

Árboles

EEDD - GRADO EN ING. INFORMÁTICA - UCO

Árboles B+

Contenidos

- Concepto de Árbol B+.
- Operaciones de inserción y borrado.

EEDD - GRADO EN ING. INFORMÁTICA - UCO

Árboles B+

- Motivación.
 - Los árboles B proporcionan árboles equilibrados con alturas mínimas gracias a su orden ($D \gg 2$).
 - El proceso secuencial en orden de clave de una tabla en una Base de Datos es una operación muy usual.
 - El árbol B provocará que este proceso en orden de clave genere muchos accesos aleatorios en la memoria secundaria, perjudicando el desempeño.
 - ¿Cómo podemos mejorar esto?

Árboles B+

- Definición.

- Mejora al árboles B para recorrido secuencial en orden.

- **Características:**

- Cada clave aparecerá siempre en una hoja y además puede aparecer en un nodo intermedio como separador de búsqueda.

$$\{S_i\} \leq K_i < \{S_{i+1}\}$$

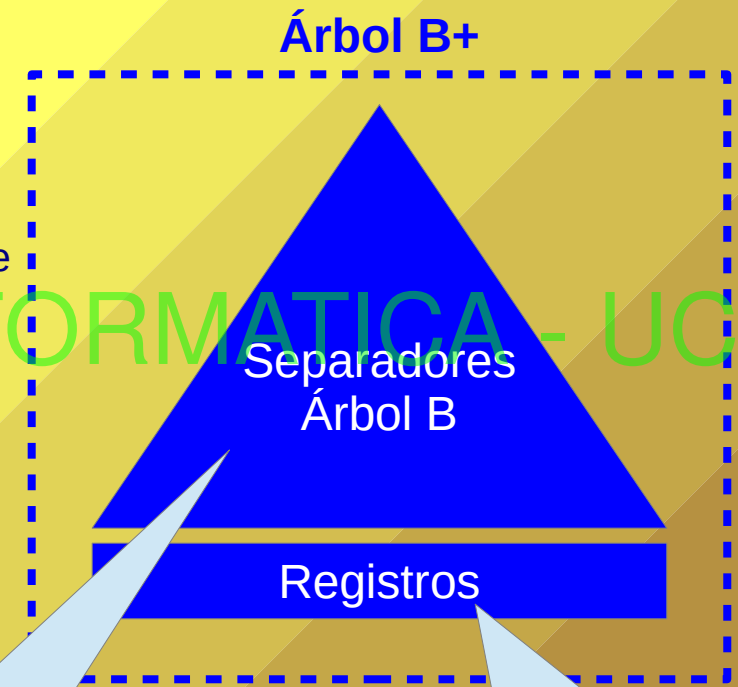
- La hojas se enlazan formando una lista ordenada.

- **Ventajas:**

- Buen acceso aleatorio (árbol B poco profundo $N \gg 2$).
- Buen acceso secuencial en orden a través de secuencia de hojas enlazadas (todas las claves están en las hojas).

- **Inconveniente:**

- Se duplican algunas claves.

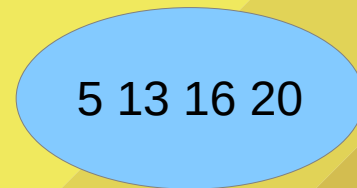


Los niveles superiores son un árbol B usado para el acceso aleatorio

El último nivel será una lista ordenada de hojas usada para el acceso secuencial en orden

Árboles B+

- Árboles B+: Inserción.
 - Procesos similar al de un árbol B.
 - Cuando una hoja se satura:
 - La mediana además de subir al padre, permanece en la nueva hoja izquierda (se duplica solo la clave).
 - Las hojas se enlazan para formar una cadena en orden.
 - Cuando un nodo interno se satura:
 - Se trata igual que en un árbol B (no hay duplicación de separadores).



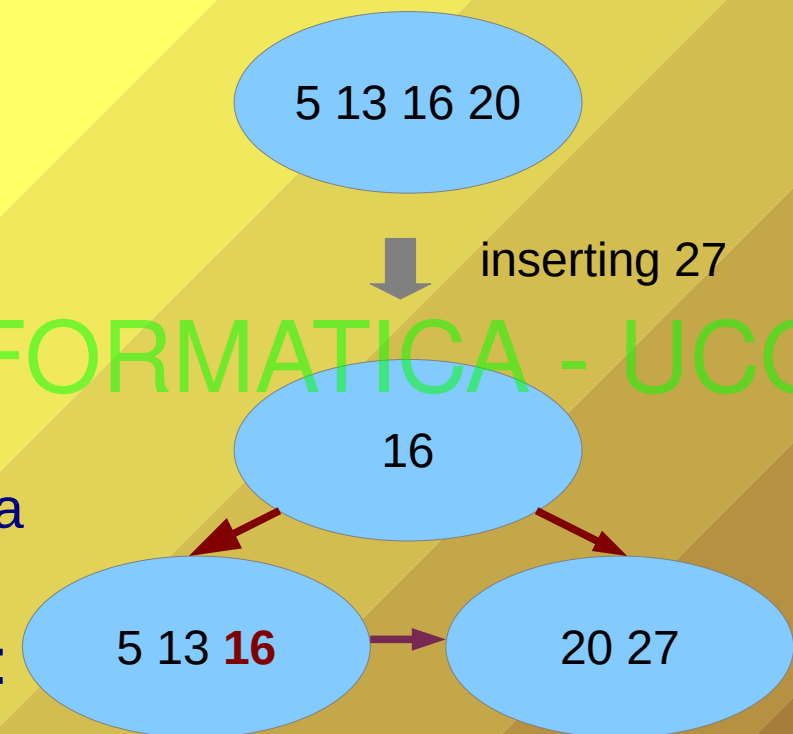
inserting 27

¿?

Árboles B+

- Árboles B+: Inserción.

- Procesos similar al de un árbol B.
- Cuando una hoja se satura:
 - La mediana además de subir al padre, permanece en la nueva hoja izquierda (se duplica).
 - Las hojas se enlazan para formar una cadena en orden.
- Cuando un nodo interno se satura:



$$\{S_i\} \leq K_i < \{S_{i+1}\}$$

Árboles B+

- Borrado en árboles B+. Principio general.
 - Borrar siempre en las hojas.
 - Los nodos internos se tratan como un árbol B.

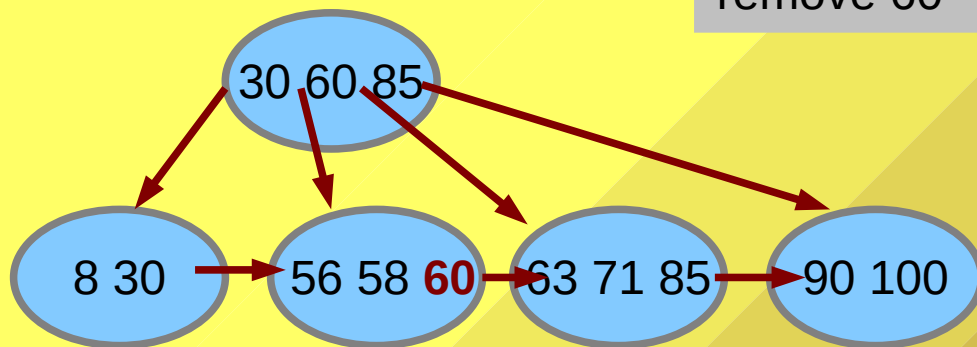
EEDD - GRADO EN ING. INFORMÁTICA - UCO

Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 1.
 - Hoja con más de $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves.
 - **Solución:** borrar sólo en la hoja.
 - Ojo! si la clave a borrar es separador en el nivel superior, ésta se mantiene en ese nivel.

Orden 5

remove 60



¿?

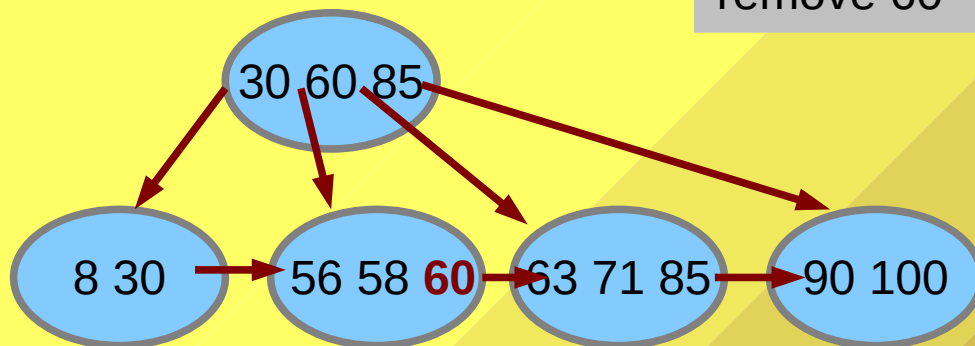
Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 1.
 - Hoja con más de $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves.
 - **Solución:** borrar sólo en la hoja.

- Ojo! si la clave a borrar es separador en el nivel superior, ésta se mantiene en ese nivel.

Orden 5

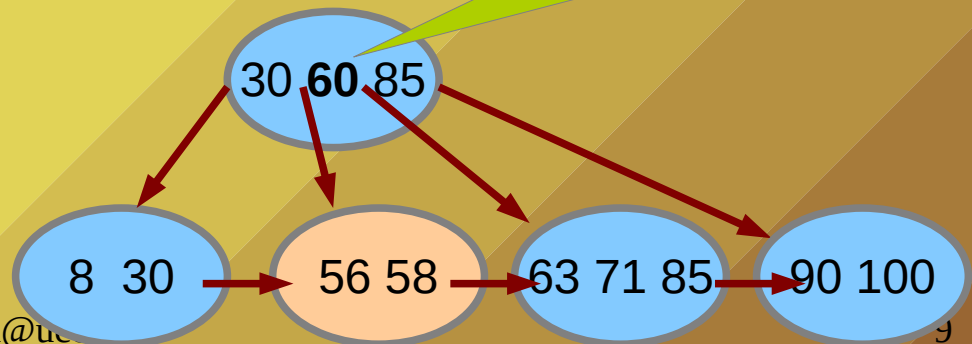
remove 60



26/04/24

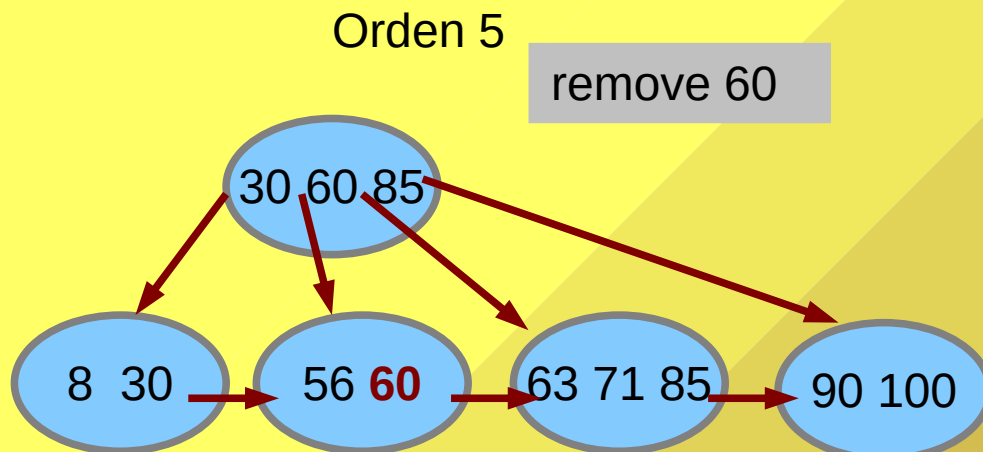
fjmadrid@uc

No importa que quede ya que todavía sirve como separador para la búsqueda.



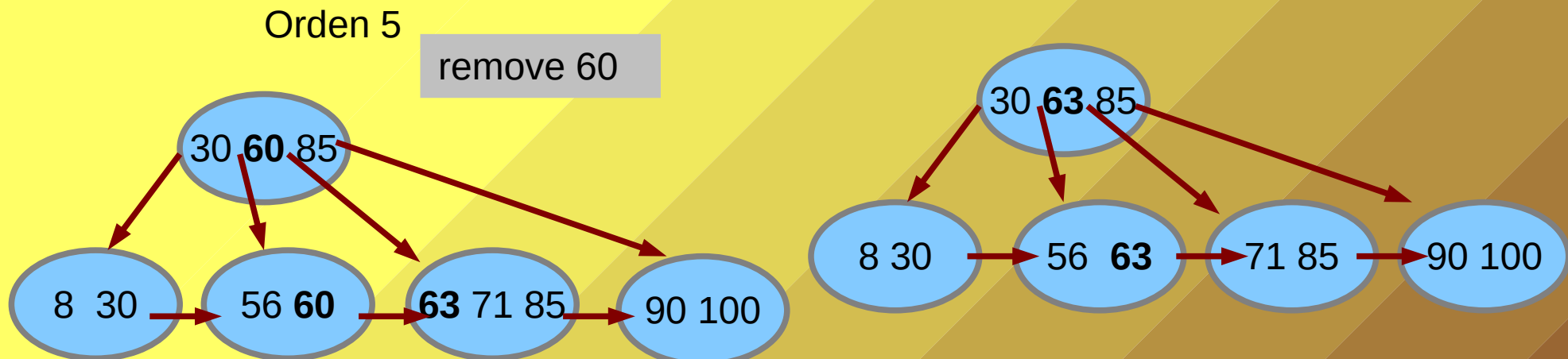
Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 2.1 (underflow).
 - Hoja con $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves.
 - El hermano mayor tiene más de $(D-1)/2$ claves.
 - **Solución:** Traspasar la menor clave y duplicar como separador en el padre.



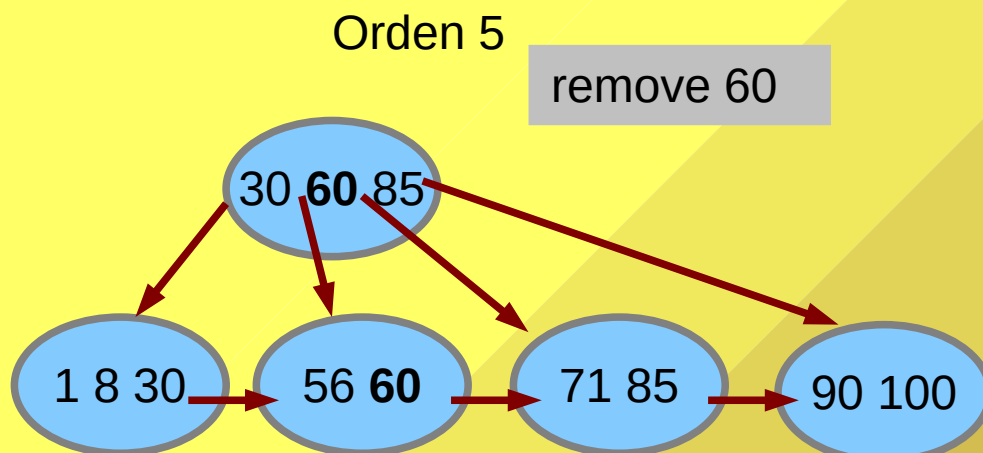
Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 2.1 (underflow).
 - Hoja con $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves.
 - El hermano mayor tiene más de $(D-1)/2$ claves.
 - **Solución:** Traspasar la menor clave y duplicar como separador en el padre.



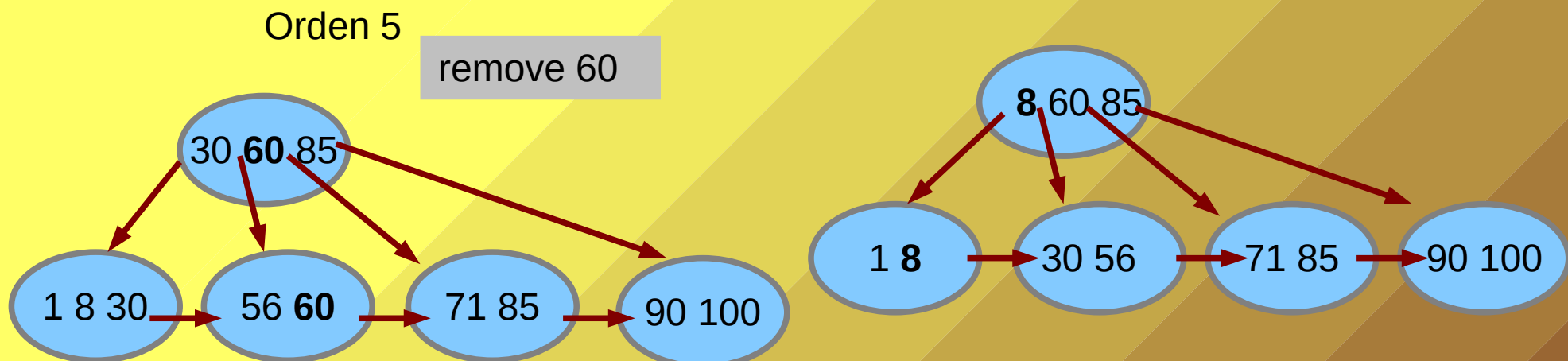
Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 2.2 (underflow).
 - Hoja con $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves.
 - Sólo el hermano menor tiene más de $(D-1)/2$ claves.
 - **Solución:** Traspasar la mayor clave y duplicar la “nueva” mayor clave para actualizar el separador en el padre.



Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 2.2 (underflow).
 - Hoja con $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves.
 - Sólo el hermano menor tiene más de $(D-1)/2$ claves.
 - **Solución:** Traspasar la mayor clave y duplicar la “nueva” mayor clave para actualizar el separador en el padre.

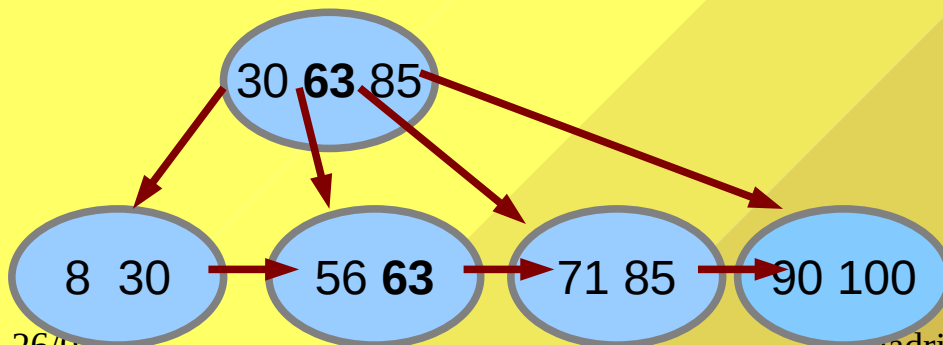


Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 3 (consolidación)
 - Hoja con $\lfloor (B-1)/2 \rfloor$ claves sin hermanos para prestar.
 - **Solución:**
 - Consolidar con el hermano **mayor** (menor).
 - Eliminar clave separadora del padre y fusionar hermanos.
 - Si el padre queda con menos $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ repetir hasta raíz, tratando como árbol B.

Orden 5

remove 63

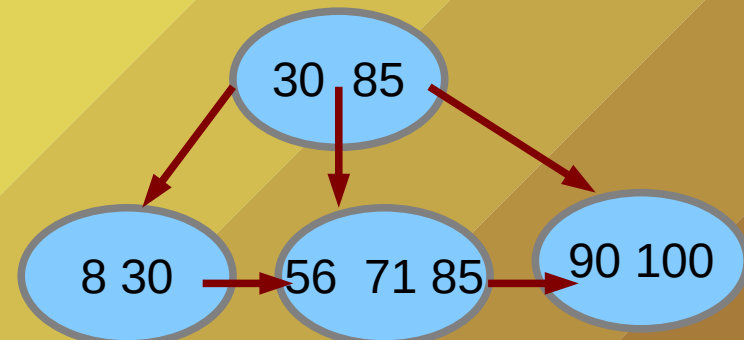
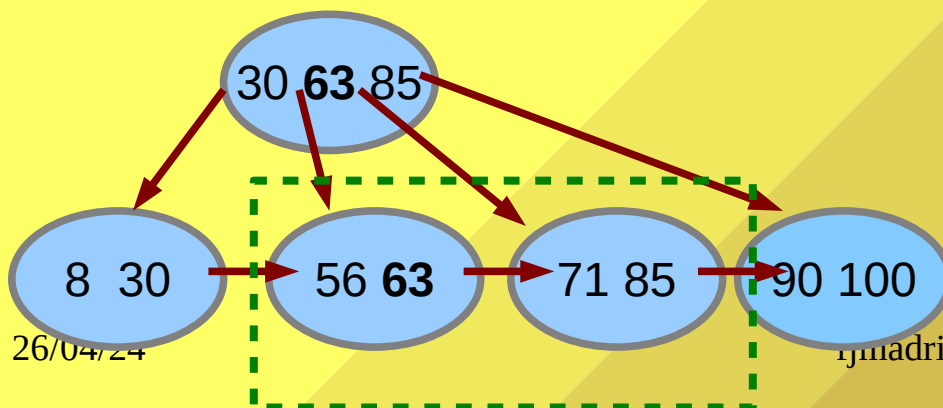


Árboles B+

- Borrado en árbol B+: caso 3 (consolidación)
 - Hoja con $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ claves sin hermanos para prestar.
 - **Solución:**
 - Consolidar con el hermano **mayor** (menor).
 - Eliminar clave separadora del padre y fusionar hermanos.
 - Si el padre queda con menos $\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ repetir hasta raíz, tratando como árbol B.

Orden 5

remove 63



Árboles B+

- Resumen:

- Tienen todas las ventajas de los árboles B (excelente desempeño en búsqueda aleatoria) .
- Aportan una mejora significativa en el proceso secuencial en orden de las claves.
- Los nodos interiores (Árbol B) almacena las claves separadoras (es el índice).
- Las hojas almacenan todos los registros (es el archivo).
- Pueden existir claves repetidas, o incluso, claves que ya existen en el archivo pero se mantienen como separadores de búsqueda

Referencias

- Lecturas recomendadas:
 - Cap. 13 de “Estructuras de Datos”, A. Carmona y otros. U. de Córdoba. 1999.
 - Wikipedia:
 - https://en.wikipedia.org/wiki/B%2B_tree