Árboles

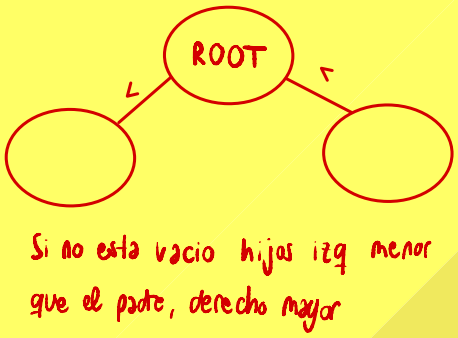
EEDD - GRADO EN INFORMATICA - UCO

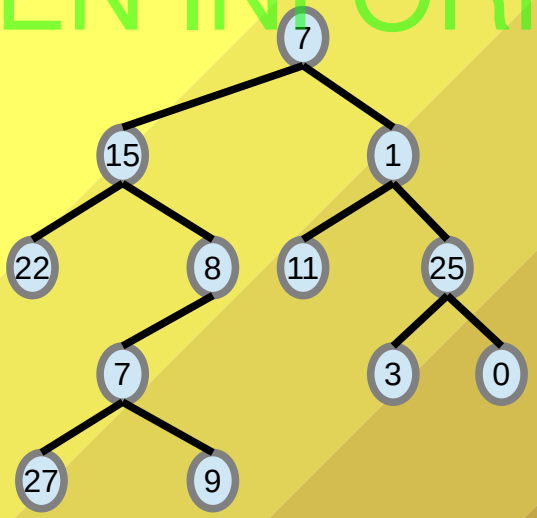
Árboles binarios de búsqueda

	Array	Listas
Ordenado	O(log N)	O(N)
	O(N)	O(1)

Motivación

- Inconvenientes de los Árboles binarios.
  - Dada una secuencia de entrada no está definido cómo crear el árbol correspondiente.
  - La complejidad de la búsqueda de un item en el árbol es O(N).





¿Dónde insertar 4?
¿Está el valor 3?

Contenidos

- Árboles binarios de búsqueda.
  - Definición.
  - Operación de búsqueda.
  - Operación de inserción
  - Operación de borrado.

Árboles binarios de búsqueda

- Definición:
  - Es un árbol binario que mantiene la invariante:
    - En cada subárbol, la raíz es mayor que todos sus descendientes propios izquierdos y menor que todos sus descendientes propios derechos.

Árboles binarios de búsqueda

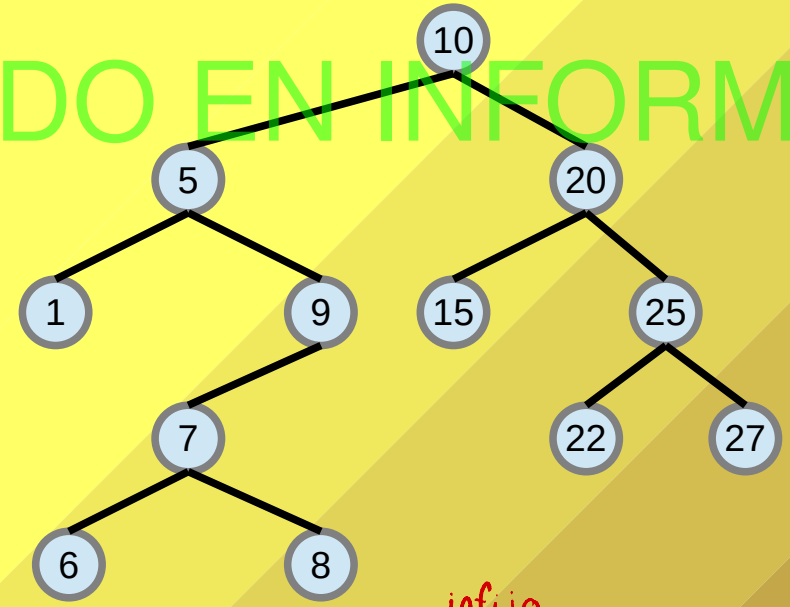
- Ejemplo
  - Crea un BSTree que almacene la secuencia de valores: {10,5,20,1,9,15,25,7,22,27,6,8}

EEDD - GRADO EN INFORMATICA - UCO

¿Cuál sería el recorrido “en orden”?

Árboles binarios de búsqueda

- Ejemplo
  - Crea un BSTree que almacene la secuencia de valores: {10,5,20,1,9,15,25,7,22,27,6,8}



¿Cuál sería el recorrido “en orden”?: 1 5 6 7 8 9 10 15 20 22 25 27

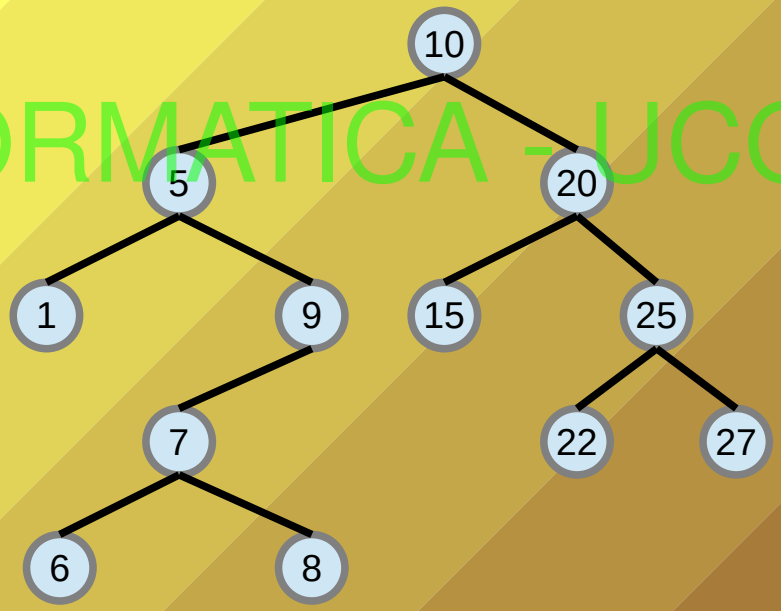
Árboles binarios de búsqueda

- Algoritmo de inserción en orden (recursivo).

```
Algorithm insert(Var t:BTree; v:T)
Begin




End.
```

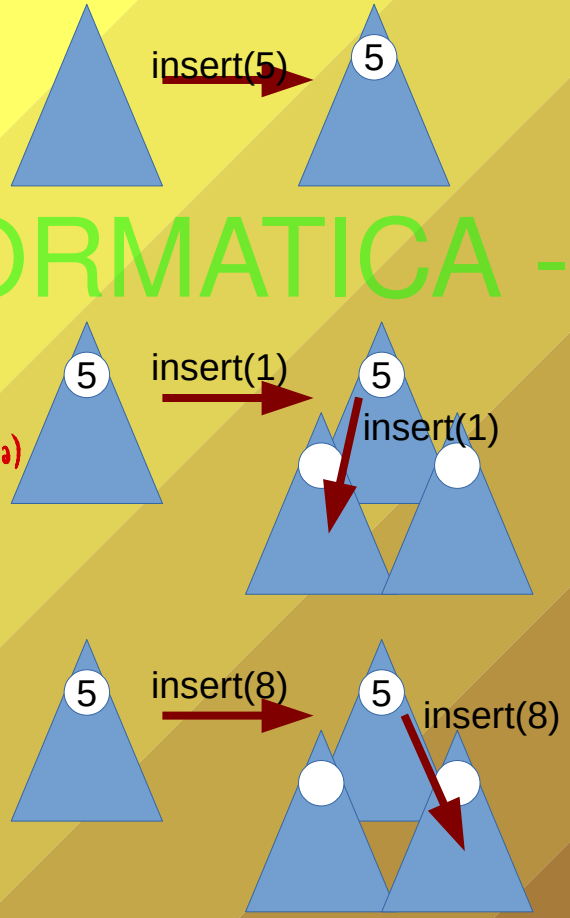



Árboles binarios de búsqueda

- Algoritmo de inserción en orden (recursivo).

```
Algorithm insert(Var t:BTree; v:T)
Begin
  If t.is_empty() Then      //Case 0 (Si esta vacio se crea)
    t.create_root(v)
  Else If v<t.item() Then //Case 1 (Si es más chico, hijo izq)
    If t.left().is_empty() Then
      t.set_left(BTree[T].create(v))
    Else
      insert(t.left(), v)
    End-If
  Else If v>t.item() Then //Case 2 (Si es más grande, hijo derecha)
    If t.right().is_empty() Then
      t.set_right(BTree[T].create(v))
    Else
      insert(t.right(), v)
    End-If
  End-If
End.
```

Complejidad
O(n)
o h (altura árbol)



Árboles binarios de búsqueda

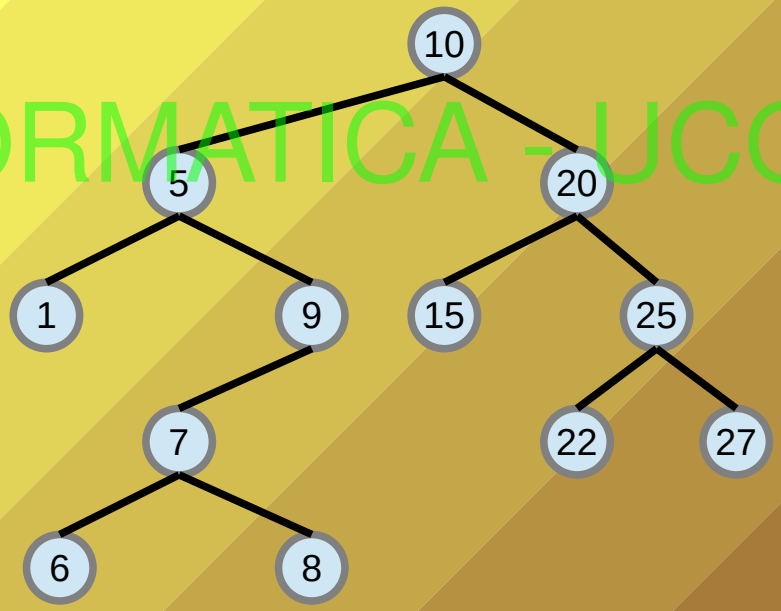
- Algoritmo de búsqueda (recursivo).

```
Algorithm has(t:BTree, v:T):Bool
Var retVal:Bool
Begin




End.
```

search(8)

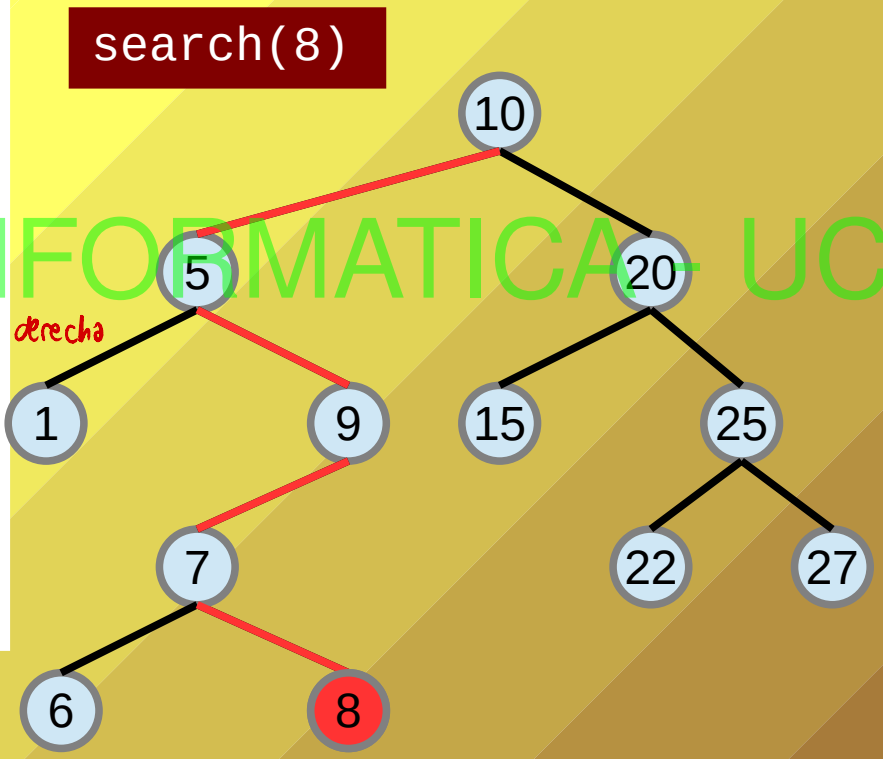


Árboles binarios de búsqueda

- Algoritmo de búsqueda (recursivo).

```
Algorithm has(t:BTree, v:T):Bool
Var retVal:Bool
Begin
  retVal ← False
  If Not t.is_empty() Then
    If v<t.item() Then
      retVal ← has(t.left(), v)
    Else If v>t.item() Then
      retVal ← has(t.right(), v)
    Else
      retVal ← True
    End-If
  End-If
  Return retVal
End.
```

Complejidad
O(n)
o h (altura árbol)



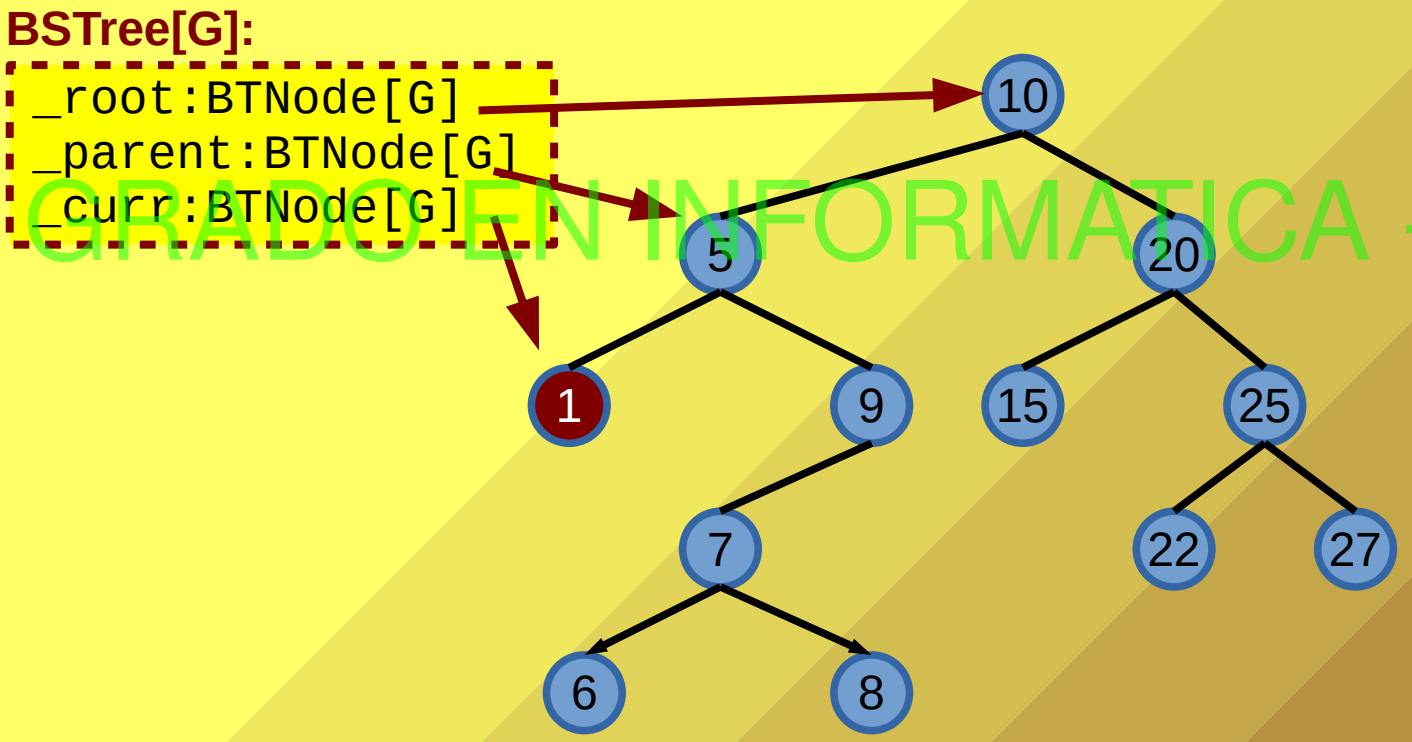
Árboles binarios de búsqueda

- TAD BSTree: especificación.

- ADT BSTree[A] extend BinaryTree[T] (Ordenado)
- **Makers:**
  - create() //makes an empty tree.
    - post-c: not currentExists()
  - create(v:T) //makes an leaf tree.
    - post-c: not currentExists()
- **Observers:**
  - has(v:T):Bool
  - currentExists():Bool ¿esta cursor en posición válida?
  - current():T cursor
    - Pre-c: currentExists()
- **Modifiers:**
  - search(v:T):Bool mueve el cursor
    - Post-c: not retVal or (currentExists() and current()=v)
    - Post-c: retVal or not currentExists()
  - insert(v:T)
    - Post-c: has(v) and current()=v
  - remove() borra a lo que apunta cursor
    - Pre-c: currentExists()
    - Post-c: not has(old.current()) and not currentExists()
  - **Invariant**:
    - isEmpty() or “in-fix traversal makes a sorted sequence of items”.

Árboles binarios de búsqueda

- TAD BSTree[T]: diseño

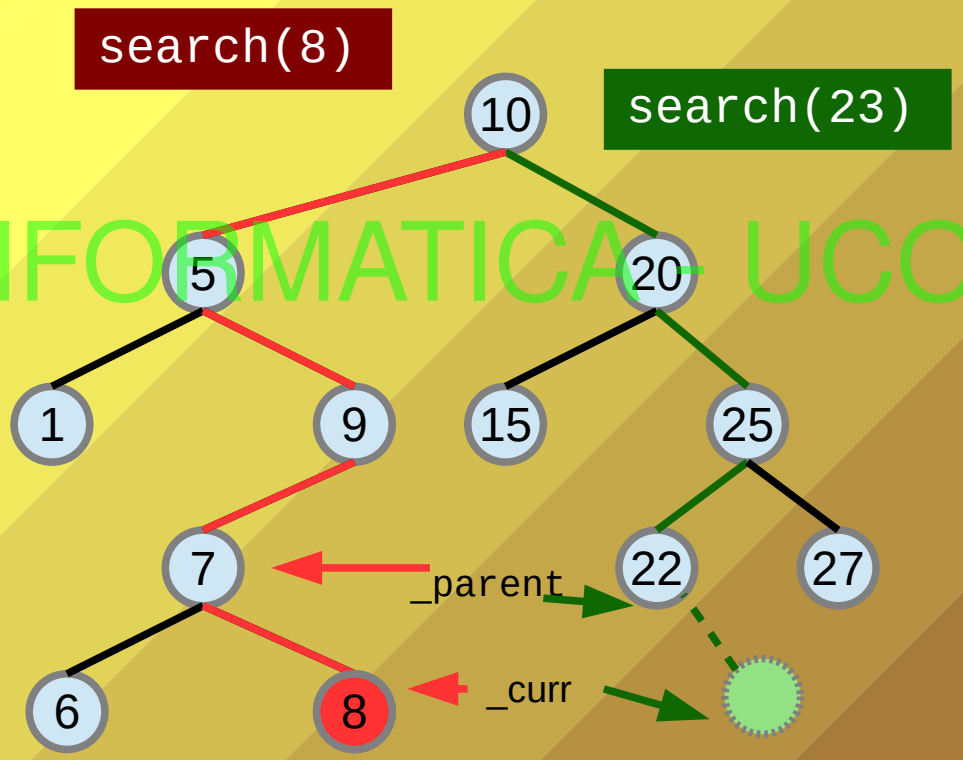


Árboles binarios de búsqueda

- Search: iterativo

```
BSTree[T]::search(it:T): Boolean
var:
  found:Boolean
begin
  found ← False
  _curr ← _root
  _parent ← Void
  while _curr <> Void and not found do
    if _curr.item() = it then
      found ← True
    else
      _parent ← _curr
      if _curr.item() > it then
        _curr ← _curr.left()
      else
        _curr ← _curr.right()
      endif
    endif
  end-while
  return found
end.
```

Asumimos que no lo encontramos



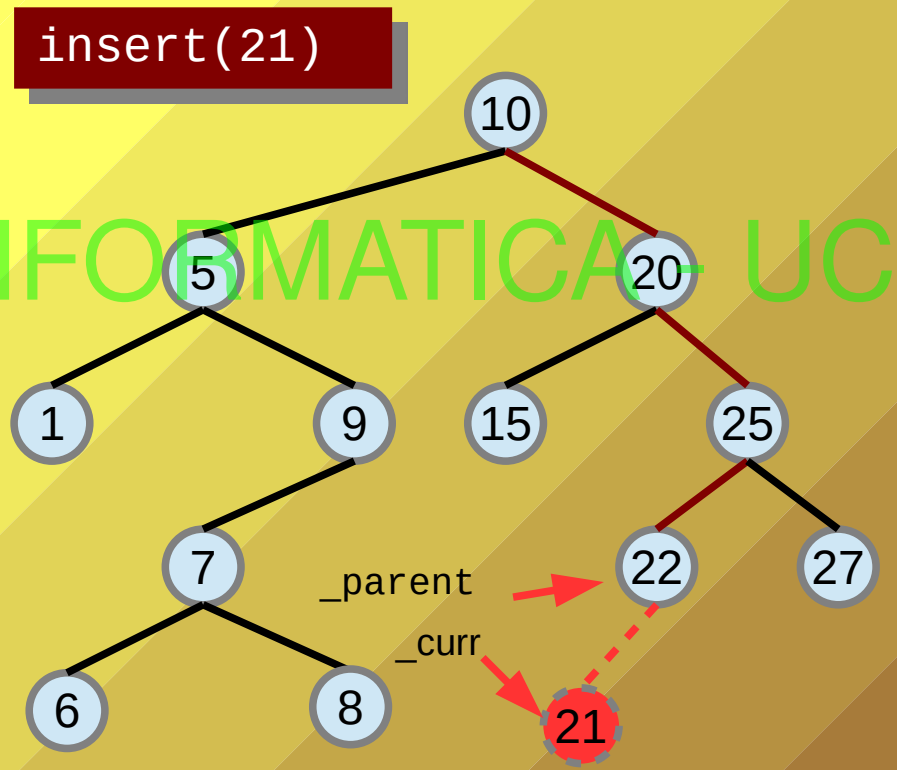
¿Cuál es la complejidad algorítmica?

O(n) o h (altura árbol)

Árboles binarios de búsqueda

- Insert:

```
BSTree[T]::insert(it:G)
Begin
  If isEmpty() Then
    create_root(it)
    _curr ← _root
    _parent ← Void
  Else If Not search(it) Then
    _curr ← BTNode(it,Void,Void)
    If (_parent.item()>it) Then
      _parent.set_left(_curr)
    Else
      _parent.set_right(_curr)
    End-If
  End-If
End.
```

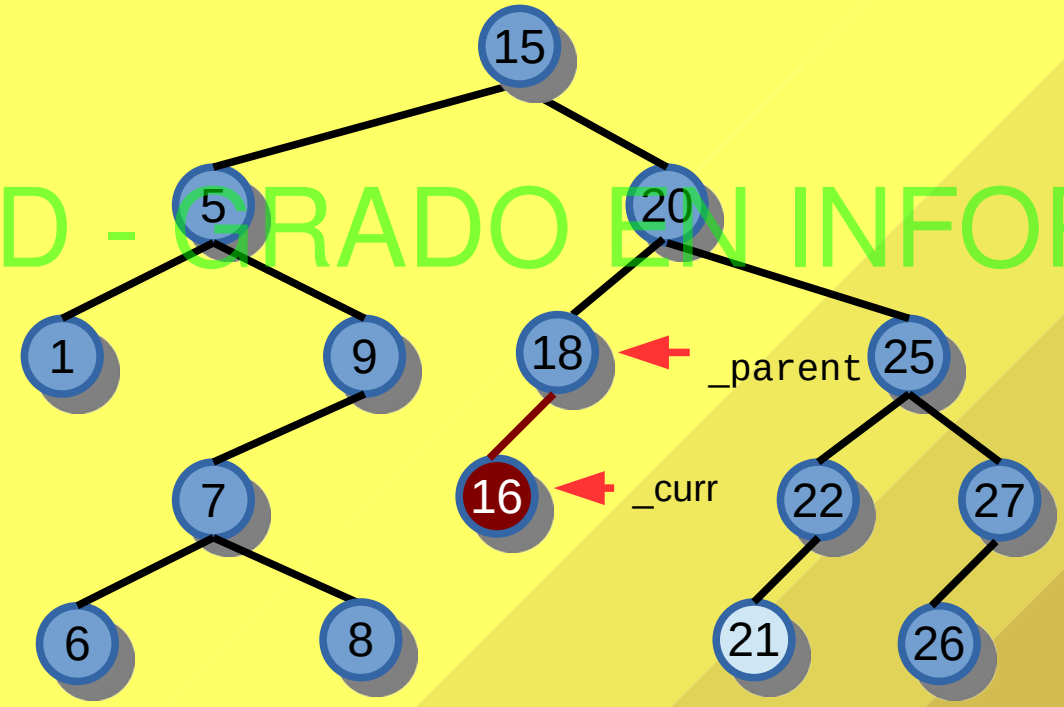


¿Cuál es la complejidad algorítmica?

O(n) o h (altura árbol)

Árboles binarios de búsqueda

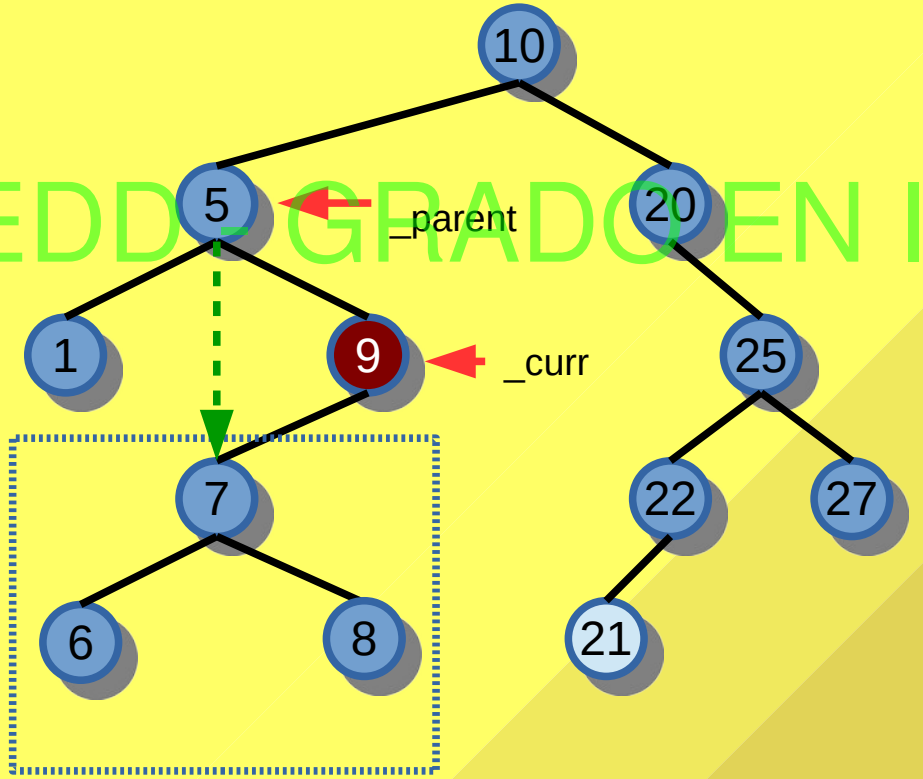
- Remove: Caso 0.




```
search(16)
remove() // _curr es una hoja.
IF _parent <> Void Then
    _parent.set_left/right(Void)
ELSE
  _root ← Void //árbol vacío.
```

Árboles binarios de búsqueda

- Remove: Caso 1.

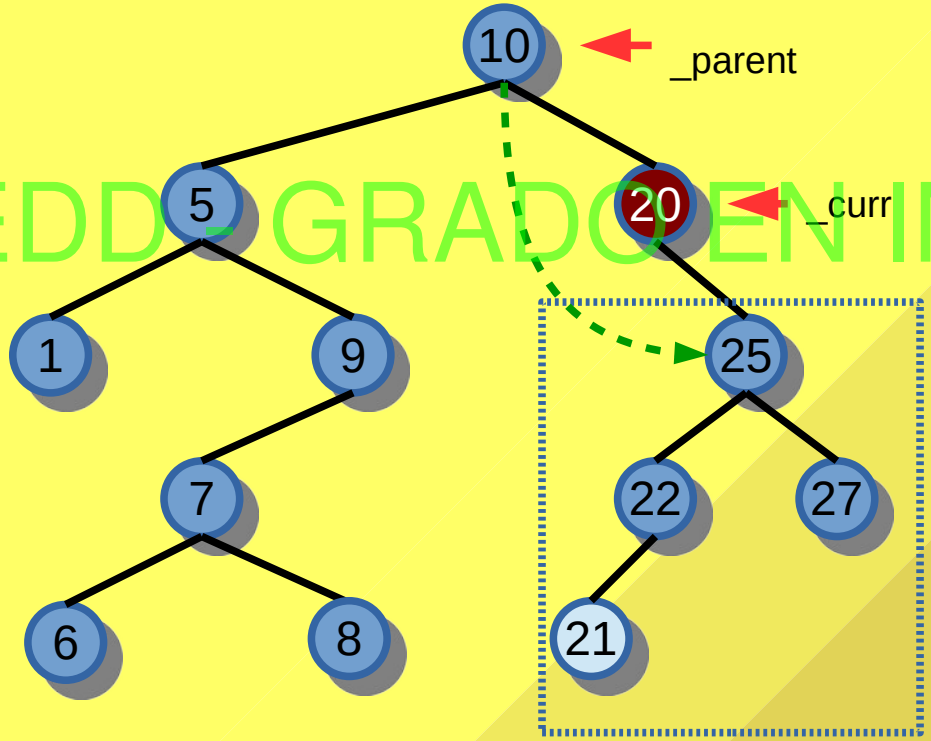



```
search(9)
remove():
//_curr sólo tiene hijo izquierdo.

if _parent <> Void then
  _parent.set_left/right(_curr.left())
else
   _root <- _curr.left()
```

Árboles binarios de búsqueda

- Remove: Caso 2.

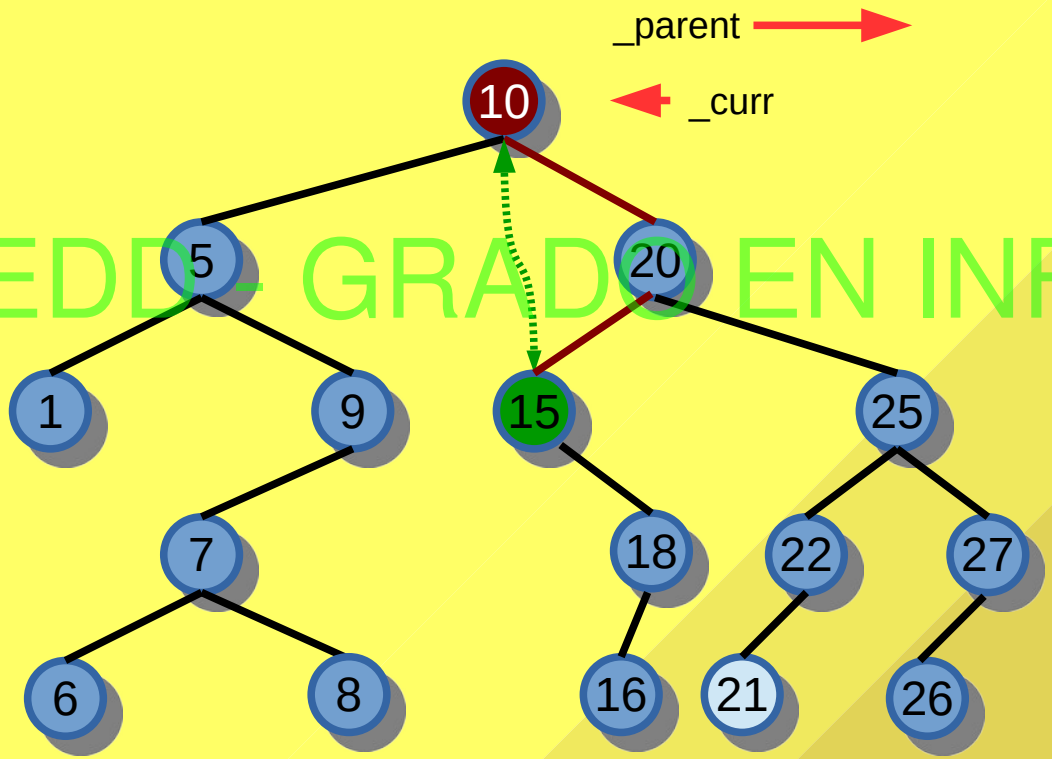



```
search(20)
Remove():
//_curr sólo tiene hijo derecho.

si _parent <> Void
  _parent.set_left/right(_curr.right())
sino
   _root <- _curr.right()
```

Árboles binarios de búsqueda

- Remove: Caso 3 (paso 1).

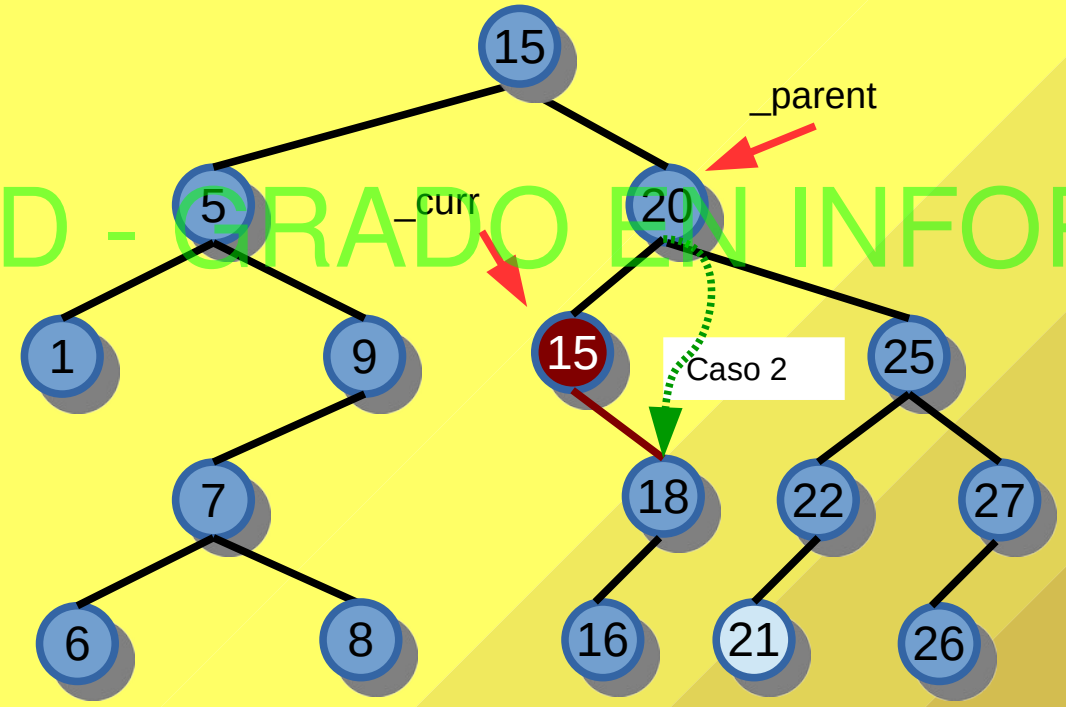



```
search(10)
remove():
_curr tiene dos hijos.
Mover cursor al sucesor (predecesor)
en orden.
Intercambiar claves.
Eliminar el nodo sucesor (predecesor).

findInOrderSuccessor(): Iterativo
Pre-c: hasRight()
begin
  _parent ← _curr
  _curr ← _curr.right()
  while _curr→has_left() do
    _parent ← _curr
    _curr ← _curr.left()
  end-while
end.                                  O( h )
```

Árboles binarios de búsqueda

- Remove: Caso 3 (paso 2).




```
search(10)
remove()
```

recursión

```
remove()
sólo casos 0 o 2 (1 si
usamos el predecesor en
orden)
```

Árboles binarios de búsqueda

- Remove:

```
BSTRee[T]::Remove():
Var
  ReplaceWithSubTree:Boolean #Is there a subtree to use?
  subTree: BSTNode[T] #The root node of the subtree to use.
  tmp: BSTNode[T]
Begin
  ReplaceWithSubTree ← True
  if _curr.left()=void and _curr.right()=void then
     subTree ← void # Use the an empty tree.
  else if _curr.right()=void then
     subTree ← _curr.left() #Use the left subtree.
  else if _curr.left()=void then
     subTree ← _curr.righ() #Use the right subtree.
  else
     replaceWithSubTree ← False #None subtree can be used.

  if repalceWithSubTree then
    if _parent = void then
       _root ← subTree
    else if _parent.right() = _curr then
       _parent.setRight(subTree)
    else
       _parent.setLeft(subTree)
    _curr ← void
  else
    tmp ← _curr
    findInOrderSuccessor() #move the cursor to the successor
    tmp.setItem(_curr.item())
    remove()
End.
```

0 → `subTree ← void # Use the an empty tree.`

1 → `subTree ← _curr.left() #Use the left subtree.`

2 → `subTree ← _curr.righ() #Use the right subtree.`

3 → `replaceWithSubTree ← False #None subtree can be used.`

O(n) o h

ya q que en esta iteración en caso de 0 o 1

Árboles Binarios de Búsqueda

- Resumiendo:
  - Son árboles binarios donde la inserción se hace respetando un orden de padres a hijos.
  - El recorrido “en-orden” sigue una secuencia ordenada de nodos.
  - El orden permite localizar un nodo con O(H) en vez de O(N).
  - Las operaciones de inserción/borrado tienen complejidad O(H).
  - La mejora tiene sentido si $H \approx Log_2(N)$.

Referencias

- Lecturas recomendadas:
  - Caps. 10, 11 y 12 de “Estructuras de Datos”, A. Carmona y otros. U. de Córdoba. 1999.
  - Caps 9 y 13.5 de *“Data structures and software develpment in an object oriented domain”*, Tremblay J.P. y Cheston, G.A. Prentice-Hall, 2001.
  - Wikipedia:
    - Binary Search Tree: en.wikipedia.org/wiki/Binary_search_tree