Matemática Discreta - Grado en Ing. Informática
Relación de Ejercicios 1(Lógica)

1. Sean p: "Hace frío" y q: "Está lloviendo". Expresa cada una de las siguientes fórmulas en lenguaje natural.

   (a) $q \vee \neg p$ (b) $\neg p \wedge \neg q$ (c) $\neg(\neg q)$ (d) $p \vee q$

2. Sean p, q y r los siguientes enunciados.

   p: Se han visto osos por la zona.
   q: Es seguro caminar por el sendero.
   r: Las fresas del sendero están maduras.

   Formalizar los siguientes enunciados usando p, q y r.

   (a) Las fresas del sendero están maduras, pero no se han visto osos por la zona.
   (b) No se han visto osos por la zona y es seguro caminar por el sendero, pero las fresas del sendero están maduras.
   (c) Si las fresas del sendero están maduras, es seguro caminar por el sendero si, y sólo si, no se han visto osos por la zona.
   (d) No es seguro caminar por el sendero, pero no se han visto osos por la zona y las fresas del sendero están maduras.

3. Construye las tablas de verdad para cada una de las siguientes proposiciones.

   (a) $(p \vee q) \to (p \wedge q)$ (b) $(p \to q) \to (q \to p)$ (c) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

4. Simplifica las siguientes proposiciones.

   (a) $\neg(p \wedge \neg q)$ (b) $\neg(\neg p \vee \neg q)$ (c) $\neg(\neg p \vee q)$ (d) $\neg(\neg p \wedge \neg q)$

5. Simplifica los siguientes enunciados.

   (a) No es verdad que su madre es inglesa o su padre francés.
   (b) No es verdad que estudia física pero no matemáticas.
   (c) No es verdad que no hace frío o está lloviendo.

6. Escriba la negación de las proposiciones siguientes y simplifíquelas.

   (a) $(\neg p \vee q) \wedge r$ (b) $p \vee (q \wedge \neg r)$

7. Escriba la negación de los siguientes enunciados.
   (a) Él es rubio y tiene los ojos azules.
   (b) Ella no es ni rica ni feliz.
   (c) Ha perdido su trabajo o no ha ido a trabajar.

8. Obtenga el Recíproco y el Contrarrecíproco de cada una de las siguientes implicaciones.
   (a) Si nieva hoy, esquiaré mañana.
   (b) Voy a clases siempre que vaya a haber un examen.
   (c) Un entero positivo es primo si, y sólo si, no tiene otros divisores más que 1 y él mismo.

9. Sean p y q dos proposiciones. La *disyunción exclusiva* de p y q, denotada por $p \veebar q$, es la proposición "p o q, pero no ambas".
   (a) Construya la tabla de verdad para $p \veebar q$.
   (b) Demuestra que $p \veebar q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$.

10. Demuestra, sin usar tablas de verdad, que $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ y $\neg p \wedge \neg q$ son lógicamente equivalentes.

11. Demuestra que $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$ es una tautología.

12. Demuestra, sin usar tablas de verdad, que $(p \wedge q) \to (p \vee q)$ es una tautología.

1. Sean p: "Hace frío" y q: "Está lloviendo". Expresa cada una de las siguientes fórmulas en lenguaje natural.

   (a) $q \vee \neg p$ (b) $\neg p \wedge \neg q$ (c) $\neg(\neg q)$ (d) $p \vee q$

a) Esta lloviendo o no hace frío
b) No hace frío y no esta lloviendo
c) No es verdad que no está lloviendo
d) Hace frío o esta lloviendo

2. Sean p, q y r los siguientes enunciados.

p: Se han visto osos por la zona.

q: Es seguro caminar por el sendero.

r: Las fresas del sendero están maduras.

Formalizar los siguientes enunciados usando p, q y r.

(a) Las fresas del sendero están maduras, pero no se han visto osos por la zona.

(b) No se han visto osos por la zona y es seguro caminar por el sendero, pero las fresas del sendero están maduras.

(c) Si las fresas del sendero están maduras, es seguro caminar por el sendero si, y sólo si, no se han visto osos por la zona.

(d) No es seguro caminar por el sendero, pero no se han visto osos por la zona y las fresas del sendero están maduras.

a) $r \wedge \neg p$

b) $(\neg p \wedge q) \wedge r$

c) $r \to (q \leftrightarrow \neg p)$

d) $\neg q \wedge (\neg p \wedge r)$

3. Construye las tablas de verdad para cada una de las siguientes proposiciones.

(a) $(p \vee q) \to (p \wedge q)$ (b) $(p \to q) \to (q \to p)$ (c) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

a)

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \to (p \wedge q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	F	F	F	V
F	V	V	F	F

b)

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \to (q \to p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	F	V	V	V
F	V	V	F	V

c)

p	q	$p \to q$	$\neg p \to \neg q$	$(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	F	V	V	V
F	V	V	V	V

4. Simplifica las siguientes proposiciones.

(a) $\neg(p \wedge \neg q)$ (b) $\neg(\neg p \vee \neg q)$ (c) $\neg(\neg p \vee q)$ (d) $\neg(\neg p \wedge \neg q)$

a) $\neg(p \wedge \neg q) \equiv \neg p \vee q$

b) $\neg(\neg p \vee \neg q) \equiv p \wedge q$

c) $\neg(\neg p \vee q) \equiv p \vee \neg q$

d) $\neg(\neg p \wedge \neg q) \equiv p \vee q$

5. Simplifica los siguientes enunciados.

(a) No es verdad que su madre es inglesa o su padre francés.

(b) No es verdad que estudia física pero no matemáticas.

(c) No es verdad que no hace frío o está lloviendo.

a) No es verdad que su madre es inglesa y no es verdad que su padre es francés → $\neg p \wedge \neg q$

b) No es verdad que estudia física o es verdad que estudia matemáticas → $\neg p \vee q$

c) Hace frío y no es verdad que este lloviendo → $p \wedge \neg q$

6. Escriba la negación de las proposiciones siguientes y simplifíquelas.

(a) $(\neg p \vee q) \wedge r$ (b) $p \vee (q \wedge \neg r)$

a) $\neg((\neg p \vee q) \wedge r) \equiv \neg(\neg p \vee q) \vee \neg r \equiv (p \wedge \neg q) \vee \neg r$

b) $\neg(p \vee (q \wedge \neg r)) \equiv \neg p \wedge \neg(q \wedge \neg r) \equiv \neg p \wedge (\neg q \vee r)$

7. Escriba la negación de los siguientes enunciados.

(a) Él es rubio y tiene los ojos azules.

(b) Ella no es ni rica ni feliz.

(c) Ha perdido su trabajo o no ha ido a trabajar.

a) El no es rubio o no tiene los ojos azules

b) Ella es rica o feliz

c) No ha perdido su trabajo y ha ido a trabajar

8. Obtenga el Recíproco y el Contrarrecíproco de cada una de las siguientes implicaciones.

(a) Si nieva hoy, esquiaré mañana.

(b) Voy a clases siempre que vaya a haber un examen.

(c) Un entero positivo es primo si, y sólo si, no tiene otros divisores más que 1 y él mismo.

a) Recíproco: Esquiaré mañana si nieva hoy

Contrarrecíproco: Si no esquio mañana, entonces no había nevado hoy

b) Recíproco: Si voy a clases, entonces va a haber un exámen

Contrarrecíproco: Si no voy a clases, entonces no va a haber un exámen

c) Recíproco: Si un entero positivo es primo, si no tiene más divisores que 1 y el mismo

Contrarrecíproco: Si un entero positivo no es primo, si tiene más divisores que 1 y el mismo

9. Sean p y q dos proposiciones. La *disyunción exclusiva* de p y q, denotada por $p \veebar q$, es la proposición "p o q, pero no ambas".

(a) Construya la tabla de verdad para $p \veebar q$.

(b) Demuestra que $p \veebar q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$.

a)

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	F	F
F	V	V

b) $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg p \vee \neg q$	$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
V	V	V	F	F
V	F	V	V	V
F	F	F	V	F
F	V	V	V	V

$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) \equiv p \veebar q$

10. Demuestra, sin usar tablas de verdad, que $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ y $\neg p \wedge \neg q$ son lógicamente equivalentes.

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) = \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) = \neg p \wedge (p \vee \neg q) = \neg p \wedge \neg q$

11. Demuestra que $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$ es una tautología.

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$(p \to q) \wedge (q \to r)$	$p \to r$	$(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V

12. Demuestra, sin usar tablas de verdad, que $(p \wedge q) \to (p \vee q)$ es una tautología.

$(p \wedge q) \to (p \vee q) = \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q) = (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q)$

$= (p \vee \neg p) \vee (q \vee \neg q)$