Fundamentos de Estadística

Boletín de Problemas 6

A. Roberto Espejo Mohedano.
Arturo Gallego Segador.

1. Un agente de ventas quiere obtener un Intervalo de Confianza al 95 % para la proporción de motores eléctricos defectuosos que hay en su almacén. Selecciona 80 motores aleatoriamente, encontrando 8 defectuosos. Calcular el Intervalo deseado.

   El agente efectúa una consulta a otro proveedor, quien le informa de que revisados 130 motores del almacén principal, 15 de ellos resultaron defectuosos. Estimar un Intervalo de Confianza al 99 % para la diferencia de proporciones.

2. Suponiendo una muestra suficientemente grande, encontrar un Intervalo de Confianza asintótico para el parámetro θ en una población cuya función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-(1/\theta)x} \quad ; \quad x > 0 \quad ; \quad \theta > 0$$

   Tomar como datos muestrales: n=200, con una media de 2,34 y con un 1-α=0,95

3. Sean dos vs.as. $X \in N(\mu_x, \sigma_x^2)$ e $Y \in N(\mu_y, \sigma_y^2)$ independientes entre sí, de las que se extraen muestras de tamaños n_x y n_y. Suponiendo que las varianzas poblacionales son conocidas:

   a) Determinar el Intervalo de Confianza, con coeficiente 1-α, para la combinación lineal $a\mu_x + b\mu_y$.

   b) Si suponemos que la varianza poblacional de X es cuatro veces mayor que la de Y, determinar el Intervalo de Confianza para la diferencia de medias.

4. La empresa A produce un artículo cuya demanda posee desviación típica igual a 200, en tanto que la empresa B produce otro artículo similar cuya demanda tiene una desviación típica de 100. Se estudian las demandas de ambos artículos en 125 establecimientos, resultando que la demanda media de A es de 300 y la de B de 250. Construir un Intervalo de Confianza al 95 % para la diferencia de demanda, suponiendo normalidad en la característica en estudio e independencia.

5. El tiempo de producción de un cierto tipo de artículo se sabe que sigue una distribución Normal. Extraída una muestra de 6 artículos, se obtiene una varianza muestral de 40. Construir un Intervalo de Confianza para la varianza poblacional.

6. En una planta eléctrica se llevó a cabo un programa de pruebas y se obtuvieron los siguientes datos muestrales sobre la duración, en meses, de dos tipos de fusibles:

Tipo 1	42	45	60	72	90
Tipo 2	69	109	113	118	153

   Construir un Intervalo de Confianza al 95 % para la diferencia de duración de ambos tipos de fusibles, suponiendo normalidad en la característica en estudio e independencia.

7. Sea I una v.a. Normal que nos mide el Ingreso mensual de una determinada empresa. Sea G otra v.a. también Normal que nos mide el Gasto de dicha empresa. Se sabe que en los últimos 10 meses el Ingreso medio mensual ha sido de 3 unidades monetarias y el Gasto medio de 2,5 unidades monetarias.

a) Construir un Intervalo de Confianza al 95 % para la Ganancia media de dicha empresa, si se sabe que $S_I = 0{,}5$ y que $S_G = 0{,}4$.

b) Construir dicho Intervalo, si suponemos ahora que las desviaciones típicas poblacionales son las muestrales.

8. Una empresa ha instalado un dispositivo que hipotéticamente reduce la cantidad de residuos vertidos. Se mide en 7 de sus instalaciones las cantidades de residuos vertidos Antes y Después de la instalación del dispositivo, obteniendo los resultados muestrales:

Antes	20	24	23	22	20	23	22
Después	19	22	20	18	20	22	20

Obtener un Intervalo de Confianza para la disminución media de la cantidad de residuos vertida, al 99 %. ¿Es razonable pensar que el dispositivo es eficaz?

9. Un preparado alimenticio se vende en tarros que deben contener 12 g netos. Se ha tomado una muestra de 25 tarros y se ha encontrado un peso medio de 11,8 g. Se sabe por experiencias anteriores que la desviación típica de los pesos de los tarros es medio gramo. Mediante el correspondiente test de hipótesis y a un nivel de significación del 5 %, ¿se puede aceptar como bueno el peso de 12 g?. (Suponer normalidad en la característica en estudio).

10. El baremo de un test para cierta edad y grado de cultura da una media de 60. Aplicada a 25 alumnos de esa edad y cultura, se ha obtenido una media de 63 con desviación típica 7,5. ¿Puede suponerse al nivel de significación del 5 % que los alumnos están por encima de lo normal?. (Suponemos normalidad en la característica en estudio).

11. Se está dispuesto a contratar un mecanógrafo a menos que cometa más de un error por página. Elegida una muestra aleatoria de 8 páginas mecanografiadas por él, se han observado los siguientes errores: 1, 0, 3, 2, 1, 2, 1, 1. ¿Qué decisión puede tomarse al nivel de significación del 5 %?. (Suponemos normalidad en la característica en estudio).

12. Una compañía que vende carne congelada imprime en el envase que contiene 12 Kg. Se sabe que la cantidad de carne congelada que hay en cada envase sigue una distribución normal con desviación típica 0,5. Tomada una muestra de tamaño 25, se obtiene una media de 11,83 Kg para un nivel de significación del 5 %, ¿Qué conclusión obtendría un consumidor de esta carne?.

13. Un investigador diseña un experimento en el que pedirá a un determinado número de sujetos que lleven a cabo una dieta específica bajo dos niveles diferentes de entorno social. El investigador selecciona 32 personas de características similares, de las cuales 16 realizarán la dieta en un entorno social conflictivo (Nivel 2) y las otras 16 llevaran a cabo la misma dieta en un entorno menos problemático (Nivel 1). Los datos representan los días que fue necesario aplicar la dieta para adelgazar una cierta cantidad de kilos:

Nivel 1	14	12	15	15	11	16	17	12	14	13	18	13	18	15	16	11
Nivel 2	20	22	18	18	19	15	22	22	18	19	15	21	18	16	18	15

Con base a estos datos, ¿existe alguna razón para creer que el tiempo promedio para el Nivel 2 es mayor por más de dos días que para el Nivel 1?. (Considerar el nivel de significación del 1 % y suponer normalidad en la características en estudio.)

14. Se piensa que el precio de un determinado artículo de una marca comercial A puede ser inferior al de otra marca B. Se obtienen sendas muestras cuyos resultados son:

    Casa $A : n_A = 14 \quad \bar{X}_A = 15400 \quad S_A^2 = 1352307{,}69$
    Casa $B : n_B = 10 \quad \bar{X}_B = 16250 \quad S_B^2 = 1187222, 22$

    Con base a estos datos, contrastar si la diferencia entre los precios promedio $\mu_B - \mu_A$ es mayor que cero. (Nivel de significación del 10 %, y suponer normalidad en las características en estudio.)

15. Una muestra aleatoria de 100 fumadores reveló que 59 de ellos padecían problemas de garganta. A nivel de significación del 5 % contrastar si la proporción de fumadores con problemas de garganta supera el 50 %.

16. En un estudio de los hábitos de fumador para personas zurdas y diestras, se toman sendas muestras aleatorias de 400 zurdos y 800 diestros, de los cuales 190 zurdos fuman y 300 diestros también fuman. De acuerdo con estos resultados, ¿puede concluirse que la proporción de fumadores zurdos es la misma que la de los diestros?.

17. El gerente de una refinería piensa modificar el proceso para producir gasolina a partir del petróleo crudo. Hará la modificación sólo si la gasolina promedio que se obtiene por este Nuevo proceso (expresado como porcentaje de crudo) aumenta con respecto al proceso en Uso.

    Con base en un experimento en laboratorio y mediante el empleo de dos muestras aleatorias de tamaño 12 (una para cada proceso), la cantidad de gasolina promedio del proceso en Uso es de 24,6 con desviación típica de 2,3; y para el Nuevo proceso fue de 28,42 con desviación típica de 2,7.

    Con estos datos, ¿debe adoptarse el Nuevo proceso?. (Nivel de significación del 1 %, y suponer normalidad en las características en estudio.)

18. Una muestra aleatoria simple procedente de una población normal de varianza 6 tiene de media -0,3. Con ella se ha Rechazado la hipótesis nula $\mu = 0$ para un nivel de significación de 0,10. Determinar el tamaño muestral mínimo utilizado si:

    a) La hipótesis alternativa es $\mu \neq 0$.
    b) La hipótesis alternativa es $\mu < 0$.

19. Un empresario agrícola dispone de dos plantaciones de naranjos con características similares en cuanto a tipo de tierra, microclima, etc, pero de diferente variedad, y desea contrastar si las distribuciones de los pesos de las naranjas son:

    a) Iguales en media y varianza.

    b) Doble varianza en la segunda que en la primera.

    Los datos muestrales en ambas poblaciones son:

	n	$\bar{X}$	S
Plantación 1	30	0,15	0,02
Plantación 2	60	0,20	0,04

    Estudia también las proporciones de naranjas picadas, obteniendo como resultados muestrales:

	n	% de Picadas
Plantación 1	300	15
Plantación 2	600	20

    y desea comprobar si son:

    c) Más del doble en la primera que en la segunda.

20. Dos casas de abonado lanzan al mercado un producto similar. Con objeto de establecer si los rendimientos de ambos tipos de abono son iguales o no, se prueban ambos en 18 parcelas similares, obteniendo los siguientes resultados.

Abono X	140	138	142	130	152	148	155	160	158
Abono Y	143	136	138	125	150	132	115	141	148

    a) A la vista de los resultados, ¿realmente los rendimientos son iguales?. (Nivel de significación 10 %.)

    b) En caso negativo, ¿el rendimiento del abono X es mayor que el del Y?.

    c) Repetir el apartado *a*) suponiendo que las muestras son relacionadas.

Soluciones

1. $I(p)_{0,95} = (0{,}034259\ ;\ 0{,}165740) \quad ; \quad I(p_1 - p_2)_{0,99} = (-0{,}127608\ ;\ 0{,}097008)$

2. $I(\theta)_{0,95} = (2{,}055168\ ;\ 2{,}716485)$

3. a) $I(a\mu_x + b\mu_y)_{1-\alpha} = \left((a\mu_x + b\mu_y) - z_{\alpha/2}\sqrt{a^2\frac{\sigma_x^2}{n_x} + b^2\frac{\sigma_y^2}{n_y}}\ ;\ (a\mu_x + b\mu_y) + z_{\alpha/2}\sqrt{a^2\frac{\sigma_x^2}{+} b^2\frac{\sigma_y^2}{n_y} n_x} \right)$

   b) $I(\mu_x - \mu_y)_{1-\alpha} = \left((\mu_x - \mu_y) - z_{\alpha/2}\sigma\sqrt{\frac{4}{n_x} + \frac{1}{n_y}}\ ; (\mu_x - \mu_y) + z_{\alpha/2}\sigma\sqrt{\frac{4}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \right)$

4. $I(\mu_A - \mu_B)_{0,95} = (10{,}8\ ;\ 89{,}2)$

5. $I(\sigma^2)_{0,95} = (18{,}7032\ ;\ 288{,}8086)$

6. $I(\mu_1 - \mu_2)_{0,95} = (-87{,}6055\ ;\ -13{,}5944)$

7. a) $I(\mu_I - \mu_G)_{0,95} = (0{,}05156\ ;\ 0{,}94843)$
   b) $I(\mu_I - \mu_G)_{0,95} = (0{,}10313\ ;\ 0{,}89687)$

8. $I(\mu_x)_{0,99} = (-0{,}0276\ ;\ 3{,}7416)$. Si es razonable pensar que es eficaz.

9. Los resultados muestrales no avalan la hipótesis de que el peso neto de los tarros sea de 12 g.

10. Los resultados muestrales avalan la hipótesis de que los alumnos están por encima de lo normal.

11. Los resultados muestrales indican que no hay razones suficientes para no contratar al mecanógrafo.

12. La información muestral indica que no hay razones suficientes para no suponer que el peso neto de la carne congelada es de 12 Kg.

13. Los resultados muestrales avalan la hipótesis de que el promedio del Nivel 2 es mayor por más de dos días que el promedio para el Nivel 1.

14. Los resultados muestrales avalan la hipótesis de que El precio de la Marca A en promedio es inferior al precio de la Marca B.

15. Los resultados muestrales avalan que la proporción de fumadores con problemas de garganta es superior al 50 %.

16. Los resultados muestrales avalan que la proporción de fumadores Zurdos No es la misma que la fumadores Diestros.

17. Los resultados muestrales avalan la hipótesis del gerente.

18. a) $n = 180$ b) $n = 110$

19. a) Rechazamos la hipótesis de igualdad en medias y varianzas. b) No hay razones para rechazar la hipótesis formulada. c) Rechazamos la hipótesis formulada.

20. a) Los resultados muestrales no avalan la hipótesis de igualdad de rendimientos. b) Los resultados muestrales avalan la hipótesis de que el rendimiento del abono X es mayor que el del abono Y. c) Los resultados muestrales no avalan la hipótesis de igualdad de rendimientos.

1. Un agente de ventas quiere obtener un Intervalo de Confianza al 95 % para la proporción de motores eléctricos defectuosos que hay en su almacén. Selecciona 80 motores aleatoriamente, encontrando 8 defectuosos. Calcular el Intervalo deseado.

   El agente efectúa una consulta a otro proveedor, quien le informa de que revisados 130 motores del almacén principal, 15 de ellos resultaron defectuosos. Estimar un Intervalo de Confianza al 99 % para la diferencia de proporciones.