PROBLEMAS TEMA 4

Fuentes de Campo magnético

1. Un protón que se mueve con una velocidad $\boldsymbol{v} = (1 \cdot 10^{-4}\, i + 2 \cdot 10^{-4}\, j)$ m/s está localizado en x = 3 m, e y= 4m en un cierto instante. Determinar el campo magnético en las siguientes posiciones:

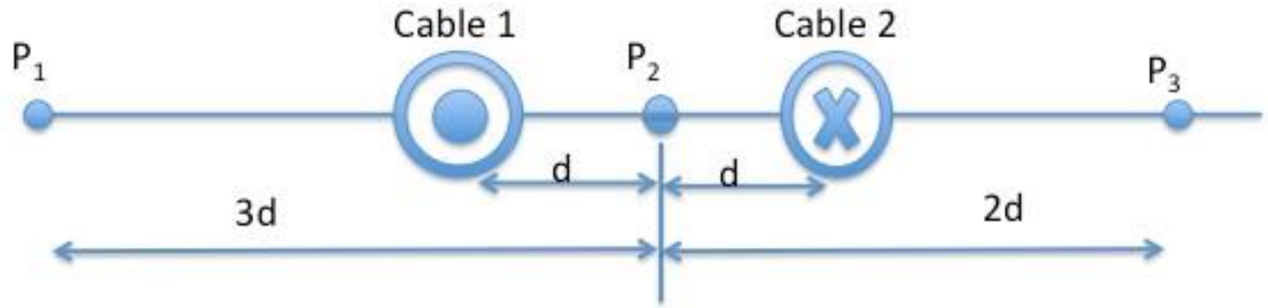
a. x = 2 m, y = 2 m
b. x = 6 m, y = 4 m
c. x = 3 m, y = 6 m

Sol: a. $\boldsymbol{B}$= 0 T; b. $\boldsymbol{B}$= $-0{,}356 \cdot 10^{-30}$ $\boldsymbol{k}$ T; c. $\boldsymbol{B}$= $4 \cdot 10^{-31}$ $\boldsymbol{k}$ T.

2. Un alambre largo, horizontal, rígidamente apoyado, AB, transporta una corriente de 100 A. Directamente encima de él y paralelo al mismo, se coloca otro alambre delgado CD que transporta una corriente de 20 A y pesa 0,073 N/m. ¿A qué altura sobre el alambre de abajo debe fijarse este segundo alambre si deseamos que quede sostenido por repulsión magnética?. **Sol:** d = 5,5 mm.

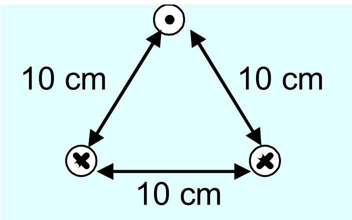
3. En la figura siguiente se muestra una vista posterior de dos cables rectos y largos, perpendiculares al plano xy; por cada uno circula una corriente I pero en sentidos contrarios. a) Encontrar la magnitud y la dirección de B en los puntos P_1, P_2 y P_3. b) Encontrar la magnitud y la dirección de B en cualquier punto del eje x a la derecha del cable 2 en términos de la coordenada x del punto.

Sol: **a)** $\boldsymbol{B} = -\mu_o I/8\pi d\, \boldsymbol{j}$; $\boldsymbol{B} = \mu_o I/\pi d\, \boldsymbol{j}$; $\boldsymbol{B} = -\mu_o I/3\pi d\, \boldsymbol{j}$; **b)** $\boldsymbol{B} = -\mu_o I\, d/\pi\, (x^2 - d^2)\boldsymbol{j}$



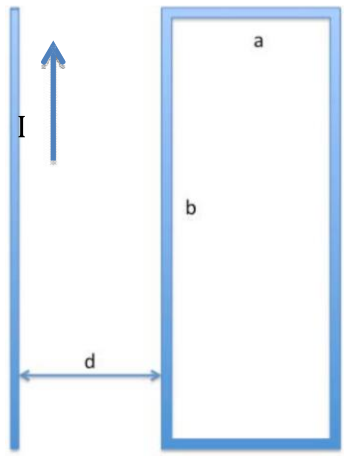
4. Tres conductores rectilíneos largos y paralelos pasan a través de los vértices de un triángulo equilátero de lado 10 cm como se indica en la figura, donde el punto indica que la corriente sale del papel hacia el lector y la cruz que entra en el papel. Si la intensidad de cada corriente es de 10 A, hallar:

a) El campo magnético en el conductor superior debido a los otros dos conductores inferiores.
b) La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor superior.



5. Calcular la fuerza por unidad de longitud entre dos hilos rectos, muy largos, separados 3 cm y llevando cada uno, una corriente de 5A en la misma dirección. ¿la fuerza es de atracción o de repulsión?.

6. Aplicando la ley de Ampere, determinar el campo magnético en el interior de un solenoide recto y largo de longitud L y N espiras, cuando por él circula una corriente de intensidad I. **Sol :** $B = \mu_o I\, N/L$



7. Calcular el flujo magnético, creado por el hilo, que atraviesa el cuadrado rectangular de la figura. DATOS: I= 2 A, a= 5 cm, b= 10 cm, d= 5cm.

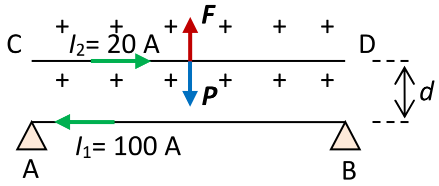
Sol: $2{,}77 \cdot 10^{-8}$ Tm^2

8. Determina la velocidad de variación del flujo cuando el cuadro de la figura se desplaza hacia la derecha con velocidad de 3 m/s en su plano, en el instante en que se encuentra el lado b a 10 cm del hilo.

9. Un toroide de sección circular S= 700 cm^2 y radio medio 40 cm, está construido con un material ferromagnético de permeabilidad relativa 800. Si el toroide está bobinado con 900 espiras por las que circula una corriente de 20 A, calcular la energía almacenada en su núcleo. **Sol:** 9072 J.

Problemas propuestos enunciados Fuentes del Campo magnético

2. Un alambre largo, horizontal, rígidamente apoyado, AB, transporta una corriente de 100 A. Directamente encima de él y paralelo al mismo, se coloca otro alambre delgado CD que transporta una corriente de 20 A y pesa 0.073 N/m. ¿A qué altura sobre el alambre de abajo debe fijarse este segundo alambre si deseamos que quede sostenido por repulsión magnética?



B campo creado por I_1 donde está I_2

I_2 = 20 A

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi r}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I_2(\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}) \qquad \mathrm{d}\boldsymbol{l} \perp \boldsymbol{B}$$

$$\mathrm{d}F = I_2 \cdot B \cdot \mathrm{d}l$$

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi d} = \frac{P}{L}$$

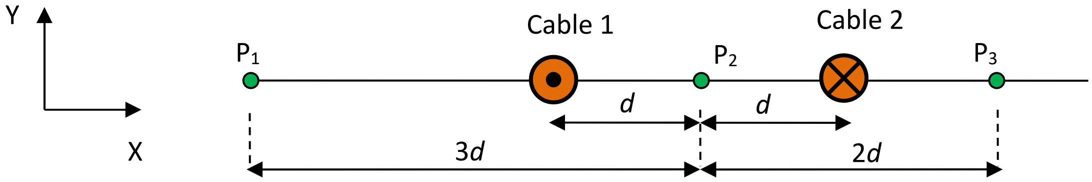
$$\frac{\cancel{4\pi} \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot \cancel{20}}{\cancel{2\pi} d} = 0.073$$

$$d = \frac{4000 \cdot 10^{-7}}{0.073} = 0.0055 \text{ m} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{d = 5.5 \text{ mm}}$$

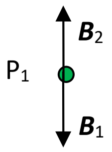
3. En la figura siguiente se muestra una vista posterior de dos cables rectos y largos, perpendiculares al plano *xy*; por cada uno circula una corriente *I* pero en sentidos contrarios.

   a) Encontrar la magnitud y la dirección de ***B*** en los puntos P1, P2 y P3.

   b) Encontrar la magnitud y la dirección de ***B*** en cualquier punto del eje x a la derecha del cable 2 en términos de la coordenada *x* del punto.



$$B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi\, 2d}$$



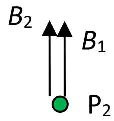
$$B_2 = \mu_0 \frac{I}{2\pi\, 4d}$$

$$B_T = B_1 - B_2 = \mu_0 \frac{I}{4\pi d}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \mu_0 \frac{I}{8\pi d}$$

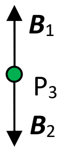
<u>P1</u> $\boxed{\boldsymbol{B}_T = -\mu_0 \frac{I}{8\pi d}\, \boldsymbol{j}}$

<u>P2</u> $B_1 = B_2 = \mu_0 \frac{I}{2\pi d}$

$\boxed{\boldsymbol{B}_T = \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2 = \mu_0 \frac{I}{\pi d}\, \boldsymbol{j}}$



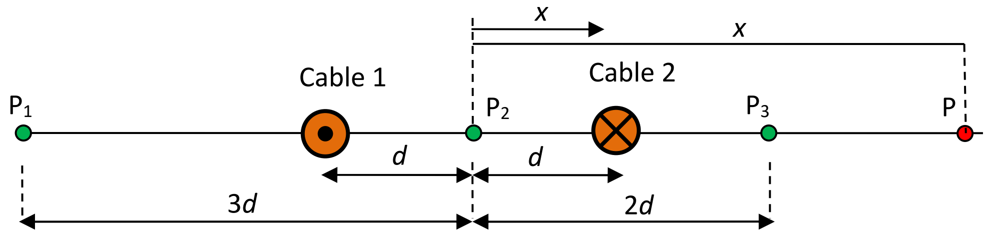
<u>P3</u>

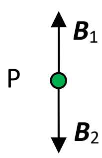


$B_2 > B_1$

$$B_T = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I}{2\pi 3d} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{\cancel{2}\mu_0 I}{\cancel{2}\pi 3d} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d}$$

$$\boxed{\boldsymbol{B}_T = -\frac{\mu_0 I}{3\pi d}\, \boldsymbol{j}}$$





$$B_2 > B_1$$

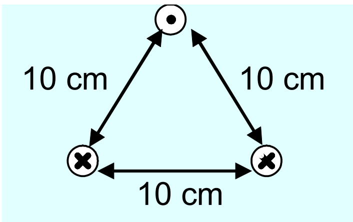
$$B_T = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x-d} - \frac{1}{x+d}\right) =$$

$$= \frac{\mu_0 I(x + d - (x-d))}{2\pi(x-d)(x+d)} = \frac{\mu_0 I\, \cancel{2}d}{\cancel{2}\pi(x-d)(x+d)} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{B}_T = -\frac{\mu_0 I \cdot d}{\pi(x^2-d^2)}\, \boldsymbol{j}}$$

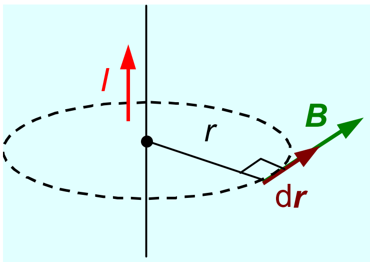
4. Tres conductores rectilíneos largos y paralelos pasan a través de los vértices de un triángulo equilátero de lado 10 cm como se indica en la figura, donde el punto indica que la corriente sale del papel hacia el lector y la cruz que entra en el papel. Si la intensidad de cada corriente es de 10 A, hallar:

a) El campo magnético en el conductor superior debido a los otros dos conductores inferiores.

b) La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor superior.



El campo magnético **B** creado por un conductor rectilíneo indefinido lo calculamos utilizando el teorema de Ampère:



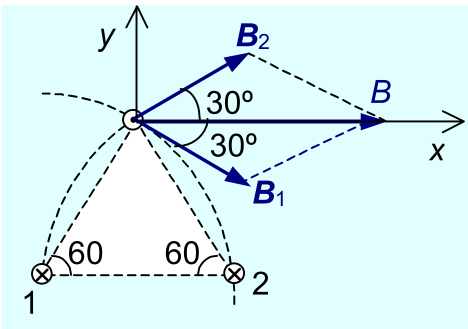
$$\oint \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mu_0 I$$

B es paralelo a $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = B\cdot \mathrm{d}r$

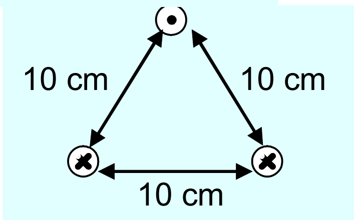
El módulo de **B** es el mismo en todos los puntos de la línea de circulación, por lo que:

$$B\oint \mathrm{d}r = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B 2\pi r = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

a) $$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2 = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos 30\,\boldsymbol{i}$$



$$\mathbf{B} = \frac{2\times 4\pi\times 10^{-7}\times 10}{2\pi\times 0{,}1}\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{i}\mathrm{T} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B} = 2\sqrt{3}\times 10^{-5}\boldsymbol{i}\mathrm{T}$$

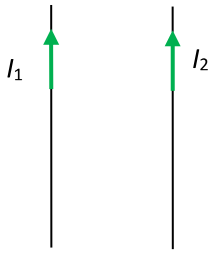
$$\boxed{\boldsymbol{B} = 3{,}47\times 10^{-5}\boldsymbol{i}\mathrm{T}}$$

b) $\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I\mathrm{d}\vec{\ell}\times \boldsymbol{B}$

Puesto que en el conductor superior el campo es uniforme y $\mathrm{d}\vec{\ell} = \mathrm{d}\ell\boldsymbol{k}$

$$\frac{\boldsymbol{F}}{\ell} = IB\boldsymbol{j} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\boldsymbol{F}}{\ell} = 3{,}47\times 10^{-4}\,\boldsymbol{j}\mathrm{N/m}}$$

5. Calcular la fuerza por unidad de longitud entre dos hilos rectos, muy largos, separados 3 cm y llevando cada uno, una corriente de 5 A en la misma dirección y sentido. ¿la fuerza es de atracción o de repulsión?



$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I_2(\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B})$$

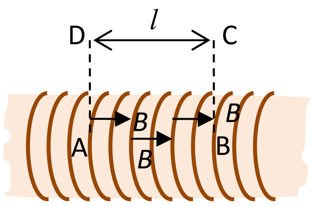
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi r}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l} \perp \boldsymbol{B} \qquad \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi r}$$

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5^2}{2\pi \cdot 0.03} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\frac{F}{l} = 1.67 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{N}/\mathrm{m}}$$

Al tener los dos cables intensidades que circulan en el mismo sentido la fuerza por unidad de longitud es atractiva.

6. Aplicando la ley de Ampere, determinar el campo magnético en el interior de un solenoide recto y largo de longitud *L* y *N* espiras, cuando por él circula una corriente de intensidad ***I*.**



$N \rightarrow L$
$x \rightarrow l$

x: número de espiras en una longitud l

N: número de espiras en toda la longitud *L* del solenoide

Ley de Ampère:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \cdot \sum I$$

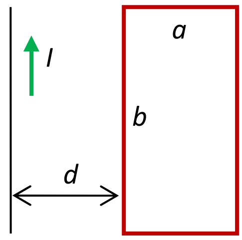
$$\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \underbrace{\int_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}} \cancelto{0}{\boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}}_{\boldsymbol{B} \perp \mathrm{d}\boldsymbol{l}} + \underbrace{\int_{\mathrm{C}}^{\mathrm{D}} \cancelto{0}{\boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}}_{\boldsymbol{B} \simeq 0} + \underbrace{\int_{\mathrm{D}}^{\mathrm{A}} \cancelto{0}{\boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}}_{\boldsymbol{B} \perp \mathrm{d}\boldsymbol{l}} = \mu_0\, \Sigma\, I$$

$$B \cdot l = \mu_0 \cdot x \cdot I$$

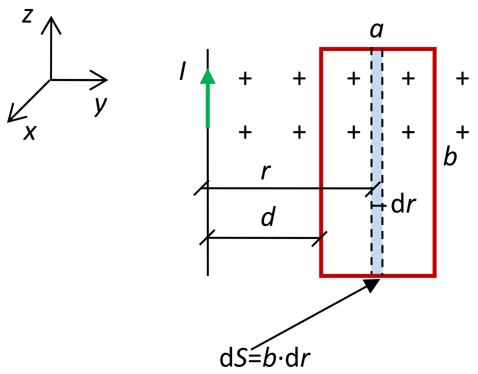
$$B \cdot \cancel{l} = \mu_0 \cdot \frac{N\, \cancel{l}}{L} \cdot I$$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N\, I}{L}}$$

7. Calcular el flujo magnético, creado por el hilo, que atraviesa el cuadrado rectangular de la figura.



DATOS: I = 2 A, a = 5 cm, b = 10 cm, d = 5cm.



Aplicando la ley de Ampère:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \boldsymbol{u}_r$$

$$\phi = \int \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int B \cdot \mathrm{d}S = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \cdot b \cdot \mathrm{d}r =$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S} \parallel \boldsymbol{B}$$

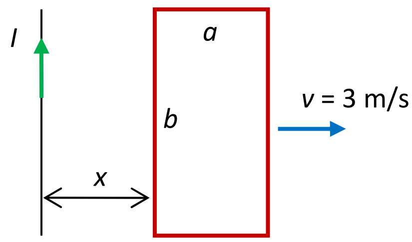
$$= \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \ln r \Big]_d^{d+a} =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} =$$

$$= \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7} \cdot \cancel{2} \cdot 0.1}{\cancel{2}\,\cancel{\pi}} \ln \frac{0.05 + 0.05}{0.05} = 4 \cdot 10^{-8} \ln 2$$

$$\boxed{\phi = 2.77 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2}$$

8. Determina la velocidad de variación del flujo cuando el cuadro de la figura se desplaza hacia la derecha con velocidad de 3 m/s en su plano, en el instante en que se encuentra el lado b a 10 cm del hilo.



$$\phi = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}$$

$$x \neq \text{cte}$$

$$f(x) = \ln u \qquad f'(x) = \frac{u'}{u}$$

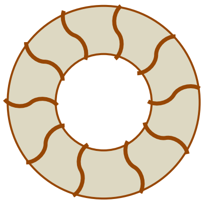
$$f(x) = \frac{u}{v} \qquad f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \cdot \frac{1}{\frac{x+a}{x}} \cdot \frac{x - (x+a)}{x^2} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I \cdot b}{2\pi} \cdot \frac{\cancel{x}}{x+a} \cdot \frac{-a}{x^{\cancel{2}}} \cdot v$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot b \cdot a}{2\pi (x+a) x} \cdot v}$$

9. Un toroide de sección circular $S = 700\ \text{cm}^2$ y radio medio $40\ \text{cm}$, está construido con un material ferromagnético de permeabilidad relativa 800. Si el toroide está bobinado con 900 espiras por las que circula una corriente de 20 A, calcular la energía almacenada en su núcleo.



$$\phi = \int \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{E}{I}$$

$$E = I \cdot \phi$$

$$\phi = \int \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int B \cdot \mathrm{d}S = B \cdot N \cdot S$$

$$E = B \cdot N \cdot S \cdot I = \mu \frac{N \cdot I}{2\pi r} \cdot N \cdot S \cdot I = \mu \frac{N^2 \cdot I^2 \cdot S}{2\pi r} =$$

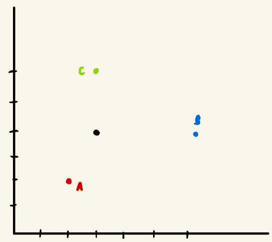
$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800 \cdot 900^2 \cdot 20^2 \cdot 700 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 0.4}$$

$$\boxed{E = 9072\ \mathrm{J}}$$

1. Un protón que se mueve con una velocidad $\boldsymbol{v} = (1 \cdot 10^{-4}\, i + 2 \cdot 10^{-4}\, j)$ m/s está localizado en x = 3 m, e y= 4m en un cierto instante. Determinar el campo magnético en las siguientes posiciones:

a. x = 2 m, y = 2 m
b. x = 6 m, y = 4 m
c. x = 3 m, y = 6 m

$$V = 10^{-4}\,\vec{i} + 2\cdot 10^{-4}\,\vec{j} \quad m/s \qquad (3,4)\,m$$



a) campo eléctrico de una carga en movimiento

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{V}\times\vec{U_r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\,\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{(\sqrt{2^2+1^2})^3}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10^{-4} & 2\cdot 10^{-4} & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 1{,}4311\cdot 10^{-27}\,(2\cdot 10^{-4}\,\vec{k} - 2\cdot 10^{-4}\,\vec{k}) = 0$$

b) $$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{V}\times\vec{U_r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\,\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{3^3}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10^{-4} & 2\cdot 10^{-4} & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 5{,}9259\cdot 10^{-28}\,(-6\cdot 10^{-4}\,\vec{k})$$

$$= -3{,}\widehat{5}\cdot 10^{-31}\,\vec{k}\ T$$

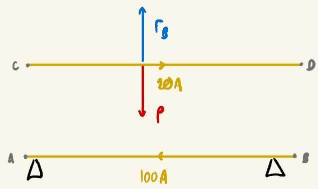
c) $$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{V}\times\vec{U_r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\,\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{2^3}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10^{-4} & 2\cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2\cdot 10^{-27}\,(2\cdot 10^{-4}\,\vec{k}) = 4\cdot 10^{-31}\,\vec{k}\ T$$

2. Un alambre largo, horizontal, rígidamente apoyado, AB, transporta una corriente de 100 A. Directamente encima de él y paralelo al mismo, se coloca otro alambre delgado CD que transporta una corriente de 20 A y pesa 0,073 N/m. ¿A qué altura sobre el alambre de abajo debe fijarse este segundo alambre si deseamos que quede sostenido por repulsión magnética?.

$I_{AB} = 100\ A$

$I_{CD} = 20\ A$

$\frac{F}{l} = 0,073\ N/m$



La circulación magnética a lo largo de una trayectoria cerrada según la ley de Ampere enuncia que $\int \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$; $\vec{B} \int d\vec{l} = \vec{B}\, 2\pi r = \mu_0 I$

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Partimos de la ley de Lorentz la cual enuncia $F_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Derivandola obtenemos $dF = qnS\vec{v}\, d\vec{l} \times \vec{B}$ donde debido a la interacción entre superficie y electrones obtenemos que $dF = -enS\vec{v}\, d\vec{l} \times \vec{B}$

Que asociado con la intensidad $I = -enSv$ obtenemos la ley de Laplace

$dF = I d\vec{l} \times \vec{B}$

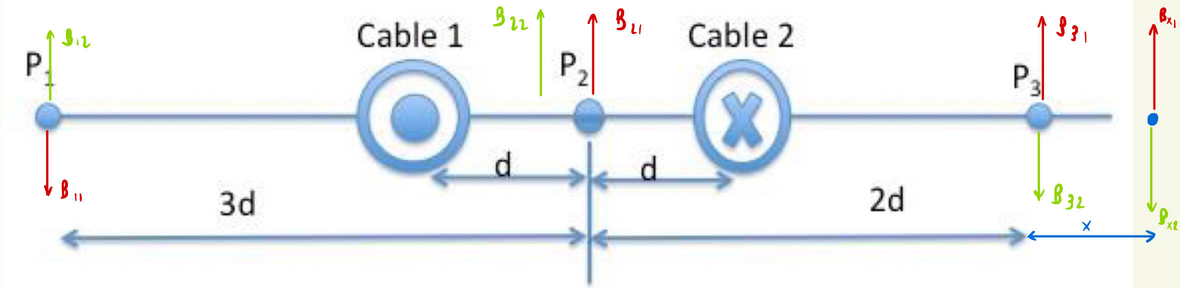
Relacionando Ampere con Laplace:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \\ d\vec{F} = I_2 dl \times \vec{B} \end{array}\right\} F = \int dF = \int I_2 dl \times B = I_2 B l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

$$r = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi F} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\, 100\, 20}{2\pi \cdot 0,073} = 5,4795 \cdot 10^{-3}\ m$$

3. En la figura siguiente se muestra una vista posterior de dos cables rectos y largos, perpendiculares al plano xy; por cada uno circula una corriente I pero en sentidos contrarios. a) Encontrar la magnitud y la dirección de B en los puntos P_1, P_2 y P_3. b) Encontrar la magnitud y la dirección de B en cualquier punto del eje x a la derecha del cable 2 en términos de la coordenada x del punto.

Sol:



a) La circulación magnética en una trayectoria cerrada es igual:

$$\oint \vec{B}\, d\vec{S} = \mu_0 I \; ; \; \vec{B} \oint d\vec{S} = \mu_0 I \; ; \; B\, 2\pi r = \mu_0 I \; ; \; B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B_1 = B_{12} - B_{11} = \frac{\mu_0 I}{2\pi 4d} - \frac{\mu_0 I}{2\pi 2d} = -\frac{\mu_0 I}{8\pi d}\, \hat{j}$$

$$B_2 = B_{21} + B_{22} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} + \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}\, \hat{j}$$

$$B_3 = B_{31} - B_{32} = \frac{\mu_0 I}{2\pi 3d} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = -\frac{\mu_0 I}{3\pi d}\, \hat{j}$$

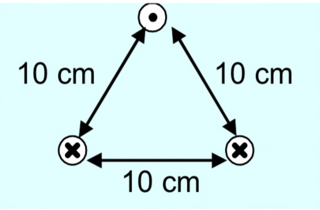
b) $$B_x = B_{x1} - B_{x2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi (x+d)} + \frac{\mu_0 I}{2\pi (x-d)} = \frac{\mu_0 I x + \mu_0 I d - \mu_0 I x + \mu_0 I d}{2\pi (x+d)(x-d)} = \frac{\mu_0 I d}{\pi (x+d)(x-d)}$$

$$= \frac{\mu_0 I d}{\pi (x^2 - d^2)}\, \vec{j}$$

4. Tres conductores rectilíneos largos y paralelos pasan a través de los vértices de un triángulo equilátero de lado 10 cm como se indica en la figura, donde el punto indica que la corriente sale del papel hacia el lector y la cruz que entra en el papel. Si la intensidad de cada corriente es de 10 A, hallar:

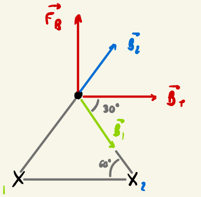
a) El campo magnético en el conductor superior debido a los otros dos conductores inferiores.

b) La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor superior.



$l = 0{,}1\,m$

$I = 10\,A$



a) Aplicando la ley de Ampere $\int \vec{B}\,d\vec{s} = \mu_0 I$

$$\vec{B}\int d\vec{s} = \mu_0 I \; ; \; B\,2\pi r = \mu_0 I \; ; \; B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{B}_T = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos 30 + \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos 30 = \frac{\mu_0 I}{\pi r}\cos 30 = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}{\pi\cdot 0{,}1}\cos 30 = 3{,}4641\cdot 10^{-5}\,T$$

b) Partiendo de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ y derivandolo $df = qnS\vec{v}\,d\vec{l}\times\vec{B}$

sabiendo que este interacciona con electrones $df = -enS\vec{v}\,d\vec{l}\times\vec{B}$ que si lo

comparamos con $I = -enS\vec{v}$ obtenemos que $df = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$

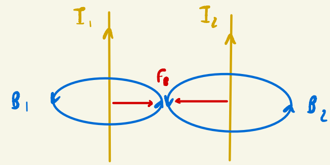
Podemos obtener la fuerza integrando $F = \int df = \int I\,dl\times B = IBl$

$$\frac{F}{l} = IB = 10\cdot 3{,}4641\cdot 10^{-5} = 3{,}4641\cdot 10^{-4}\,\vec{j}\;N/m$$

5. Calcular la fuerza por unidad de longitud entre dos hilos rectos, muy largos, separados 3 cm y llevando cada uno, una corriente de 5A en la misma dirección. ¿la fuerza es de atracción o de repulsión?.

$d = 0{,}03 \text{ cm}$

$I_1 = I_2 = 5A$

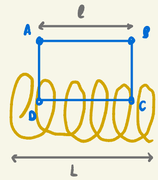


$$\left.\begin{array}{l} F = qv \times B \;;\; dF = qnSv\,dl \times B = -enSv\,dl \times B \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad I = -enSv \end{array}\right\} dF = I\,dl \times B$$

$$\left.\begin{array}{l} F = \int dF = \int I\,dl \times B = I_1 B l \\ \int B\,ds = \mu_0 I_2 \;;\; B 2\pi r = \mu_0 I_2 \;;\; B = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \end{array}\right\} F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \;;\; \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 5}{2\pi \cdot 0{,}03} = 1{,}\hat{6} \cdot 10^{-4}\ N/m$$

La fuerza es atractiva ya que cruzan en direcciones contrarias

6. Aplicando la ley de Ampere, determinar el campo magnético en el interior de un solenoide recto y largo de longitud L y N espiras, cuando por él circula una corriente de intensidad I.



$$\oint B\,d\vec{S} = \mu_0 \sum I \;;\; B\left(\cancelto{0}{\int_A^B d\vec{S}} + \cancelto{0}{\int_C^B d\vec{S}} + \int_D^C d\vec{S} + \cancelto{0}{\int_D^A d\vec{S}}\right) = B\ell = \mu_0 n I$$

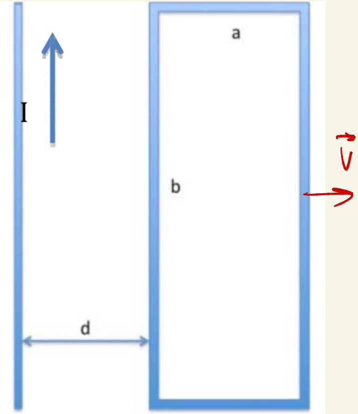
$$\left.\begin{array}{l} n \to \ell \\ N \to L \end{array}\right\} \frac{n}{N} = \frac{\ell}{L} \;;\; n = \frac{N\ell}{L}$$

$$B\ell = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N \ell I}{L} \;;\; B = \frac{\mu_0 N I}{L}$$

7. Calcular el flujo magnético, creado por el hilo, que atraviesa el cuadrado rectangular de la figura. DATOS: I= 2 A, a= 5 cm, b= 10 cm, d= 5cm.

Sol: $2{,}77\cdot10^{-8}$ Tm^2

8. Determina la velocidad de variación del flujo cuando el cuadro de la figura se desplaza hacia la derecha con velocidad de 3 m/s en su plano, en el instante en que se encuentra el lado b a 10 cm del hilo.



7. $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi R}\vec{u_r}$

$$\phi = \oint \vec{B}\, d\vec{S} = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}\, b\, d\vec{r} = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi}\int_d^{d+a} \frac{1}{R}\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi}\left[\ln R\right]_d^{d+a} = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln(d+a) - \ln d = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}$$

$$= \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot 2\cdot 0{,}1}{2\pi} \ln\left(\frac{0{,}1}{0{,}05}\right) = 2{,}7726\cdot 10^{-8}\ Tm^2$$

8. $d = 0{,}1\ m$

$v = 3\ m/s$

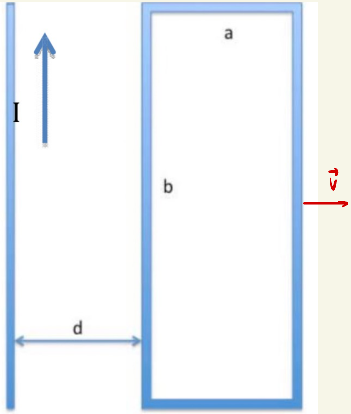
$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\left(\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}\right)}{dt} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\, \frac{d}{d+a}\, \frac{d-(d+a)}{d^2}\, \frac{dd}{dt}$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\, \frac{d}{d+a}\, \frac{-a}{d^2}\, v = \frac{4\pi\cdot 2\cdot 0{,}1}{2\pi}\, \frac{0{,}1}{0{,}15}\, \frac{-0{,}05}{0{,}1}\, 3 = -0{,}4\ Tm^2/s$$

7. Calcular el flujo magnético, creado por el hilo, que atraviesa el cuadrado rectangular de la figura. DATOS: I= 2 A, a= 5 cm, b= 10 cm, d= 5cm.

Sol: $2{,}77 \cdot 10^{-8}$ Tm^2

8. Determina la velocidad de variación del flujo cuando el cuadro de la figura se desplaza hacia la derecha con velocidad de 3 m/s en su plano, en el instante en que se encuentra el lado b a 10 cm del hilo.



7. $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

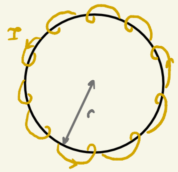
$$\phi = \int B\, d\bar{S} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{b}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{1}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln(d+a) - \ln(d)$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 0{,}1}{2\pi} \ln\left(\frac{2 \cdot 0{,}05}{0{,}05}\right) = 2{,}7726 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}$$

8. $$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\left(\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)\right)}{dt} =$$

9. Un toroide de sección circular S= 700 cm^2 y radio medio 40 cm, está construido con un material ferromagnético de permeabilidad relativa 800. Si el toroide está bobinado con 900 espiras por las que circula una corriente de 20 A, calcular la energía almacenada en su núcleo.

$S = 7 \cdot 10^{-2}\ m^2$



$r = 0{,}4\ m$

$\mu_r = 800$

$N = 900$ espiras

$I = 20\ A$

$\Phi = \int B\, d\vec{S}$; ley de Ampere ; $B \int d\vec{S} = \mu I = B\, 2\pi r$; $B = \dfrac{\mu N I}{2\pi r}$

$\Phi = \dfrac{\epsilon}{I}$ $\quad \int B\, d\vec{S} = \dfrac{\epsilon}{I}$; $\epsilon = I \int B\, d\vec{S} = I B N S = \dfrac{\mu N^2 I^2 S}{2\pi r}$

$$\epsilon = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 I^2 S}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800 \cdot 900^2 \cdot 20^2 \cdot 7 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 0{,}4} = 9072\ J$$