Álgebra Lineal
Grado en Ingeniería Informática
Universidad de Córdoba
Curso 2023-2024

Relación de problemas Tema 2

Sistemas de Ecuaciones Lineales

1. De una respuesta razonada y concisa a las siguientes cuestiones:

   (a) Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿puede ser incompatible? Si la respuesta es negativa, razónela; si es afirmativa, ponga un ejemplo.

   (b) Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿puede ser compatible determinado? Si la respuesta es negativa, razónela; si es afirmativa, ponga un ejemplo.

   (c) Un sistema de dos ecuaciones con cuatro incógnitas, ¿puede ser compatible? Si la respuesta en negativa, razónela; si es afirmativa, ponga un ejemplo.

2. Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y - z = 4 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

   (a) Discútalo empleando el Teorema de Rouché-Frobenius.

   (b) Si prescinde de una de las ecuaciones, ¿cómo es el sistema que resulta?

   (c) ¿Qué ecuación debe quitar para que el nuevo sistema tenga entre sus soluciones (0,0,0)?

   (d) Si añadiera una nueva ecuación al sistema, ¿puede ocurrir cada uno de los casos siguientes?

      i. Compatible determinado
      ii. Compatible indeterminado
      iii. Incompatible

3. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

   (a)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 5 \\ z - t = -1 \\ -x + t = 3 \end{cases}$$

   (b)
$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y+z=1 \\ x-2y+z=1 \\ x+3y-4z=4 \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} x-3y+7z=10 \\ 5x-y+z=8 \\ x+4y-10z=-11 \end{cases}$$

4. Estudiar según los valores de a y b el siguiente sistema:

$$\begin{cases} ax+y+z+t=1 \\ x+ay+z+t=b \\ x+y+az+t=b^2 \\ x+y+z+t=b^3 \end{cases}$$

5. Discuta los siguientes sistemas en función del parámetro m y resuélvalo cuando sea posible:

(a)
$$\begin{cases} 2x-my+z=2-m \\ x+2y+z=0 \\ 3x+2z=2-m \\ (m+2)x+2y+3z=0 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} x-y=m \\ x+m^2z=2m+1 \\ x-y+(m^2-m)z=2m \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} 3x-4y+z=m \\ 3x-2y=11 \\ y+z=6 \\ y-2z=-m \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} x+y+mz=m^2 \\ x+my+z=m \\ mx+y+z=1 \end{cases}$$

6. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x+3y-az=4 \\ -ax+y+az=0 \\ -x+2ay=a+2 \\ 2x-y-2z=0 \end{cases}$$

(a) Discútalo según los valores de a.

(b) Resuélvalo cuando sea posible.

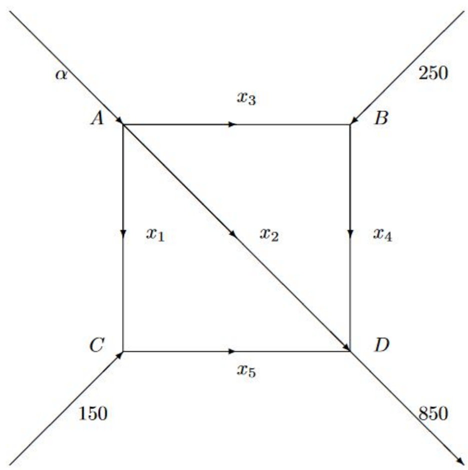
7. Tres productos X, Y y Z, tienen los siguientes porcentajes de Fe, Zn y Cu:

	Fe	Zn	Cu
X	50	30	20
Y	40	30	30
Z	30	70	0

¿Cuánto de cada producto debe combinarse para obtener un nuevo producto que contenga 44% de Fe, 38% de Zn y 18% de Cu?

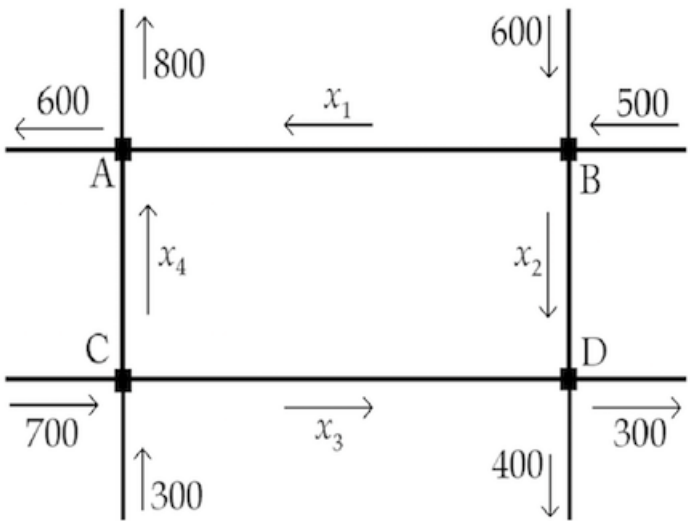
8. Una empresa proporciona tres tipos de comida a un lago que alberga a tres especies de peces. Cada pez de la especie a, consume cada semana un promedio de 1 unidad del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 2 unidades del alimento 3. Cada pez de la especie b consume cada semana un promedio de 3 unidades del alimento 1, 4 del 2 y 5 del 3. Para un pez de la especie c, el promedio semanal de consumo es 2 unidades del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 5 unidades del 3. Cada semana se proporcionan al lago 25000 unidades del alimento 1, 20000 unidades del alimento 2 y 55000 del 3. Si se supone que los peces se comen todo el alimento, ¿cuántos peces de cada especie pueden coexistir en el lago?

9. En una red telefónica como la de la figura las centrales A, B, y C se encargan de distribuir las llamadas a la central D. Los números que aparecen en la figura son las llamadas/hora que entran o salen de las centrales A, B, C y D.



   (a) Hallar el valor de α que hace que sea posible la distribución de llamadas.
   (b) Para dicho valor de α, hallar el número de llamadas por cada tramo, si por una avería en la línea, se quiere que en el tramo BD el tránsito sea mínimo.

10. El siguiente esquema representa una red de tuberías. El flujo que corre por cada tramo se expresa en litros por minuto. Construya un sistema de ecuaciones lineales que describa los posibles flujos a través de la red y resuélvalo.



11. Un fabricante usa cuatro ingedientes E, F, G y H en la elaboración de un producto alimenticio. Sean x, y, z y t las cantidades respectivas de E, F, G y H que componen el producto.

    Una unidad de cada uno de los ingredientes proporciona vitaminas A, B y C en las cantidades en miligramos que se expresan en la siguiente tabla, así como un número de kilocalorías.

	E	F	G	H
vit. A	1	1	1	2
vit. B	1	2	1	3
vit. C	1	3	2	1
kcal	2	2	1	1

    Si designamos respectivamente por u, v, r y w a los miligramos de vitamina A, B y C y a las kilocalorías que tendrá el producto final, se pide:

    (a) Expresar matricialmente la relación entre las cantidades x, y, z, t y u, v, r, w

    (b) Justificar si dados unos valores fijos de u, v, r, w es posible encontrar de forma única valores de x, y, z, t que proporcionen esos miligramos de vitamina y esas kilocalorías.

    (c) Calcular la cantidad necesaria de cada uno de los ingredientes para que el producto contenga 250 mg de vitamina A, 350 mg de vitamina B, 350 mg de vitamina C y 300 kilocalorías.

1. De una respuesta razonada y concisa a las siguientes cuestiones:

   (a) Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿puede ser incompatible? Si la respuesta es negativa, razónela; si es afirmativa, ponga un ejemplo.

   (b) Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿puede ser compatible determinado? Si la respuesta es negativa, razónela; si es afirmativa, ponga un ejemplo.

   (c) Un sistema de dos ecuaciones con cuatro incógnitas, ¿puede ser compatible? Si la respuesta en negativa, razónela; si es afirmativa, ponga un ejemplo.

a) $(rg(A)=1) \neq (rg(A^*) \leq 2) = SI$

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=2 \\ x+y+z=4 \end{array}\right\}$$

b) $(rg \leq 2) < (n^o \text{ incognitas} = 3) = SCI$

c) $(rg \leq 2) < (n^o \text{ incognitas} = 3) = SCI$, no SCD

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z+t=1 \\ x+y+2z+t=3 \end{array}\right\}$$

2. Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y - z = 4 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

(a) Discútalo empleando el Teorema de Rouché-Frobenius.

(b) Si prescinde de una de las ecuaciones, ¿cómo es el sistema que resulta?

(c) ¿Qué ecuación debe quitar para que el nuevo sistema tenga entre sus soluciones (0,0,0)?

(d) Si añadiera una nueva ecuación al sistema, ¿puede ocurrir cada uno de los casos siguientes?

i. Compatible determinado

ii. Compatible indeterminado

iii. Incompatible

a) $\left.\begin{array}{l} x + 2y + z = 0 \\ x + y - z = 4 \\ x - y + 2z = 0 \end{array}\right\}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{array}\right) \underset{\substack{F_1 = F_1 - F_2 \\ F_3 = F_3 + F_2}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underset{F_2 = F_2 - F_1}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right) \underset{F_3 = F_3 - 2F_2}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right) \underset{F_3 = F_3 - 2F_2}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -3 & 8 \\ 0 & 0 & 7 & -12 \end{array}\right)$$

$rg(A) = rg(A^*) = 3 \rightarrow$ SCD

b) $(rg(A) = 2) < (\text{nº incognitas} = 3) \rightarrow$ SCI

c) $x + y - z = 4$

d) $rg(A) = 3 = \text{nº incognitas} \rightarrow$ SCD

$(rg(A) \leq 2) < (\text{nº incognitas} = 3) \rightarrow$ SCI

$(rg(A) \geq 3) < (rg(A^*) \geq 4) \rightarrow$ SI

3. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

(a)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 5 \\ z - t = -1 \\ -x + t = 3 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + 3y - 4z = 4 \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} x - 3y + 7z = 10 \\ 5x - y + z = 8 \\ x + 4y - 10z = -11 \end{cases}$$

a)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right) \underset{F_4 = F_4 + F_1 - F_2 + F_3}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \to SCI$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & t-1 \end{array}\right)$$

$z = t - 1$

$y + z = 5 \ ; \ y + t - 1 = 5 \ ; \ y = 6 - t$

$x + y = 3 \ ; \ x + 6 - t = 3 \ ; \ x = t - 3$

b)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 1 & 5 \end{array}\right) \underset{F_3 = F_2 + F_3}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 2 & 7 \end{array}\right) \to SI$$

c)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{array}\right) \underset{F_3 = F_2 - F_3}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{array}\right) \to SI$$

d) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 5 & -1 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & -10 & -11 \end{array}\right) \underset{\sim}{F_3 = F_1 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 5 & -1 & 1 & 8 \\ 0 & -7 & 17 & 21 \end{array}\right) \underset{\sim}{F_2 = \frac{5F_1 - F_2}{2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 0 & -7 & 17 & 21 \\ 0 & -7 & 17 & 21 \end{array}\right) \rightarrow SCI$

$7y - 17z = -21 \; ; \; y = \frac{17z - 21}{7}$

$x - 3y + 7z = 10 \; ; \; x - 3\,\frac{17z - 21}{7} + 7z = 10 \; ; \; x = 10 + \frac{51z - 63}{7} - 7z = \frac{51z - 49z - 63 + 70}{7} = \frac{2z}{7} + 1$

4. Estudiar según los valores de a y b el siguiente sistema:

$$\begin{cases} ax + y + z + t = 1 \\ x + ay + z + t = b \\ x + y + az + t = b^2 \\ x + y + z + t = b^3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & b \\ 1 & 1 & a & 1 & b^2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & b^3 \end{array}\right)$$

$a = b = 1 \rightarrow$ SCI

$a = 1$; $b \neq 1 \rightarrow$ SI

$a \neq 1 \rightarrow$ SCD

5. Discuta los siguientes sistemas en función del parámetro m y resuélvalo cuando sea posible:

(a)
$$\begin{cases} 2x - my + z = 2 - m \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 2z = 2 - m \\ (m+2)x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} x - y = m \\ x + m^2 z = 2m + 1 \\ x - y + (m^2 - m)z = 2m \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} 3x - 4y + z = m \\ 3x - 2y = 11 \\ y + z = 6 \\ y - 2z = -m \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ x + my + z = m \\ mx + y + z = 1 \end{cases}$$

a)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -m & 1 & 2-m \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 2-m \\ m+2 & 2 & 3 & 0 \end{array}\right) \underset{\sim}{F_1 \leftrightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -m & 1 & 2-m \\ 3 & 0 & 2 & 2-m \\ m+2 & 2 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -m & 1 & 2-m \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 2-m \\ m-2 & 0 & 0 & m-2 \end{array}\right) \underset{\sim}{F_2 = F_1 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -m & 1 & 2-m \\ 3 & 2-m & 2 & 2-m \\ 3 & 0 & 2 & 2-m \\ m-2 & 0 & 0 & m-2 \end{array}\right)$$

$$\underset{\sim}{F_2 = F_2 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -m & 1 & 2-m \\ 0 & 2-m & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 2-m \\ m-2 & 0 & 0 & m-2 \end{array}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 0 \\ 3x + 2z = 2 - m \ ; \ 3 + 2z = 2 - m \ ; \ z = \frac{-m-1}{2} \\ 2x + z = 2 - m \ ; \ z = -m \end{array}\right\} SI$$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & m \\ 1 & 0 & m^2 & 2m+1 \\ 1 & -1 & m^2-m & 2m \end{array}\right) \underset{F_2=F_1-F_2}{\overset{F_3=F_3-F_1}{\sim}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & m \\ 0 & -1 & -m^2 & -m-1 \\ 0 & 0 & m^2-m & m \end{array}\right)$

$\overset{F_1=F_1-F_2}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & m^2 & 2m+1 \\ 0 & -1 & -m^2 & -m-1 \\ 0 & 0 & m^2-m & m \end{array}\right)$

$(m^2-m)z = m \;;\; z = \frac{m}{m^2-m} = \frac{1}{m} - 1$

$x + m^2 z = 2m+1 \;;\; x + m^2\left(\frac{1}{m} - 1\right) = 2m+1 \;;\; x + m - m^2 = 2m+1 \;;\; x = m^2+m+1$

$-y - m^2 z = -m-1 \;;\; -y - m^2\left(\frac{1}{m}-1\right) = -m-1 \;;\; -y - m + m^2 = -m-1 \;;\; y = m^2+1$

c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & m \\ 3 & -2 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -m \end{array}\right) \overset{F_4=F_3-F_4}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & m \\ 3 & -2 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & -m-6 \end{array}\right)$

$z = \frac{m}{3} + 2$

$y + z = 6 \;;\; y + \frac{m}{3} + 2 = 6 \;;\; y = 4 - \frac{m}{3}$

$3x - 2y = 11 \;;\; 3x - 8 + \frac{2m}{3} = 11 \;;\; x = 1 - \frac{2m}{9}$

d) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & m^2 \\ 1 & m & 1 & m \\ m & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \underset{F_3=F_3-F_2}{\overset{F_2=F_2-F_1}{\sim}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & m^2 \\ 0 & m-1 & 1-m & m-m^2 \\ m-1 & 1-m & 0 & 1-m \end{array}\right) \overset{F_1=F_1+F_2}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & m & 1 & m \\ 0 & m-1 & 1-m & m-m^2 \\ m-1 & 1-m & 0 & 1-m \end{array}\right)$

6. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + 3y - az = 4 \\ -ax + y + az = 0 \\ -x + 2ay = a + 2 \\ 2x - y - 2z = 0 \end{cases}$$

(a) Discútalo según los valores de a.

(b) Resuélvalo cuando sea posible.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -a & 4 \\ -a & 1 & a & 0 \\ -1 & 2a & 0 & a+2 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \end{array}\right) \underset{\substack{F_1 \to 2F_1 - F_4 \\ F_2 \to F_2 + F_4 \\ F_3 \to 2F_3 + F_4}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 7 & 2-2a & 8 \\ 2-a & 0 & a-2 & 0 \\ 0 & 4a-1 & -2 & 2a+4 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 7 & 2-2a & 8 \\ 2-a & 0 & a-2 & 0 \\ 0 & 4a-1 & -2 & 2a+4 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

7. Tres productos X, Y y Z, tienen los siguientes porcentajes de Fe, Zn y Cu:

	Fe	Zn	Cu
X	50	30	20
Y	40	30	30
Z	30	70	0

¿Cuánto de cada producto debe combinarse para obtener un nuevo producto que contenga 44% de Fe, 38% de Zn y 18% de Cu?

$$\left.\begin{array}{l} 50\,Fe + 30\,Zn + 20\,Cu \\ 40\,Fe + 30\,Zn + 30\,Cu \\ 30\,Fe + 70\,Zn \end{array}\right\} \left(\begin{array}{ccc|c} 50 & 40 & 30 & 44 \\ 30 & 30 & 70 & 38 \\ 20 & 30 & 0 & 18 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \to F_2 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 50 & 40 & 30 & 44 \\ 10 & 0 & 70 & 20 \\ 20 & 30 & 0 & 18 \end{array}\right)$$

??

8. Una empresa proporciona tres tipos de comida a un lago que alberga a tres especies de peces. Cada pez de la especie a, consume cada semana un promedio de 1 unidad del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 2 unidades del alimento 3. Cada pez de la especie b consume cada semana un promedio de 3 unidades del alimento 1, 4 del 2 y 5 del 3. Para un pez de la especie c, el promedio semanal de consumo es 2 unidades del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 5 unidades del 3. Cada semana se proporcionan al lago 25000 unidades del alimento 1, 20000 unidades del alimento 2 y 55000 del 3. Si se supone que los peces se comen todo el alimento, ¿cuántos peces de cada especie pueden coexistir en el lago?

A : 1 de 1, 1 de 2 y 2 de 3
B : 3 de 1, 4 de 2 y 5 de 3
C : 2 de 1, 1 de 2 y 5 de 3
25000 20000 55000

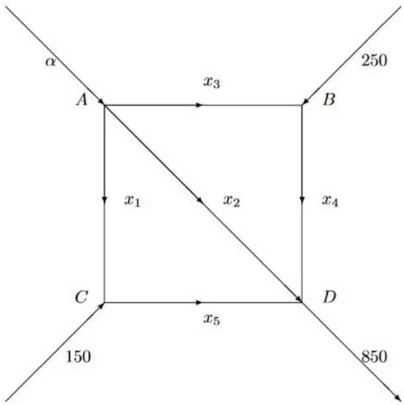
$$\left.\begin{array}{l} 1a + 3b + 2c = 25000 \\ 1a + 4b + 1c = 20000 \\ 2a + 5b + 5c = 55000 \end{array}\right\}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 25000 \\ 1 & 4 & 1 & 20000 \\ 2 & 5 & 5 & 55000 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_2 = 2F_2 - F_1 \\ F_3 \to F_3 - 2F_1 - F_2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 25000 \\ 1 & 5 & 0 & 15000 \\ -1 & -5 & 0 & -15000 \end{array}\right) \to SCI$$

$5b = 15000 - a$; $b = 3000 - \frac{a}{5}$

$2c = 25000 - a - 3b$; $c = 12500 - \frac{a}{2} - 1500 + \frac{a}{10} = 11000 - \frac{4a}{10}$

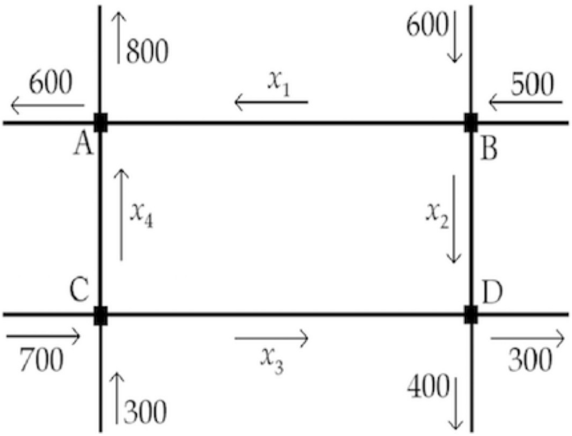
9. En una red telefónica como la de la figura las centrales A, B, y C se encargan de distribuir las llamadas a la central D. Los números que aparecen en la figura son las llamadas/hora que entran o salen de las centrales A, B, C y D.



(a) Hallar el valor de α que hace que sea posible la distribución de llamadas.

(b) Para dicho valor de α, hallar el número de llamadas por cada tramo, si por una avería en la línea, se quiere que en el tramo BD el tránsito sea mínimo.

10. El siguiente esquema representa una red de tuberías. El flujo que corre por cada tramo se expresa en litros por minuto. Construya un sistema de ecuaciones lineales que describa los posibles flujos a través de la red y resuélvalo.



$x_1 = 600a + 500b$

$x_2 = 600b + 400d$

$x_3 = 700c + 300d$

$x_4 = 800a + 300c$

11. Un fabricante usa cuatro ingedientes E, F, G y H en la elaboración de un producto alimenticio. Sean x, y, z y t las cantidades respectivas de E, F, G y H que componen el producto.

Una unidad de cada uno de los ingredientes proporciona vitaminas A, B y C en las cantidades en miligramos que se expresan en la siguiente tabla, así como un número de kilocalorías.

	E	F	G	H
vit. A	1	1	1	2
vit. B	1	2	1	3
vit. C	1	3	2	1
kcal	2	2	1	1

Si designamos respectivamente por u, v, r y w a los miligramos de vitamina A, B y C y a las kilocalorías que tendrá el producto final, se pide:

(a) Expresar matricialmente la relación entre las cantidades x, y, z, t y u, v, r, w

(b) Justificar si dados unos valores fijos de u, v, r, w es posible encontrar de forma única valores de x, y, z, t que proporcionen esos miligramos de vitamina y esas kilocalorías.

(c) Calcular la cantidad necesaria de cada uno de los ingredientes para que el producto contenga 250 mg de vitamina A, 350 mg de vitamina B, 350 mg de vitamina C y 300 kilocalorías.