$$

DENSIDAD SUPERFICIAL DE CARGA:

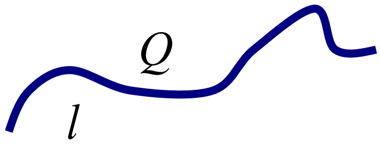


$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

$$Unidades: \frac{C}{m^2}$$

$$Dimensiones: [\sigma] = \frac{AT}{L^2}$$

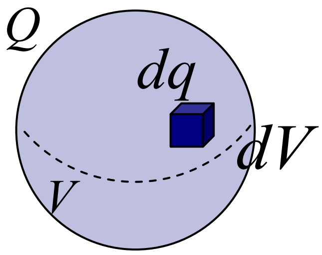
DENSIDAD LINEAL DE CARGA:

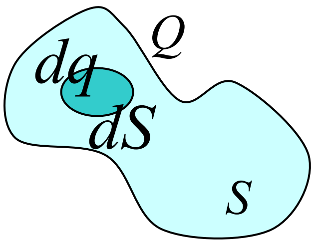


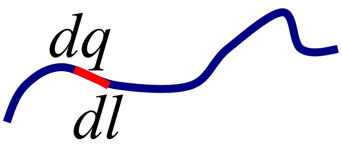
$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

$$Unidades: \frac{C}{m}$$

$$Dimensiones: [\lambda] = \frac{AT}{L}$$



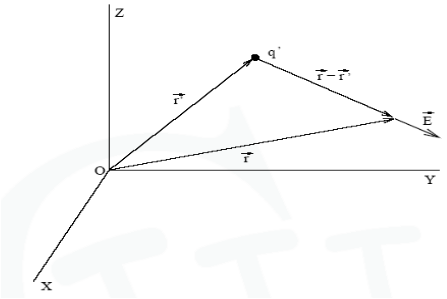




$$\rho = \frac{dq}{dV} \qquad \sigma = \frac{dq}{dS} \qquad \lambda = \frac{dq}{dl}$$

CÁLCULO DEL CAMPO ELECTROSTÁTICO MEDIANTE LA LEY DE COULOMB

DEFINICIÓN DE CAMPO A PARTIR DE LA LEY DE COULOMB

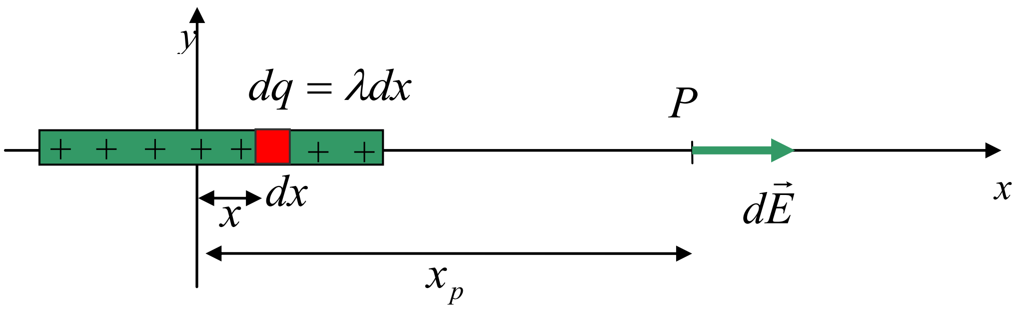


$$\boxed{\vec{E} = k\frac{q'}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3}\left(\vec{r}-\vec{r}'\right)}$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{\left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}\left(\vec{r}-\vec{r}_i\right)$$

EJERCICIO: Calcula el campo creado por la carga lineal uniforme de densidad $\lambda = 7nC/m$ y longitud $L = 4m$ que se muestra en la figura en el punto P situado sobre su eje en $x_p = 6m$



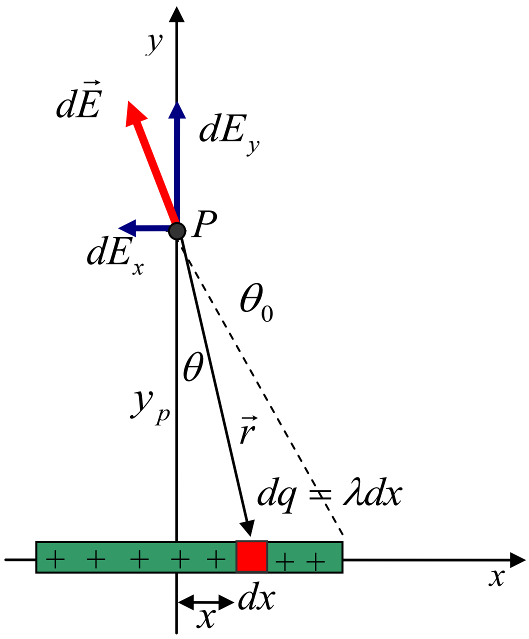
$$d\vec{E} = k\frac{\lambda dx}{\left(x_p - x\right)^2}\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \left[k\lambda\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dx}{\left(x_p - x\right)^2}\right]\vec{i}$$

$$\vec{E}=\left[\frac{k\lambda L}{(x_p)^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}\right]\vec{i}\ ,\qquad x_p>\frac{1}{2}L$$

$$\left.\begin{array}{l}\lambda=7nC/m\\ L=4m\\ x_p=6m\end{array}\right\}\vec{E}=7.87\frac{N}{C}\vec{i}$$

$$x_P>>L:\quad \vec{E}=\frac{kQ}{(x_p)^2}\vec{i}$$

EJERCICIO: Determina el campo creado por la carga lineal uniforme de densidad $\lambda=7nC/m$ y longitud $L=4m$ que se muestra en la figura en el punto P situado a 8m de distancia sobre la perpendicular a la carga lineal en su punto medio.



$$\left|d\vec{E}\right|=k\frac{dq}{r^2}=k\frac{\lambda dx}{r^2}$$

$$dE_y=k\frac{\lambda dx}{r^2}\cos\theta$$

$$\cos\theta=\frac{y_p}{r}$$

$$tg\,\theta=\frac{x}{y_p}$$

$$E_y=\int_{-\theta_0}^{\theta_0}k\frac{\lambda}{y_p}\cos\theta\cdot d\theta$$

$$\vec{E}=\left(2k\frac{\lambda}{y_p}\frac{L/2}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y_p^2}}\right)\cdot\vec{j},\quad y_p>0$$

$$\lambda=7nC/m;\ L=4m;\ y_p=8m\Rightarrow\vec{E}=15.26\frac{N}{C}\vec{j}$$

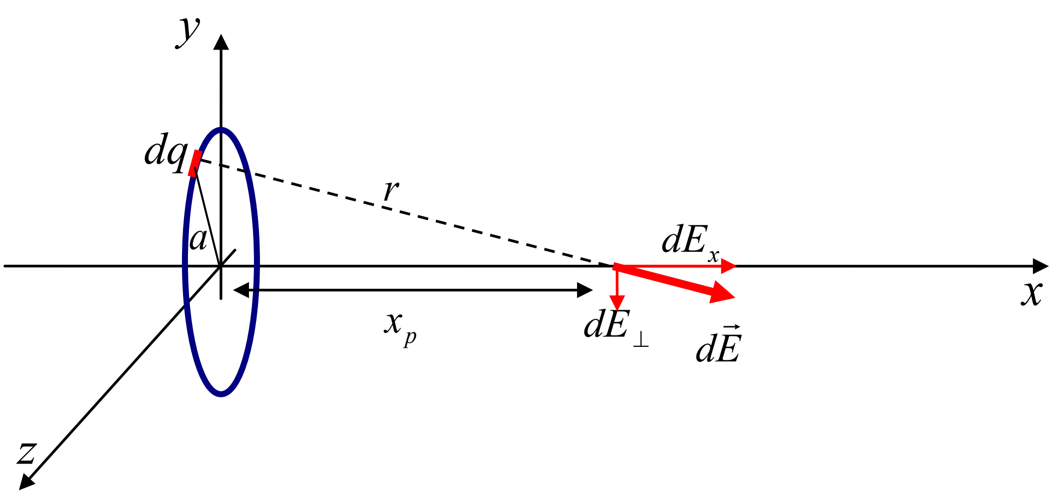
$$y_p>>L\Rightarrow\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y_p^2}\approx y_p$$

$$\vec{E}=\left(2k\frac{\lambda}{y_p}\frac{L/2}{y_p}\right)\cdot\vec{j}=k\frac{\lambda L}{y_p^2}\cdot\vec{j}=k\frac{Q}{y_p^2}\cdot\vec{j}$$

$$y_p<<L\Rightarrow\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y_p^2}\approx\frac{L}{2}$$

$$\vec{E}=\left(2k\frac{\lambda}{y_p}\frac{L/2}{L/2}\right)\cdot\vec{j}=2k\frac{\lambda}{y_p}\vec{j}$$

EJERCICIO: Demostrar que el campo E_x sobre el eje de una carga anular de radio a tiene sus valores máximo y mínimo en $x=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$



$$\left|d\vec{E}\right| = k\frac{dq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} dE_x = k\dfrac{dq}{r^2}\cos\theta = k\dfrac{dq}{r^2}\dfrac{x_p}{r} = k\dfrac{x_p dq}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{3/2}} \\ dE_\perp = k\dfrac{dq}{r^2}sen\theta \end{cases}$$

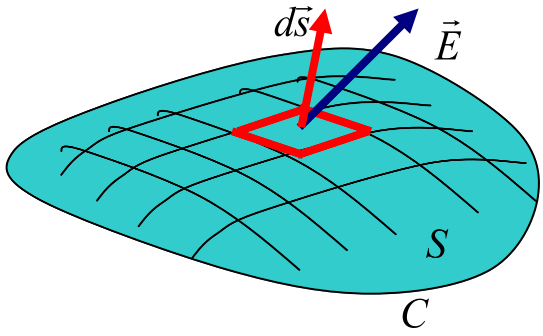
$$E_x = \oint k\frac{x_p dq}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{3/2}} = k\frac{x_p}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{3/2}}\oint dq = k\frac{Q\cdot x_p}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \left(k\frac{Q\cdot x_p}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{3/2}}\right)\cdot\vec{i}$$

$$\frac{dE_x}{dx} = kQ\left[\frac{1}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{3/2}} - \frac{3x_p^2}{\left(a^2 + x_p^2\right)^{5/2}}\right] = 0 \Rightarrow x_p = \pm\frac{a}{\sqrt{2}}$$

LEY DE GAUSS

FLUJO ELÉCTRICO:

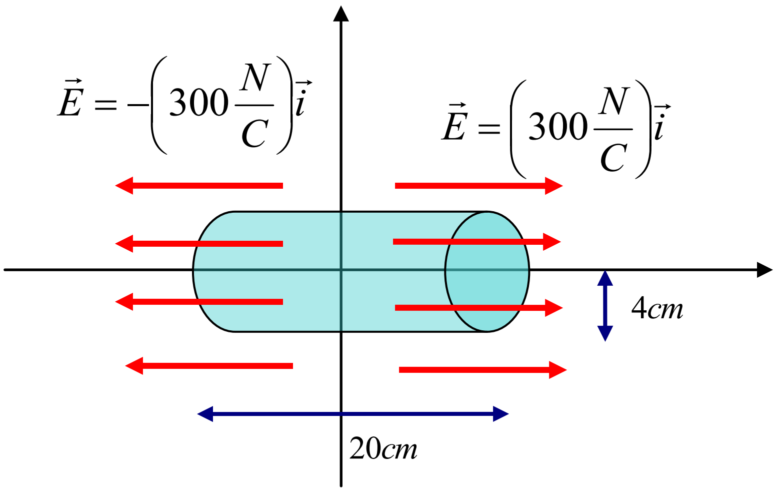


$$\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

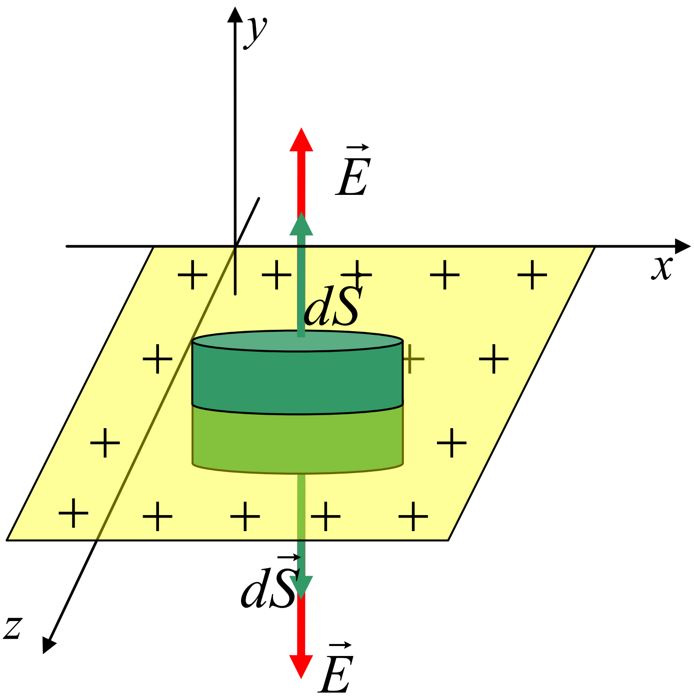
Unidades: $\dfrac{Nm^2}{C} = Wb$ **Dimensiones:** $\left[\Phi_E\right] = \dfrac{ML^3}{AT^3}$

EJERCICIO: Un campo eléctrico vale $\vec{E} = \left(300\frac{N}{C}\right)\vec{i}$ para $x > 0$ y $\vec{E} = -\left(300\frac{N}{C}\right)\vec{i}$ para $x < 0$. Un cilindro circular recto de 20cm de longitud y 4cm de radio tiene su centro en el origen y su eje está situado a lo largo del eje x de modo que una de las caras está en $x = 10cm$ y la otra en $x = -10cm$.

a) ¿Cuál es el flujo saliente que atraviesa cada cara?
b) ¿Cuál es el flujo saliente que atraviesa la superficie curvada del cilindro?
c) ¿Cuál es el flujo saliente que atraviesa toda la superficie cilíndrica?
d) ¿Cuál es el la carga neta en el interior del cilindro?



EJERCICIO: Calcula el campo creado por un plano infinito horizontal cargado con una densidad superficial de carga $\sigma = 5nC/m^2$ en un punto situado a 4m de distancia por encima de dicho plano

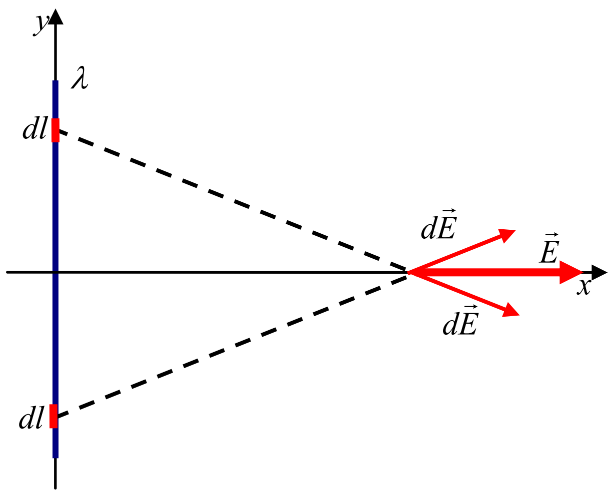


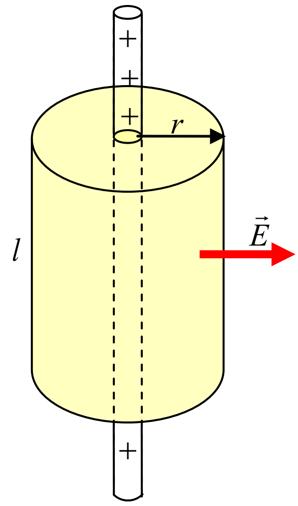
$$\left.\begin{aligned}\Phi_E &= \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \\ \Phi_E &= 2ES \\ \Phi_E &= 4\pi k\sigma S\end{aligned}\right\} E = 2\pi k\sigma$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E} &= (2\pi k\sigma)\cdot\vec{j} \quad y > 0 \\ \vec{E} &= -(2\pi k\sigma)\cdot\vec{j} \quad y < 0\end{aligned}}$$

$$y_p > 0 \Rightarrow \vec{E} = 282.43\frac{N}{C}\vec{j}$$

EJERCICIO: Calcula el campo que un hilo infinito cargado con una densidad lineal de carga $\lambda = 3.5\mu C/m$ y situado sobre el eje y crea en un punto P situado sobre el eje x a 4m de distancia del origen de coordenadas



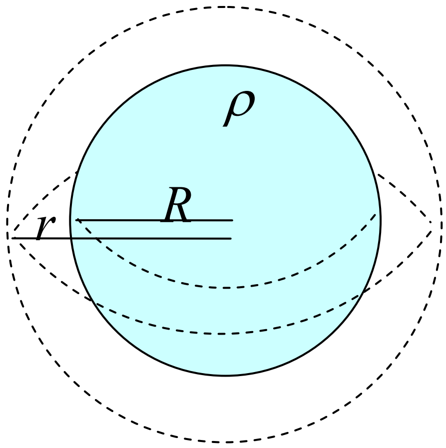


$$\left.\begin{array}{l}\Phi_E = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \\ \Phi_E = E\cdot 2\pi r\cdot l \\ q = \lambda\cdot l\end{array}\right\} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r\cdot\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r\cdot\varepsilon_0}\vec{e}_r}$$

$$\left.\begin{array}{l} r = 4m \\ \lambda = 3.5\mu C/m\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E} = 15.7\cdot 10^3\,\frac{N}{C}\,\vec{i}$$

EJERCICIO: Deduce el campo creado por una esfera sólida de radio R cargada con una densidad volumétrica de carga ρ tanto en el exterior como en el interior de dicha esfera



r>R

$$\left.\begin{aligned}\Phi_E &= \frac{q_T}{\varepsilon_0}\\ \Phi_E &= E\cdot 4\pi r^2\end{aligned}\right\} \Rightarrow E = \frac{q_T}{4\pi r^2\cdot\varepsilon_0} = k\frac{q_T}{r^2}$$

r<R

$$\left.\begin{aligned}&\Phi_E = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0}\\ &\Phi_E = E\cdot 4\pi r^2\\ &q_{encerrada}:\\ &\quad \rho = cte = \frac{q_T}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q_{encerrada}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow q_{encerrada} = q_T\left(\frac{r}{R}\right)^3\end{aligned}\right\} \Rightarrow E = k\frac{q_T\cdot r}{R^3}$$