Concepto de Probabilidad: independencia de sucesos

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE CÓRDOBA
Universidad de Córdoba
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

Determinación concreta del espacio muestral

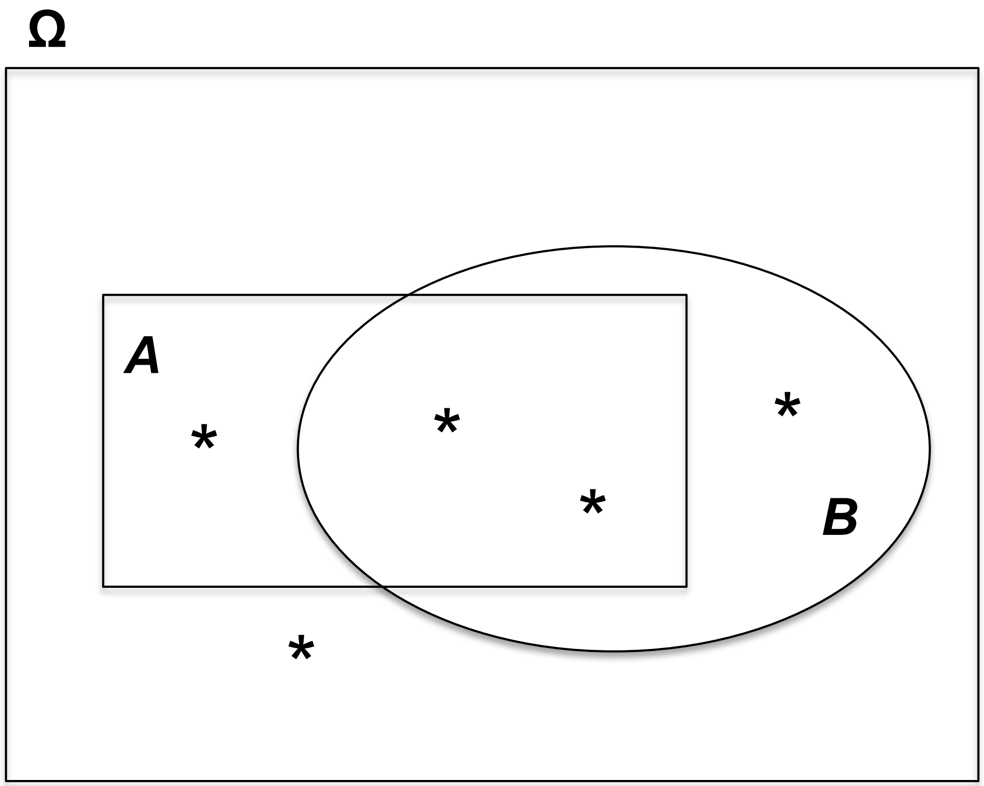
Frecuencia relativa condicionada

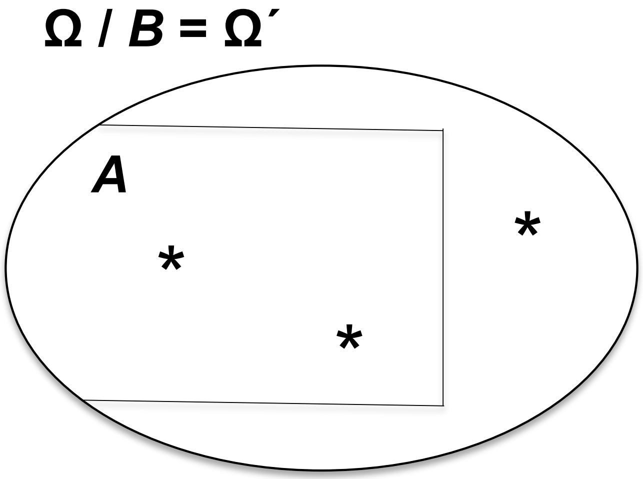
$$f_r(A/B) = \frac{n_{A\cap B}}{n_B} = \frac{f_r(A\cap B)}{f_r(B)} \qquad \text{si} \quad f_r(B) \neq 0$$

Probabilidad condicionada

Restricción del espacio muestral

$$\Omega \;\Rightarrow\; \Omega/B = \Omega' \qquad P : \mathcal{A} \to [0,1] \;\Rightarrow\; P' : \mathcal{A}_{\Omega'} \to [0,1]$$





$P(A) = \frac{3}{5}$

$P'(A) = \frac{2}{3}$

Determinación concreta del espacio muestral

Frecuencia relativa condicionada

$$f_r(A/B) = \frac{n_{A\cap B}}{n_B} = \frac{f_r(A\cap B)}{f_r(B)} \qquad \text{si} \qquad f_r(B) \neq 0$$

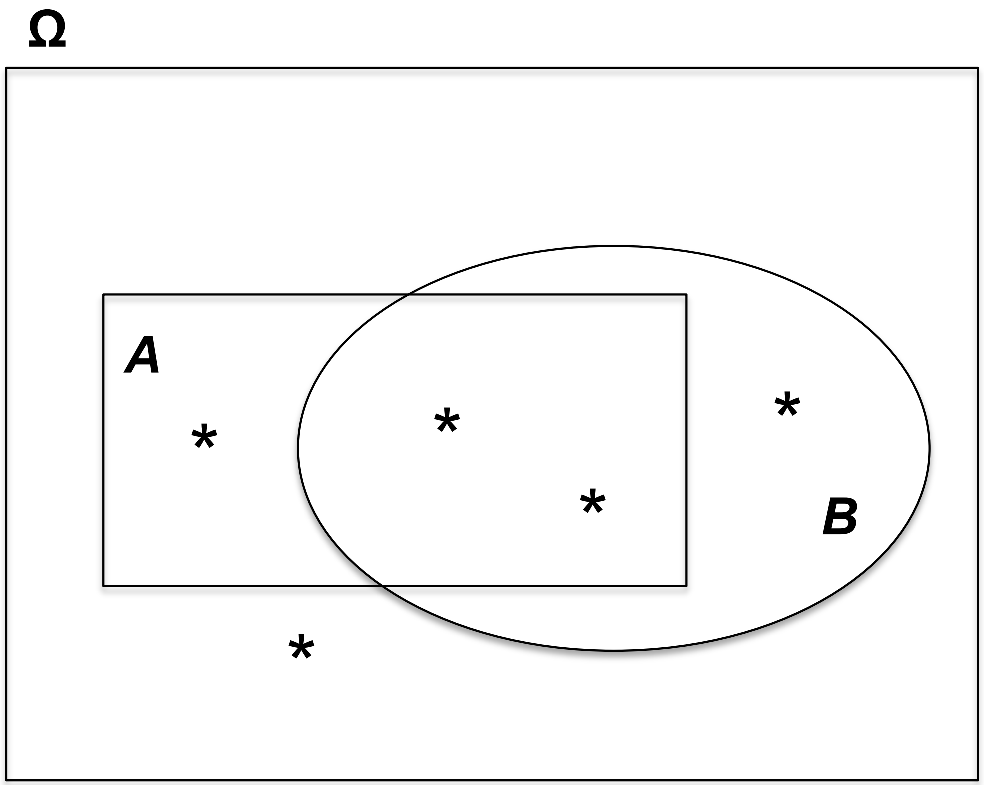
Probabilidad condicionada

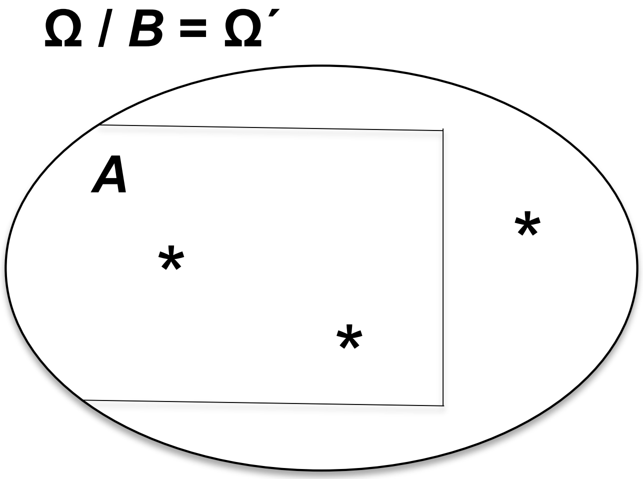
Restricción del espacio muestral

$$\Omega \;\Rightarrow\; \Omega / B = \Omega' \qquad P : \mathcal{A} \to [0,1] \;\Rightarrow\; P' : \mathcal{A}_{\Omega'} \to [0,1]$$

$$P'(A) = P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad ; \quad P(B) > 0$$

$$P''(B) = P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad ; \quad P(A) > 0$$





$$P(A) = 3/5$$

$$P'(A) = 2/3$$

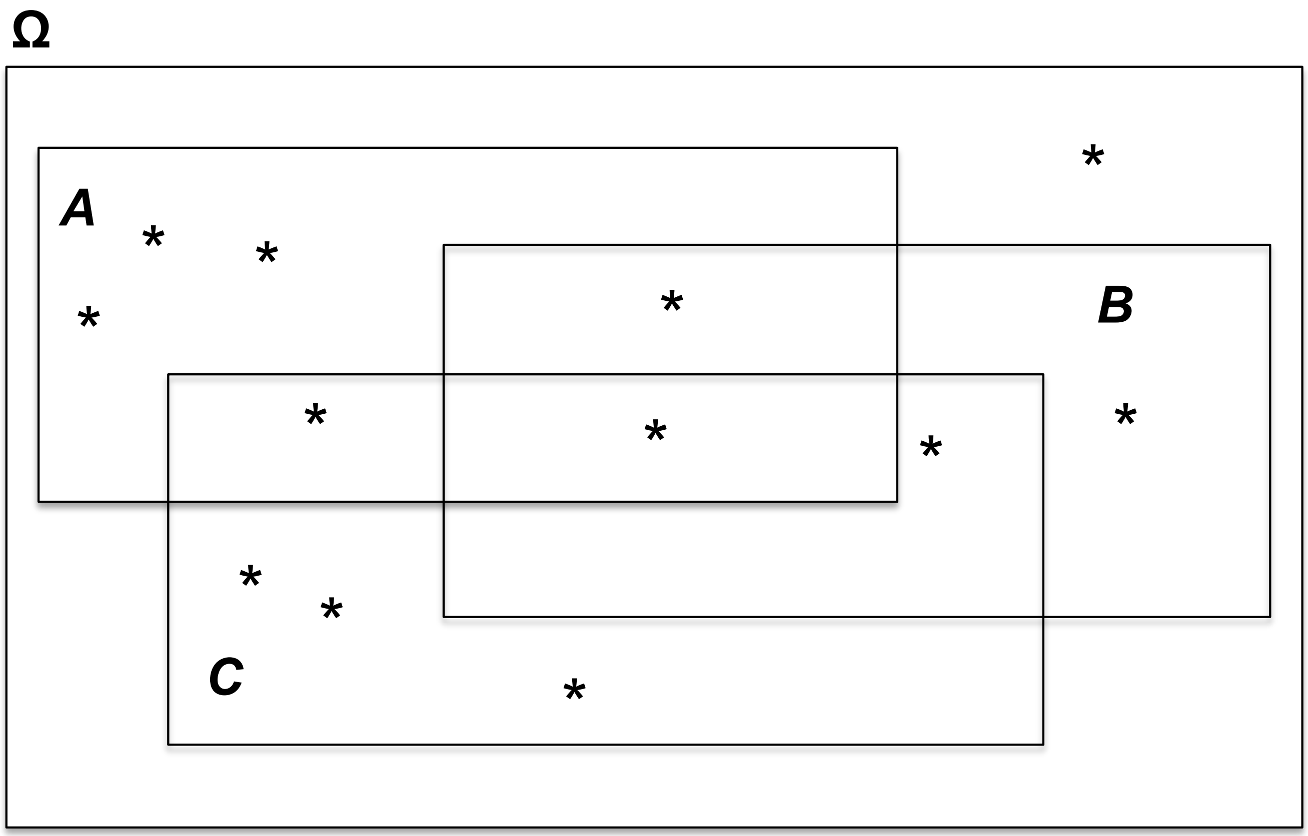
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2/5}{3/5} = 2/3$$

$$P'(A) = P(A \mid B)$$

Independencia estocástica (aleatoria)

- A i $B \leftrightarrow P(A)=P(A/B)$
- A i $B \leftrightarrow P(A \cap B)=P(A)\,P(B)$
- A i $B \leftrightarrow B$ i A

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=P(A)$$



$$P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$P(C) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\ ;\ P\left(A \cap B\right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{Independientes}$$

Independencia estocástica (aleatoria)

- *A* i *B* $\leftrightarrow$ *P(A)=P(A/B)*

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=P(A)$$

- *A* i *B* $\leftrightarrow$ $P(A \cap B)=P(A)\,P(B)$

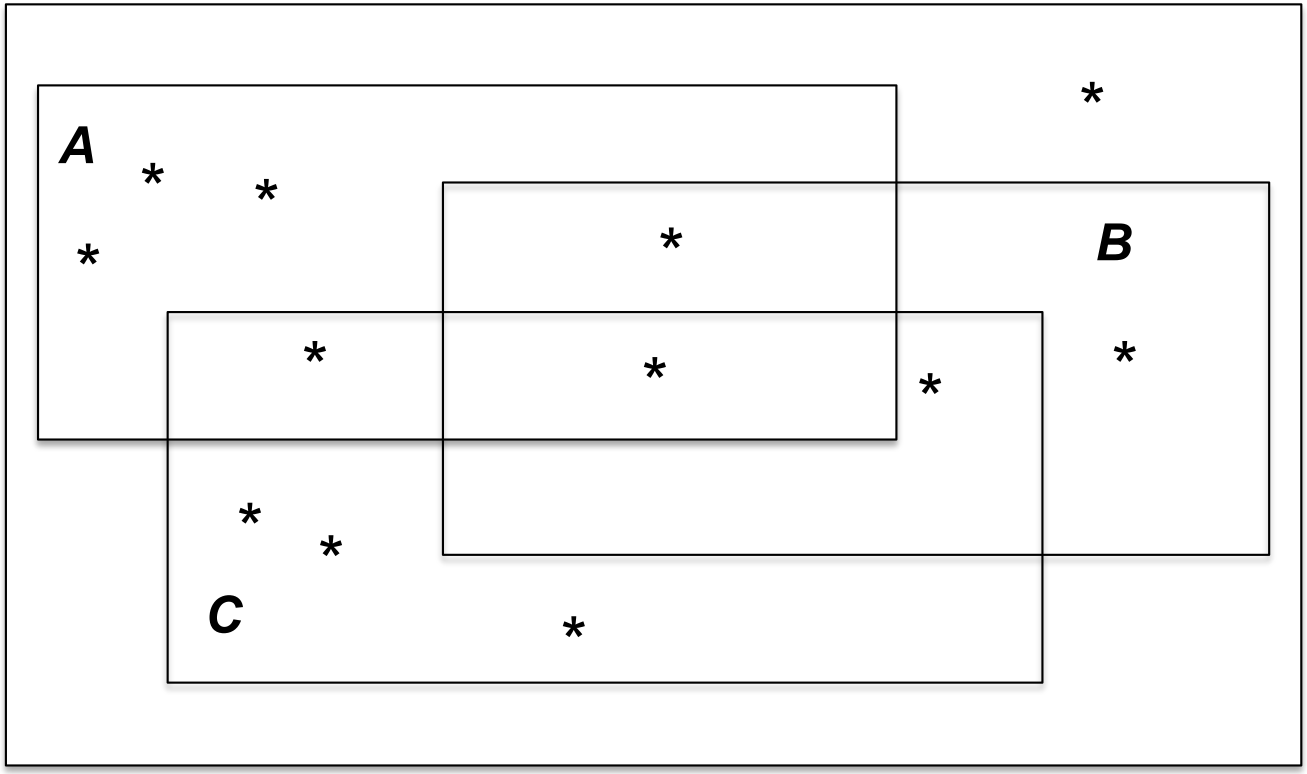
- *A* i *B* $\leftrightarrow$ *B* i *A*

- En general, dados $A_i \in \mathcal{A},\ i=1,\ldots,n$ los A_i son "mutuamente" Independientes si y sólo si:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2)\ldots P(A_n)$$

La independencia mutua de un cierto orden no implica independencias de ordenes inferiores.

Ω



$$P(A)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$P(B)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

$$P(C)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\ ;\ P\left(A\cap B\right)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}\Rightarrow \text{Independientes}$$

$$P(C)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\ ;\ P\left(C\cap B\right)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}\Rightarrow \text{Independientes}$$

$$P(A)\times P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\ ;\ P\left(A\cap C\right)=\frac{2}{12}\Rightarrow \text{NO Independientes}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A)\times P(B)\times P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12} \\ P\left(A\cap B\cap C\right)=\frac{1}{12} \end{array}\right\}\Rightarrow \text{Mutuamente Independientes}$$