

INFERENCIA CON LÓGICA DE PREDICADOS (6ª SEMANA)

Dé el unificador más general, si existe, de cada una de las siguientes parejas de sentencias atómicas:

a) $P(A, B, B), P(x, y, z)$.

$\{x/A, y/B, z/B\}$

b) $Q(y, G(A, B)), Q(G(x, x), y)$.

No unificable, porque x tendría que ser A y B a la vez.

c) $\text{Mayor}(\text{Padre}(y), y), \text{Mayor}(\text{Padre}(x), \text{John})$.

$\{y/\text{John}, x/\text{John}\}$

d) $\text{Conoce}(\text{Padre}(y), y), \text{Conoce}(x, x)$.

No es unificable porque obliga a $y = \text{Padre}(y)$ (circular).

Pasa a forma normal clausulada las siguientes fórmulas:

a) $\exists x \exists y p(x, y)$

$p(a, b)$

b) $\forall x \exists y p(x, y)$

$p(x, f(x))$

c) $\exists x \forall y p(x, y)$

$\forall y p(c, y)$

$p(c, y)$

d) $\forall x \forall y p(x, y)$

$p(x, y)$

e) $\exists x \forall y (p(x, y) \rightarrow p(y, x))$

$\exists x \forall y (\neg p(x, y) \vee p(y, x))$

$\forall y (\neg p(f(y), y) \vee p(y, f(y)))$

$\neg p(f(y), y), p(y, f(y))$

f) $\forall x (\exists y p(y, x) \rightarrow \forall x \exists z \neg q(x, z))$

$\forall x (\exists y \neg p(y, x) \vee (\forall x \exists z \neg q(x, z)))$

$\forall x (\neg p(f(x), x) \vee (\forall x \exists z \neg q(x, f(x))))$

$(\neg p(f(x), x) \vee (\neg q(x, f(x))))$

$$\begin{aligned}
&g) [\forall x p(x)] \rightarrow [\forall x \forall y \exists z (q(x, y, z) \rightarrow r(x, y, z, u))] \\
&\neg[\forall x p(x)] \vee [\forall x \forall y \exists z \neg(q(x, y, z) \vee r(x, y, z, u))] \\
&[\exists x \neg p(x)] \vee [\forall x \forall y \exists z \neg(q(x, y, z) \vee r(x, y, z, u))] \\
&\neg p(x) \vee [\forall x \forall y \neg(q(x, y, f(x, y)) \vee r(x, y, g(x, y, u), u))] \\
&\neg p(x) \vee \neg(q(x, y, f(x, y)) \vee r(x, y, g(x, y, u), u))
\end{aligned}$$

Dados los siguientes literales, indica si se pueden unificar o no:

a) $p(x_1, a)$ y $p(b, x_2)$
 $\{x_1/b, x_2/a\}$

b) $p(x_1, y_1, f(x_1, y_1))$ y $p(x_2, y_2, g(a, b))$
 No se pueden unificar ya que f y g son distintas

c) $p(x_1, a, f(a, b))$ y $p(c, y_2, f(x_2, b))$
 $\{x_1/c, y_2/a, x_2/a\}$

d) $p(f(a), g(x_1))$ y $p(y_2, y_2)$
 No se pueden unificar porque y_2 no puede tomar dos valores

e) $p(f(a), g(x_1))$ y $p(y_2, z_2)$
 $\{y_2/f(a), z_2/g(x_1)\}$

Expresa en sentencias de lógica de predicados las siguientes ideas y comprueba que los razonamientos son correctos utilizando la prueba por refutación y el principio de resolución.

a) Todas las personas no son altas. Todos los españoles son personas. Por tanto, todos los españoles no son altos.

$$C1: \neg \text{Persona}(x) \vee \neg \text{Alto}(x)$$

$$C2: \neg \text{Español}(x) \vee \text{Persona}(x)$$

$$C3: \neg \text{Español}(x) \vee \neg \text{Alto}(x)$$

Usamos el método de resolución al absurdo:

$$C4: \neg (\neg \text{Español}(x) \vee \neg \text{Alto}(x)) = \text{Español}(x) \wedge \text{Alto}(x)$$

$$R(C1, C2) - C5: \text{Español}(x) \vee \neg \text{Alto}(x)$$

$$R(C1, C2, C5) - C6: \neg \text{Alto}(x)$$

b) Todos los mamíferos tienen pulmones. Los árboles no tienen pulmones. Por tanto, los árboles no son mamíferos.

$$C1: \neg \text{Mamífero}(x) \vee \text{Pulmones}(x)$$

$$C2: \neg \text{Árbol}(x) \vee \neg \text{Pulmones}(x)$$

$$C3: \neg \text{Árbol}(x) \vee \neg \text{Mamífero}(x)$$

Usamos el método de resolución al absurdo:

$$C4: \neg (\neg \text{Árbol}(x) \vee \neg \text{Mamífero}(x)) = \text{Árbol}(x) \wedge \text{Mamífero}(x)$$

$$R(C1, C4) - C5: \text{Pulmones}(x)$$

$$R(C2, C4) - C6: \neg \text{Árbol}(x)$$

c) Los planetas giran alrededor del Sol. La Tierra es un planeta. Por tanto, la Tierra gira alrededor del Sol.

C1: $\neg \text{Planeta}(x) \vee \text{Gira}(x, \text{Sol})$

C2: $\text{Planeta}(\text{Tierra})$

C3: $\text{Gira}(\text{Tierra}, \text{Sol})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C4: $\neg \text{Gira}(\text{Tierra}, \text{Sol})$

$R(C1, C2) - C5: \text{Gira}(\text{Tierra}, \text{Sol}) = C3$

$R(C4, C5): \emptyset$

d) Todos los marineros aman el mar. Algunos cordobeses son marineros. Por tanto, algunos cordobeses aman el mar.

C1: $\neg \text{Marinero}(x) \vee \text{Amar}(x, \text{Mar})$

C2: $\text{Cordobés}(x) \wedge \text{Marinero}(x)$

C3: $\exists x \text{Cordobés}(x) \wedge \text{Amar}(x, \text{Mar})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C4: $\neg (\exists x \text{Cordobés}(x) \wedge \text{Amar}(x, \text{Mar})) =$

No se pueden unificar.

e) Los ingleses hablan inglés. Los españoles no son ingleses. Algunos españoles hablan inglés. Por tanto, algunos que hablan inglés no son ingleses.

C1: $x \neg \text{Inglés}(x) \vee \text{Habla}(x, \text{Inglés})$

C2: $x \neg \text{Español}(x) \vee \neg \text{Inglés}(x)$

C3: $\exists x \text{Español}(x) \wedge \text{Habla}(x, \text{Inglés})$

C4: $\exists x \text{Habla}(x, \text{Inglés}) \wedge \neg \text{Inglés}(x)$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C5: $\neg (\exists x \text{Habla}(x, \text{Inglés}) \wedge \neg \text{Inglés}(x))$

$R(C2, C5) - C6: \neg \text{Español}(x) \vee \neg \text{Habla}(x, \text{Inglés})$

$R(C6, C3) - C7: \neg \text{Habla}(x, \text{Inglés})$

$R(C7, C4): \emptyset$

f) Ningún mamífero tiene sangre fría. Los peces tienen sangre fría. Los peces viven en el agua y nadan. Algunos mamíferos viven en el agua y nadan. Las ballenas tienen sangre caliente. Por tanto, las ballenas son mamíferos.

C1: $x \neg \text{Mamífero}(x) \vee \neg \text{SangreFría}(x)$

C2: $x \neg \text{Pez}(x) \vee \text{SangreFría}(x)$

C3: $x \neg \text{Pez}(x) \vee (\text{Vivir}(x, \text{Agua}) \wedge \text{Nadar}(x))$

C4: $\exists x \text{Mamíferos}(x) \wedge \text{Vivir}(x, \text{Agua}) \wedge \text{Nadar}(x)$

C5: $\neg \text{SangreFría}(\text{Ballena})$

C6: $\text{Mamífero}(\text{Ballena})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C7: $\neg \text{Mamífero}(\text{Ballena})$

$R(C2, C7) - C8: \neg \text{Pez}(\text{Ballena})$

g) Si el reloj estaba adelantado, Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés. Si Andrés dice la verdad entonces, Juan no vio partir el coche de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj estaba adelantado. Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

C1: $\neg \text{Adelantado}(\text{Reloj}) \vee (\text{Llegar}(\text{Juan}, \text{antes de las 10}) \wedge \text{VerPartir}(\text{Juan}, \text{coche de Andrés}))$

C2: $\neg \text{DecirVerdad}(\text{Andrés}) \vee \neg \text{VerPartir}(\text{Juan}, \text{coche de Andrés})$

C3: $\text{DecirVerdad}(\text{Andrés}) \vee \text{Estar}(\text{Andrés}, \text{Edificio}, \text{Crimen})$

C4: $\text{Adelantado}(\text{Reloj})$

C5: $\text{Estar}(\text{Andrés}, \text{Edificio}, \text{Crimen})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C6: $\neg \text{Estar}(\text{Andrés}, \text{Edificio}, \text{Crimen})$

Negamos C5 por lo que también C4

C7: $\neg \text{Adelantado}(\text{Reloj})$

$R(C5, C46): \emptyset$

h) Pepito recibe regalos en su cumpleaños y en su santo. Pepito no recibió regalos ayer. Por tanto, ayer no fue su cumpleaños ni su santo.

C1: $\forall x \neg \text{Pepito}(x) \vee \text{Recibir}(x, \text{regalos}, \text{cumpleaños}, \text{santo})$

C2: $\forall x \neg \text{Pepito}(x) \vee \neg \text{Recibir}(x, \text{regalos}, \text{ayer})$

C3: $\neg \text{Cumple}(\text{Pepito}, \text{ayer}) \wedge \neg \text{Santo}(\text{Pepito}, \text{ayer})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C4: $\neg (\neg \text{Cumple}(\text{Pepito}, \text{ayer}) \wedge \neg \text{Santo}(\text{Pepito}, \text{ayer})) = \text{Cumple}(\text{Pepito}, \text{ayer}) \vee \text{Santo}(\text{Pepito}, \text{ayer})$

$R(C1, C2) - C5: \text{Recibir}(x, \text{regalos}, \text{cumpleaños}, \text{santo}) \neg \text{Recibir}(x, \text{regalos}, \text{ayer})$

i) Marta va al cine siempre que tiene dinero o alguien le invita, y sólo en esos casos. Marta fué ayer al cine y nadie le invitó. Por tanto, Marta tenía dinero ayer.

C1: $\exists y x (\forall \neg (\text{Marta}(x) \wedge (\text{Tener}(x, \text{Dinero}) \vee \text{Invitar}(y, x))) \vee \text{Ir}(x, \text{Cine})) \wedge (\neg \text{Ir}(x, \text{Cine}) \vee (\text{Marta}(x) \wedge \text{Tener}(x, \text{Dinero})))$

C2: $\exists y x \forall \neg \text{Marta}(x) \vee ((\text{Ir}(x, \text{Cine}) \wedge \neg \text{Invitar}(y, x)))$

C3: $\forall x \neg \text{Marta}(x) \vee \text{Tener}(x, \text{Dinero})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C4: $\neg (x \neg \text{Marta}(x) \vee \text{Tener}(x, \text{Dinero})) = x \text{Marta}(x) \wedge \neg \text{Tener}(x, \text{Dinero}) \vee \vee$

$R(C3, C4) - C5: \text{Tener}(x, \text{Dinero})$

$R(C5, C2) - C6: \text{Ir}(x, \text{Cine}) \neg \text{Invitar}(y, x)$

j) Uno es adorable si y sólo si todo el mundo lo ama. Pepito no es adorable. Por tanto, alguien no ama a Pepito.

C1: $(\neg \text{Adorable}(x) \vee \text{Amar}(y, x)) \wedge (\neg \text{Amar}(y, x) \vee \text{Adorable}(x))$

C2: $\neg \text{Adorable}(\text{Pepito})$

C3: $\neg \text{Amar}(y, \text{Pepito})$

Usamos el método de resolución al absurdo:

C4: $\text{Amar}(y, \text{Pepito})$

$R(C1, C2) - C5: \neg \text{Amar}(y, \text{Pepito})$

$R(C5, C3): \emptyset$