

# Matemática Discreta - Grado en Ing. Informática

## Relación de Ejercicios 1 (Combinatoria)

1. En cierta universidad hay 18 estudiantes de Matemáticas y 325 estudiantes de Informática.
  - (a) ¿De cuántas formas se pueden escoger dos representantes, si es necesario que uno de ellos sea un estudiante de Matemáticas y el otro sea estudiante de Informática?
  - (b) ¿De cuántas formas se puede escoger un representante que sea estudiante de Matemáticas o Informática?
2. ¿Cuántos partidos se necesitan programar para determinar el campeón de un torneo de tenis en el que hay 64 participantes?
3. ¿Cuántos números de 10 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 5 y 9 que contengan al menos un 1, un 5 y un 9?
4. ¿De cuántas formas puede un fotógrafo de bodas ordenar un grupo de 6 personas si
  - (a) los novios deben salir juntos en la foto?
  - (b) los novios no pueden salir juntos en la foto?
  - (c) la novia debe salir en algún puesto a la izquierda del novio?
5. Supongamos que hay una clase de 25 estudiantes en la que todos tienen entre 18 y 20 años. Demuestra que hay al menos 9 estudiantes que tienen la misma edad.
6. Supongamos que se escogen cinco enteros entre el 1 y el 8. Demuestra que la suma de alguna pareja debe ser 9.
7. ¿Cuántos enteros se deben escoger del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  para asegurar que al menos una pareja de ellos sume 7?
8. ¿Cuántas permutaciones del conjunto formado por las letras  $A, B, C, D, E, F$  existen que contengan
  - (a) exactamente la cadena  $DEF$ ?
  - (b) las letras  $D, E, F$  juntas en cualquier orden?
9. Cuatro amigos se reunen en un restaurante. Si la mesa que tienen reservada es circular, ¿de cuántas formas distintas pueden sentarse?
10. ¿Cuántas cadenas de diez bits comienzan con 000 o bien terminan con 00?

1. En cierta universidad hay 18 estudiantes de Matemáticas y 325 estudiantes de Informática.

- (a) ¿De cuántas formas se pueden escoger dos representantes, si es necesario que uno de ellos sea un estudiante de Matemáticas y el otro sea estudiante de Informática?
- (b) ¿De cuántas formas se puede escoger un representante que sea estudiante de Matemáticas o Informática?

a) Sabiendo que tenemos 18 opciones de matemáticas  $|M|$  y 325 de informática  $|I|$  y aplicando el principio de multiplicación obtenemos que:

$$|M \times I| = |M| |I| = 18 \cdot 325 = 5850 \text{ formas}$$

b) Aplicando el principio de adición obtenemos que:

$$|M + I| = 18 + 325 = 343 \text{ formas}$$

2. ¿Cuántos partidos se necesitan programar para determinar el campeón de un torneo de tenis en el que hay 64 participantes?

① Sabiendo que los enfrentamientos son 1 vs 1 y solo puede haber un campeón. Además que se empieza con 32 enfrentamientos y finalmente cada ronda quedarán los mitos siendo así:  
 $32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$  enfrentamientos

② Como en cada partido se elimina una persona y solo puede quedar una deberá eliminar a 63, por lo que deberán haber 63 partidos

3. ¿Cuántos números de 10 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 5 y 9 que contengan al menos un 1, un 5 y un 9?

$X$  conjunto formado por los números de 10 cifras formados con 1, 5 y 9  
 $|X| = VR(3, 10) = 3^{10}$

Para  $i \in \{1, 5, 9\} \rightarrow X_i = \{x \in X : \text{ninguna de las cifras es la cifra } i\}$   
 $|X \setminus (X_1 \cup X_5 \cup X_9)| = |X| - |X_1 \cup X_5 \cup X_9| = 3^{10} - |X_1 \cup X_5 \cup X_9|$

por el principio de inclusión - exclusión:

$$|X_1 \cup X_5 \cup X_9| = |X_1| + |X_5| + |X_9| - |X_1 \cap X_5| - |X_1 \cap X_9| - |X_5 \cap X_9| + |X_1 \cap X_5 \cap X_9| \\ = 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} - 1 - 1 - 1 - 0 = 3 \cdot 2^{10} - 3$$

$$|X \setminus (X_1 \cup X_5 \cup X_9)| = |X| - |X_1 \cup X_5 \cup X_9| = 3^{10} - (3 \cdot 2^{10} - 3)$$

$$59049 - 3069 = 55980$$

4. ¿De cuántas formas puede un fotógrafo de bodas ordenar un grupo de 6 personas si
- los novios deben salir juntos en la foto?
  - los novios no pueden salir juntos en la foto?
  - la novia debe salir en algún puesto a la izquierda del novio?

3) Considerando que de los seis dos deben de estar siempre juntas, por lo que estas solo podrán estar en 5 posiciones (10 contados que entre ellas pueden cambiar de posición):

$$5 \cdot 4 \cdot 4! = 240 \text{ posiciones distintas}$$

6) Para que ambas no coincidan hay:

$$6! - (10 \cdot 4!) = 480 \text{ posiciones}$$

c) La novia estará siempre a la izquierda o derecha, por lo que la mitad de las veces estará a la izquierda

$$6! : 2 = 360 \text{ posiciones}$$

5. Supongamos que hay una clase de 25 estudiantes en la que todos tienen entre 18 y 20 años.  
Demuestra que hay al menos 9 estudiantes que tienen la misma edad.

25 personas

n = 25 personas

m = 3 ojos (edades)

t = 8 personas de igual edad

q = 8 + 1

$$\boxed{8} + \boxed{8} + \boxed{8} + 1 = 25 \\ 18 \quad 19 \quad 20$$

Si en cada rango hubiere como máximo 8 personas restaría 1 por lo que mínimo en 1 hay 9 personas

6. Supongamos que se escogen cinco enteros entre el 1 y el 8. Demuestra que la suma de alguna pareja debe ser 9.

Sean los enteros  $e_1, e_2, \dots, e_5$  y  $T = \{\{1,8\}, \{2,7\}, \{3,6\}, \{4,5\}\}$   
para todo  $S \subseteq T$ , sea  $C_S$  la caja de los números  $\{e_i \mid e_i \in S\}$  con  
unidad perteneciente a  $S$

$$\boxed{1} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \quad + 1 = 5$$
$$C_{\{1,8\}} \quad C_{\{2,7\}} \quad C_{\{3,6\}} \quad C_{\{4,5\}}$$

Si solo hubiere máximo 1 entero por caja robaría 1 por la  
que mínimo debe de haber una pareja que sume 9

7. ¿Cuántos enteros se deben escoger del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  para asegurar que al menos una pareja de ellos sume 7?

$$n = 6$$

$$m = \{\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}\} = 3$$

$$m + 1 = 3 + 1 = \text{mínimos } \gamma \text{ enteros}$$

8. ¿Cuántas permutaciones del conjunto formado por las letras  $A, B, C, D, E, F$  existen que contengan
- exactamente la cadena  $DEF$ ?
  - las letras  $D, E, F$  juntas en cualquier orden?

2) Considerando el bloque  $DEF$  hay 3 letras más por lo que

$$4! = 24 \text{ opciones}$$

3)  $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4! = 6 \cdot 4! = 144 \text{ opciones}$

9. Cuatro amigos se reunen en un restaurante. Si la mesa que tienen reservada es circular, ¿de cuántas formas distintas pueden sentarse?

Se pueden sentar de  $P_3$  formas distintas donde  
 $P_3 = 3! = 6$  formas

— 10. ¿Cuántas cadenas de diez bits comienzan con 000 o bien terminan con 00?

$$|000\dots| + |...00| - |000\dots \cap ...00| = 2^7 + 2^5 - 2^5 = 352 \text{ formas}$$