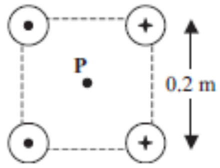
5. **a)** Enuncie la ley de Ampère. ¿Es válida para toda trayectoria que rodea a un conductor? Indique para que y en que casos resulta útil. **b)** Cuatro conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos en el vacío, transportan corrientes de igual magnitud $I = 4$ A, tal como se indica en la figura. Determinar el campo magnético en el punto P situado en el centro del cuadrado, determinado por los cuatro conductores cuyo lado mide 0.2 m.



Teorema de Ampère:

La circulación del campo de inducción magnética (**B**) a lo largo de una trayectoria cerrada (C) es igual al producto de μ_0 por la intensidad neta (I) que fluye a través de cualquier superficie que tenga a la trayectoria de circulación (C) como contorno. Esto es,

$$\oint_C \mathbf{B} \bullet \mathbf{dl} = \mu_0 I$$

Este teorema es válido para cualquier trayectoria cerrada en un campo magnético.

Se utiliza para determinar el campo magnético de inducción (**B**), resultando especialmente útil cuando calculamos la circulación de **B** a lo largo de una *línea de campo magnético* y es constante el módulo de **B** (esto es, B), a lo largo de dicha línea.

b) Determinamos el campo magnético **B** creado por un largo conductor rectilíneo, que transporta una corriente I, a una distancia r del mismo. Aplicando el teorema de Ampère, siendo C una trayectoria circular de radio r que coincide con una línea de campo:

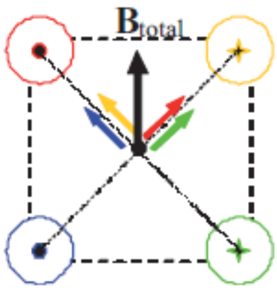
$$\oint_C \mathbf{B} \bullet \mathbf{dl} = \oint_C B\,dl = B \oint_C dl = B\,2\pi r = \mu_0 I \quad \rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}$$

y aplicando esta expresión a uno cualquiera de los cuatro conductores, teniendo en cuenta que $r = l\sqrt{2}/2$, siendo l el lado del cuadrado, tenemos

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{l\sqrt{2}/2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\sqrt{2}I}{l} = 10^{-7}\frac{2\sqrt{2}\times 4}{0.2} = 5.7\ \mu\mathrm{T}$$

$$B_{\text{total}} = 4B\cos 45^{\circ} = 2\sqrt{2}\,B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\sqrt{2}I}{l}(2\sqrt{2}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{8I}{l}$$

$$\therefore \quad B_{\text{total}} = 10^{-7}\frac{8\times 4}{0.2} = 16\ \mu\mathrm{T}$$

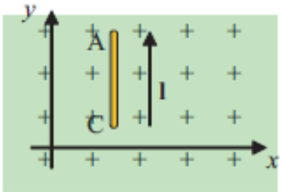


en la dirección indicada en la figura.

1. En una zona del espacio existe un campo magnético uniforme **B** = -B**k**. Una varilla delgada, conductora, de longitud L está situada paralelamente al eje Oy. Determinar la fuerza electromotriz inducida en la varilla cuando ésta se mueve con velocidad constante **v** e indicar el extremo de la varilla que estaría a mayor potencial en los siguientes casos: **a)** **v** = v**i**, **b)** **v** = v**j**, **c)** **v** = v**k**.

La f.e.m. inducida en un conductor rectilíneo, de longitud **l**, que se mueve con velocidad **v** en un campo magnético uniforme **B** viene dada por el producto mixto de esas tres magnitudes; *i.e.*,

$$\boxed{\mathcal{E} = \mathbf{l} \bullet (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}$$



de donde se siguen fácilmente los resultados.

a) $\mathcal{E} = \mathbf{l} \bullet (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \begin{vmatrix} 0 & l & 0 \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = +lvB$,

o sea, dirigida desde C hacia A (en la dirección de $\boldsymbol{L}$), por lo que el extremo A estará a mayor potencial que el C.

b) $\mathcal{E} = \mathbf{l} \bullet (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \begin{vmatrix} 0 & l & 0 \\ 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = 0$

por lo que todos los puntos de la varilla se encuentran al mismo potencial.

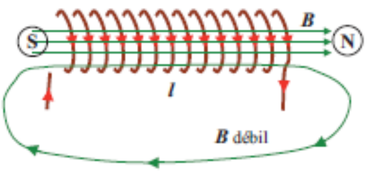
a) $\mathcal{E} = \mathbf{l} \bullet (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \begin{vmatrix} 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & v \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = 0$

por lo que todos los puntos de la varilla se encuentran al mismo potencial.

15. Una bobina muy larga tiene 1000 espiras/m de longitud y está recorrida por la una intensidad $i = 3 \cos 100\,t$ (en unidades del S.I.) En su interior y sobre su mismo eje, colocamos una pequeña bobina de 1 cm de radio y 50 espiras independientes de las de la bobina larga. **a)** Calcular la intensidad del campo magnético en el interior de la bobina larga. **b)** Determinar el valor del flujo magnético a través de la bobina pequeña. **c)** Calcular la f.e.m. inducida en la bobina pequeña.

---

a) Determinamos el campo magnético **B** en el interior de la bobina o solenoide largo a partir del ***Teorema de Ampère***, calculando la circulación de **B** a lo largo de una línea de campo:



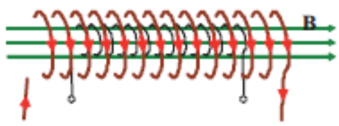
$$\oint \mathbf{B} \bullet \mathrm{d}\mathbf{r} = \oint B\,\mathrm{d}l = B\oint \mathrm{d}l = Bl = \mu_0 N i$$

de donde

$$B = \frac{\mu_0 N i}{l} = \mu_0 n i = \mu_0 n I \cos \omega t =$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 3 \cos 100t = 0.0012\pi \cos 100t$$

$$\therefore \quad B = \boxed{3.77 \times 10^{-3} \cos 100t \quad \text{(S.I.)}}$$



que puede considerarse uniforme en el interior de la bobina.

b) Flujo ligado a través de la bobina pequeña:

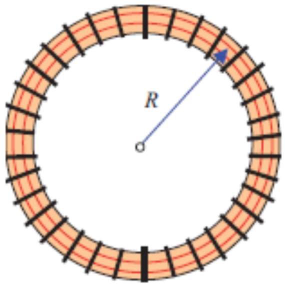
$$\Phi = NBS = 50 \times \left(3.77 \times 10^{-3} \cos 100t\right) \pi \left(0.01\right)^2 = 5.92 \times 10^{-5} \cos 100t \quad \text{(S.I.)}$$

c) Determinamos la f.e.m. a partir de la Ley de la Inducción de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(5.92 \times 10^{-5} \cos 100t\right) = 5.92 \times 10^{-3} \operatorname{sen} 100t \quad \text{(S.I.)}$$

de modo que $\mathcal{E}_{\text{máx}} = 5.92\ \text{mV}$.

16. Determinar el coeficiente de autoinducción de un solenoide tórico constituido por N espiras. El radio medio del toro es R y su sección cuadrada de lado a.



Determinamos el campo magnético **B** en el interior del solenoide a partir del ***Teorema de Ampère***, calculando la circulación de **B** a lo largo de la línea de campo circular de radio R:

$$\oint \mathbf{B}\bullet\mathrm{d}\mathbf{r} = \oint B\,\mathrm{d}l = B\oint \mathrm{d}l = B\,2\pi R = \mu_0 NI$$

de donde

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$$

El flujo ligado en el solenoide será

$$N\Phi = NSB = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} I = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi R} I$$

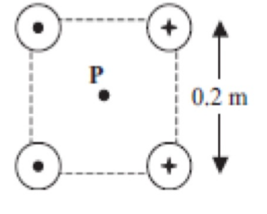
El coeficiente de autoinducción se define como el flujo ligado por unidad de intensidad de corriente:

$$L = \frac{(N\Phi)}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi R}$$

o bien, con $S = a^2$, tenemos

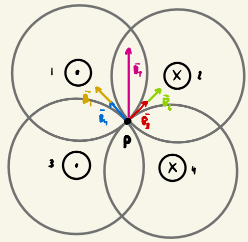
$$L = \frac{(N\Phi)}{I} = \frac{\mu_0 N^2 a^2}{l} = \frac{\mu_0 N^2 a^2}{2\pi R}$$

5. **a)** Enuncie la ley de Ampère. ¿Es válida para toda trayectoria que rodea a un conductor? Indique para que y en que casos resulta útil. **b)** Cuatro conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos en el vacío, transportan corrientes de igual magnitud $I = 4$ A, tal como se indica en la figura. Determinar el campo magnético en el punto P situado en el centro del cuadrado, determinado por los cuatro conductores cuyo lado mide 0.2 m.



a) $\int \vec{B}\, d\vec{S} = \mu_0 I \rightarrow$ Válido para cualquier superficie cerrada

$$\vec{B}\int d\vec{S} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B}\, 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



b) $I = 4 A$

$l = 0,2\ m \rightarrow r = 0,1\ m$

$$\vec{B}_T = (\vec{B}_1 + \vec{B}_4)(-\cos 45\vec{i} + \sin 45\vec{j}) + (\vec{B}_2 + \vec{B}_3)(\cos 45\vec{i} + \sin 45\vec{j}) = 4\vec{B}\sin 45\vec{j} = 4\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}\sin 45\vec{j}$$

$$= 4\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 4}{2\pi\sqrt{0,1^2+0,1^2}}\sin 45\vec{j} = 1,6\cdot 10^{-5}\vec{j}\ T$$

1. En una zona del espacio existe un campo magnético uniforme **B** = -*B***k**. Una varilla delgada, conductora, de longitud *L* está situada paralelamente al eje O*y*. Determinar la fuerza electromotriz inducida en la varilla cuando ésta se mueve con velocidad constante **v** e indicar el extremo de la varilla que estaría a mayor potencial en los siguientes casos: **a) v** = *v***i**, **b) v** = *v***j**, **c) v** = *v***k**.

$B = -B\vec{k}$

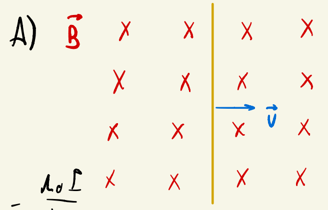
$l = L$

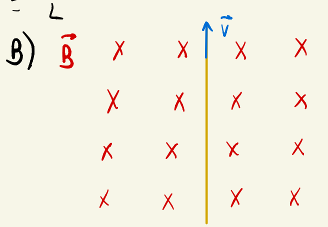
a) $v = v\vec{i}$

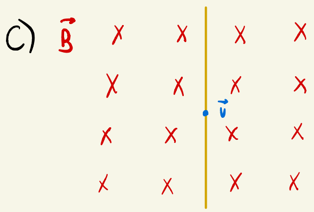
$$\int \vec{B}\, d\vec{S} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B}\int d\vec{S} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B}\, l = \mu_0 I \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{L}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\vec{S})}{dt} = \frac{d(\vec{B}\vec{S})}{dt} = \vec{B}\vec{S}\,\frac{dx}{dt}$$

$$= \vec{B}\vec{S}\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -B \\ 0 & L & 0 \\ v & 0 & 0 \end{vmatrix} = BLv$$







b) $\vec{v} = v\vec{j}$

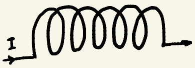
$$\varepsilon = \vec{B}\vec{S}\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -B \\ 0 & L & 0 \\ 0 & v & 0 \end{vmatrix} = 0$$

c) $\vec{v} = v\vec{k}$

$$\varepsilon = \vec{B}\vec{S}\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -B \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & v \end{vmatrix} = 0$$

15. Una bobina muy larga tiene 1000 espiras/m de longitud y está recorrida por la una intensidad $i = 3 \cos 100\, t$ (en unidades del S.I.) En su interior y sobre su mismo eje, colocamos una pequeña bobina de 1 cm de radio y 50 espiras independientes de las de la bobina larga. **a)** Calcular la intensidad del campo magnético en el interior de la bobina larga. **b)** Determinar el valor del flujo magnético a través de la bobina pequeña. **c)** Calcular la f.e.m. inducida en la bobina pequeña.

$n = 1000/m$



a) $B = \mu_0 n I = 4\pi 10^{-7}\, 1000\, 3 \cos(100t) = 12\pi \cdot 10^{-4} \cos(100t)$ T

b) $r = 0.01\, m \rightarrow S = \pi r^2 = \pi\, 10^{-4}\, m^2 \rightarrow n_s = 50$

$\phi_{12} = B_1 S_2 N_2 = 12\pi \cdot 10^{-4}\, 50\, \pi \cdot 10^{-4} \cos(100t) = 6\pi^2 \cdot 10^{-6} \cos(100t)$

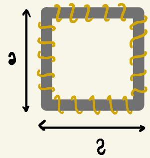
$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(6\pi^2\, 10^{-6} \cos(100t)\right) = 6\pi^2\, 10^{-4}\, \text{sen}(100t)$ V

16. Determinar el coeficiente de autoinducción de un solenoide tórico constituido por N espiras. El radio medio del toro es R y su sección cuadrada de lado a.

Ley Amperè $\rightarrow \int \vec{B}\, d\vec{S} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B} \int d\vec{S} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B}\, 2\pi r = \mu_0 I$

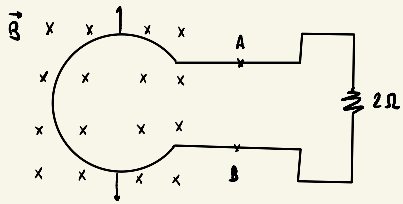
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

$$\phi = LI \rightarrow L = \frac{\phi N}{I} = \frac{B S N}{I} = \frac{\frac{\mu_0 I N}{2\pi r} S N}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi R}$$



$$= \frac{\mu_0 N^2 a^2}{2\pi R}$$

Una espira circular de diametro 0,1m esta en un $\vec{B}$ uniforme hacia el interior de la figura 1,2 Wb/m². Se tira de la espira por las puntas indicadas por las flechas, formando un bucle de area = 0 en 0,2 s



a) $\mathcal{E}_{ind}$ entre A y B

b) I en $R = 2\Omega$

a) $\mathcal{E}_{AB} = \dfrac{-\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{-B\,\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{-B(\overbrace{0}^{S_f} - \overbrace{\pi R^2}^{S_0})}{t} = \dfrac{1,2\,\pi\cdot 0,05^2}{0,2} = 1,5\pi\cdot 10^{-2}\ V$

b) $I_{2\Omega} = \dfrac{\mathcal{E}_{ind}}{R} = \dfrac{1,5\pi\cdot 10^{-2}}{2} = 7,5\pi\cdot 10^{-3}\ A$