

<http://acer.forestales.upm.es>

# TEMA 4. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.

Física

# Índice



1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. Inducción mutua.
5. Autoinducción.
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. Energía magnética.

# Índice

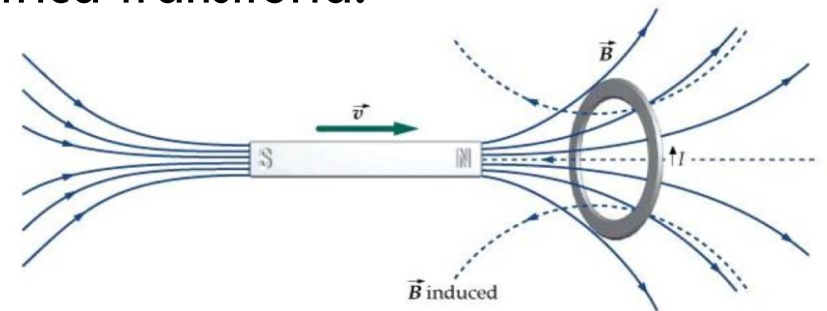


1. **Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.**
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. Inducción mutua.
5. Autoinducción.
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. Energía magnética.

# 1. Inducción electromagnética. Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.

- Sabemos que el campo magnético se debe a la existencia de cargas en movimiento. Pero, ¿existe el fenómeno contrario?
- Faraday observa que al variar el flujo magnético enlazado por un circuito se origina en éste una corriente eléctrica transitoria.

➡ Los campos magnéticos pueden poner en movimiento las cargas eléctricas.



- Los resultados de los experimentos se concretan en dos leyes:
- **Ley de Faraday-Henry:** "Cuando varía el flujo magnético  $\Phi$  enlazado por un circuito, se origina en éste una fuerza electromotriz inducida  $\mathcal{E}$  (fem), cuyo valor es proporcional al ritmo de variación de flujo".
- **Ley de Lenz:** "El signo de la fem inducida es tal que origina una corriente eléctrica tal que origina un campo eléctrico cuyo sentido se opone a la variación de flujo que la ha producido".

# 1. Inducción electromagnética. Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.

- Las Leyes de Faraday-Henry y Lenz se expresan matemáticamente como:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_{mag}}{dt}$$

- Como la fem está localizada en el circuito se puede expresar como:

- Y 
$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_{ind} &= \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ \Phi &= \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \end{aligned} \right\} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \left( \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right)$$

- Si el flujo del campo magnético es constante:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

Campo eléctrico conservativo, como el campo electrostático

- Si el flujo magnético no es constante:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$$

**Campo eléctrico inducido no es conservativo.**

# Índice



1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. **Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.**
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. Inducción mutua.
5. Autoinducción.
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. Energía magnética.

## 2. Aplicaciones de las Leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.

### Generador.

□ El elemento básico de un generador de corriente alterna o alternador es una bobina girando a velocidad angular  $\omega$  constante dentro de un campo magnético uniforme.

□ El flujo instantáneo que atraviesa la bobina es:

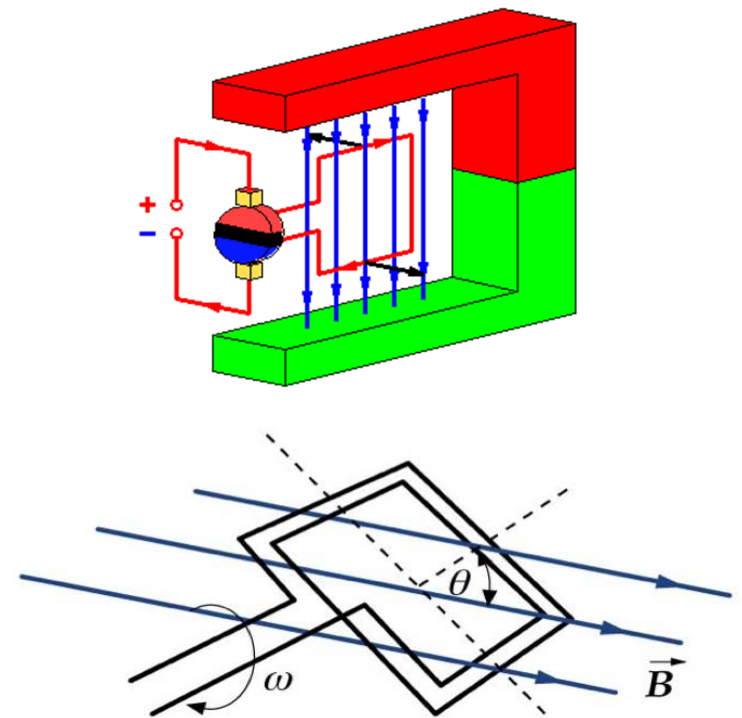
$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \theta = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\omega t + \theta_0)$$

□ Y la fem inducida en la misma:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \theta_0)$$

□ Siendo el valor máximo de la fem:

$$\mathcal{E}_{max} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_{max} \cdot \sin(\omega t + \theta_0)$$

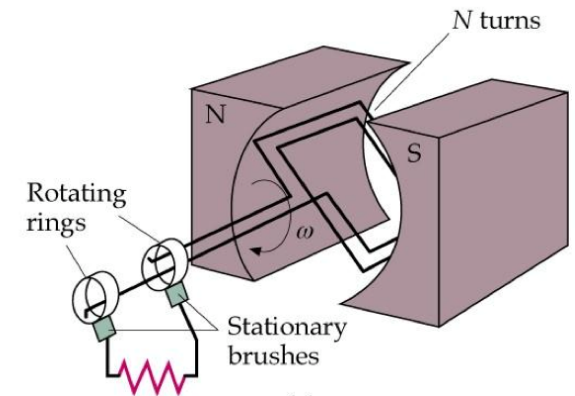
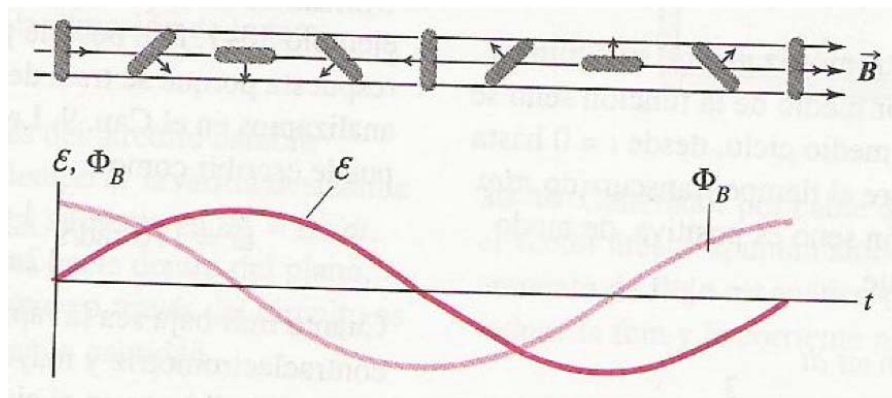


## 2. Aplicaciones de las Leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.

### Generador.

□ El flujo magnético variable ha inducido una fuerza electromotriz en la bobina, que si tiene resistencia  $R$ , produce una intensidad:

$$\mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_{max} \cdot \sin(\omega t + \theta_0) \Rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R} \cdot \sin(\omega t + \theta_0) = I_{max} \sin(\omega t + \theta_0)$$



□ Aplicaciones (transformar energía mecánica en energía eléctrica):

- ▣ Central hidroeléctrica: el salto de agua mueve una turbina.
- ▣ Central térmica: el vapor generado mueve una turbina de vapor.

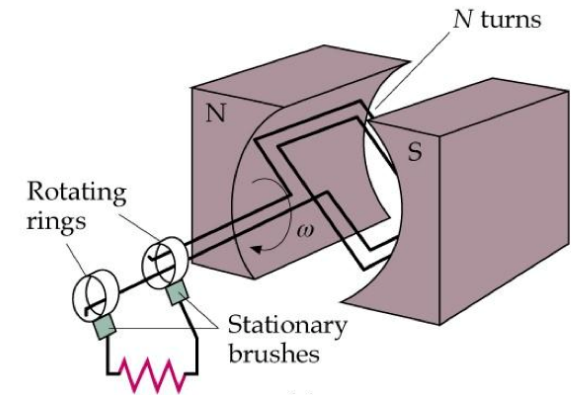


## 2. Aplicaciones de las Leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.

### Motor de CA.

- La misma bobina se puede utilizar como motor de CA.
- Se hace pasar por la bobina una corriente alterna, procedente de otro generador.
- El momento debido a la fuerza magnética que aparece sobre la bobina actúa sobre ésta y la hace girar; al girar se genera una fem que contrarresta la fem que genera la CA.

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$



# Índice

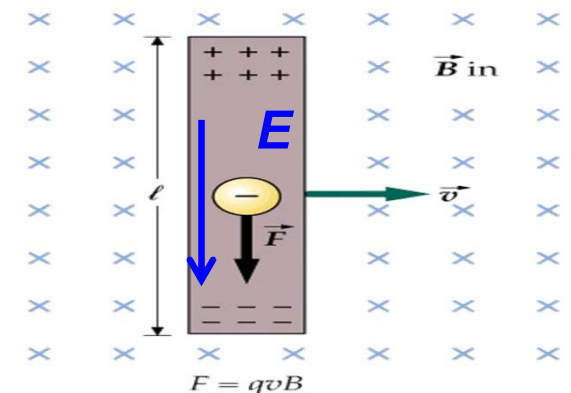
1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. **Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.**
4. Inducción mutua.
5. Autoinducción.
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. Energía magnética.

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.

- La ley de Faraday se puede comprobar a partir del movimiento de una barra conductora dentro de un campo magnético:

- Los electrones libres del conductor se hallan sometidos a una fuerza magnética que los desplazará hacia el extremo inferior:

$$\mathbf{F} = -e \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$



- Se crea así un campo eléctrico paralelo a la barra. El movimiento de los electrones continua hasta que las fuerzas magnéticas se compensan con las fuerzas del campo eléctrico.

$$-e \cdot \mathbf{E} = e \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Entre los extremos de la barra habrá una diferencia de potencial eléctrico: fem:

$$\varepsilon_{ind} = - \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$

**Expresión general**

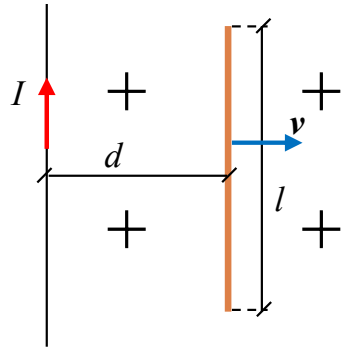
$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B} \text{ cte} \\ \mathbf{v} \text{ cte} \\ \mathbf{v} \perp \mathbf{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{ind} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} \cdot l$$

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.

#### Ejemplo (problema nº1 enunciados Inducción electromagnética)

- Un alambre de 40 cm se mueve con una velocidad uniforme de 30 m/s manteniéndose constantemente paralelo a una corriente rectilínea e indefinida de 50 A y alejándose de la misma. Determinar:
  - a) Vector campo ***B*** que la corriente crea sobre el alambre cuando la distancia entre ambos es de 25 cm.
  - b) Fuerza electromotriz inducida en el alambre en la situación anterior y su sentido.
  - c) ¿Cómo variarán los resultados si el alambre se acerca a la corriente en vez de alejarse de ella?

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.



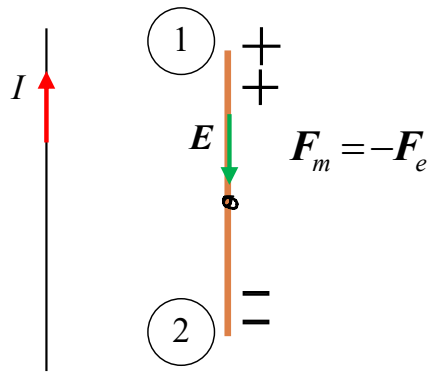
$$\begin{aligned} I &= 50 \text{ A} \\ l &= 40 \text{ cm} \\ v &= 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ d &= 25 \text{ cm} \end{aligned}$$

a) Aplicando Ampère

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \cdot I \quad \Rightarrow \quad B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi \cdot 0.25} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad \text{Hacia adentro}$$

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.



$$b) \mathbf{F}_m = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -e v \mathbf{i} \times (-B \mathbf{k}) = -evB \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_e = -e \cdot \mathbf{E} = -e \cdot (-E \mathbf{j}) = eE \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_m = -\mathbf{F}_e$$

$$eE = evB \Rightarrow E = vB$$

$$\mathbf{E} = -vB \mathbf{j}$$

$$V_2 - V_1 = \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -vBl$$

$$\text{f.e.m.} = V_1 - V_2 = vBl = 30 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 0.4$$

$V_1 > V_2$

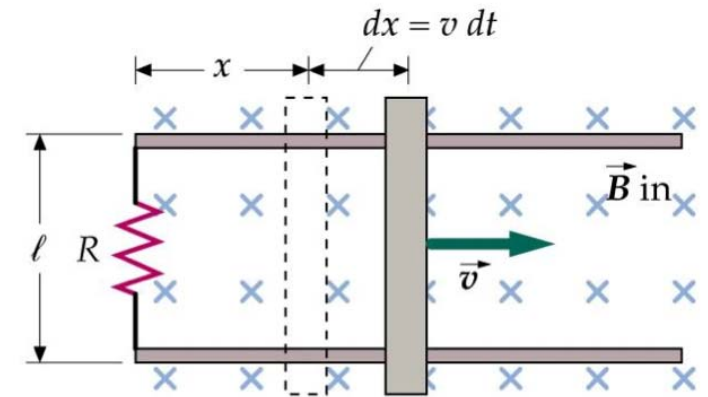
$$V_1 - V_2 = 48 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

c) Se cambia el sentido de ddp

$$V_2 - V_1 = 48 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.

- Si la barra la integramos en un circuito de resistencia  $R$ , por él circulará una intensidad.
- La barra hace las veces de generador.
- En cualquier momento, el flujo del campo magnético a través de la superficie cerrada  $S$ :



$$\Phi = B \cdot \underset{\substack{// \\ \text{caso}}}{S} = B \cdot \ell \cdot x$$

- Como el conductor se está moviendo con velocidad  $\mathbf{v}$ , aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot \ell \cdot \frac{dx}{dt} = B \cdot \ell \cdot v$$

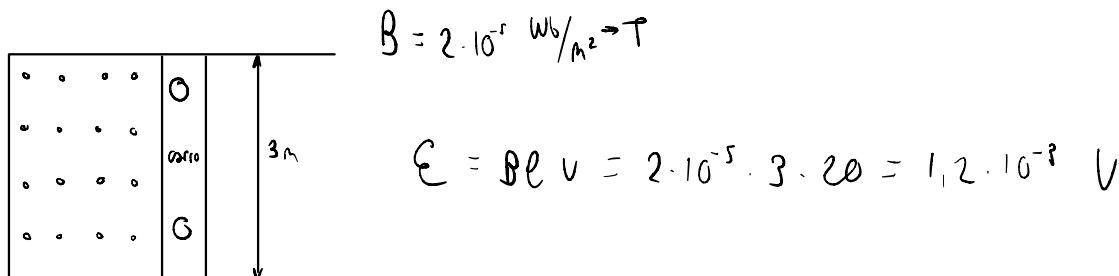
*Mismo resultado obtenido anteriormente*

- Se llama fuerza electromotriz de movimiento a toda fem inducida por el movimiento relativo de un conductor respecto a un campo magnético.

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.

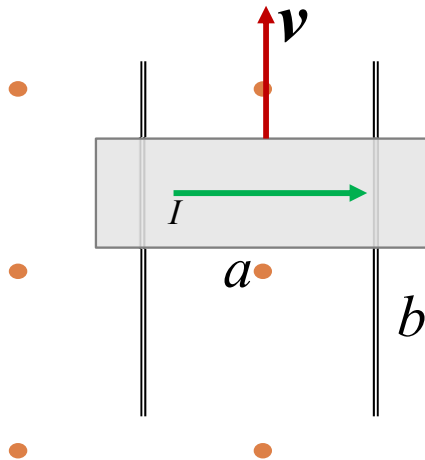
#### Ejemplo (problema nº3 enunciados Inducción electromagnética)

- Un carro metálico rueda sobre dos railes separados entre sí 3 m alcanzando velocidades máximas de 20 m/s. Calcular el voltaje inducido entre los dos railes si la componente vertical del campo magnético terrestre es  $2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$ .





### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.



En primer lugar calculamos el flujo a través del circuito

$$\phi = B \cdot S = B \cdot a \cdot b$$

$$\frac{d\phi}{dt} = Ba \frac{db}{dt} = B \cdot a \cdot v$$

Aplicando las leyes de Faraday-Henry y Lenz

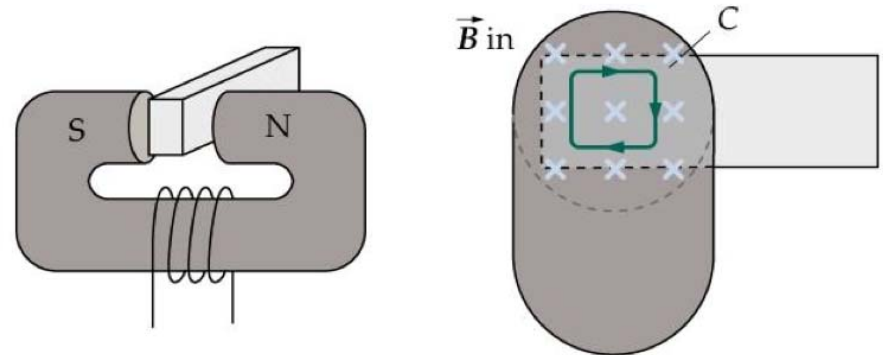
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B \cdot a \cdot v$$

$$\varepsilon = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 20 \Rightarrow \varepsilon = 1.2 \text{ mV}$$

### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.

#### Corrientes de Foucault.

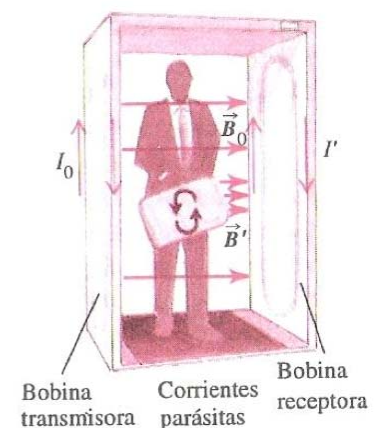
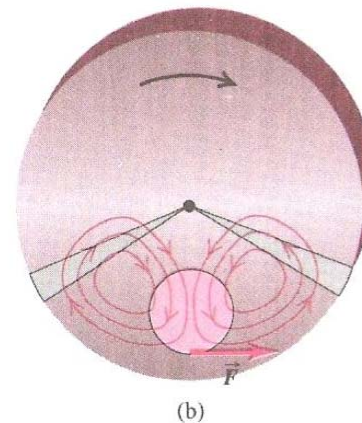
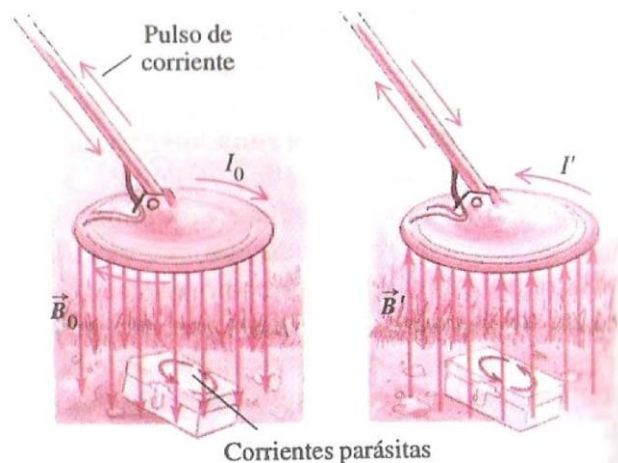
- Consideremos el campo magnético creado por un electroimán, con intensidad máxima en el centro y menor hacia la periferia.
- Si hacemos pasar entre los polos una placa de cobre, notaremos una resistencia(similar a la de cortar).
- No es una fuerza magnética sobre el cobre, pues es diamagnético.
- Se trata de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre unas corrientes inducidas en la placa: **corrientes de Foucault**.
- Estas corrientes aparecen siempre que un conductor extenso tenga sometidos sus puntos a campo magnéticos variables (**B** no uniforme).



### 3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.

#### Corrientes de Foucault.

- Las intensidades inducidas tendrán sentido tal que las fuerzas que el campo magnético ejerce sobre ellas se opondrán primero a la penetración de la placa en el campo, y después a su salida.
- Estas corrientes consumen energía. Se pueden reducir aumentando la resistencia en planos normales al campo (formando la masa metálica por láminas delgadas aisladas entre sí por capas de barniz).
- Aplicaciones: cocinas de inducción, detectores de metales, frenos magnéticos.



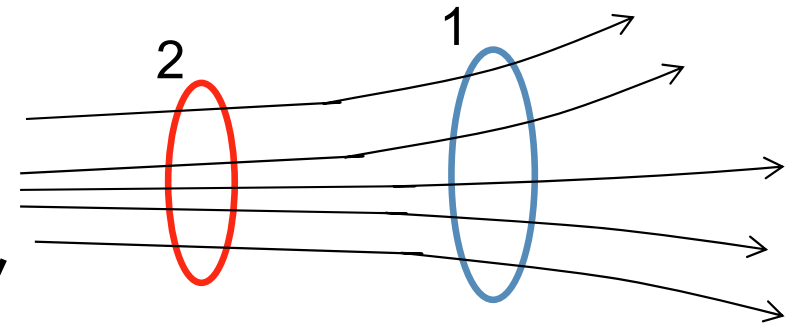
# Índice



1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. **Inducción mutua.**
5. Autoinducción.
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. Energía magnética.

## 4. Inducción mutua.

- Sean dos circuitos 1 y 2 de forma cualquiera, por los que circulan intensidades  $I_1$  e  $I_2$ .
- La corriente  $I_1$  crea un campo  $\mathbf{B}_1$ , proporcional a  $I_1$ .
- $\mathbf{B}_1$  produce un flujo  $\Phi_2$  a través del circuito 2, también proporcional a  $I_1$ .



$$\Phi_2 = \int \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S}_2 = M_{21} \cdot I_1$$

- De manera análoga,  $I_2$  crea un campo  $\mathbf{B}_2$ , y un flujo  $\Phi_1$  proporcional a  $I_2$ .

$$\Phi_1 = \int \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{S}_1 = M_{12} \cdot I_2$$

- Se puede demostrar que  $M_{12} = M_{21} = M$
- $M$ : **Coeficiente de inducción mutua**. Depende de la geometría del sistema y de la permeabilidad magnética del medio.

## 4. Inducción mutua.

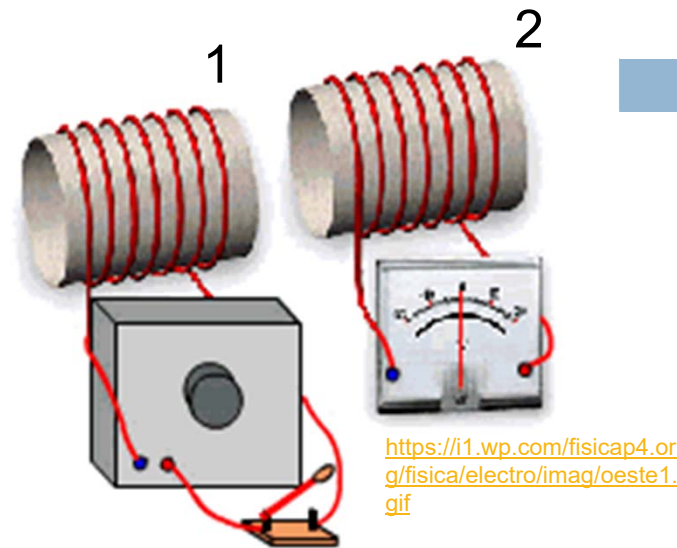
- Si  $I_1$  es variable,  $\Phi_2$  también es variable:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -M \cdot \frac{dI_1}{dt} = -M \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

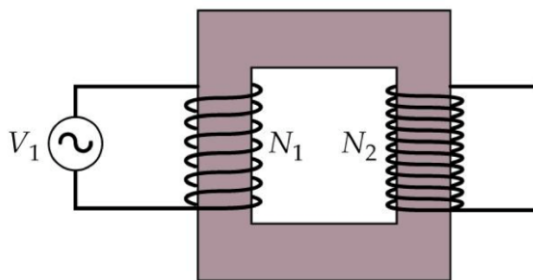
- Y de manera análoga:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -M \cdot \frac{dI_2}{dt} = -M \cdot \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

- 1 H: coeficiente de inducción mutua entre dos circuitos tales que al variar en uno la corriente a razón de 1 A/s, se induce en el otro una f.e.m. de 1 V.
- Aplicación: **Transformador**: Dispositivo utilizado para elevar o disminuir el voltaje en un circuito sin pérdida considerable de potencia.



Unidad en el S.I. de  $M$ : **Henry** (H)



$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Permite convertir la tensión de un circuito a otro, ambos aislados eléctricamente

## 4. Inducción mutua.

### Ejemplo (problema nº2 enunciados Inducción electromagnética)

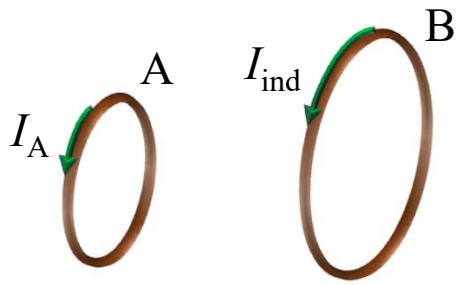
- Dos bobinas A y B tienen 400 y 900 espiras, respectivamente. Una corriente de 3 A circulando por la bobina A crea un flujo de  $2 \cdot 10^{-4}$  Wb en cada una de las espiras de la bobina B. Se pide:
  - a) Coeficiente de inducción mutua entre las bobinas.
  - b) Fuerza electromotriz inducida en B cuando la corriente que circula por A varía de 2 a 1 A en un tiempo de 0.1 s.
  - c) Flujo a través de la bobina A cuando por la B circula una corriente de 2 A.

$$N_A = 400 \text{ esp} \quad I = 3 \text{ A}$$

$$N_B = 900 \text{ esp} \quad \Phi_B = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$b) \Delta I = 2 - 1 = 1 \text{ A} \quad t = 0,1$$

## 4. Inducción mutua.



Datos:

$$N_A = 400 \quad N_B = 900$$

$$I_A = 3 \text{ A} \Rightarrow \phi_{B \text{ espira}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\text{a) } \phi_B = M I_A$$

$$M = \frac{\phi_B}{I_A} = \frac{2 \cdot 10^{-4} N_B}{3} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 900}{3} \Rightarrow \boxed{M = 6 \cdot 10^{-2} \text{ H}}$$

$$\text{b) } \varepsilon_B = -\frac{d\phi_B}{dt} = -M \frac{dI_A}{dt} = -M \frac{\Delta I_A}{\Delta t} = -6 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1-2}{0.1} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_B = 0.6 \text{ V}}$$

$$\text{c) } \phi_A = M \cdot I_B = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\phi_A = 0.12 \text{ Wb}}$$



# Índice

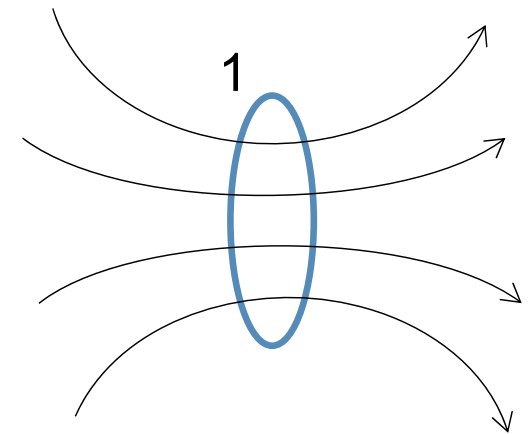


1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. Inducción mutua.
5. **Autoinducción.**
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. Energía magnética.

## 5. Autoinducción.

- La intensidad  $I$  del circuito 1 también crea flujo de inducción a través del propio circuito 1.
- Dicho flujo es proporcional a la intensidad  $I$ , y si no hay otras corrientes sería:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = L \cdot I$$

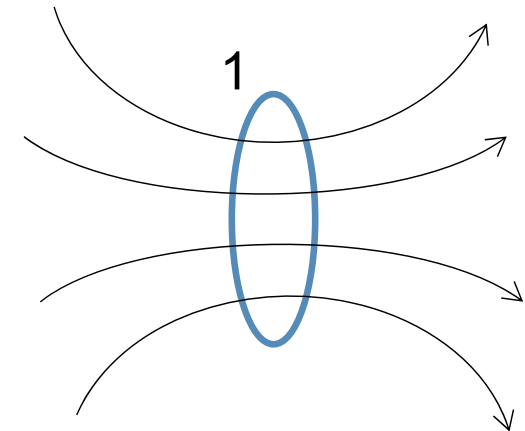
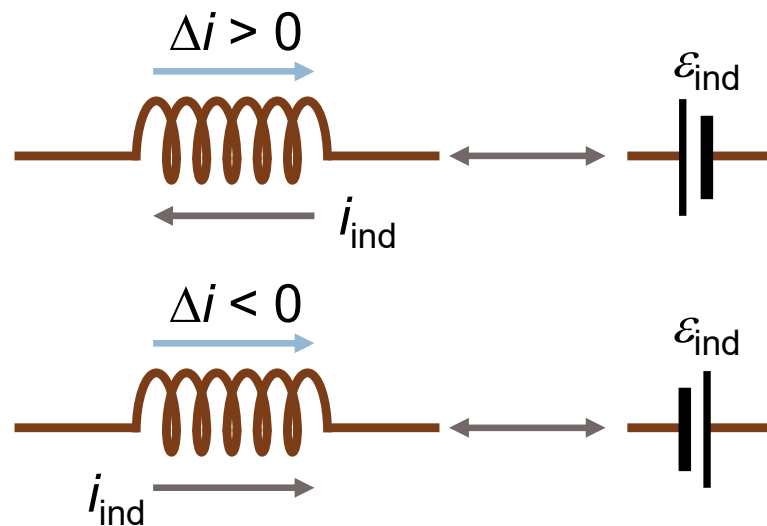


- $L$ : **Coeficiente de autoinducción o inductancia.**
- $L$  tiene las mismas dimensiones de  $M$ , y de igual manera, depende del medio y de la geometría del circuito. Unidad: Henry.
- Al variar la corriente  $I$  que circula por el circuito, también producirá una variación del flujo, y se producirá una **f.e.m. de autoinducción:**

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

## 5. Autoinducción.

- La autoinducción cumple la ley de Lenz, y la f.e.m. inducida tiende a oponerse a la causa que la produce (amortigua el cambio).
  - ▣ Si la corriente se debilita, la autoinducción tiende a reforzarla.
  - ▣ Si la corriente se intensifica, la autoinducción tiende a debilitarla.



## 5. Autoinducción.

### Ejemplo (problema nº5 enunciados Inducción electromagnética)

- Un solenoide recto consta de 800 espiras y por el circula una corriente de 6 A que origina un flujo magnético de  $2 \cdot 10^{-3}$  Wb en el interior de cada una de ellas. Determinar:

- Fuerza electromotriz inducida en la bobina si la corriente se interrumpe en  $10^{-1}$  s.
- El coeficiente de autoinducción del solenoide.

$$\text{a) } \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{0 - (2 \cdot 10^{-3}) \cdot 800}{0.1} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 16 \text{ V}}$$

$$\text{b) } \phi = L \cdot I$$

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 800}{6} \Rightarrow \boxed{L = 266.7 \cdot 10^{-3} \text{ H}}$$

○ también se podría resolver:

$$\text{b) } \varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \rightarrow 16 = -L \cdot \frac{0-6}{0.1} \Rightarrow L = \frac{1.6}{6} \Rightarrow \boxed{L = 0.2667 \text{ H}}$$

# Índice



1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. Inducción mutua.
5. Autoinducción.
6. **Régimen transitorio en el circuito serie RL.**
7. Energía magnética.

## 6. Régimen transitorio en el circuito RL.

- Los elementos de un circuito que presentan un coef. de autoinducción o inducción mutua importante se denominan inductancias:  $L$  

- En el circuito representado, al cerrar el interruptor S se inicia la conducción.

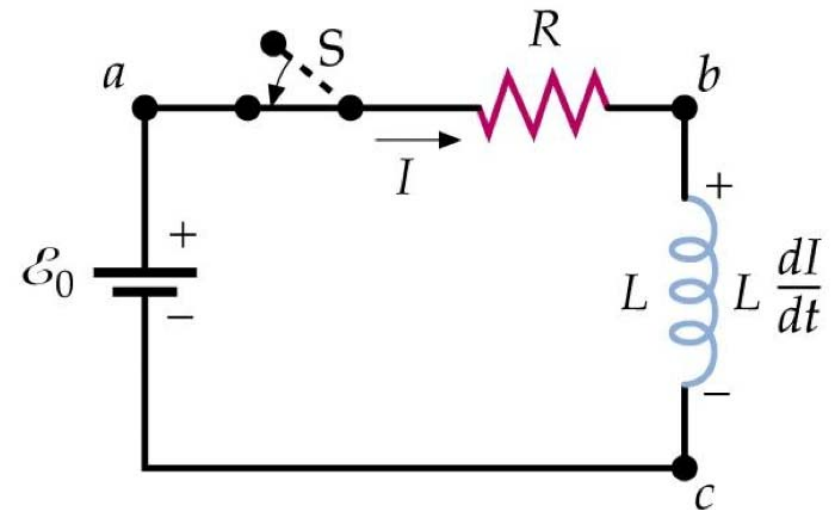
- La f.e.m. del circuito será  $\mathcal{E}_0$  de la pila más la f.e.m de autoinducción  $\varepsilon_1 = -L \cdot \frac{dI}{dt}$

- Aplicando la ley de Ohm:

$$\mathcal{E}_0 - L \cdot \frac{dI}{dt} = I \cdot R \quad \Rightarrow \quad \frac{-dI}{\frac{\mathcal{E}_0}{R} - I} = \frac{-dt}{\frac{L}{R}}$$

- Llamando  $\tau = \frac{L}{R}$   $\tau$ : **Constante de tiempo del circuito**

- E integrando:  $\ln\left(\frac{\mathcal{E}_0}{R} - I\right) = \frac{-t}{\tau} + \text{cte}$



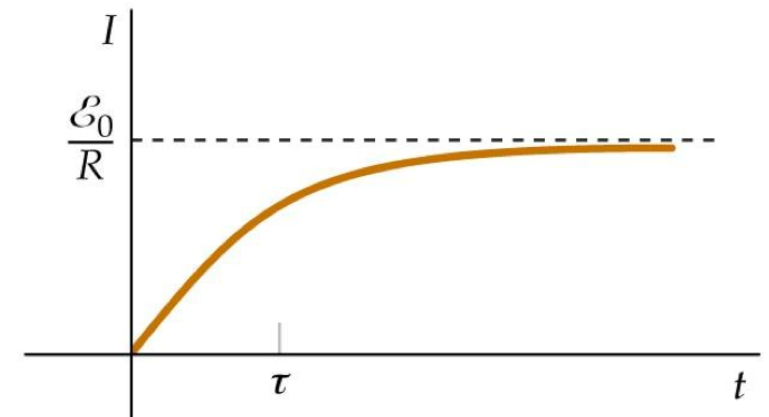
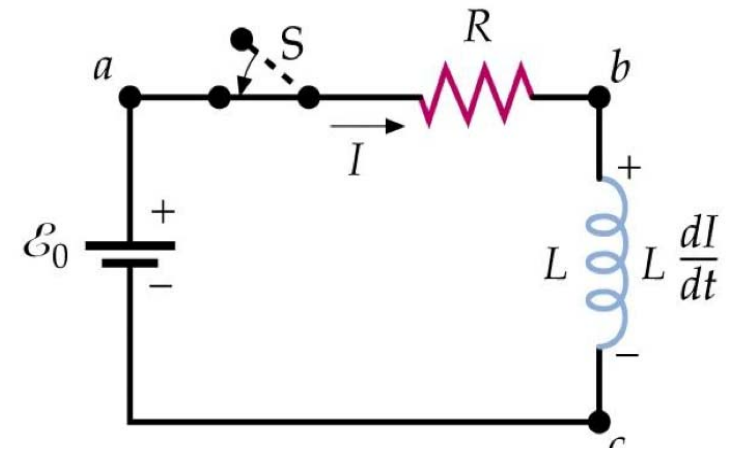
## 6. Régimen transitorio en el circuito RL.

□ Para el instante inicial ( $t=0$ ), la intensidad  $I=0$ , por lo que la constante

$$\ln\left(\frac{\mathcal{E}_0}{R} - I\right) = \frac{-t}{\tau} + \text{cte} \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0 \\ I=0 \end{array} \right\} \quad \ln\left(\frac{\mathcal{E}_0}{R}\right) = \text{cte}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{\mathcal{E}_0}{R} - I\right) = \frac{-t}{\tau} + \ln\left(\frac{\mathcal{E}_0}{R}\right) \Rightarrow \ln\left(\frac{\frac{\mathcal{E}_0}{R} - I}{\frac{\mathcal{E}_0}{R}}\right) = \frac{-t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}_0}{R} - I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \Rightarrow \boxed{I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)}$$



- La inducción retarda el establecimiento de la corriente en el circuito.
- $\tau$  representa el tiempo que tarda en alcanzar el 63% de la carga máxima.

## 6. Régimen transitorio en el circuito RL.

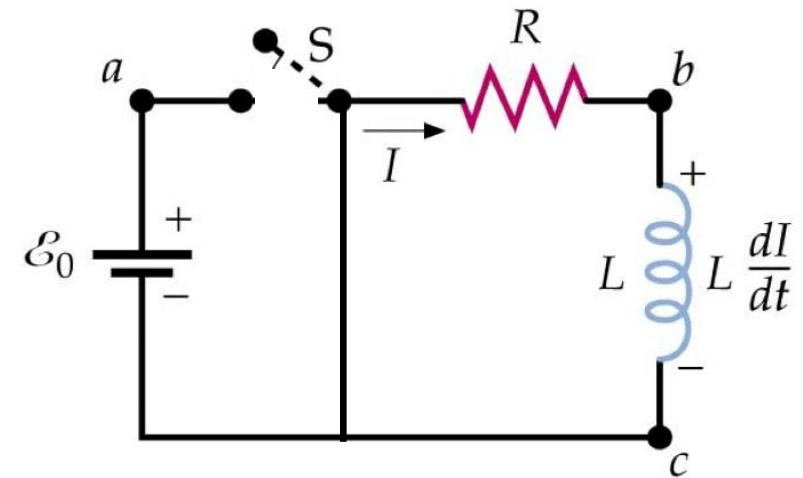
- Al cabo de un tiempo suficientemente largo, se habrá alcanzado la intensidad de régimen  $I = \frac{\varepsilon_0}{R}$ .
- Si en ese momento se elimina la pila, aplicando la ley de Ohm:

$$-L \cdot \frac{dI}{dt} = I \cdot R$$

→  $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$  e integrando:

→  $\ln I = -\frac{R}{L} t - \text{cte} \left\{ \begin{array}{l} t=0 \\ I=I_0=\varepsilon_0/R \end{array} \right\} \text{cte} = -\ln \frac{\varepsilon_0}{R}$

→  $I = \frac{\varepsilon_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$



- Al suprimir la pila, la autoinducción supone una f.e.m. que tiende a mantener la corriente.
- Al cabo de un tiempo  $\tau$ , la intensidad se ha reducido al 37% de la inicial.



# Índice



1. Inducción electromagnética: Ley de Faraday-Henry y Ley de Lenz.
2. Aplicaciones de las leyes Faraday-Lenz. Generadores y motores de CA.
3. Fuerza electromotriz de movimiento: corrientes de Foucault.
4. Inducción mutua.
5. Autoinducción.
6. Régimen transitorio en el circuito serie RL.
7. **Energía magnética.**

## 7. Energía del campo magnético.

- Cerrando el interruptor  $S$  en el instante  $t=0$ , la intensidad  $I$  que circula en el instante  $t$  satisface la ecuación:

$$\varepsilon_0 - L \cdot \frac{dI}{dt} = I \cdot R$$

- Entre los instantes  $t$  y  $t+dt$  la pila hace circular una carga eléctrica  $I dt$ , entregando al circuito una energía:

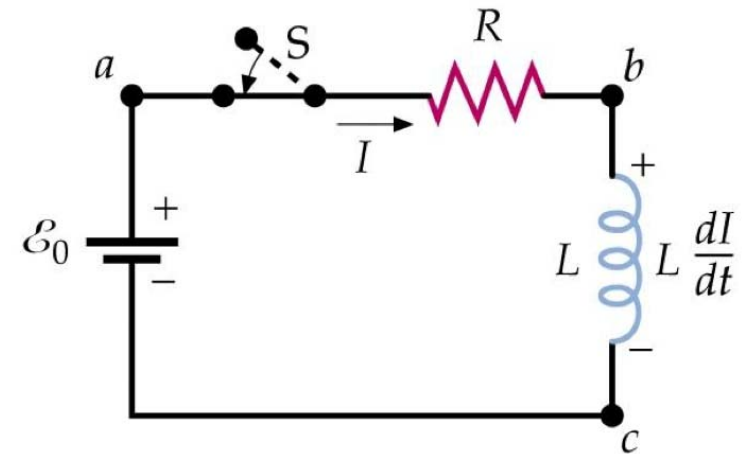
$$dW = \varepsilon_0 \cdot I \cdot dt \quad \rightarrow \quad dW = L \cdot I \cdot dI + I^2 \cdot R \cdot dt$$

- $I^2 \cdot R \cdot dt$  Energía desprendida en la resistencia por efecto Joule.
- $L \cdot I \cdot dI$  Energía electromagnética que queda almacenada en el campo magnético asociado a la intensidad.
- La energía magnética total entre el instante  $t=0$  y el instante en el que la intensidad vale  $I$ :

$$U = \int_0^I L \cdot I \cdot dI$$



$$U = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$



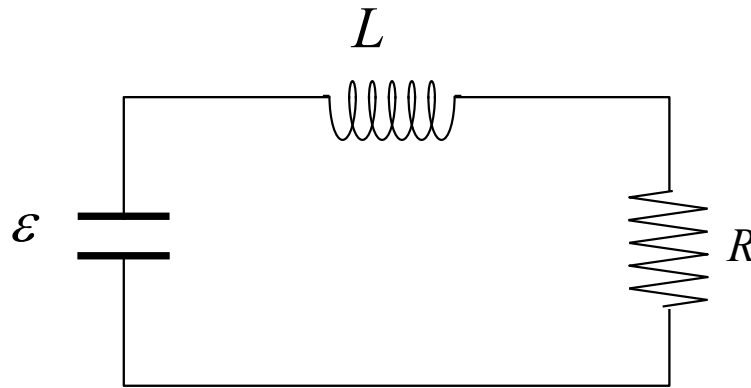
## 7. Energía del campo magnético.

### Ejemplo:

- Se conecta una bobina cuya autoinducción es  $3\text{H}$  y su resistencia  $12\Omega$  a una batería de  $24\text{V}$  y de resistencia interna despreciable. Determinar:
- Constante de tiempo del circuito  $\tau$ .
  - Intensidad que circula cuando ha transcurrido un tiempo igual a  $\tau$ .
  - Valor de la corriente final.
  - Energía que se almacena en la bobina cuando se alcanza el valor final de la corriente.

$24\text{V}$     $3\text{H}$     $12\Omega$

## 7. Energía del campo magnético.



Datos:

$$\mathcal{E} = 24 \text{ V}$$

$$R = 12 \, \Omega$$

$$L = 3 \text{ H}$$

$$\text{a) } \tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \frac{\text{H}}{\Omega}$$

$$\text{b) } I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 0.63 \frac{\mathcal{E}_0}{R} = 1.26 \text{ A}$$

$$\text{c) } I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$$

$$t \rightarrow \infty$$

$$\text{d) } U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 2^2 = 6 \text{ J}$$

# ECUACIONES DE MAXWELL



En este apartado se presentan cuatro ecuaciones que pueden considerarse como la base de los fenómenos eléctricos y magnéticos. Estas ecuaciones, conocidas como ecuaciones de Maxwell, en honor de James Clerk Maxwell, son tan fundamentales para los fenómenos electromagnéticos como las leyes de Newton lo son para el estudio de los fenómenos mecánicos. De hecho, la teoría desarrollada por Maxwell tuvo mayores alcances que los que incluso él imaginó en esa época, debido a que produjeron resultados que estaban de acuerdo con la teoría especial de la relatividad, como Einstein demostró en 1905.

Ecuaciones de Maxwell en el espacio libre, es decir, en ausencia de cualquier material dieléctrico o magnético. Estas son las cuatro ecuaciones:

## ECUACIONES DE MAXWELL

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Delta E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad 1^\circ \text{ LEY DE MAXWELL: Las fuentes del campo eléctrico son las cargas eléctricas}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \Delta E = 0 \quad 2^\circ \text{ LEY DE MAXWELL: El campo magnético es solenoidal, no existen monopolos magnéticos aislados}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad 3^\circ \text{ LEY DE MAXWELL: Otra fuente posible del campo eléctrico son las variaciones del campo magnético}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad 4^\circ \text{ LEY DE MAXWELL: las fuentes del campo magnético son dos: las intensidades de corriente y las corrientes de desplazamiento (variaciones del campo eléctrico)}$$

**No dejes de consultar...**

**Accede a la documentación complementaria del tema a través de la siguiente dirección web:**

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/induccin/variable/variable.htm>

### **Espiras en un campo magnético variable con el tiempo (I)**

[Concepto de flujo](#)

[Inducción electromagnética. Ley de Faraday](#)

[Fundamentos físicos](#)

[🔗 Actividades](#)

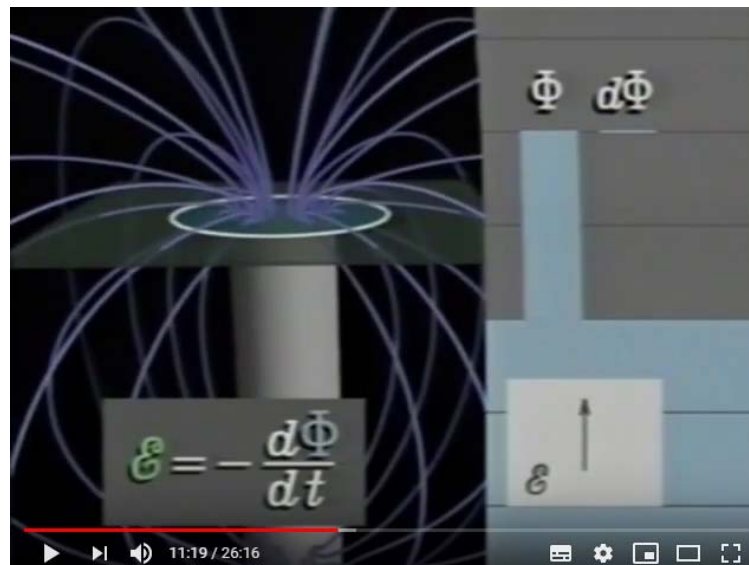
Supongamos que tenemos una espira situada entre las piezas polares de un electroimán. El campo magnético varía con el tiempo. Verificare inducida está de acuerdo a la ley de Lenz y observaremos el comportamiento de la fem en función del tiempo.

No dejes de ver...

## El Universo Mecánico. Inducción electromagnética

Accede al vídeo a través de la siguiente dirección web:

<https://www.youtube.com/watch?v=3wKwQJ5deA>



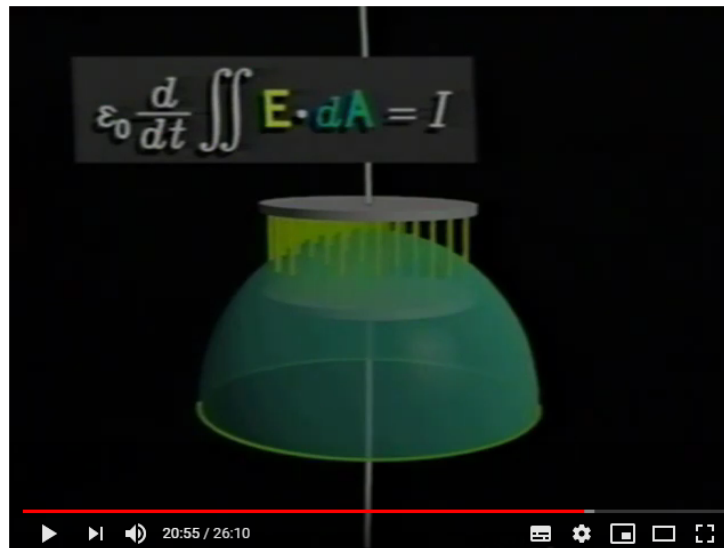


No dejes de ver...

## El Universo Mecánico. Las ecuaciones de Maxwell

Accede al vídeo a través de la siguiente dirección web:

<https://www.youtube.com/watch?v=E--XL7HJKXc>



## Bibliografía

- Tipler, P. A., & Mosca, G. (2005). Física para la ciencia y la tecnología (Vol. 2). Reverté.
- Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). Física para ciencias e ingeniería. Vol. 2 . CENGAGE Learning.
- Alonso, M., E. J. Finn (1989). Física, vol. II, Campos y ondas. Addison-Wesley Iberoamericana.
- Burbano de Ercilla, S., Burbano García, E., Gracia Muñoz, C. (2003). Física General. Tebar.
- Fidalgo, J.A. y Fernández, M. (2006). Física General. Everest.
- Cromer, A.H. (1999). Física en la Ciencia y en la Industria. Reverté.

### **Problemas resueltos**

- Burbano de Ercilla, Burbano García y Gracia Muñoz. Problemas de Física. Tomos I y II. Tebar.
- Gistas, J.A. , A. Laguna y R. López. Problemas de Física. (3 Tomos). Servicio Publicaciones de Universidad de Córdoba.
- Posadillo, C. Campos Electromagnéticos y Teoría de Circuitos. Servicio Publicaciones de Universidad de Córdoba.