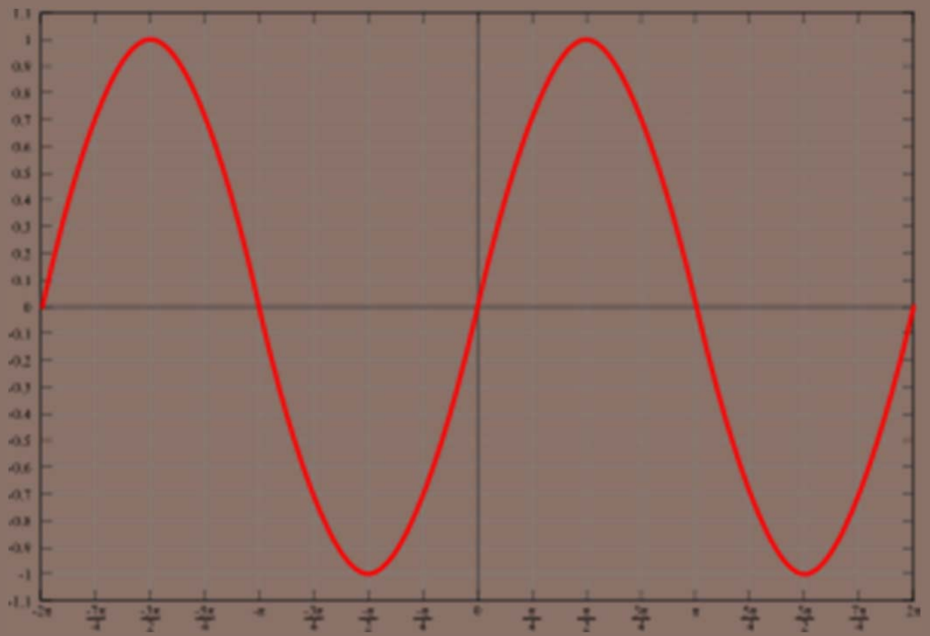


TEMA 5. CORRIENTE ALTERNA.

Física

Índice

1. Generador elemental de corriente alterna.
2. Valor eficaz de una función periódica.
3. Representación fasorial de una función periódica.
4. Elementos de un circuito de corriente alterna.
5. Circuito RLC serie recorrido por una corriente alterna.
6. Circuito RLC paralelo.
7. Potencia de una corriente alterna. Factor de potencia.

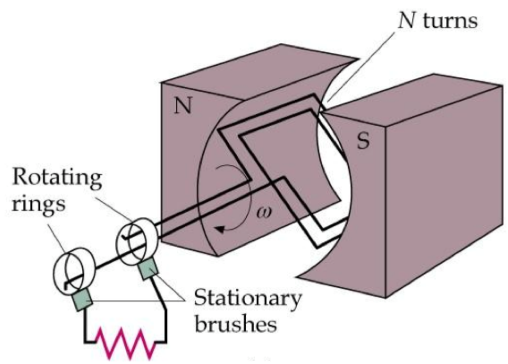
1. Generador elemental de corriente alterna.

Generador.

El elemento básico de un generador de corriente alterna o alternador es una bobina girando a velocidad angular *w* constante dentro de un campo magnético uniforme.

El flujo instantáneo que atraviesa la bobina es:

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\theta = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\left(wt + \theta_0\right)$$



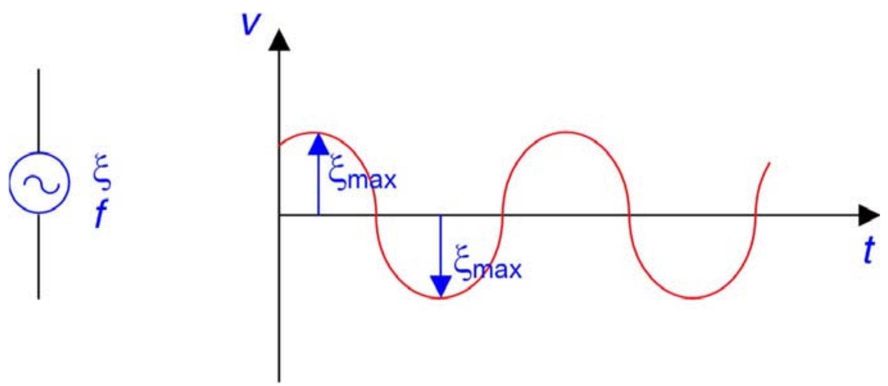
Y la fem inducida en la misma:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = N \cdot B \cdot S \cdot w \cdot \mathrm{sen}\left(wt + \theta_0\right)$$

Siendo el valor máximo de la fem:

$$\varepsilon_{max} = N \cdot B \cdot S \cdot w$$

$$\varepsilon_{ind} = \varepsilon_{max} \cdot \mathrm{sen}\left(wt + \theta_0\right)$$



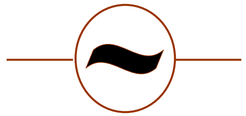
$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{NBSw\,\mathrm{sen}\,(wt+\theta)}{R} \xrightarrow{\text{máx}} \frac{NBSw}{R}$$

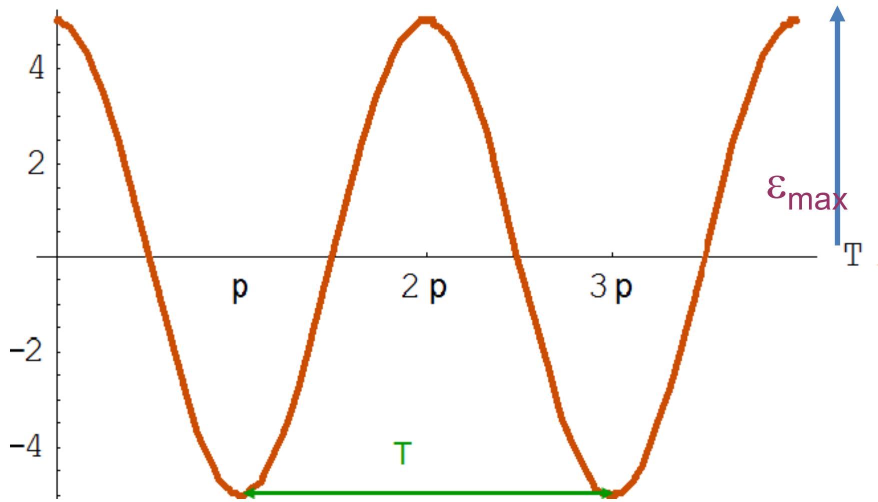
1. Generador elemental de corriente alterna.

Corriente alterna.

$$\boxed{\varepsilon_{ind} = \varepsilon_{max} \cdot \text{sen}\left(wt + \theta_0\right)}$$

Generador de corriente alterna





Se denomina corriente alterna (abreviada CA en español y AC en inglés, de alternating current) a la **Corriente eléctrica** en la que la magnitud y dirección varían cíclicamente.

ε_{max}: Amplitud de la función → Fuerza electromotriz máxima

$T=2\pi/\omega$: Periodo de la fem → Tiempo que tarda en recorrer un ciclo completo

$f=1/T$: Frecuencia → Ciclos realizados por unidad de tiempo (Hz)

1. Generador elemental de corriente alterna.

La corriente alterna (CA) es una corriente:

- Variable en el tiempo.

- Su sentido cambia periódicamente, pasando de positivo a negativo y viceversa.

- Simétrica (alcanza los mismos valores en un sentido y en otro)

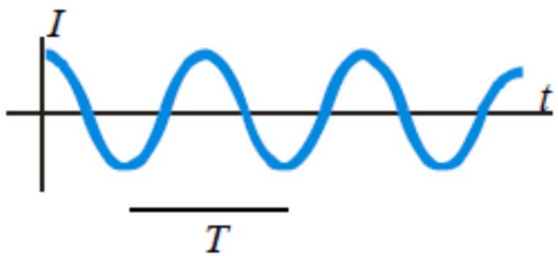
- Sinusoidal $I(t) = I_0 \cdot cos(\omega t)$ ó $I(t) = I_0 \cdot sen(\omega t)$

Donde · I_0 es la amplitud, o valor máximo de la intensidad.

· ω es la frecuencia angular, que indica la rapidez con la que cambia *I*. Se mide en rad/s.

Está relacionada con la frecuencia $\omega = 2\pi\nu$; se mide en hercios (Hz = s^{-1}) y con el

periodo $T = 2\pi/\omega = \frac{1}{\nu}$



T: tiempo en realizar una oscilación (s)

1. Generador elemental de corriente alterna.

Ventajas

- Es transformable, con lo que es fácil obtener altas o bajas tensiones, según convenga.
- Es rectificable (convertible en CC).
- Puede transportarse a larga distancia con menos pérdidas en los cables, aprovechando la transformación a alta tensión.
- Puede generarse gran cantidad de energía, aprovechando diversas fuentes.

Sin embargo, también tiene **desventajas** respecto a la CC en:

- Capacidad de almacenamiento. Es fácil almacenar energía de CC en pilas y baterías, para dispositivos que consumen poca potencia. La CA no puede ser almacenada, y en las centrales debe ajustarse la producción a la demanda de energía del momento.

Por lo tanto, es mejor usar CC en dispositivos pequeños, que consuman poca energía, y sean portátiles (ordenadores, teléfonos móviles, tablets, linternas…) y CA cuando se requiere mucha potencia.

2. Valor eficaz de una función periódica.

- El valor medio de una tensión alterna es cero, por lo que este valor no da información de una tensión alterna.
- Valor eficaz de la corriente alterna: valor de una corriente continua que al circular por una determinada resistencia produce los mismos efectos caloríficos (igual potencia disipada) que dicha corriente variable (corriente alterna). Matemáticamente es la raíz cuadrada del valor cuadrático medio:

$$V_{ef} = \sqrt{Promedio\left(V^2\right)} = \sqrt{\frac{\int_0^T V^2\,dt}{T}} = \sqrt{\frac{\int_0^T V_{max}{}^2 sen^2\left(\omega t + \theta_0\right)dt}{T}} = \sqrt{\frac{V_{max}^2}{2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

tesuele dar el valor

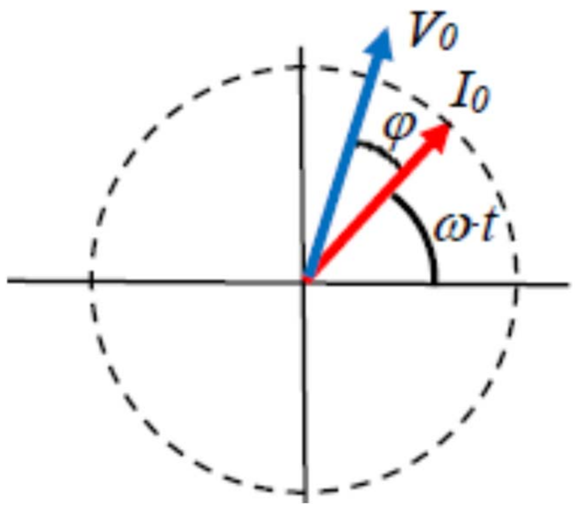
- Así:

$$V = \sqrt{2}\; V_{ef} \cdot \mathrm{sen}\left(\omega t + \theta_0\right) \qquad I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

3. Representación fasorial de una función periódica.

Los fasores son una herramienta muy útil para representar magnitudes que varían de forma senoidal. Un fasor es una magnitud compleja (con sus partes real e imaginaria) que rota con una velocidad angular igual a ω.

Módulo: I_0, V_0
Argumento: Ángulo (en radianes) que forma con el eje x. Es ωt en el caso de la intensidad, y $\omega t+\varphi$ en el caso de la tensión.



Al rotar, la proyección del fasor sobre el eje real nos da la expresión del valor instantáneo:

$$I(t) = I_0 \cdot cos(\omega t)$$
$$V(t) = V_0 \cdot cos(\omega t + \varphi)$$

3. Representación fasorial de una función periódica.

- **Fasor**: vector giratorio en el plano complejo con velocidad angular ω constante.

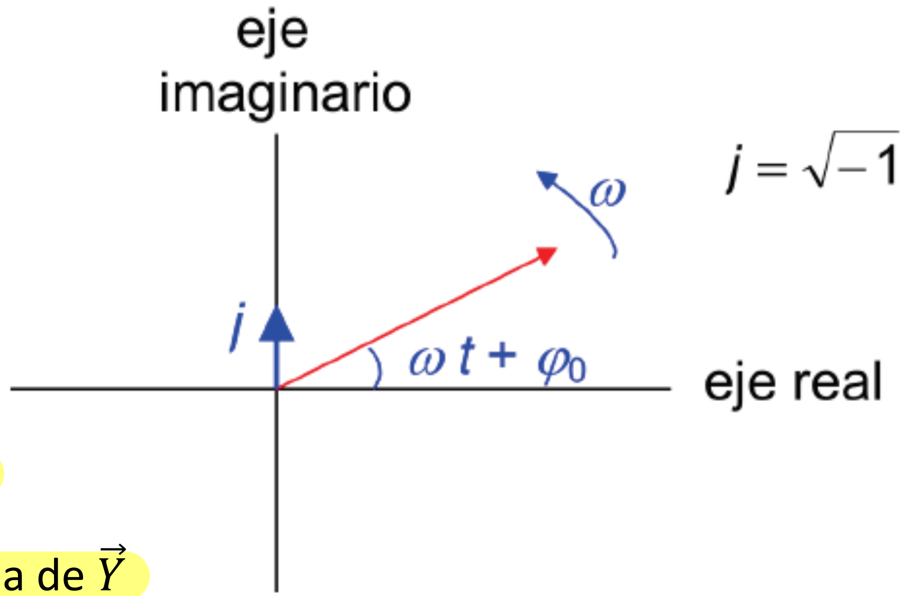
- El fasor se puede representar por un número complejo
- **Forma binómica** de un número complejo:

$$\vec{Y} = Y_{\max}\cos(\omega t + \theta_0) + Y_{\max} sen(\omega t + \theta_0) j$$

$$\boldsymbol{\vec{Y} = a + b\vec{j}}$$

a= $Y_{\max} \cdot cos\ (\omega t + \theta_0)$ → a:parte real de $\vec{Y}$

b= $Y_{\max} \cdot sen\ (\omega t + \theta_0)$ → b:parte imaginaria de $\vec{Y}$



- **Forma polar** de un número complejo:

$$\vec{Y} = Y_{\max}\angle\, \omega t + \theta_0$$

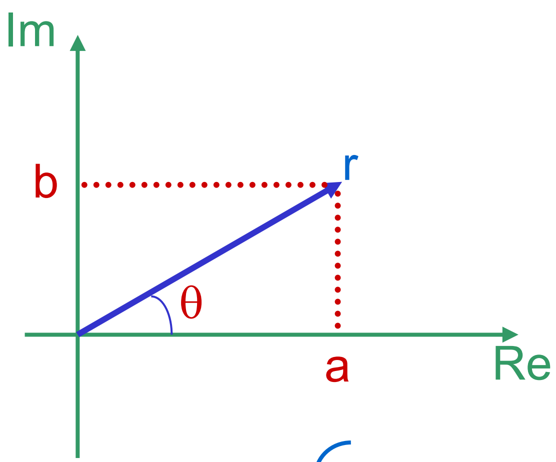
$Y_{\max}$:módulo

$\omega t + \theta_0$: argumento

La parte real, es la **resistencia** del elemento, y está relacionada con el consumo real de energía.
y la parte imaginaria, se denomina **reactancia**, y está relacionada con la energía almacenada en forma de campos eléctricos o magnéticos.

3. Representación fasorial de una función periódica.

Esta representación fasorial, la podemos llevar a cabo en el plano complejo



Forma binómica o coordenadas cartesianas $z = a + b\vec{j}$

Coordenadas polares $z = r_{\underline{|\theta}}$

Cambio de coordenadas

Cartesianas a polares
$$\begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = arc\ tg\,\dfrac{b}{a} \end{cases}$$

Polares a cartesianas
$$\begin{cases} a = r\cos\theta \\ b = r\ sen\theta \end{cases}$$

Donde **a**, la parte real, es la **resistencia** del elemento, y está relacionada con el consumo real de energía.
Y **b**, la parte imaginaria, se denomina **reactancia**, y está relacionada con la energía almacenada en forma de campos eléctricos o magnéticos.

La cantidad $\cos\theta$ se denomina "**factor de potencia**".

4. Elementos de un circuito de corriente alterna.

- En CA los elementos conectados en el circuito, en general, introducen un desfase entre la intensidad y la tensión. Este desfase hace que no haya una proporcionalidad entre los valores instantáneos de intensidad y tensión, como ocurría en corriente continua. No se cumple la ley de Ohm, tal y como la conocíamos, con los valores instantáneos $I(t)$ y $V(t)$.

- Sin embargo, esta proporcionalidad sí existe entre los fasores, y también entre los valores máximos V_{max} e I_{max}, o los valores eficaces V_{ef}, I_{ef}. Esto hace que podamos expresar la ley de Ohm con estos valores.

- La magnitud que relaciona los valores máximos (y los eficaces) de tensión e intensidad en un circuito, se denomina **impedancia (Z), y se mide en ohmios**.

$$V_{ef} = Z \cdot I_{ef}$$

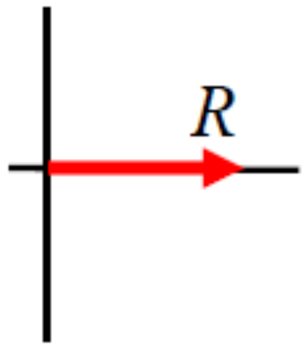
4. Elementos de un circuito de corriente alterna.

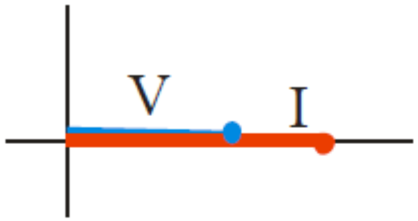
RESISTENCIAS:

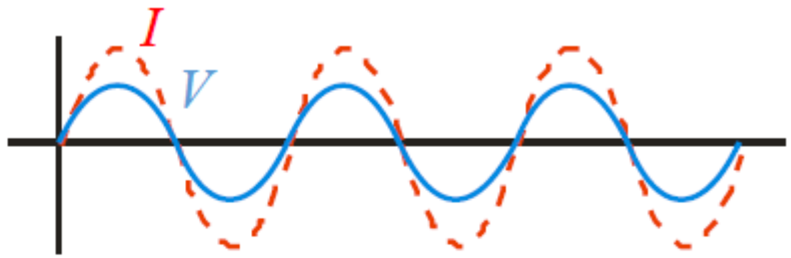
Un elemento puramente resistivo se comporta en corriente alterna igual que en corriente continua. No introduce desfase alguno entre tensión e intensidad, y su impedancia es igual a su resistencia.

Para una resistencia sí se cumpliría la ley de Ohm incluso con los valores instantáneos.

$$Z = R \qquad \theta = 0$$





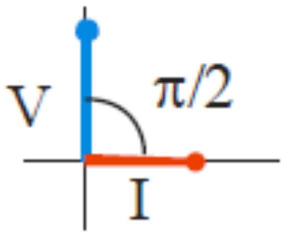


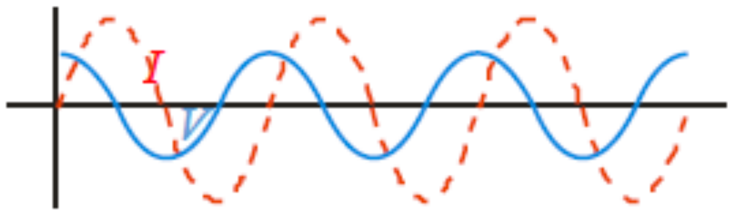
4. Elementos de un circuito de corriente alterna.

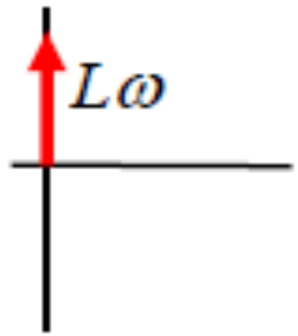
Bobinas (autoinducciones, inductancias)

En CA, una autoinducción introduce un desfase $\frac{\pi}{2}$ entre la tensión y la intensidad (desfase positivo, la tensión está adelantada respecto a la intensidad). Suponiendo que su resistencia sea nula, su impedancia es sólo reactiva (Reactancia inductiva X_L), y depende del coeficiente de autoinducción (inductancia, L) y de la frecuencia (ω).

$$Z = X_L \vec{j} = L \cdot \omega \vec{j} \qquad \theta = \frac{\pi}{2}$$





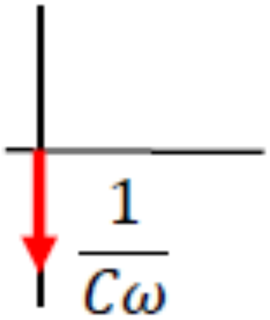


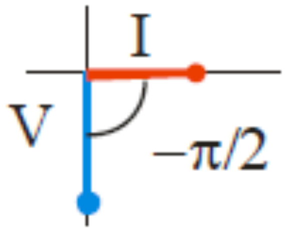
4. Elementos de un circuito de corriente alterna.

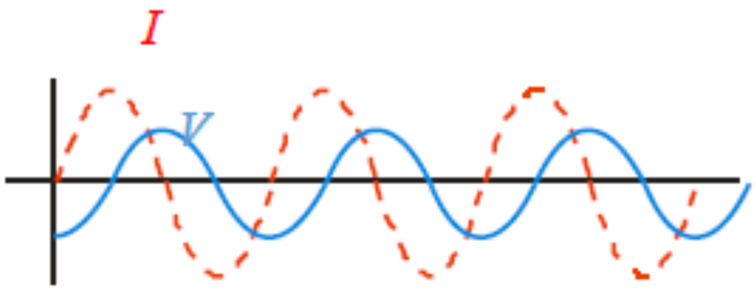
Condensadores

En CA, un condensador introduce un desfase $-\frac{\pi}{2}$ entre la tensión y la intensidad (desfase negativo, la tensión está retrasada respecto a la intensidad). Su impedancia es sólo reactiva (Reactancia capacitiva X_C), y depende de la capacidad del condensador (C) y de la frecuencia (ω).

$$Z = -X_C j = -\frac{1}{C\omega} j \qquad \theta = -\frac{\pi}{2}$$

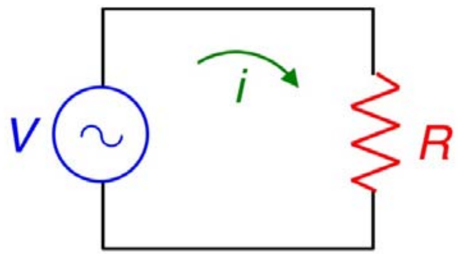






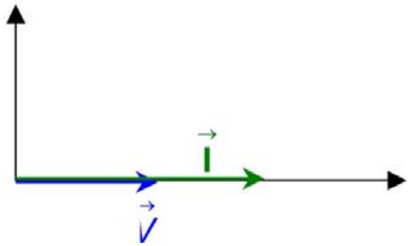
4. Elementos de un circuito de corriente alterna.

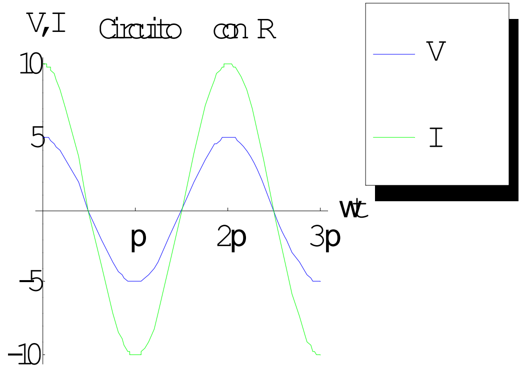
Resistencia



$$V = R\,i$$

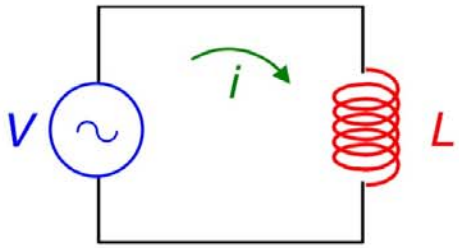
$$\vec{V} = R\,\vec{\mathbf{I}} \begin{cases} \text{eficaces} \\ \text{máximos} \end{cases}$$





La tensión aplicada y la corriente están en fase

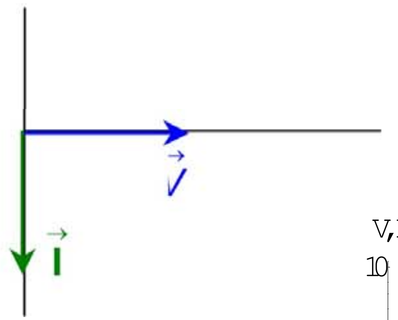
Bobina

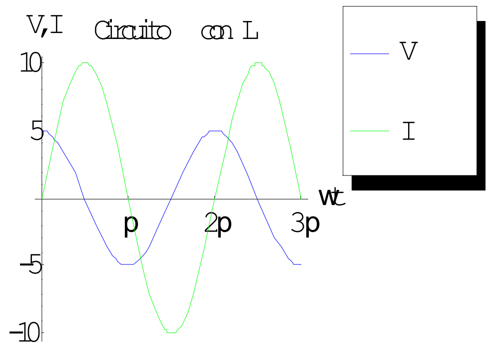


$$V - L\frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad V = L\frac{di}{dt}$$

$$\vec{V} = L\frac{d\vec{\mathbf{I}}}{dt} = L\omega \quad j\,\vec{\mathbf{I}}$$

$\boxed{X_L = L\omega}$ →Reactancia inductiva

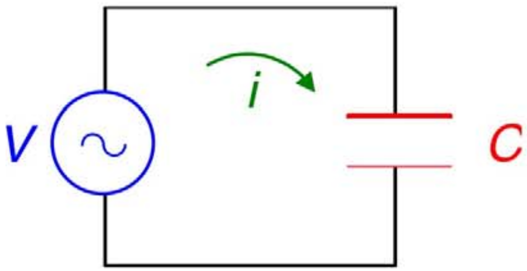




En este caso, corriente y voltaje están desfasados: la corriente está atrasada $\pi/2$ respecto del voltaje

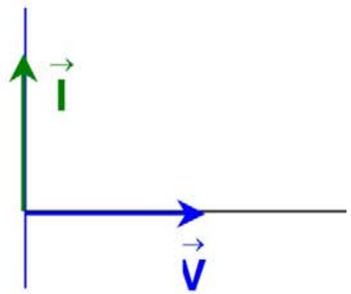
4. Elementos de un circuito de corriente alterna.

Condensador

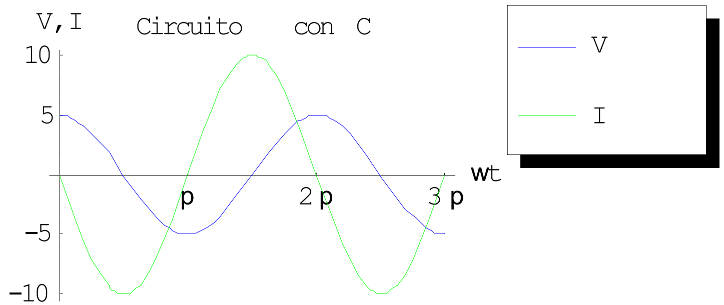


$$V = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i\,dt \qquad \vec{\mathbf{V}} = \frac{-1}{C\omega j}\vec{\mathbf{I}}$$

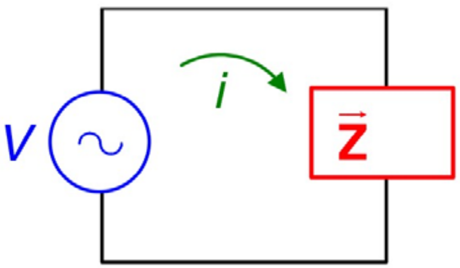
$$\boxed{X_C = \frac{1}{C\omega}} \rightarrow$$ Reactancia capacitiva



En este caso, corriente y voltaje están desfasados: la corriente está adelantada $\pi/2$ respecto del voltaje

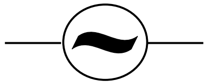


Impedancia $\vec{Z}$

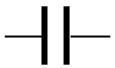


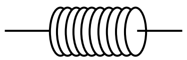
$$\vec{\mathbf{Z}} = \frac{\vec{\mathbf{V}}}{\vec{\mathbf{I}}} \begin{cases} \text{Resistencia} & \vec{\mathbf{Z}} = R \\ \text{Bobina} & \vec{\mathbf{Z}} = L\omega j \\ \text{Condensador} & \vec{\mathbf{Z}} = \dfrac{-1}{C\omega j} \end{cases}$$

Representación compleja de elementos de corriente alterna

- Fuente de tensión 

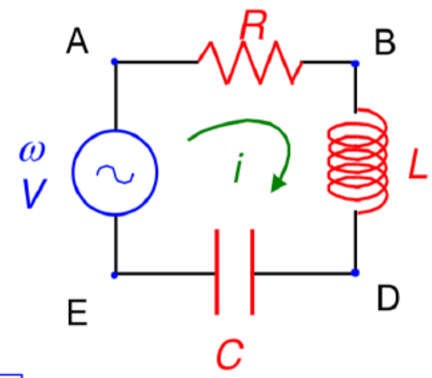
- Resistencia  $Z_R = R$ ⇒ Corriente y tensión están en fase.

- Condensador  $Z_C = -\frac{1}{C\omega} j = -X_C\, j$ ⇒ Corriente adelantada π/2 respecto de la tensión.

- Inducción  $Z_L = L\omega j = X_L\, j$ ⇒ Corriente atrasada π/2 respecto de la tensión.

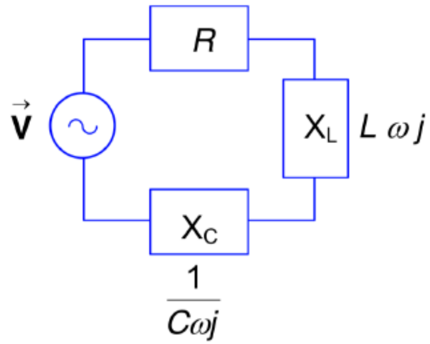
5. Circuito RLC serie recorrido por una corriente alterna.

$$V\,\mathrm{sen}(\omega t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

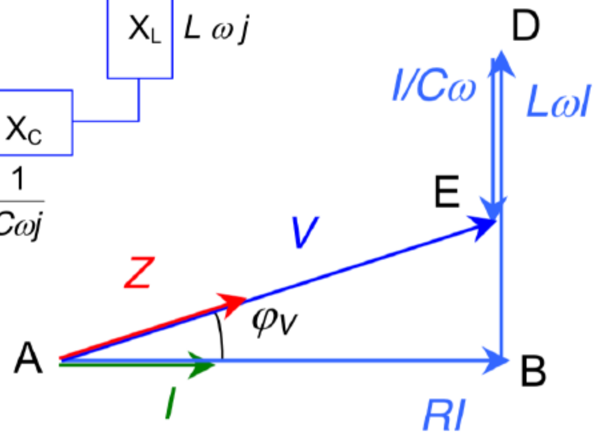


$$\vec{V} = R\vec{I} + L\omega j\vec{I} + \frac{1}{C\omega j}\vec{I} \;\Rightarrow\; \vec{V} = \left[R + L\omega j + \frac{1}{C\omega j}\right]\vec{I}$$

$$\vec{Z}_T = \left[R + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)i\right]$$ Impedancia total

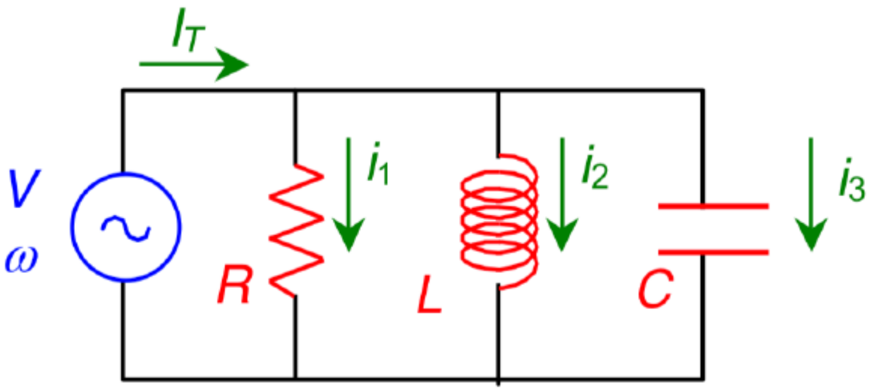


$$\vec{Z}_T = \sum \vec{Z}_i \;\Rightarrow\; \vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}_T}$$



$$Z_T = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad \varphi_Z = \mathrm{arctg}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

6. Circuito RLC paralelo.



$$V\,\mathrm{sen}(\omega t) = Ri \qquad \vec{V} = R\vec{I}_1$$

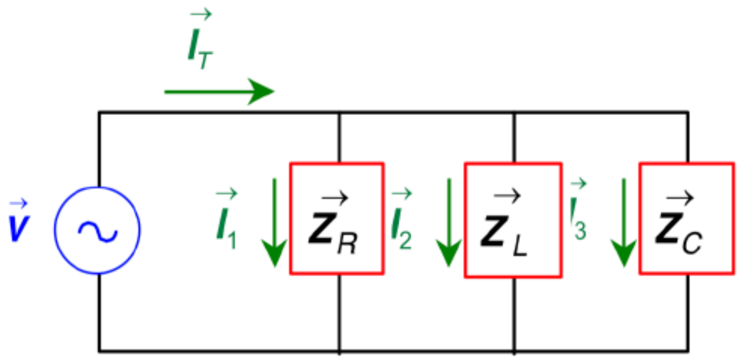
$$V\,\mathrm{sen}(\omega t) = L\frac{di}{dt} \qquad \vec{V} = L\omega\vec{I}_2$$

$$V\,\mathrm{sen}(\omega t) = \frac{1}{C}\int i\,dt \qquad \vec{V} = \frac{1}{C\omega j}\vec{I}_3$$

$$\vec{I}_1 = \frac{V|\underline{0}}{R|\underline{0}} = \frac{V}{R}|\underline{0}$$

$$\vec{I}_2 = \frac{V|\underline{0}}{L\omega|\underline{90}} = \frac{V}{L\omega}|\underline{-90}$$

$$\vec{I}_3 = \frac{V|\underline{0}}{\frac{1}{C\omega}|\underline{-90}} = VC\omega|\underline{90}$$



$$\frac{1}{\vec{Z}_T} = \sum \frac{1}{\vec{Z}_i} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}$$

$$\vec{I}_T = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{L\omega j} + C\omega j\right)\vec{V} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}_T}$$

7. Potencia de una corriente alterna. Factor de potencia

- Potencia en una resistencia

Como la resistencia no introduce diferencia de fase entre corriente y voltaje, podemos escribir

Potencia instantánea

$$P(t) = \varepsilon(t) I(t)$$

Potencia media

Con valores eficaces

$$\boxed{P = \frac{\varepsilon_{ef}^2}{R} = R\, I_{ef}^2}$$

La resistencia disipa energía en forma de calor por efecto Joule.

7. Potencia de una corriente alterna. Factor de potencia

- Potencia en un condensador

En un instante dado, la energía puede estar entrando o saliendo del condensador, dependiendo si en ese momento se carga o se descarga. Como la corriente oscila sinusoidalmente, la energía promedio disipada en el condensador es cero.

Potencia instantánea $$P(t) = \varepsilon(t)I(t)$$

Potencia media $$P = \langle P(t)\rangle = -\frac{\varepsilon_o^2}{X_C}\langle\cos\omega\, t\ \mathrm{sen}\omega \mathrm{t}\rangle = 0$$

- Potencia en una bobina: Ocurre lo mismo que con el condensador, luego

Potencia instantánea $$P(t) = \varepsilon(t)I(t)$$

Potencia media $$P = \langle P(t)\rangle = \frac{\varepsilon_o^2}{X_L}\langle\cos\omega\, t\ \mathrm{sen}\omega \mathrm{t}\rangle = 0$$

7. Potencia de una corriente alterna. Factor de potencia

Potencia compleja

Cada uno de los términos de esta potencia compleja tiene un significado

Potencia activa (se mide en Watios, W) es la potencia suministrada al circuito por el generador del circuito y se disipa en las resistencias o se convierte en energía mecánica como en los motores eléctricos.

$P = V_{ef} I_{ef} \cos\delta$ También denominada **Potencia de un circuito**

Potencia reactiva (se mide en Voltio·Amperio reactivo, VAR) representa la que se intercambia entre los componentes inductivos C y L pero no es utilizable, por lo que interesa que su valor sea el más pequeño posible.

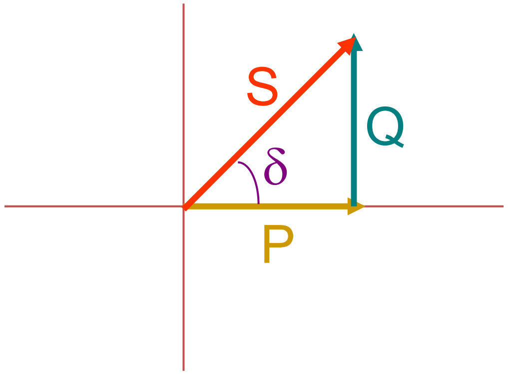
$$Q = V_{ef} I_{ef}\, sen\delta$$

Potencia aparente (se mide en Voltio·Amperio, VA) Es la máxima potencia activa que podría suministrarse al circuito.

$$S = V_{ef} I_{ef}$$

7. Potencia de una corriente alterna. Factor de potencia

Con estos tres términos se define el **triángulo de potencias**, de forma que



$$\boxed{S = P + Qj}$$

Factor de potencia

$$\boxed{\cos\delta = \frac{P}{|S|}}$$

El factor de potencia (FP) es la relación entre la potencia activa (kW) y la potencia aparente (kVA) a la hora de convertirlo en potencia útil, como luz, calor o movimiento mecánico. Sirve para medir la eficiencia de su consumo eléctrico a la hora de convertirlo en potencia útil, como luz, calor o movimiento mecánico.