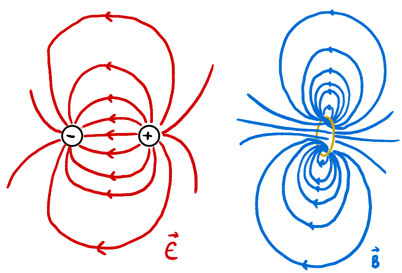
Formulario 2º parcial física

7. Campo magnético. Fuerzas magnéticas

- El campo magnético B es solenoidal, y sus líneas de campo cerradas: $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$
- Campo eléctrico - magnético
  - Analogías
    - Ambas decrecen con el cuadrado de la distancia (r^2)
    - Tienen una constante de proporcionalidad definida.
  - Diferencias
    - El campo electroestático es conservativo, el magnético no
    - La fuente del campo eléctrico es una carga puntual q, mientras que para el campo magnético, es la carga móvil qv o el elemento de corriente $Id\vec{\ell}$
    - Las líneas de campo eléctrico tienen la misma dirección que la fuerza eléctrica (en cargas positivas), en el campo magnético son perpendiculares a la fuerza magnética sobre una carga móvil.
    - Las líneas de campo eléctrico empiezan en cargas positivas y acaban en negativas, las del campo magnético son líneas cerradas.

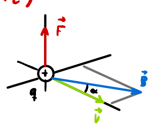
    (No existen monopolos magnéticos)



- La fuerza que actua sobre una carga q a una velocidad v en una región con campo B:

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} \rightarrow F = qvB\,\mathrm{sen}\,\alpha$ (N) (Ley de Lorentz)

- Si $\vec{v} \parallel \vec{B} \rightarrow \vec{F} = 0$
- Si $\vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow F = qvB$



Si la carga es negativa, la fuerza tiene sentido contrario.

Ejemplo. Una carga $q = -3,64 \cdot 10^{-9}\, C$ se mueve con una $v = 2,75 \cdot 10^{6}\, \vec{i}\ m/s$. ¿Que fuerza actúa sobre ella si el campo magnético $B = 0,38\, \vec{j}\ T$?

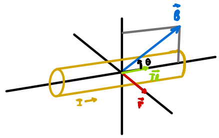
$$(\vec{v} \times \vec{B}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2,75 \cdot 10^{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0,38 & 0 \end{vmatrix} = 1,045 \cdot 10^{6}\, \vec{k}$$

$$\vec{F_m} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -3,64 \cdot 10^{-9}(1,045 \cdot 10^{6})\, \vec{k} = -3,8038 \cdot 10^{-3}\, \vec{k}\ N$$

- Campo magnético: $B = \dfrac{F}{q v \operatorname{sen} \alpha}$ Tesla $(T) = \dfrac{N}{C\, m/s}$

- Flujo magnético a través de una superficie: $\phi = \vec{B}\vec{S}$ Weber $(Wb) = T m^2$

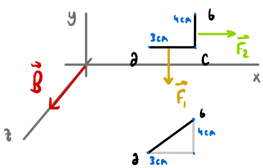
- Conductor filiforme de sección de recta S, con intensidad I y campo magnético B
  - En un elemento de conductor hay $nS\,d\ell$ electrones libres
  - Cada electrón sometido a $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
    - $q = -e$
    - v (velocidad media de los electrones)



  - La interacción entre los electrones y la estructura del conductor hacen que la fuerza se aplique a este, por lo que el conductor se somete a $dF = nS\,d\ell\, q v \times B = -enS v\, d\ell \times B$
  - Considerando el vector de e intensidad de corriente

$$\left.\begin{array}{l} \vec{dF} = -enSv\,\vec{d\ell} \times \vec{B} \\ I = -enSv \end{array}\right\} \boxed{\vec{dF} = I\vec{d\ell} \times \vec{B}} \text{ (Ley de Laplace)}$$

Ejemplo El segmento de una figura con $I = 1,8 A$ de a a b en el interior de un campo magnético $\vec{B} = 1,2\, \vec{k}\ T$. Determina la fuerza total que actua sobre el conductor y demostrar y demostrar que sería la misma si el segmento a-b fuese recto



$$\left.\begin{array}{l} \vec{dF} = I\vec{d\ell} \times \vec{B} \\ \vec{F_1} = I\, ac \times B\, \vec{j} \\ \vec{F_2} = I\, bc \times B\, \vec{i} \end{array}\right\} \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = IB\,(cb\, \vec{i} - ac\, \vec{j}) = 1,8 \cdot 1,2\,(0,04\vec{i} - 0,03\vec{j})$$

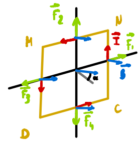
$$= (8,64\,\vec{i} - 6,48\,\vec{j})\, 10^{-2}\ N$$

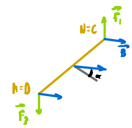
$$\vec{F} = I\,\vec{ab} \times \vec{B} = 1,8\,(0,03\,\vec{i} + 0,04\,\vec{j}) \times 1,2\, k = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0,054 & 0,072 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 \end{vmatrix} = (8,64\,\vec{i} - 6,48\,\vec{j})\, 10^{-2}\ N$$

Momento magnético, sobre una espira o imán

- Considerando una espira rectangular de base b y altura a con una corriente I y en un campo $\vec{B}$ que forma α con la normal del plano
- Todos los elementos de corriente están sometidos a $\vec{dF} \perp \vec{dl}$ y $\vec{B}$
- Las resultantes en los lados MN y CD se anulan
- Las resultantes en los lados NC y MD tienen igual módulo, sentido contrario y rectas de acción paralelas

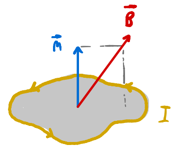
$$\boxed{F_1 = \int_C^N dF = \int_C^N BI\,dl\,\operatorname{sen}\beta = BIa\,\operatorname{sen}\beta = F_3}$$





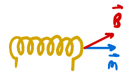
- Se puede asociar a la espira de un vector $\boxed{\vec{m} = I\vec{S}}$
  - Dirección: normal al plano de la espira
  - Sentido: el de avance del sacacorchos y gire con I
- El momento del par de fuerzas se puede expresar como: $\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$
- $\vec{F_1}$ y $\vec{F_3}$ constituyen un par de fuerzas de módulo $\boxed{M = BIab\,\operatorname{sen}\alpha}$ Válido para todo tipo de espiras

- Un circuito o espira, con intensidad I, dentro de un B uniforme, tiende a girar bajo la acción de un par de momento $\vec{M}$ hasta que $\vec{m} \parallel \vec{B}$

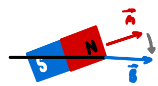


- El momento magnético $\vec{m}$ es una característica del circuito
  - Nos dice que ocurre cuando situamos la espira dentro de un campo magnético exterior y que campo va a crear esta espira

- En el caso de una bobina rectangular de N espiras $\boxed{\vec{m} = NI\vec{S}}$

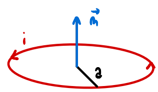


- Cualquier imán actua como una espira de corriente
  - El origen de $\vec{m}$ de una barra imanada serán las espiras de corriente microscópicas que surgen del movimiento de electrones en los átomos del imán
  - Si un imán se sitúa dentro de un campo magnético $\vec{B}$, tiende a orientarse con su polo norte apuntando a $\vec{B}$



Energía potencial de una espira

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{\phi = \frac{\epsilon}{I} \rightarrow \epsilon = \phi I} \\ \phi = \int \vec{B}\,\vec{dS} = \vec{B}\vec{S} \end{array}\right\} \boxed{\epsilon = \phi I = \vec{B}\vec{S}I = \vec{B}\vec{m}}$$



Ejemplo. El momento magnético de una espira plana es $\vec{m} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\ (Am^2)$ sumergido en un campo $\vec{B} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\ (T)$

a) Calcular el momento del par de fuerzas al que se somete la espira.

b) Calcular la energía potencial que posee

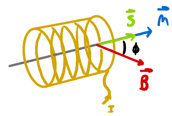
a) $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 9\vec{k}\ Nm$

b) $E_p = \phi I = \vec{B}\vec{S}I = \vec{B}\vec{m} = 1\cdot 2 + 3(-2) + (-2)1 = 2 - 9 - 2 = -9\ J$

Ejemplo. Una bobina formada por 30 espiras circulares están en un campo magnético $\vec{B} = 2\vec{i}\,T$ de modo que S representa las espiras y forma un ángulo $\phi = 30°$ con $\vec{B}$. El radio de la bobina es $r = 10\,cm$ con una corriente $I = 0{,}005\,A$.

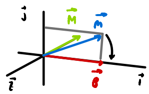
a) Determina el momento magnético de la bobina

b) Calcula el momento de las fuerzas que el campo ejerce sobre la bobina. ¿Hacia dónde gira la bobina?



a) $\vec{m} = NI\vec{S} = NI\pi r^2(\cos 30°\,\vec{i} + \text{sen}\, 30°\,\vec{j}) = (4{,}1\,\vec{i} + 2{,}3\,\vec{j}) \cdot 10^{-3}\ Am^2$

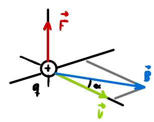
b) $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4{,}1\cdot 10^{-3} & 2{,}3\cdot 10^{-3} & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -4{,}6 \cdot 10^{-3}\,\vec{k}\ Nm$



La bobina gira para que m se alinee con $\vec{B}$

- El campo magnético puede representarse por líneas de fuerza (tangentes al vector campo en cada punto)
  - La densidad de líneas indica la magnitud del campo
  - Las líneas no poseen la dirección de la fuerza sobre la carga
  - Las líneas son cerradas
  - Se define flujo en un campo magnético $\phi = \iint_S \vec{B}\,d\vec{S}$

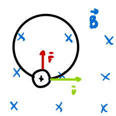
- La fuerza que una partícula en movimiento ejerce sobre una partícula es perpendicular a la velocidad
  - Esta fuerza no realiza trabajo sobre ella
    - Se modifica la dirección pero no el módulo de la velocidad
    - La partícula no modifica su energía cinética



A B uniforme

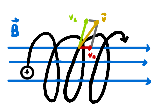
si $\vec{v} \perp \vec{B}$ la partícula describe un movimiento circular

$qvB = m\frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}$



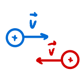
el periodo será:

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$



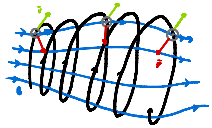
si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ no son perpendiculares, la partícula describe un movimiento helicoidal

si $\vec{v} \parallel \vec{B}$ la partícula no desvía su trayectoria



B B no uniforme

La trayectoria puede describir una trayectoria en espiral alrededor de las líneas de campo quedando atrapada : botella magnética

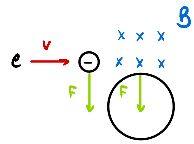


Ejemplo. Un electrón penetra normalmente a un campo magnético uniforme de inducción $B = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ T$ y $v = 2 \cdot 10^{6}\ m/s$. ($q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$).

a) La fuerza que actúa sobre el electrón.

b) El radio de la órbita que describe

c) El tiempo que tarda en recorrer dicha órbita.



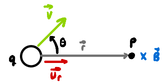
a) $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow F = qvB = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 4{,}8 \cdot 10^{-16}\ N$

b) $F = F_c = m\dfrac{v^2}{R} \longrightarrow R = \dfrac{mv^2}{F} = \dfrac{9{,}1 \cdot 10^{-31}(2 \cdot 10^{6})^2}{4{,}8 \cdot 10^{-16}} = 0{,}00758\ m = 7{,}58\ mm$

c) $v = \dfrac{e}{t} \rightarrow t = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi \cdot 0{,}00758}{2 \cdot 10^{6}} = 2{,}39 \cdot 10^{-8}\ s$

8. Fuentes de campo magnético

- Campo magnético creado por una carga en movimiento $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u_r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$
  - La dirección y sentido de $\vec{B}$ en el punto P nos da de resultado del producto vectorial
    - Dirección $\perp$ al plano $\vec{v}$ P
    - Sentido según mano derecha, de $\vec{v}$ girando a P

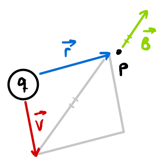


Ejemplo. Un protón se mueve con $\vec{v} = (10^{-4}\vec{i} + 2\cdot 10^{-4}\vec{j})$ m/s, está en el punto $(3,4)$ m en cierto instante. Determina el campo magnético en: ($q_e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ NA^{-2})

a) $(2,2)$ m

b) $(6,4)$ m

c) $(3,6)$ m



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{U_r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

a) $\vec{r} = (2,2)-(3,4) = (-1,-2)$

$|\vec{r}| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

$$\vec{B} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\;\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{(\sqrt{5})^3}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 10^{-4} & 2\cdot 10^{-4} & 0\\ -1 & -2 & 0\end{vmatrix} \rightarrow \vec{r}\parallel\vec{v} \rightarrow \vec{B}=0$$

b) $\vec{r} = (6,4)-(3,4) = (3,0)$

$|\vec{r}| = \sqrt{3^2} = 3$

$$\vec{B} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\;\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{(3)^3}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 10^{-4} & 2\cdot 10^{-4} & 0\\ 3 & 0 & 0\end{vmatrix} = -3{,}\bar{5}\cdot 10^{-31}\,\vec{k}\ \text{T}$$

c) $\vec{r} = (3,6)-(3,4) = (0,2)$

$|\vec{r}| = \sqrt{2^2} = 2$

$$\vec{B} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\;\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{(2)^3}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 10^{-4} & 2\cdot 10^{-4} & 0\\ 0 & 2 & 0\end{vmatrix} = 4\cdot 10^{-31}\,\vec{k}\ \text{T}$$

Campo magnético creado por un elemento de corriente: ley de Biot-Savart

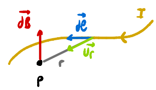
- Sea un hilo conductor de sección S, por el cual circula una intensidad I
- Por el hilo circulan n q cargas por unidad de volumen a velocidad v

  $I = nqSv$

- Las cargas contenidas en el elemento diferencial del conductor de crean un campo dB en un punto P

  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u}_r}{r^2}\, nS\,dl \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qnSv\,d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$

  $\rightarrow \underbrace{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}}_{\text{ley de Biot-Savart}} \longrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$



Campo eléctrico - magnético

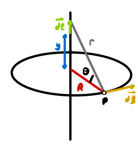
- Dirección
  - Fuerza eléctrica: $\vec{F}_e \parallel \vec{E}$
  - Fuerza magnética: $\vec{F}_m \perp \vec{B}$
- Trabajo
  - Fuerza eléctrica: $W_e \neq 0$
  - Fuerza magnética: $W_m = 0$
- La fuerza magnética no origina cambios en la energía cinética de qv

Ejemplo. Determinar el campo magnético creado por un hilo conductor indefinido por el que circula una intensidad I

Partiendo de la ley de Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\,r}{r^3}\cos\theta$ $\left\{\begin{array}{l} \operatorname{sen}\alpha = \cos\theta \\ dl = dy \end{array}\right.$

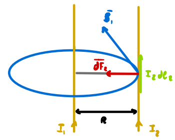
$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{dy\cos\theta}{r^2}$

$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \frac{R}{r} \\ \operatorname{tg}\theta = \frac{y}{R} \rightarrow dy = R\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta \end{array}\right\}$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{R\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta\cos\theta}{\frac{R^2}{\cos^2\theta}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\theta\,d\theta}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\vec{u}_t$



Fuerza entre dos hilos de corriente

- Dados dos conductores paralelos por los que circulan dos intensidades I_1 e I_2, un $d\ell$ de I_2 sometido a la fuerza de I_1: $d\vec{F} = I_2(d\vec{\ell} \times \vec{B}_1)$
  - Por lo que $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$



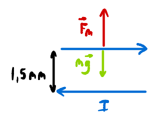
- Como $d\vec{\ell} \perp \vec{B}$ $\quad \dfrac{dF}{d\ell} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$
- Esta fuerza por unidad de longitud de conductor es atractiva si las intensidades circulan en un mismo sentido, repulsivas si es contrario
- μ_0 (permeabilidad magnética en el vacío) $= 4\pi \cdot 10^{-7}\ NA^{-2}$

Ejemplo. Dos barras rectilíneas, horizontales y paralelas, de 50 cm de longitud y separadas por 1,5 mm situadas en un plano vertical, transportan corrientes de $I = 15A$ en sentidos opuestos ¿Qué masa debe situarse en la barra superior para equilibrar la fuerza magnética de repulsión?

La fuerza magnética sobre la barra superior es $F_m = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi R} = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 0{,}5}{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ N$

El peso (hacia abajo) debe equilibrar la fuerza magnética (hacia arriba):

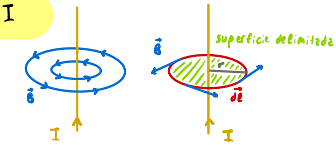
$F_m = mg \rightarrow m = \dfrac{F_m}{g} = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^{-2}}{9{,}8} = 1{,}5306 \cdot 10^{-3}\ Kg$



Circulación magnética. Teorema de Ampere

- Circulación magnética a lo largo de una trayectoria cerrada $C = \int_C B\, dl$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{B} \parallel \vec{dl} \\ B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{array}\right\} \quad C = \int_C \vec{B}\, \vec{dl} = \int_C \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

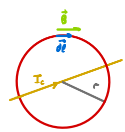


- "La integral curvilínea de B a lo largo de una línea cerrada C es igual a μ_0 veces la intensidad de corriente que atraviesa una superficie cualquiera limitada por una línea cerrada"

$$\oint_B \vec{B}\, \vec{dl} = \mu_0 \sum_C I$$

- Solo es válido para el vacío y corrientes permanentes o estacionarias
- Nos permite calcular el campo magnético que crean ciertas corrientes de cierta simetría de manera fácil, semejante al teorema de Gauss en campo eléctrico.

Ejemplo. Determina el campo magnético creado por un hilo conductor indefinido por el que circula la intensidad I.



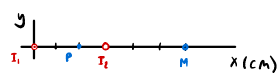
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_t$$

$$\oint \vec{B}\, \vec{dl} = \mu_0 I_c \rightarrow \vec{B} \parallel \vec{dl} \rightarrow B \int dl = B\, 2\pi r = \mu_0 I_c \longrightarrow \underbrace{\boxed{B = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi r}}}_{\text{ley de Ampere}}$$

B: cte en todo el camino cerrado

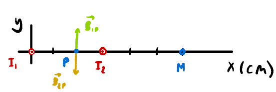
I_c: Intensidad que atraviesa la curva

Ejemplo. Las corrientes rectilíneas I_1 e I_2 son perpendiculares al plano del papel. Calcula el valor y el sentido de la corriente I_2 para que el campo magnético en el punto P sea nulo. ¿Cuál es el valor del campo en el punto M? $I_1 = 4A$



El campo producido por I_1 en P está dirigido hacia arriba:

$$B_{1P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_{1P}} = \frac{4\pi\, 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-5}\, T$$



Para que el campo se anule: $\vec{B}_P = \vec{B}_{1P} + \vec{B}_{2P} \longrightarrow \vec{B}_{1P} = -\vec{B}_{2P}$

Ambos vectores tienen el mismo módulo: $B_{2P} = B_{1P} = 4 \cdot 10^{-5}\, T$

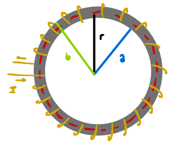
$$I_2 = \frac{B_{2P}\, 2\pi d_{2P}}{2\pi} = \frac{4 \cdot 10^{-5}\, 2\pi \cdot 0{,}01}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 2A \quad (I_2 \text{ debe salir del plano})$$

Ejemplo. Determinar el campo magnético creado por un hilo conductor indefinido por el que circula una intensidad I, arrollado en forma de toroide, con N espiras, de radio interior a y exterior b

Según la ley de Ampère: $\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \sum I_c \rightarrow \vec{B} \parallel d\vec{l} \rightarrow \oint_c B\, dl = B \oint_c dl = B\, 2\pi r = \mu_0 N I \rightarrow$ $B = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

Como curva de integración tomamos una circunferencia de radio r centrada en el toroide. B es constante en todo el círculo

Casos particulares $\begin{cases} r < a \rightarrow B = 0 \rightarrow \text{No existe corriente a través del círculo de radio } r \\ r > b \rightarrow B = 0 \rightarrow \text{La corriente que entra es igual a la que sale} \end{cases}$

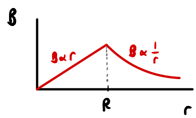


Si $(b-a) \ll$ radio medio $\rightarrow B$ es uniforme en el interior

Ejemplo. Determinar el campo magnético creado por un cable conductor macizo largo de radio R recorrido por una corriente I distribuida uniformemente en todo su área transversal

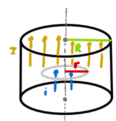
La intensidad que pasa por una sección de conductor es proporcional a la sección

$$\left.\begin{matrix} \pi R^2 \rightarrow I \\ \pi r^2 \rightarrow i \end{matrix}\right\} \quad i = \frac{\pi r^2 I}{\pi R^2} = \frac{r^2 I}{R^2}$$



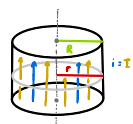
En un punto interior al conductor $(r < R)$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \sum i \rightarrow \oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 i \rightarrow \vec{B} \parallel d\vec{l} = B \text{ cte} \rightarrow B \oint d\vec{l} = \mu_0 i \rightarrow B\, 2\pi r = \mu_0 \frac{r^2 I}{R^2} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$



En un punto de la superficie del conductor $(r = R)$

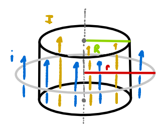
$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \sum I \rightarrow \oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B} \oint d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow B\, 2\pi R = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



En un punto exterior al conductor $(r > R)$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \sum I \rightarrow \oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B} \oint d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow \vec{B} \parallel d\vec{l} = B \text{ cte} \rightarrow B\, 2\pi r = \mu_0 I$$

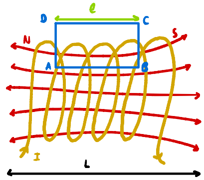
$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r}$$



Ejemplo. Determinar el campo magnético en el interior de un solenoide de N espiras, longitud L, por el que circula una intensidad de corriente I.

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 \sum I \rightarrow \int_A^B \vec{B}\,d\vec{l} + \underbrace{\int_B^C \vec{B}\,d\vec{l}}_{B\perp dl} + \underbrace{\int_C^D \vec{B}\,d\vec{l}}_{B\simeq 0} + \underbrace{\int_D^A \vec{B}\,d\vec{l}}_{B\perp dl} = \mu_0 \sum I \rightarrow \int_A^B B\,dl = \mu_0 \sum I$$

$$\rightarrow Bl = \mu_0\, x\, I \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N \rightarrow L \\ x \rightarrow l \end{array} \rightarrow \frac{N}{x} = \frac{L}{l} \rightarrow x = \frac{Nl}{L} \right\} \rightarrow Bl = \mu_0 \frac{Nl}{L} I \rightarrow B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

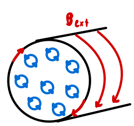


- Vector imanación $\vec{M}$.

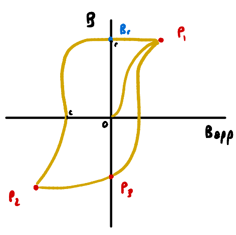
  - Las propiedades magnéticas de la materia se explican por el comportamiento de los materiales a un campo magnético exterior, para ello estudiamos los átomos ante el campo magnético. Este va a ser distinto en función del material (materia → átomos → momento magnético)
  - Cada átomo puede tener un momento magnético por el giro de los electrones alrededor del núcleo y por la rotación respecto a sí mismo ($\vec{m}_i$), donde puede considerarse formado por dipolos magnéticos.
  - El estado magnético de un material se caracteriza por la imanación o magnetización ($\vec{M}$)
  - Imanación: momento magnético por unidad de volumen. $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$ $\frac{A}{m}$
    - Si para todos los puntos del material $\sum \vec{m}_i = 0$. $\vec{M} = 0$, el material está desimanado
  - Cuando el cuerpo está en presencia de un campo magnético $\vec{B}_{ext}$, el cuerpo se imana de mayor a menor medida; se induce un vector M paralelo a $\vec{B}_{ext}$ (convirtiendose en un imán), esto puede ser temporal o permanente

$\mu_r = 1 + \chi_m$ Susceptibilidad magnética del material

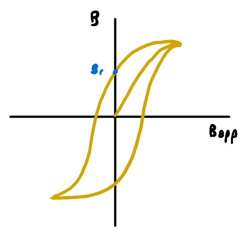
$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$



- Tipos de materiales por su comportamiento magnético
  - Paramagnéticas:
    - Sus átomos poseen momento magnético débil (en dirección y sentido del campo).
    - Si se aplica B_{ext}, se orientan en dirección y sentido de este (lo refuerza)
    - El material adquiere una $\vec{M}$ débil en sentido del campo.
    - $\chi_m > 0$
  - Diamagnéticas:
    - El momento magnético de sus átomos es 0
    - Si se aplica B_{ext}, se orientan en dirección y sentido contrario a este (lo debilitan)
    - $\chi_m < 0$
  - Ferromagnéticas:
    - Los momentos magnéticos de los átomos tienen cierta orientación
    - Estos se orientan con la presencia de $\vec{B}_{ext}$ reforzando la magnetización
    - Al desaparecer el campo, no lo hace la magnetización
    - La persistencia con la que la sustancia retiene la magnetización se clasifica en:
      - Magnéticamente blanda: Se magnetizan con facilidad y pierden su magnetismo igual, la magnetización es destruida por agitación térmica.
      - Magnéticamente dura: Difíciles de magnetizar pero persistente, imanes permanentes.
    - $\chi_m >> 0$, no tiene un valor constante, depende del campo al que se haya expuesto el material.
    - La imanación del material aumenta con $\vec{B}_{ext}$ hasta llegar a ser constante (saturación magnética).
    - La imanación depende del ciclo de imanación previo (histéresis)



Duro



Blando

9. Inducción electromagnética

Inducción electromagnética. Ley de Faraday-Henry y ley de Lenz

- Ley de Faraday-Henry: "Cuando varía ϕ enlazado por un circuito, se origina $\mathcal{E}_{ind}$, cuyo valor es proporcional al ritmo de variación del flujo.
- Ley de Lenz: El signo de $\mathcal{E}_{ind}$ origina una corriente eléctrica que origina un campo cuyo sentido se opone a la variación de flujo producida.

- $\mathcal{E}_{ind} = \dfrac{d\phi_{mag}}{dt}$
  - Como $\mathcal{E}$ está localizada en un circuito

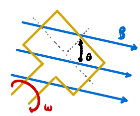
$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{E}_{ind} = \oint \vec{E}\, d\vec{\ell} \\ \phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} \end{array}\right\} \oint \vec{E}\, d\vec{\ell} = \frac{d}{dt}\left(\int_S \vec{B}\, d\vec{S}\right)$$

  - Si el flujo es constante $\oint \vec{E}\, d\vec{\ell} = 0$ (Campo eléctrico conservativo)
  - Si el flujo no es constante $\oint \vec{E}\, d\vec{\ell} \neq 0$

Generador

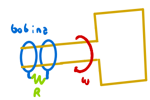
- El elemento básico de un generador de corriente es una bobina girando con velocidad ω dentro de un campo magnético uniforme.
- Flujo instantáneo que atraviesa una bobina: $\phi = NBS\cos\theta = NBS\cos(\omega t + \theta_0)$
- La fem inducida en esta: $\mathcal{E}_{ind} = -\dfrac{d\phi}{dt} = NBS\omega\, \text{sen}(\omega t + \theta_0)$

  $\mathcal{E}_{max} = NBS\omega$



- El flujo magnético variable ha inducido una fem en la bobina, que si tiene resistencia R, produce una intensidad

$$\mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_{max}\, \text{sen}(\omega t + \theta_0) \rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R}\, \text{sen}(\omega t + \theta_0) = I_{max}\, \text{sen}(\omega t + \theta_0)$$



Motor de CA

- La bobina se puede usar como motor de CA.
- Se hace pasar por la bobina una corriente alterna de otro generador.
- El momento debido a la fuerza magnética aparece sobre la bobina y la hace girar, al girar genera una fcem que contrarresta la fem que genera la CA

  $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

- La ley de Faraday se puede comprobar a partir del movimiento de una barra conductora dentro de un campo magnético
  - Los electrones libres del conductor se someten a una fuerza magnética que los desplaza hacia el extremo inferior $\boxed{\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}}$
  - Se crea un campo eléctrico paralelo a la barra. El movimiento de los electrones continua hasta que las fuerzas magnéticas se igualan con las eléctricas $\boxed{-e\vec{E} = e\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}}$
  - Entre los extremos de la barra habrá una diferencia de potencial eléctrico (fem)

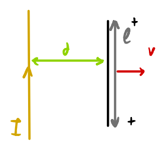
$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = -\int \vec{E}\, d\vec{l} = \int (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{l}} \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} \text{ cte} \\ \vec{v} \text{ cte} \\ \vec{v} \perp \vec{B} \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{ind} = vBl}$$

Ejemplo. Un alambre de 40 cm se mueve con $v = 30$ m/s manteniéndose constantemente paralelo a una constante rectilínea e indefinida de 50 A y alejándose de la misma.

a) Vector campo $\vec{B}$ que la corriente crea sobre el alambre cuando la distancia entre ambos es 25 cm

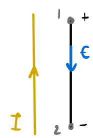
b) $\mathcal{E}_{ind}$ en el alambre en la situación anterior y su sentido.

c) ¿Como variarán los resultados si el alambre se acerca a la corriente en vez de alejarse de ella?



a) Aplicando Ampère: $\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow B\, 2\pi r = \mu_0 I$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi \cdot 0{,}25} = 4 \cdot 10^{-5}\ T \text{ hacia adentro}$$



b) $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B} = -e \times v\vec{i} \times (-B\vec{k}) = -evB\vec{j}$

$\vec{F}_e = -e\vec{E} = -e(-E\vec{j}) = eE\vec{j}$

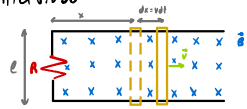
$eE = evB \rightarrow E = vB \rightarrow \vec{E} = vB\vec{j}$

$V_2 - V_1 = \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = -vBl \rightarrow \mathcal{E}_{ind} = \underset{V_1 > V_2}{V_1 - V_2} = vBl = 30 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}4 = 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ V$

c) Se cambia el sentido de dirección del potencial

$V_2 - V_1 = 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ V$

- Si la barra la integramos en un circuito de resistencia R, por el que circula una intensidad



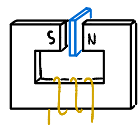
  - La barra hace las veces de generador
  - En cualquier momento, el flujo del campo a través de la superficie S: $\phi = BS = Blx$
  - Como el conductor se está moviendo con velocidad $\vec{v}$, aplicando la ley de Faraday: $\mathcal{E} = \frac{d\phi}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$
    - Se llama fem de movimiento a toda la fem inducida por el movimiento relativo de un conductor respecto a un campo magnético.

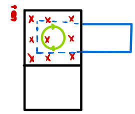
Ejemplo. Un carro metálico rueda sobre dos railes separados entre sí por 3m alcanzando $v_{max} = 20\ m/s$. Calcular el voltaje inducido entre los dos railes si la componente vertical del campo magnético terrestre es $2\cdot 10^{-5}\ Wb/m^2$

Calculamos el flujo a través del circuito: $\phi = BS = Bab \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = Ba\frac{db}{dt} = Bav$

Aplicando las leyes de Faraday-Henry y Lenz: $\mathcal{E} = \frac{-d\phi}{dt} = -Bav = -2\cdot 10^{-5}\cdot 3\cdot 20 = -1{,}2\cdot 10^{-3}\ V$

- Corrientes de Foucault
  - Consideramos el campo magnético creado por un electroimán, con una I_{max} en el centro y menor al alejarse de esta.
  - Si hacemos pasar entre los polos una placa de cobre, notaremos una resistencia
  - No es una fuerza, pues es diamagnético. Se trata de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre corrientes inducidas en la placa (Corrientes de Foucault)

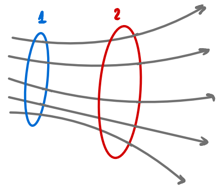




  - Estas aparecen siempre que un conductor extenso tenga sometidas sus puntos a campos magnéticos variables ($\vec{B}$ no uniforme)
  - Las intensidades inducidas tendrán sentido tal que las fuerzas que el campo magnético ejerce sobre ellas se opondrán a la penetración de la placa en el campo y después a su salida.
  - Estas corrientes consumen energía. Se pueden reducir aumentando la resistencia en planos normales al campo (formando masa metálica por láminas delgadas aisladas entre sí por barniz)

Inducción mutua

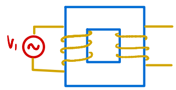
- Sean dos circuitos 1 y 2 de forma cualquiera, por los que circulan intensidades I_1 e I_2
  - La corriente I_1 crea un campo $\vec{B}_1$ proporcional a I_1
  - $\vec{B}_1$ produce un flujo Φ_2 a través del circuito 2, también proporcional a I_1 $\quad \Phi_2 = \int \vec{B}_1\, d\vec{S}_2 = M_{21} I_1$
  - De igual manera ocurre con I_2, $\vec{B}_2$ y Φ_1 $\quad \Phi_1 = \int \vec{B}_2\, d\vec{S}_1 = M_{12} I_2$
  - Donde demostramos que $M_{21} = M_{12} = M$



- Coeficiente de inducción mutua (M) depende de la geometría del sistema y la permeabilidad del medio
- Si I_1 es variable Φ_2 también lo será: $\quad \mathcal{E}_2 = -\dfrac{d\Phi_2}{dt} = -M\dfrac{dI_1}{dt} = -M\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -M\frac{dI_2}{dt} = -M\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

- Unidad de medida de M Henry (H)
- Aplicación = transformador



$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

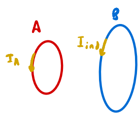
Ejemplo. Dos bobinas A y B tienen 400 y 900 espiras. Una corriente de 3A circulando por la bobina A crea $\Phi = 2\cdot 10^{-4}$ Wb en cada una de las espiras de B.

a) Coeficiente de inducción mutua entre las bobinas

b) Fem inducida B cuando la corriente que circula por A varía de 2 a 1A en 0,1 s

c) Flujo a través de la bobina A cuando por B circula una corriente de 2A

a) $\Phi_B = M I_A \rightarrow M = \dfrac{\Phi_B N_B}{I_A} = \dfrac{2\cdot 10^{-4}\cdot 900}{3} = 6\cdot 10^{-2}$ H



b) $\mathcal{E}_B = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -M\dfrac{dI_A}{dt} = -M\dfrac{\Delta I_A}{\Delta t} = -6\cdot 10^{-2}\,\dfrac{1-2}{0{,}1} = 0{,}6$ V

c) $\Phi_A = M I_B = 6\cdot 10^{-2}\cdot 2 = 0{,}12$ Wb

Autoinducción

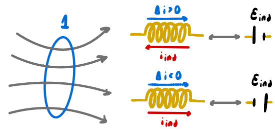
- La intensidad I del circuito 1 tambien crea flujo de inducción a través del propio circuito 1.

- Dicho flujo es proporcional a la intensidad I, y si no hay otras corrientes: $\phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} = LI$

- El coeficiente de autoinducción o inductancia (L) tiene las mismas dimensiones de M y al igual que él, depende del medio y la geometría del circuito. Henry (H)

- Al variar la corriente I que circula por el circuito, tambien producira una variación de flujo y se producira fem de autoinducción: $\varepsilon_1 = \frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$

- La autoinducción cumple la ley de Lenz y la fem inducida tiende a oponerse a la causa que la produce (amortigua el cambio).
  - Si la corriente se debilita, la autoinducción tiende a reforzarla.
  - Si la corriente se intensificara, la autoinducción tiende a debilitarla.



Ejemplo. Un solenoide recto consta de 800 espiras y por el circula una corriente de 6A que origina $\phi = 2 \cdot 10^{-3}$ Wb en el interior de cada una de ellas.

a) Fem inducida en la bobina si la corriente se interrumpe en 10^{-1} s

b) El coeficiente de autoinducción del solenoide.

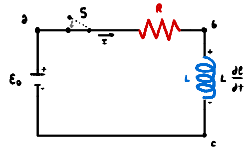
a) $\varepsilon = \frac{-d\phi}{dt} = \frac{-\Delta\phi N}{\Delta t} = -\frac{0-(2\cdot 10^{-3})\,800}{0{,}1} = 16\,V$

b) $\phi = LI \rightarrow L = \frac{\phi N}{I} = \frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 800}{6} = 0{,}2\widehat{6}\ H$

b') $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \rightarrow L = -\varepsilon\frac{dt}{dI} = -16\,\frac{0{,}1}{0-6} = 0{,}2\widehat{6}\ H$

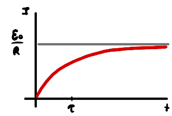
Régimen transitorio en el circuito RL

- Los elementos de un circuito que presentan un coeficiente de autoinducción o inducción mutua importante se denominan inductancias L



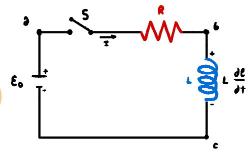
- En el circuito representado, al cerrar el interruptor S se inicia la conducción
- La fem del circuito será ε_0 de la pila más fem de autoinducción $\varepsilon_1 = -L\frac{dI}{dt}$
  - Aplicando la ley de Ohm: $\varepsilon_0 - L\frac{dI}{dt} = IR \rightarrow \frac{-dI}{\frac{\varepsilon_0}{R} - I} = \frac{-dt}{\frac{L}{R}}$
  - Constante de tiempo del circuito $(\tau) = \frac{L}{R}$
  - Integrando $\ln\left(\frac{\varepsilon_0}{R} - I\right) = \frac{-t}{\tau} + cte$
  - Para $t=0$ e $I=0$, es constante: $\ln\left(\frac{\varepsilon_0}{R} - I\right) = \frac{-t}{\tau} + cte \rightarrow \ln\left(\frac{\varepsilon_0}{R}\right) = cte \rightarrow \ln\left(\frac{\varepsilon_0}{R} - I\right) = \frac{-t}{\tau} + \ln\left(\frac{\varepsilon_0}{R}\right)$

$$\ln\left(\frac{\frac{\varepsilon_0}{R} - I}{\frac{\varepsilon_0}{R}}\right) = \frac{-t}{\tau} \rightarrow \frac{\varepsilon_0}{R} - I = \frac{\varepsilon_0}{R}e^{\frac{-t}{\tau}} \rightarrow I = \frac{\varepsilon_0}{R}\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$



  - La inducción retarda el establecimiento de la corriente en el circuito
  - τ representa el tiempo que tarda en alcanzar el 63% de la carga máxima
- Al cabo de un tiempo suficientemente largo, se habrá alcanzado la intensidad de régimen $I = \frac{\varepsilon_0}{R}$
- Si en ese momento se elimina la pila aplicando la ley de Ohm: $-L\frac{dI}{dt} = IR$

$$\rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$



  - Integrando $\ln I = -\frac{R}{L}t - cte \left\{\begin{matrix} t=0 \\ I = I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}\end{matrix}\right\}$ $cte = -\ln\frac{\varepsilon_0}{R} \rightarrow I = \frac{\varepsilon_0}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$
    - Al suprimir la pila, la autoinducción supone una fem que tiende a mantener la corriente.
    - Al cabo de un tiempo τ, la intensidad se ha reducido al 37% inicial

Energía del campo magnético

- Cerrando el interruptor S en $t=0$, la intensidad, la intensidad que circula en el instante t es:

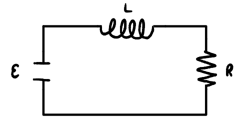
$$\varepsilon_0 - L\frac{de}{dt} = IR$$

- Entre t y $t+dt$ la pila hace circular una carga Idt, entregando al circuito una energía:

$$dW = \varepsilon_0 I\,dt \rightarrow dW = LI\,dI + I^2R\,dt$$

  - Energía desprendida en la resistencia por el efecto Joule $I^2R\,dt$
  - Energía electromagnética que queda almacenada en el campo magnético asociado a la intensidad $LI\,dI$
- La energía magnética total entre $t=0$ y el instante en que I vale: $U = \int_0^I LI\,dI \rightarrow U = \frac{1}{2}LI^2$

Ejemplo. Se conecta una bobina con autoinducción 3H y resistencia 12 Ω a una batería de 24V



a) Constante de tiempo del circuito τ

b) Intensidad que circula cuando a transcurrido un tiempo igual a τ

c) Valor de la corriente final

d) Energía que se ha almacena en la bobina cuando se alcanza el valor final de la corriente

a) $\tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ H/Ω

b) $I = \frac{\varepsilon_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0{,}63\frac{\varepsilon_0}{R} = 1{,}26\,A$

c) $I = \frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{24}{12} = 2\,A$

tiempo carga bobina $\rightarrow \infty$

d) $U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}3\cdot 2^2 = 6J$

Ecuaciones de Maxwell

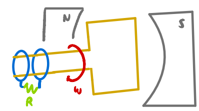
- Se consideran la base de los fenómenos eléctricos o magnéticos.
- Ecuaciones en el espacio libre (en ausencia de dieléctrico o magnético).

- 1º ley Maxwell: las fuentes del campo eléctrico son las cargas eléctricas $\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow \Delta E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- 2º ley Maxwell: el campo magnético es solenoidal, no hay monopolos aislados $\oint \vec{B}\, d\vec{A} = 0 \rightarrow \Delta E = 0$
- 3º ley Maxwell: otra fuente de campo eléctrico son las variaciones de campo magnético $\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow \text{rot}\, E = -\frac{\partial B}{\partial t}$
- 4º ley Maxwell: las fuentes de campo magnético son intensidades de corriente y corrientes de desplazamiento

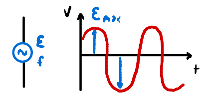
$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

10. Corriente alterna

Generador elemental de corriente alterna

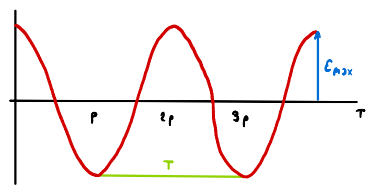


- El elemento básico de un generador de corriente alterna o alternador es una bobina girando a velocidad angular ω constante dentro de un campo magnético uniforme.
  - El flujo instantáneo que atraviesa la bobina es: $\phi = NBS\cos\theta = NBS\cos(\omega t + \theta_0)$
  - La fem inducida de la misma: $\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = NBS\omega\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$
    $\varepsilon_{max} = NBS\omega$
  - La I de la misma: $I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{NBS\omega\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)}{R}$

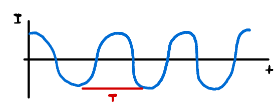


Corriente alterna

- $\varepsilon_{ind} = \varepsilon_{max}\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$
- Generador de corriente alterna -(~)-
- Se denomina CA (en español y AC en inglés [alternating current]) a la corriente eléctrica en la que la magnitud y dirección varían cíclicamente.
- Amplitud de la función (ε_{max}) → Fem máxima
- Periodo de la fem $\left(T = \frac{2\pi}{\omega}\right)$ → Tiempo que tarda en recorrer un ciclo completo
- Frecuencia $\left(f = \frac{1}{T}\right)$ → Ciclos realizados por unidad de tiempo Hz



- La CA es una corriente:
  - Variable en el tiempo
  - Su sentido cambia periódicamente, pasando de positivo a negativo y viceversa
  - Simétrica (mismos valores ±)
  - Sinusoidal $I(t) = I_0\cos(\omega t)$ o $I(t) = I_0\,\text{sen}(\omega t)$
    - Amplitud o intensidad máxima (I_0)
    - Frecuencia angular (ω) rapidez con la que cambia I rad/s. Está relacionado con la frecuencia (ν) Hz $\omega = 2\pi\nu$ y con el periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ s



- CA respecto CC
  - Ventajas
    - Es transformable, con lo que es fácil obtener altas o bajas tensión, según convenga.
    - Es rectificable (convertible en CC)
    - Puede transportarse a larga distancia con menos pérdidas en los cables, aprovechando la transformación de alta tensión
    - Puede generar gran cantidad de energía, aprovechando diversas fuentes.
  - Desventajas
    - Capacidad de almacenamiento. Es más fácil almacenar energía de CC en pilas y baterías, para dispositivos que consumen poca potencia. La CA no puede almacenarse, debe ajustarse la producción a la demanda en el momento. Por ello es mejor usar CC en dispositivos pequeños, que consuman poca energía y sean portátiles y CA cuando requiere mucha potencia.

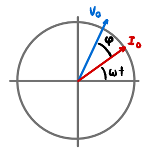
- Valor eficaz de una función periódica
  - El valor medio de una tensión alterna es cero, por lo que este valor no da información de una tensión alterna
  - Valor eficaz de la corriente alterna: valor de una corriente continua que al circular por una determinada resistencia produce los mismos efectos caloríficos (igual potencia disipada) que dicha corriente variable (CA).

$$V_{ef} = \sqrt{\text{Promedio}(V^2)} = \sqrt{\frac{\int_0^T V^2\,dt}{T}} = \sqrt{\frac{\int_0^T V_{max}^2 \operatorname{sen}^2(\omega t+\theta_0)\,dt}{T}} = \sqrt{\frac{V_{max}^2}{2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \rightarrow V = \sqrt{2}\,V_{ef} \operatorname{sen}(\omega t+\theta_0)$$

$$\rightarrow I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Representación fasorial de una función periódica.

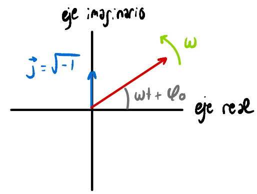
- Los fasores son una herramienta muy útil para representar magnitudes que varían senoidalmente. Un fasor es una magnitud compleja (con parte real e imaginaria) que rota con una velocidad angular (ω)
  - Módulo: I_0, V_0
- Argumento: Ángulo (radianes) que forma con el eje X. Es ωt en el caso de la intensidad y $\omega t + \varphi$ en caso de la tensión.
  - Al rotar, la proyección del fasor sobre el eje real nos da:



$$I(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

- Fasor: vector giratorio en el plano complejo con ω constante



  - El fasor se puede representar por número complejo.
    - Forma binómica: $\vec{Y} = Y_{max} \cos(\omega t + \theta_0) + Y_{max} \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\vec{j} = a + b\vec{j}$
    - Forma polar: $\vec{Y} = Y_{max} \underline{|\omega t + \theta_0}$
- La parte real, es la resistencia del elemento y está relacionado con el consumo real de energía.
- La parte imaginaria, se denomina reactancia, y está relacionada con la energía almacenada en forma de campos eléctricos o magnéticos.
  - Cambio de coordenadas
    - Cartesianas a polares $\begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} \end{cases}$
    - Polares a cartesianas $\begin{cases} a = r\cos\theta \\ b = r \operatorname{sen}\theta \end{cases}$
    - La cantidad $\cos\theta$ se denomina "factor de potencia"

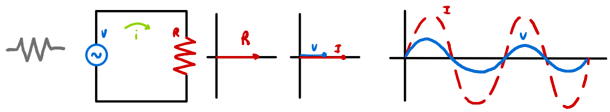
- Elementos de un circuito de CA

  - En CA los elementos conectados en el circuito, en general, introducen un desfase entre la intensidad y la tensión. Este desfase hace que no haya una proporcionalidad entre los valores instantáneos de intensidad y tensión, como ocurría en CC. No se cumple la ley de Ohm, tal y como la conocíamos, con los valores instantáneos $I(t)$ y $V(t)$.

  - Esta proporcionalidad sí existe entre fasores y también entre valores máximos V_{max} e I_{max}, o eficaces V_{ef} e I_{ef}. Esto hace que podamos expresar: $V_{ef} = Z\, I_{ef}$
    - La magnitud que relaciona los valores se denomina impedancia (Z) Ω

- Resistencias:
  - Un elemento puramente resistivo se comporta en CA igual que en CC. No introduce desfase entre tensión e intensidad, su impedancia es igual a su resistencia.
  - Para una resistencia sí se cumple la ley de Ohm incluso con valores simultáneos.

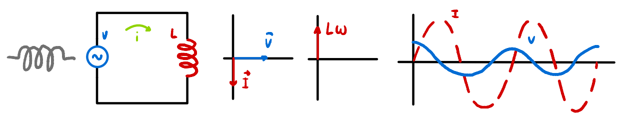
$Z_R = R$ $\quad$ $\theta = 0$ $\quad$ $V = Ri$ $\quad$ $\vec{V} = R\vec{I}$ (eficaces máximos)



- Bobinas:
  - En CA, una autoinducción introduce un desfase $\frac{\pi}{2}$ entre tensión e intensidad (desfase positivo, la tensión está adelantada). Si $R=0$, la impedancia es solo reactiva (Reactancia inductiva X_L) y depende del coeficiente de autoinducción (inductancia, L) y de la frecuencia (ω)

$Z_L = X_L \vec{j}$ $\quad$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\quad$ $X_L = L\omega$

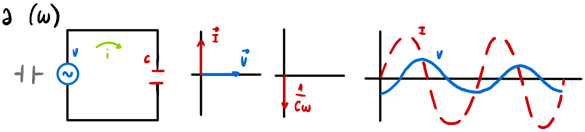
$V - L\frac{di}{dt} = 0 \rightarrow V = L\frac{di}{dt}$ $\quad$ $\vec{V} = L\frac{d\vec{i}}{dt} = L\omega\, \vec{j}\, \vec{I}$



- Condensadores:
  - En CA, un condensador un desfase $-\frac{\pi}{2}$ entre tensión e intensidad (desfase negativo, la tensión está retrasada). La impedancia es solo reactiva (Reactancia capacitiva X_C), y depende de la capacidad del condensador (C) y de frecuencia (ω)

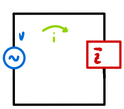
$Z_C = -X_C \vec{j}$ $\quad$ $\theta = -\frac{\pi}{2}$ $\quad$ $X_C = \frac{1}{C\omega}$

$V = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i\,dt$ $\quad$ $\vec{V} = \frac{-1}{C\omega \vec{j}}\, \vec{I}$



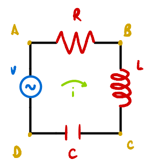
- Impedancia:

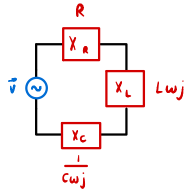
$$\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} \begin{cases} \vec{Z} = \vec{R} & \text{(Resistencia)} \\ \vec{Z} = L\omega\vec{j} & \text{(Bobina)} \\ \vec{Z} = \frac{-1}{C\omega\vec{j}} & \text{(Condensador)} \end{cases}$$



Circuito RLC serie recorrido con CA

$$V\,sen(wt) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$





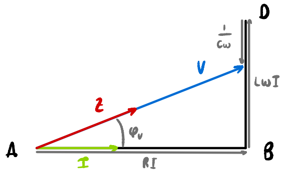
$$\vec V = R\vec i + Lwj\,\vec i + \frac{1}{Cwj}\vec i \rightarrow \vec V = \left(R + Lwj + \frac{1}{Cwj}\right)\vec i$$

$$\vec Z_T = \left[R + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)i\right]$$

$$\vec Z_T = \sum \vec Z_i \rightarrow \vec i = \frac{\vec V}{\vec Z_T}$$

$$Z_T = \sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}$$

$$\varphi_z = arctg\left(\frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R}\right)$$

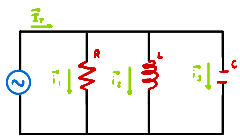


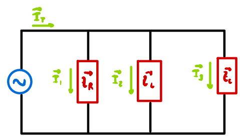
Circuito RLC paralelo

$$V\,sen(wt) = Ri \qquad \vec V = R\vec I_1$$

$$V\,sen(wt) = L\frac{di}{dt} \qquad \vec V = Lw\vec I_2$$

$$V\,sen(wt) = \frac{1}{C}\int i\,dt \qquad \vec V = \frac{1}{Cwj}\vec I_3$$





$$\vec I_1 = \frac{V|\underline{0}}{R|\underline{0}} = \frac{V}{R}|\underline{0}$$

$$\vec I_2 = \frac{V|\underline{0}}{Lw|\underline{90}} = \frac{V}{Lw}|\underline{-90}$$

$$\vec I_3 = \frac{V|\underline{0}}{\frac{1}{Cw}|\underline{-90}} = VCw|\underline{90}$$

$$\vec I_T = \vec I_1 + \vec I_2 + \vec I_3 = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{Lwj} + Cwj\right)\vec V = \frac{\vec V}{\vec Z_T} \rightarrow \frac{1}{\vec Z_T} = \sum\frac{1}{\vec Z_i} = \frac{1}{\vec Z_R} + \frac{1}{\vec Z_L} + \frac{1}{\vec Z_C}$$

- Potencia de una CA. Factor de potencia.

  - Potencia de una resistencia: Como no tiene diferencia de fase:
    - Potencia instantánea $P(t) = \mathcal{E}(t) I(t)$
    - Potencia media $P = \frac{\mathcal{E}_{ef}^2}{R} = R I_{ef}^2$
    - La resistencia disipa energía en forma de calor por efecto Joule

  - Potencia de un condensador: En un instante dado, la energía puede estar entrando o saliendo del condensador, dependiendo de si en ese momento se carga o descarga. Como la corriente oscila sinusoidalmente, la energía promedio disipada en el condensador es cero.
    - Potencia instantánea $P(t) = \mathcal{E}(t) I(t)$
    - Potencia media $P = \langle P(t) \rangle = -\frac{\mathcal{E}_0^2}{X_C} \langle \cos wt \operatorname{sen} wt \rangle = 0$

  - Potencia de una bobina: Ocurre igual que con el condensador
    - Potencia instantánea $P(t) = \mathcal{E}(t) I(t)$
    - Potencia media $P = \langle P(t) \rangle = -\frac{\mathcal{E}_0^2}{X_L} \langle \cos wt \operatorname{sen} wt \rangle = 0$

  - Potencia compleja: Cada uno de los términos de esta potencia compleja tiene su significado
    - Potencia activa o de un circuito (Watios, W) es la potencia suministrada al circuito por el generador y se disipa en las resistencias o se convierte en energía mecánica
      $P = V_{ef} I_{ef} \cos \delta$
    - Potencia reactiva (Voltio Amperio reactivo, VAR) es la que se intercambia entre los componentes C y L, no es reutilizable, por lo que interesa que sea el mínimo.
      $Q = V_{ef} I_{ef} \operatorname{sen} \delta$
    - Potencia aparente (Voltio Amperio, VA) Máxima potencia activa que se puede suministrar al circuito
      $S = V_{ef} I_{ef}$

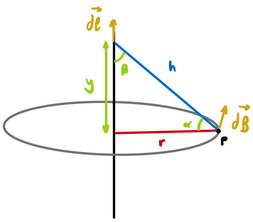
  - Con estas tres se obtiene el triángulo de potencias $S = P + Qj$
    - El factor potencia (FP) es la relación de potencia activa (KW) y potencia aparente (KVA) a la hora de convertirlo en potencia útil $\cos \delta = \frac{P}{|S|}$

      Z_T

Extra

- Desarrollo Biot - Savart

$$\left.\begin{aligned} \vec{dB} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\,\vec{dl}\times\vec{u_r}}{h^2}S_n \\ I &= qvS_n \end{aligned}\right\} \vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\vec{dl}\times\vec{u_r}}{h^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\vec{dl}\times h}{h^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\vec{dl}\,h}{h^3}\operatorname{sen}\alpha = \frac{\mu_0 I \operatorname{sen}\alpha\,\vec{dl}}{4\pi h^2} = \frac{\mu_0 I\cos\beta\,\vec{dl}}{4\pi h^2}$$



$$\cos\beta = \frac{r}{h}$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{y}{r} \longrightarrow y = r\operatorname{tg}\beta \longrightarrow dy = dl = \frac{r}{\cos^2\beta}\,d\beta$$

$$\vec{B} = \int \vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\cos\beta\,\vec{dl}}{h^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\cos\beta\,\frac{r}{\cos^2\beta}}{\frac{r^2}{\cos^2\beta}}\,d\beta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\cos\beta}{r}\,d\beta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$