1. Responde a las siguientes cuestiones

a) Teorema del valor medio (0,5p)

b) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ en $[-1, 2]$. Numeros que satisfagan el teorema del valor medio (1,5p)

a) El teorema del valor medio o Lagrange dice que siendo un intervalo $[a,b]$ continuo y derivable en (a,b) existe un punto $c \in (a,b)$ que satisface que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

b) $f(x)$ es continua y derivable en todo $\mathbb{R}$ ya que es un polinomio

$$\left.\begin{array}{l} f(-1) = -1-1+1+1 = 0 \\ f(1) = 1-1-1+1 = 0 \end{array}\right\} f(-1) = f(1)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3(-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm 4}{6} \begin{cases} \frac{6}{6} = 1 \\ \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

$c = 1$ no cumple, pero $c = -\frac{1}{3}$ sí

2. Càlcula una primitiva de la funció $f(x) = \dfrac{2x^3 - 5x^2 - 4x + 13}{x^2 - 4x + 4}$ (1,5p)

$$
\begin{array}{rrrr|l}
2 & -5 & -4 & +13 & 1 \quad -4 \quad +4 \\ \cline{5-5}
-2 & +8 & -8 & & 2x + 3 \\
 & 3 & -12 & +13 & \\
 & -3 & +12 & -12 & \\
 & & & (1) &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -4 & +4 \\
2 & & 2 & -4 \\ \hline
 & 1 & -2 & 0
\end{array}
$$

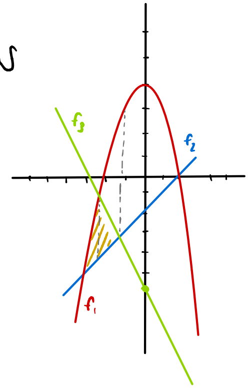
$$F(x) = \int 2x + 3 + \frac{1}{x^2 - 4x + 4} = \int 2x + 3 + \frac{1}{(x-2)^2}\, dx$$

$$= x^2 + 3x + \int \frac{dx}{(x-2)^2} = x^2 + 3x + \int \frac{1}{t^2} = x^2 + 3x + \int t^{-2} = x^2 + 3x - \frac{1}{t}$$

$t = x - 2 \quad dt = dx$

$$= x^2 + 3x - \frac{1}{x-2} + C$$

3. Calcula el área comprendida entre las curvas



$f_1(x) = 4 - x^2$

$f_2(x) = x - 2$

$f_3(x) = -3x - 6$

$f_1 = f_3$; $4 - x^2 = -3x - 6$; $x^2 - 3x - 10 = 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = -2$

$f_1 = f_2$; $4 - x^2 = x - 2$; $x^2 + x - 6 = 0$; $x_1 = 2$; $x_2 = -3$

$f_2 = f_3$; $x - 2 = -3x - 6$; $4x = -4$; $x = -1$

$$\int_{-3}^{-1} f_1 - f_2 \, dx - \int_{-2}^{-1} f_1 - f_3 =$$

4. Sea $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la siguiente función (2,5p)

$$f(x) \begin{cases} \dfrac{x^2+y^2}{xy} & \text{si } xy \neq 0 \\ x+y & \text{si } xy = 0 \end{cases}$$

a) Continuidad en $(0,0)$

b) Derivadas parciales $(0,0)$

c) Diferenciabilidad $(0,0)$

5. Calcula $\iint_D x^2+y^2 \, dA$, D es la región limitada por la recta $x=y$ y por la parábola $y=x^2$

$$F'(x) = \int_0^x e^{-t^2} =$$