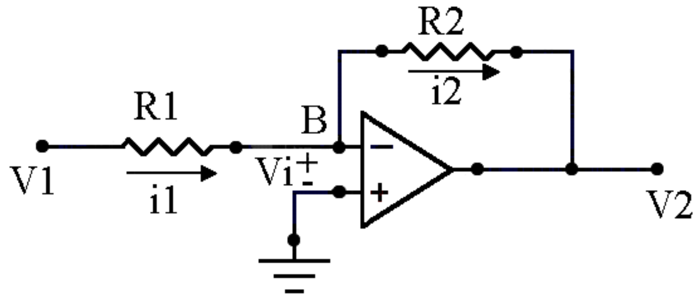
4. CIRCUITO BÁSICOS CON A.O.'s

Vamos ha ver en este apartado la gran versatilidad de los amplificadores operacionales para el diseño de circuitos electrónicos.

4.1 Inversor

En la siguiente figura se muestra el montaje para el funcionamiento básico del A.O. (denominada también configuración inversora).



Como se ve se trata de una configuración de A.O. realimentado. Sin dificultad se observa que se trata de una realimentación de tensión en paralelo.

Un análisis mediante la realimentación vista en problemas lleva a la expresión de la ganancia en tensión con realimentación:

$$Avf = -\frac{R_2}{R_1}$$

Sin embargo a esta conclusión se puede llegar sin necesidad de utilizar el concepto de realimentación mediante un sencillo razonamiento que será muy útil posteriormente, pues se aplica prácticamente a todos los circuitos con A.O.

Al aplicar V_1 a la entrada (-) en el circuito mostrado se establecen las corrientes i_1 e i_2 y aparecerán las tensiones V_i y V_2 que calculamos:

Del circuito tendremos:

$$i_1 = \frac{(V_1 - V_i)}{R_1} \quad ; \quad i_2 = \frac{(V_i - V_2)}{R_2}$$

La tensión V_2 y la entrada al A.O. Vi se relacionan mediante la ganancia A_V que de momento vamos a considerar finita para posteriormente hacerla tender a ∞.

$V_2 = -A_V V_i$. El signo (-) es debido a la configuración inversora.

Al ser $R_i = \infty$ (impedancia de entrada) no se va a derivar corriente del nudo B hacia la entrada no inversora que está a tierra, luego $i_1 = i_2$.

Con las ecuaciones anteriores se puede escribir:

$$i_1 = i_2 \; ; \; \frac{(V_1 - V_i)}{R_1} = \frac{(V_i - V_2)}{R_2} \; ; \; R_1V_i - V_2R_1 = R_2V_1 - R_2V_i$$

y sustituyendo $V_i = \dfrac{-V_2}{A_V}$ queda:

$$(R_1 + R_2)V_i = R_2V_1 + R_1V_2;$$

$$\frac{-(R_1 + R_2)V_2}{A_V} = R_2V_1 + R_1V_2 \quad ; \quad V_2 = \frac{-(V_1R_2)}{\left\{R_1 + \left[\frac{(R_1 + R_2)}{A_V}\right]\right\}}$$

Si en esta expresión hacemos $A_V \rightarrow \infty$ queda:

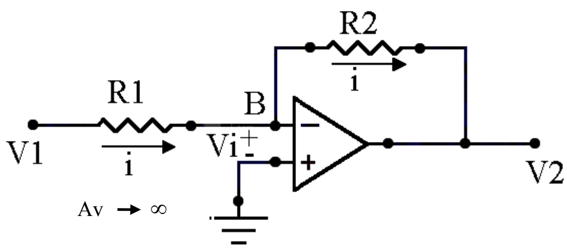
$$V_2 = \frac{-V_1R_2}{R_1}$$

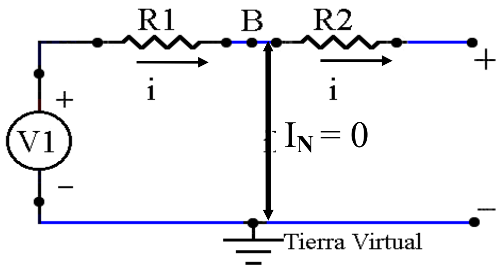
luego la ganancia con realimentación del amplificador ideal vale: $Avf = -R_2/R_1$ que concuerda con la expresión obtenida anteriormente. Se trata pues de una ganancia muy estable que se puede controlar fácilmente actuando sobre R_1 y R_2.

La tensión V_i en la entrada del A.O. es $V_i = -V_2/A_V$. Si la ganancia es ∞ y V_2 una tensión finita (como será en la práctica) debe ser $V_i = 0$. Esto trae como consecuencia que el punto B estará a tensión cero y se comporta como si estuviera unido a tierra, o sea un cortocircuito, pero por éste cortocircuito no circula corriente por lo que se dice que el punto B está a "tierra virtual".

Este hecho se utiliza en el análisis de circuitos con A.O. y es el equivalente a considerar que la ganancia A_V es infinita.

La situación se ilustra en las siguientes figuras:





Por último hay que decir que R_1 y R_2 pueden ser impedancias en el caso más general dependientes de la frecuencia w ó de s, Z_1 y Z_2 con lo que $Avf = -Z_2 / Z_1$.

Cuando las señales no sean sinusoidales, la expresión de la ganancia sigue siendo válida, pero aplicando la transformada de Laplace.

La señal de entrada y de salida estarían invertidas, debido al signo negativo de la ganancia.

La impedancia de entrada sería :

$$Z = \frac{Ve}{i_1} = R_1$$

y la de salida : Zs = 0

debido a que estamos mirando la salida del integrado.

Su ganancia era:

Avf = -Z'/Z = Vo /Vs

Puede constituir un cambiador de signo sin más que hacer Avf = -1

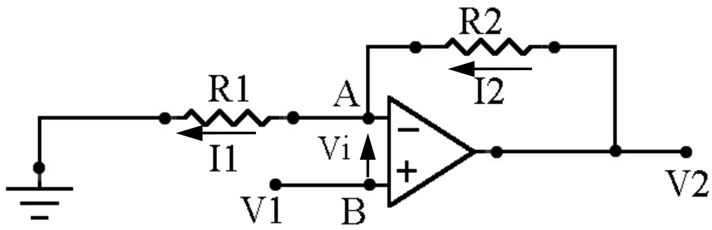
- Un cambiador de escala Z'/Z = k Avf = -k con lo que la salida queda multiplicada por k.
- Cambiador de fase.

Z y Z' iguales en módulo pero con diferente ángulo de fase. Con ello se puede obtener un cambiador de fase de 0 a 360º (ó ±180).

Véase la diferencia entre diseñar un amplificador con transistores a hacerlo con A.O.'s. En este último caso, el circuito es más sencillo y más exacto, además el proceso de diseño es mucho más simple.

4.2 Amplificador no inversor

El circuito es el de la figura:



Se ve que la entrada se aplica a la entrada no inversora (+).

Considerado el A.O. ideal, entre A y B hay un cortocircuito virtual como ya se vio y, por tanto, Vi= 0. Es decir, la tensión V_1 aparece en B pero no fluye corriente a través del cortocircuito.

Podemos escribir:

$i_1 = V_B / R_1 = V_1 / R_1$; $i_1 = i_2$ al no derivarse corriente hacia el amplificador por ser $Ri = \infty$.

La tensión de salida será:

$$V2 = i2 \cdot R2 + V1 \quad \text{y sustituyendo } i_2 = i_1 \text{ ; } \quad V2 = V1 \cdot \frac{(R1 + R2)}{R1}$$

$$\text{y} \qquad AVf = \frac{V2}{V1} = \frac{(R1 + R2)}{R1}$$

Obsérvese que la ganancia es positiva, por lo que la salida está en fase con la entrada.

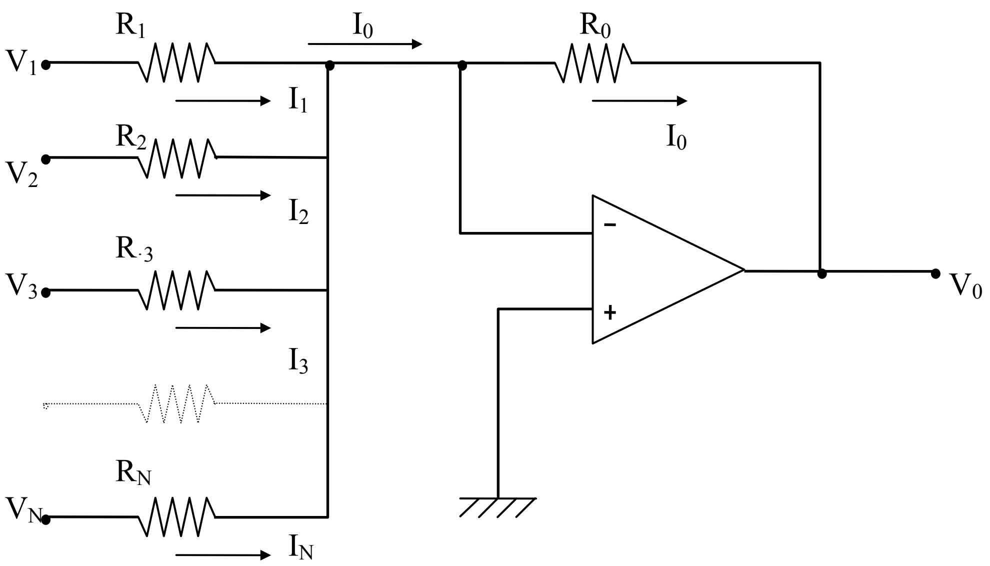
La impedancia de entrada Ze= ∞ puesto que la señal se aplica directamente al A.O. que suponemos ideal con $R_i = \infty$.

La impedancia de salida es nula como en el caso anterior al ser $R_0 = 0$

En este circuito, las señales de entrada y salida están es fase.

4.3- Sumador.-

El circuito es el de la figura:



Obtengamos la salida V_0 (realiza una suma analógica) sin interacción entre las entradas debido al "cortocircuito virtual".

$I_1 = V_1 / R_1$; $I_2 = V_2 / R_2$; .... ; $I_N = V_N / R_N$

$I_0 = I_1 + I_2 + ... + I_N$

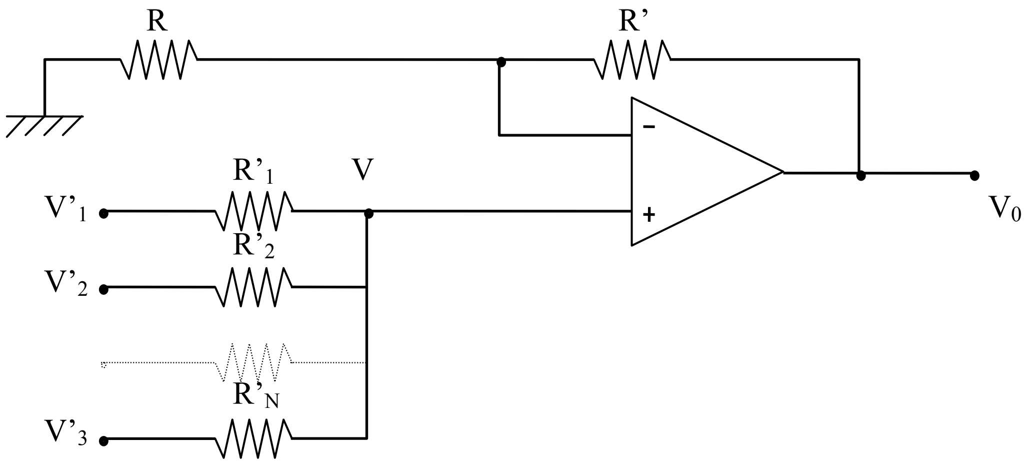
$V_0 = -I_0 R_0 = - (V_1R_0 / R_1 + V_2 R_0 /R_2 + ... + V_N R_0 / R_N)$

Si todas las resistencias fueran iguales

$V_0 = - (V_1 + V_2 + ...+ V_N)$

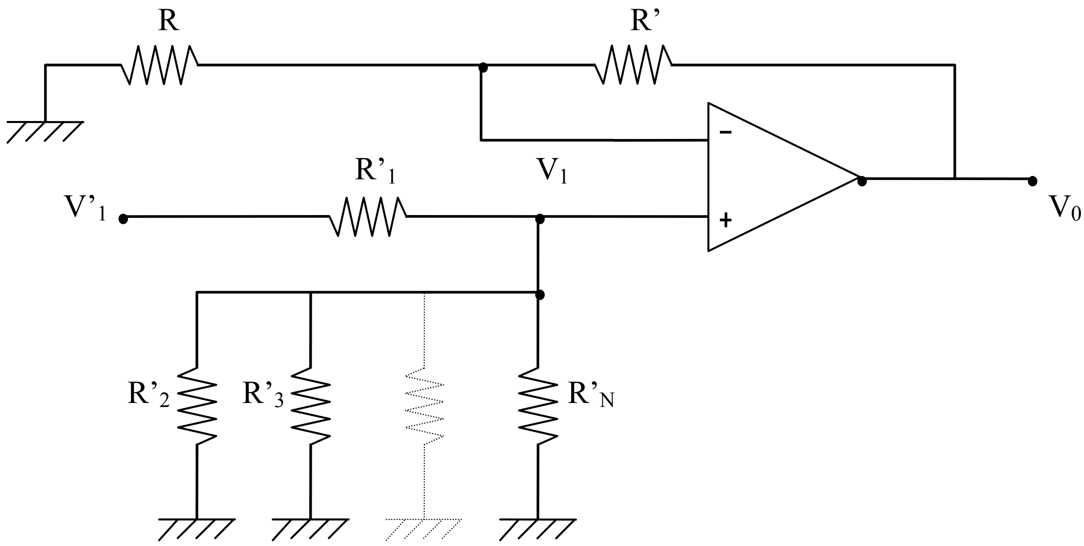
4.4.- Sumador no inversor.-

Se puede construir también un sumador utilizando el A.O. no inversor.



La salida $V_o = [(R+R') / R]\ V$ donde V es la tensión a la entrada no inversora.
La tensión V la obtendremos por superposición:

Consideremos que solo actúa la entrada V'_1. Las demás son cero y se llevan a tierra.



La tensión V_1 debida a V'_1 ser :

$V_1 = [V'_1(R'_2||R'_3....||R'_N)] \ / \ [R'_N+(R'_2||R'_3....||R'_N)]$

$V_1 = V'_1R'_{p1}/(R'_1+R'_{p1})$ donde hemos llamado R'_{p1} el paralelo de todas las resistencias unidas al nudo no inversor excepto R'_1.

Procediendo lo mismo para las otras entradas obtendremos:

$$V_1 = \frac{V'_1\, R'_{p1}}{R'_1 + R'_{p1}} \;;\; V_2 = \frac{V'_2\, R'_{p2}}{R_2 + R'_{p2}} \;;\; V_n = \frac{V'_n\, R'_{p2}}{R_2 + R'_{p2}}$$

Si todas las resistencias son iguales por ejemplo a R'_1 queda :

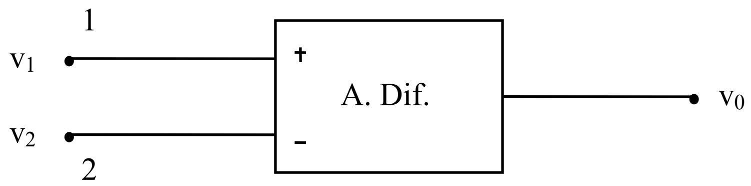
$$V_1 = \frac{V'_1\, R'_{p1}}{R_1 + R'_{p1}} \;;\quad R'_{p1}=R'_{p2}=....=....=....=R'_{pn}=\frac{R'_1}{n-1}$$

$$V_1 = \frac{V'_1 \frac{R'_1}{n-1}}{R'_1 + \frac{R'_1}{n-1}} = \frac{V'_1\, R'_1}{(n-1)R'_1 + R'_1} = \frac{V'_1}{n}$$

$V = (1 / n) (V'_1+V'_2+....+V'_N)$ y $v_o= [(R+R') / R]\, V$ se obtiene la suma sin inversión.

4.5 Amplificador diferencial

Conviene analizarlo como un bloque genérico y construirlo mediante un A.O.



En el A. diferencial ideal según ya vimos la salida era:

$V_o=A_d\,(v_1-v_2)$

Siendo A_d la ganancia del A. diferencial (D-A). Se ve que cualquier señal común a las dos entradas no produce ningún efecto sobre la tensión de salida Vo.

En la práctica como sabemos lo anterior no se cumple y la salida también depende del modo común que vamos a definir como $V_c = (1/2)(v_1+v_2)$ (1)

La ent. diferencial es $V_d = v_1 - v_2$

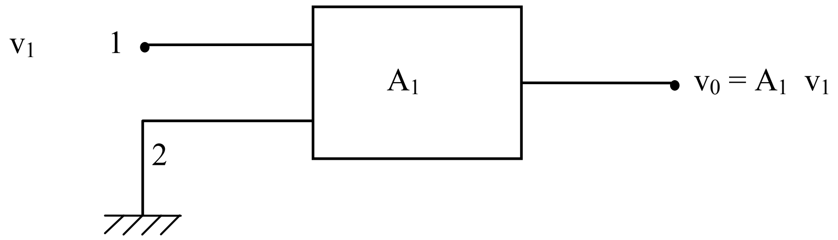
Por ejemplo si una de las señales es v_1= 50µV y v_2= -50µV la salida no ser la misma que si v_1= 1050µV y v_2= 950µV aunque la diferencia sea en ambos casos v_d= 100µV.

La señal del modo común al aplicar la expresión anterior $Vc= (1/2)(v_1+v_2)$ es evidentemente distinta.

De lo visto se concluye con el hecho de que la salida del A. dif. puede expresarse como una combinación lineal de dos tensiones de entrada, es decir:

$Vo= A_1v_1+A_2v_2$ (2)

A_1 y A_2 son las ganancias de tensión de cada entrada con la condición de que la otra está a tierra. Por ejemplo A_1 será:



De las ecuaciones (1) se obtiene

$v_1 = v_c + v_d / 2$

$v_2 = v_c + v_d / 2$

sustituyendo estas ec. en (2) queda.

$Vo=A_1(v_c+v_d/2)+A_2(v_c-v_d/2)=Vc(A_1+A_2)+V_d[(A_1/2)-(A_2/2)]$ luego,
$Vo= A_dv_d+A_cv_c$

siendo $A_d = (A_1-A_2)/2$ y $A_c= A_1+A_2$

A_d es la ganancia para la señal diferencial y A_c es la ganancia para la señal común.
Veamos ahora una forma de medir A_d y A_c, haciendo $v_1 = - v_2 = 0{,}5V$ queda v_d= 1V y $v_c = 0$.

En estas condiciones de la ecuación:

$v_0 = A_dv_d + A_cv_c$ queda:

$A_d = v_o / v_d$ el valor medido de v_o nos da el valor de A_d.

Si ahora hacemos: $v_1 = v_2 = 1V$; v_d=0 y v_c=1V, luego: $A_c=v_0/v_c$; la tensión de salida mide ahora la ganancia A_c del modo común.

Se define CMRR = ρ = |Ad| / |Ac|

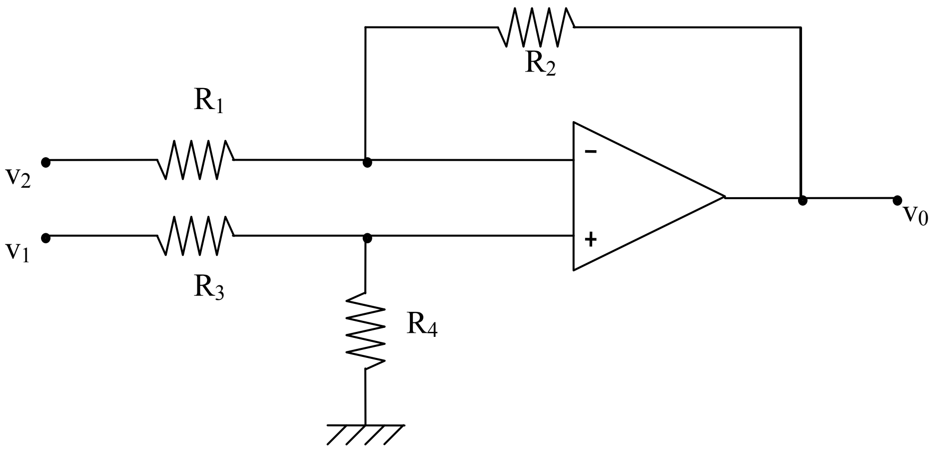
De la ecuación $v_o = A_d v_d + A_c v_c$ y puede obtenerse v_o en función de ρ.

$v_o = A_d v_d \,(1+ (1/\rho)\, (v_c/v_d))$

como se dijo se suele expresar en dB.

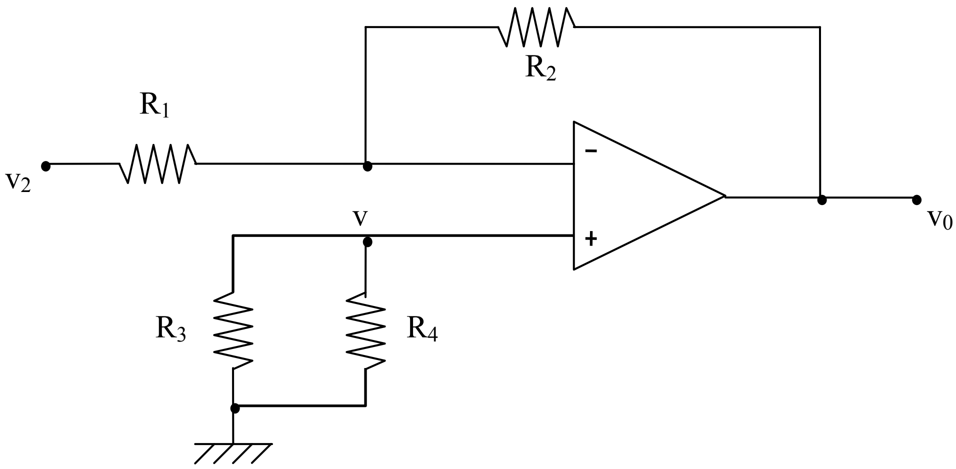
Se ve que interesa que ρ sea alto.

Veamos ahora un A.dif. construido con A.O. El esquema de circuito es el siguiente:



Para obtener v_0 se emplea de nuevo el principio de superposición.

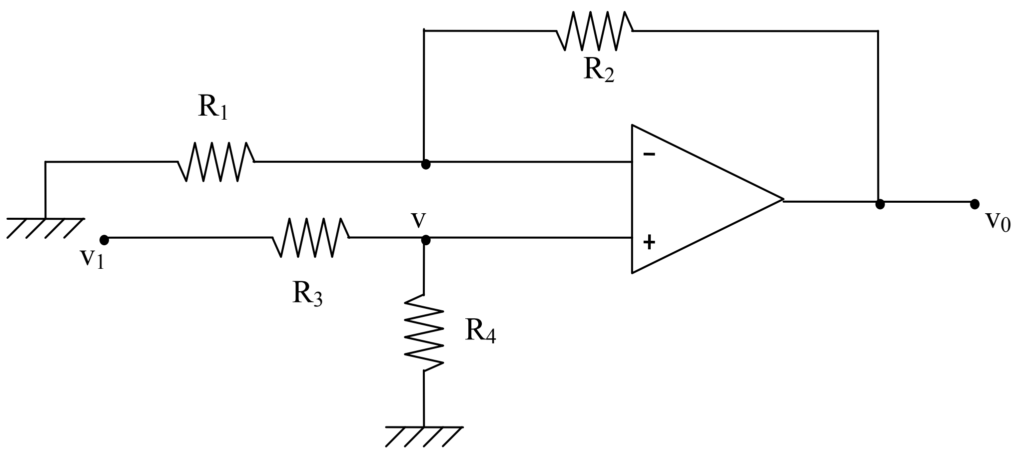
1) Llevar v_1 a tierra y consideramos solo la entrada v_2.



Si se considera el A.O. con corrientes de polarización nula. El terminal no inversor est a una tensión v = 0.

$v_{o1}= -(R_2/R_1)v_2$

2) Hacemos ahora $v_2=0$



La tensión v será: $v = v_1R_4 / (R_3+R_4)$, y vo de la expresión de la ganancia de A.O. no inversor ser :

$v_{o2} = [(R_2+R_1) / R_1]\, v = [(R_2+R_1) / R_1]\, [R_4 / (R_3+R_4)]\, v_1$

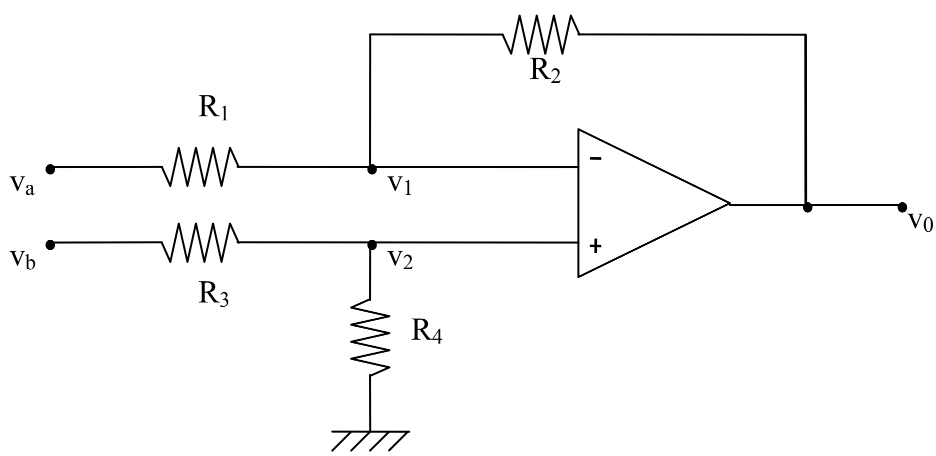
sumando ahora las salidas debidas a 1) y 2)

$v_o = v_{o1}+v_{o2} = -(R_2/R_1)\, v_2+ [R_4 / (R_3+R_4)]\, [(R_2+R_1) / R_1]\, v_1$

Si ahora hacemos: $R_1 / R_2 = R_3 / R_4$ ó $R_3 = R_1$, $R_2 = R_4$ queda:

$v_o=(R_2 / R_1)\, (v_1-v_2)$

salida proporcional a la diferencia de las tensiones de entrada v_1-v_2.



Como hemos visto este Amplificador produce idealmente una salida v_o que es proporcional (R_2/R_1) a la diferencia de las señales de entrada v_b y v_a.

Sin embargo en el caso real aparece en la salida un pequeño término proporcional a la tensión del modo común $(v_a+v_b) / 2$.

Vamos a ver como en el Amplificador realimentado, la componente de la salida v_o proporcional a la señal del modo común, se reduce por un valor alto del CMRR, mientras que la componente diferencial tiene una ganancia R_2/R_1 como ya vimos.

En el circuito anterior se puede escribir:

$$v_o= A_d(v_2-v_1)+A_c(v_2+v_1)/2 \qquad (1)$$

Del circuito tendremos:

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_b$$

v_1 (por superposición) quedará:

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_a + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$$

Sustituyendo en (1) queda:

$$v_o = A_d \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_b - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_a - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \right] + \frac{A_c}{2} \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_b + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_a + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \right] +$$

$$+ v_o \left[1 + A_d \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{A_c}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] =$$

$$= A_d \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_b - \frac{A_d R_2}{R_1 + R_2} v_a + \frac{A_c}{2} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) v_b + \frac{A_c}{2} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) v_a +$$

$$+ v_o \left[1 + A_d \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{A_c}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] = \frac{A_d R_2}{R_1 + R_2} \left(v_b - v_a \right) + \frac{A_c}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(v_b + v_a \right)$$

$$\left[v_o = \frac{\frac{A_d R_2}{R_1 + R_2} (v_b + v_a) + \frac{A_c R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{v_b + v_a}{2} \right)}{1 + \frac{A_d R_1}{R_1 + R_2} - \frac{A_c R_1}{2\left(R_1 + R_2 \right)}} \right] \qquad (2)$$

Como en general $A_d >> A_c$ y $A_d >> (R_1+R_2) / R_1$, el derivador de (2) se puede poner como: $(A_dR_1) / (R_1+R_2)$ con lo que v_o queda:

$$\left[v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_b - v_a) + \frac{R_2}{R_1}\frac{A_c}{A_d}\left(\frac{v_b + v_a}{2}\right)\right] \quad (3)$$

En esta expresión tenemos que $\frac{A_c}{A_d} = \frac{1}{CMRR}$ con lo que el 2º término será pequeño para un alto CMRR.

Típicamente $A_d \cong 10^5$, $A_c \cong 1$ por lo que la señal del modo común $(v_b + v_a) / 2$ se verá atenuada por 10^5.

Supongamos un caso en el que v_b-v_a= 0,1 mV ; R_2 / R_1=1 y CMRR = 10^5 si tomamos, por ejemplo, una señal del modo común $(v_a + v_b) / 2$ = 10 V el error de v_o será: $v_o = 0{,}1 + 10/10^5 = 0{,}1$ mV + 1 mV. Se ve que el error de 1mV que aparece por la señal del modo común, es mayor que el término diferencial $(R_2 / R_1)(v_b - v_a)$, lo que no será tolerable. Para asegurar un error menor del 1% con $v_b - v_a = 0{,}1$ mV debe ser $(v_a+v_b) / 2 \leq 100$ mV.

Obsérvese la diferencia entre las expresiones:

$$\left[v_o = A_d(v_2 - v_1) + A_c\left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right)\right] \quad \text{y}$$

$$\left[v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_b - v_a) + \frac{R_2}{R_1}\frac{A_c}{A_d}\left(\frac{v_b + v_a}{2}\right) = \frac{R_2}{R_1}(v_b - v_a) + \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{CMRR}\left(\frac{v_b + v_a}{2}\right)\right]$$

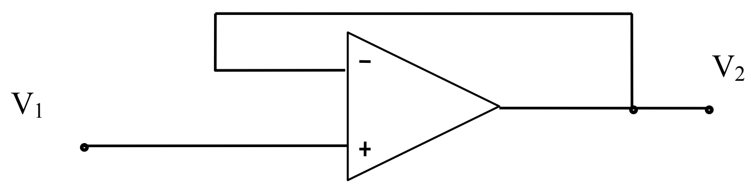
la 1ª expresión se puede poner también como sabemos sacando factor común

$A_d(v_2$-$v_1)$ como $\left[v_o = A_d(v_2 - v_1)\left[1 + \frac{1}{CMRR}\left(\frac{v_2 + v_1}{2(v_2 - v_1)}\right)\right]\right]$

Estas expresiones permiten distinguir claramente entre A_d y (R_2 / R_1) ; v_2-v_1 y v_b -v_a, etc. En cualquier caso se ve que interesa un alto valor del CMRR.

4.6-Seguidor de tensión.-

Es la siguiente configuración no inversora:



Sin dificultad se observa utilizando el p. de la cortocircuito virtual $V_2 = V_1$, por tanto, la tensión de entrada V_1 aparece en la salida. Obsérvese que la impedancia de entrada es muy alta (no inversora; teóricamente de forma ideal infinito) y la de salida nula; por lo que el circuito es un buen adaptador de impedancias.

Se cumple que:

$$V_1 = V_2$$

El generador de entrada se encuentra con una impedancia infinita, por lo que no entrega corriente.

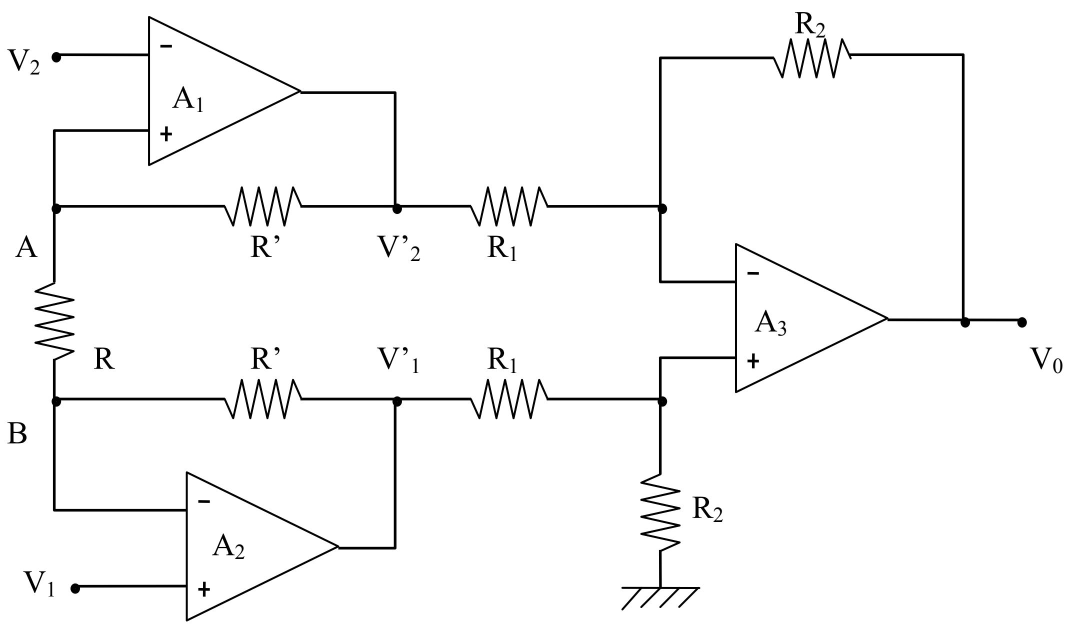
Desde el terminal de salida, la impedancia es nula, por lo que podría obtenerse cualquier corriente.

Se utiliza para trabajar con pilas patrones, por las que no debe circular corriente, y para bajar la impedancia en un punto determinado de una cadena de etapas.

4.7- Amplificador de instrumentación.-

Para la amplificación de señales muy débiles de transductores, como termopares, señales biológicas, etc, interesa que la impedancia de entrada del amplificador sea muy alta y la relación de rechazo CMRR. buena.

Estos amplificadores se denominan de instrumentación y un esquema básico puede ser el siguiente:



Vamos a comprobar que la ganancia de cada amplificador A_1 y A_2 es la unidad (seguidor) para la tensión del modo común y es alta para la señal diferencia.

Suponiendolos A.O. ideales, por el principio del cortocircuito virtual, la tensión V_2 aparece en el terminal A (-) de A_1 y la señal V_1 en el B (-) de A_2, luego la diferencia

$V_1 - V_2$ aparece en bornas de la resistencia R. Si se considera una señal de modo común, tendremos $V_1 - V_2 = 0$, por tanto, por R no pasa corriente y tampoco por R'.

En consecuencia $V'_2 = V_2$ y $V'_1 = V_1$ y los amplificadores A_1 y A_2 se comportan como seguidores deganancia unidad para el modo común.

Si V_1 es distinto de V_2, habrá corriente en R y también en R', con lo que $V'_2-V'_1 > V_2-V_1$.

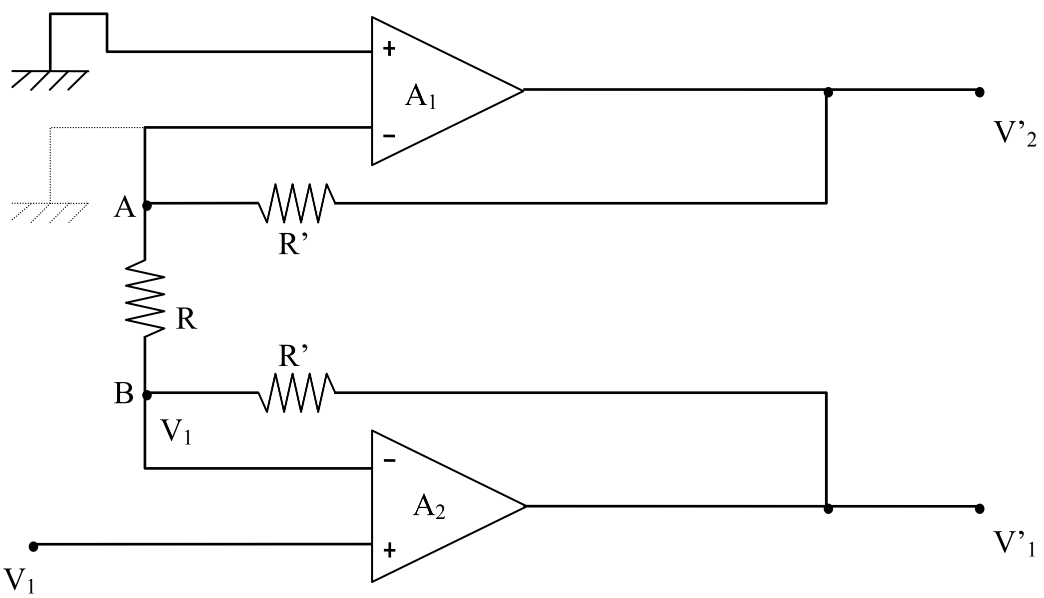
Así pues la ganancia diferencial se aumenta y, por tanto, la relación CMRR.

Vamos a calcular la tensión de salida vo y la ganancia. De nuevo se aplica al p. de superposición.

1) $V_2 = 0$ $V_A = 0$ (p. de la tierra virtual) quedará el siguiente circuito del que deducimos.

$V'_2 = -(R' / R)\ V_1$ (se trata de un A.O. inversor A_1)

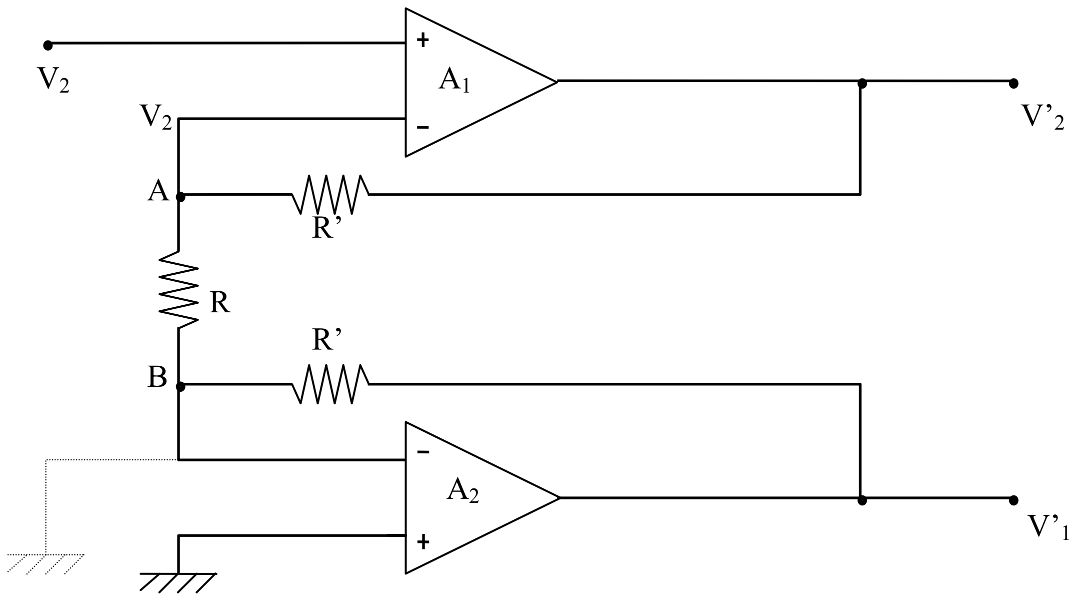
$V'_1 = [(R+R') / R]\ V_1$ (es un A.O. no inversor A_2)



La salida debida a estas dos señales será:

$$V_{01} = \frac{R_2}{R_1}(V'_1 - V'_2) = \frac{R_2}{R_1}\left[\left(\frac{R+R'}{R}\right)V_1 + \frac{R'}{R}V_1\right] = \frac{R_2}{R_1}\left(\frac{R+2R'}{R}\right)V_1$$

2) Hacemos $V_1 = 0$ y $V_B = 0$ (p. de la tierra virtual). Quedará el circuito:



$V'_2 = [(R+R') / R]\ V_2$ (A.O. no inversor A_1)

$V'_1 = -(R' / R)\ V_2$ (A.O. inversor A_2)

$$V_{O1} = \frac{R_2}{R_1}\left(V'_1 - V'_2\right) = \frac{R_2}{R_1}\left[\left(-\frac{R'}{R} - \frac{R+R'}{R}\right)V_2\right]$$

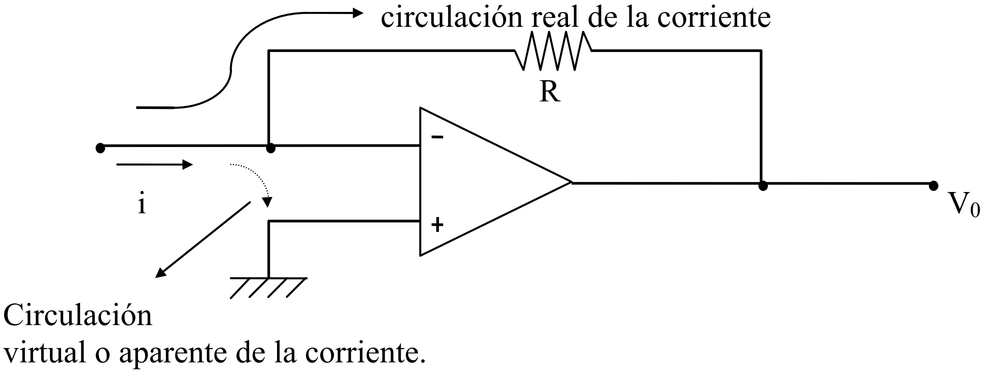
Sumando ambas salidas queda:

$V_o = V_{o1} + V_{o2} = (R_2 / R_1)\ [(R+2R') / R]\ (V_1 - V_2)$

Vemos que la ganancia diferencial puede variarse con una R ajustable.

4.8- Convertidor corriente - tensión.-

El circuito permite obtener una tensión que es proporcional a una corriente, presentando una impedancia de entrada nula (es decir, no perturba el camino de corriente).



Obsérvese que se cumple $v_o = -i\,R$.

El cortocircuito virtual hace que la caída de tensión entre los terminales de ent. sea nula como otras veces. Por tanto, la impedancia de entrada. vista desde el terminal de
entrada es nula.

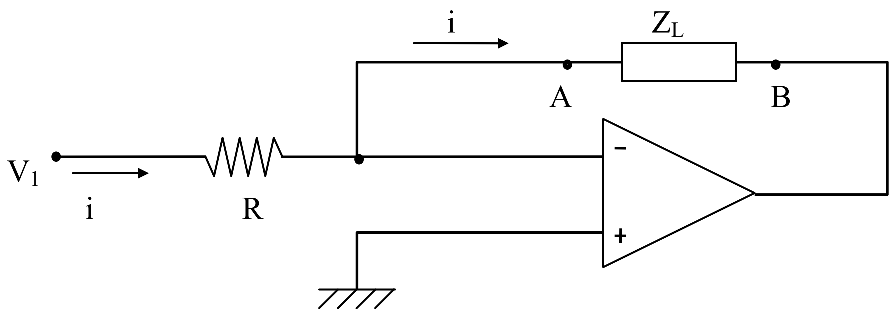
Desde el terminal de salida, la impedancia ha de ser nula y $V_o = I$, para que sea un generador de tensión que ha cambiado el valor de la corriente por tensión.

Como $V_o = -I\ R$, haciendo $R = 1$ y cambiando el signo con un inversor de ganancia unidad, ya se obtiene $Vo = I$.

La impedancia de salida es cero, al estar tomada por la salida del operacional.

4.9- Convertidor tensión - corriente.-

La corriente en la carga Z_L es $i=V_1/R$ independientemente del valor de Z_L.

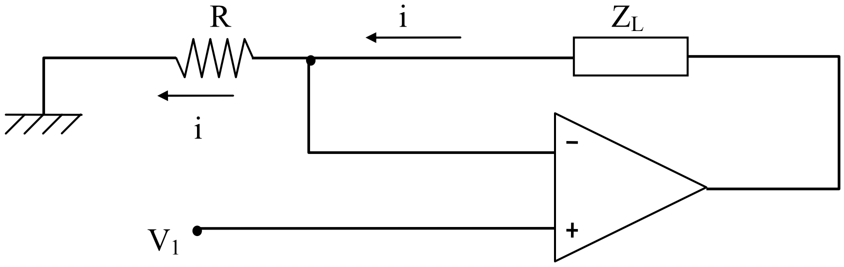


La corriente en la carga es:

$i=V_1/R$

El circuito se comporta, por tanto, como una fuente de corriente cte, entre los terminales A y B.

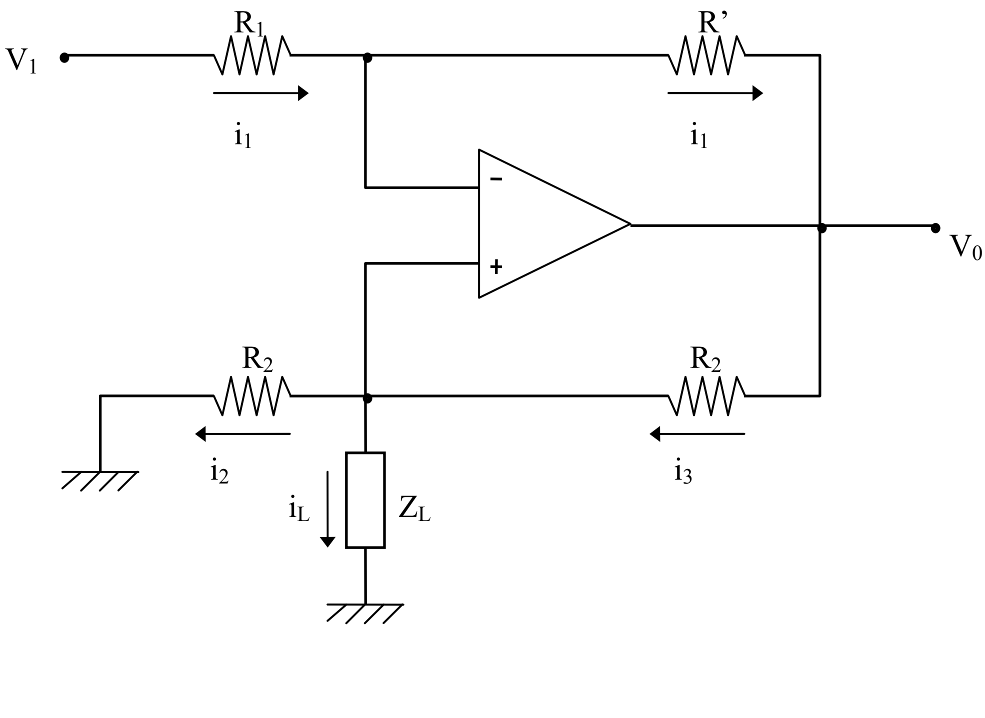
El convertidor tensión - corriente puede también construirse con una A.O. no inversor. El circuito sería:



Una vez más debido al cortocircuito virtual la corriente i es independiente de la carga Z_L.

$i = V_1 / R$; la impedancia de entrada es muy alta debido a la configuración no inversora.

Si la carga Z_L interesa que está a tierra se puede utilizar el siguiente circuito:



Una vez más por el cortocircuito virtual la tensión V'_o aparece en el terminal (-) del A.O. Podemos pues escribir:

$i_1 = (V_1 - V'_o) / R_1 = (V'_o - V_o)\ R'$; $(V_1/R_1) + (V_o/R') = [(1/R_1) + (1/R')]\ V'_o$

De donde obtenemos la tensión $V'_0 = \left(\dfrac{V_1}{R_1} + \dfrac{V_O}{R'}\right) \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R'}}$

En el nudo (+) del A.O. tenemos.

$i_3 = (V_o - V'_o) / R_3 = i_L + i_2 = i_L + (V'_o/R_2)$

$i_L = (V_o/R_3) - V'_o\,[(1/R_3) + (1/R_2)]$ y sustituyendo la expresión de V'_0 anterior queda:

$$i_L = \frac{V_o}{R_3} - \frac{V_o}{R'}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{1}{\dfrac{1}{R'} + \dfrac{1}{R_1}}\right) - \frac{V_1}{R_1}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{1}{\dfrac{1}{R'} + \dfrac{1}{R_1}}\right)$$

Para que sea una fuente de corriente cte. debe ser i_L sólo función de V_1 y no de V_0, por lo que el coeficiente de V_0 debe ser nulo, es decir:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R'}\left(\frac{\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_2}}{\dfrac{1}{R'} + \dfrac{1}{R_1}}\right) \quad ; \quad \frac{1}{\cancel{R_3}} = \frac{R_2 + R_3}{\cancel{R_3} R_2}\left(\frac{1}{1 + \dfrac{R'}{R_1}}\right) \quad ; \quad 1 + \frac{R'}{R_1} = 1 + \frac{R_3}{R_2} \qquad (*)$$

luego (**) $(R'/R_1) = (R_3/R_2)$ y con esta condición sustituyendo en la expresión de i_L queda:

$$i_L = -\frac{V_1}{R_1}\left(\frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}\right)\left(\frac{R' R_1}{R_1 + R'}\right)$$

De la condición (*)

$$\frac{R_1 + R'}{R_1} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R'} = \frac{R_2}{R_1}$$

sustituyendo en i_L:

$$i_L = -\frac{V_1}{R_1}\frac{R'R_1}{R_2R_3}\frac{R_2}{R_1} = -\frac{V_1}{R_1}\frac{R'}{R_3}$$

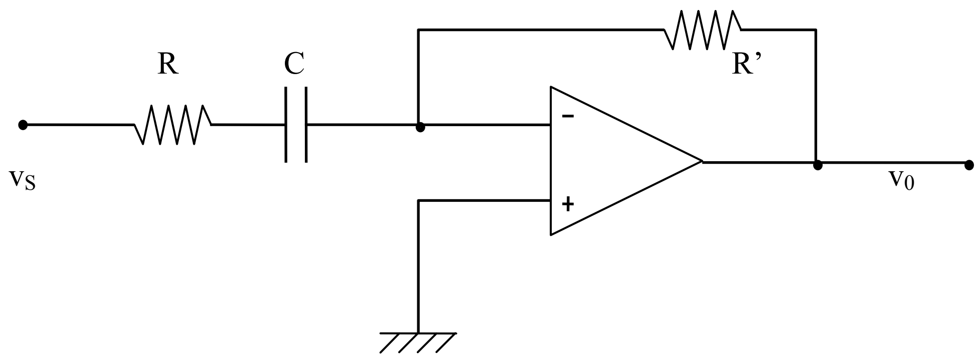
y utilizando (**)

$$\left[i_L = -V_1\frac{R_3}{R_2}\frac{1}{R_3} = -\frac{V_1}{R_2} \right]$$

4.10.- Amplificador acoplado en alterna.-

A veces se precisa la amplificación en alterna bloqueando las señales continuas.

Puede utilizarse el circuito siguiente:



La f. de T. es utilizando 1/cs para la impedancia del condensador.

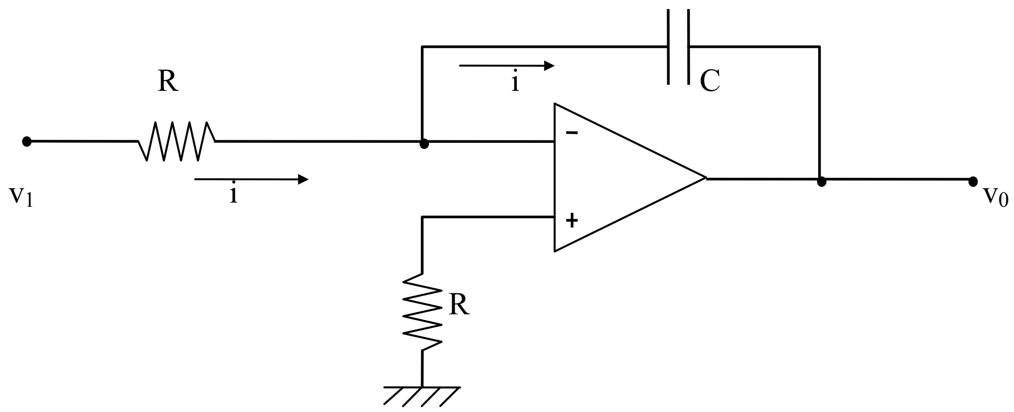
$v_o / V_s = -R' / (R+1/Cs) = -(R'/R)s / (s+1/RC)$

Vemos que la frecuencia de corte es $w_c = 1/RC$ y la ganancia a frecuencias medias $A_{vf} = -R' / R$ como corresponde al inversor.

4.11. Integrador

Un integrador básico sería el de la siguiente figura, denominado integrador Miller:

El circuito integrador es el siguiente:



Utilizando una vez más el principio de la tierra virtual se tiene i = v_1 / R. Además

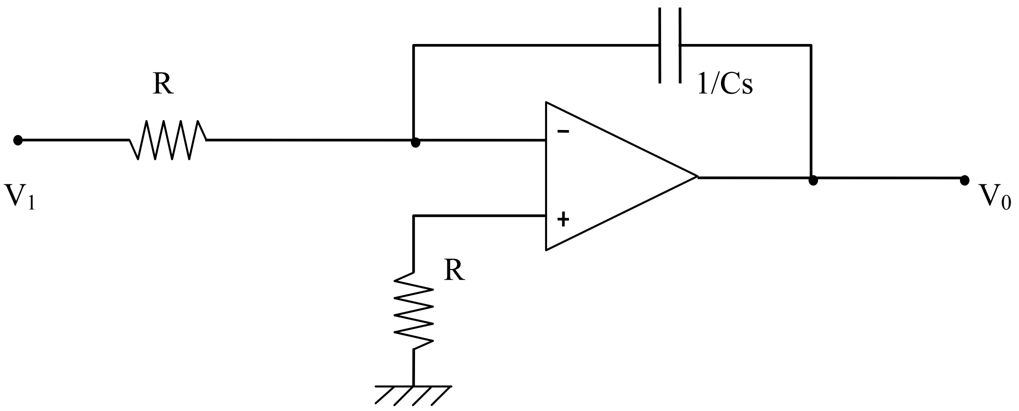
$$v_o = -\frac{1}{C}\int idt + V_{10}$$

siendo V_{10} la tensión inicial que pudiera tener el condensador en el instante t = 0. Luego sustituyendo i queda:

$$v_0 = -\frac{1}{RC}\int V_1 dt + V_{10}$$

Como se ve, la tensión de salida es proporcional a la integral de la tensión de entrada v_1.

A la misma conclusión se puede llegar utilizando la impedancia compleja 1/Cs para el condensador.



Se tendrá:

V_o= -(1 / RCs) V_1

y tomando la transformada inversa de Laplace:

$$v_o = -\frac{1}{RC}\int v_1 dt$$

con condiciones iniciales nulas, es decir, suponiendo que $V_c = 0$ en t = 0.

Respuesta al escalón unitario.

De la expresión v_0 considerando condiciones iniciales nulas se ve que

si $v_1 = 1$ $\Rightarrow$ $v_o = -t / RC$

si $v_1 = -1$ $\Rightarrow$ $v_o = t / RC$

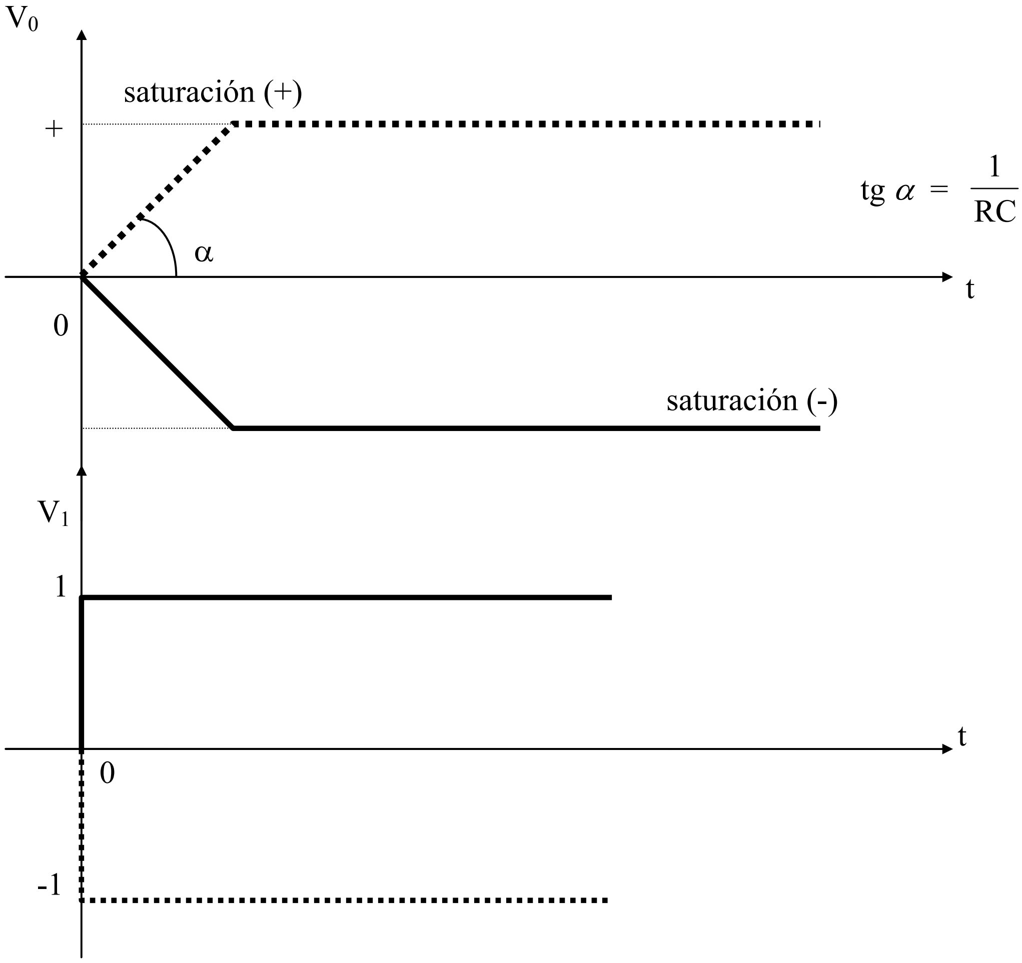
Veamos, por ultimo, la Función de Transferencia y el diagrama de Bode.
La función de transferencia ya hemos visto que es:

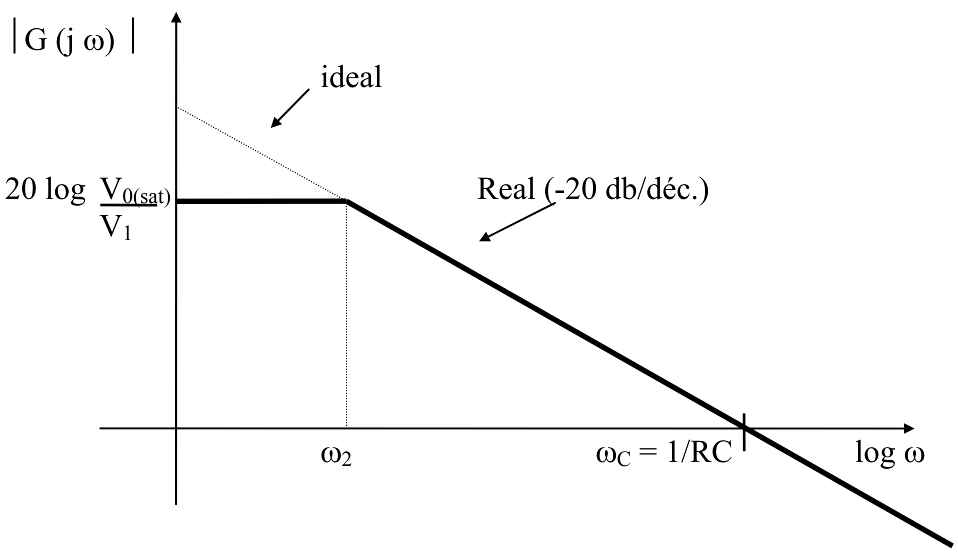
$G(s) = V_o(s) / V_1(s) = -1 / RCs$

si hacemos s=jw queda

G(jw) = -1 / (jw RC)

Como vemos es un polo en el origen con la cte. -1 / RC.
Así el diagrama de Bode será una recta de pendiente -20 db/déc que corte al eje de 0 db en w_c= 1 / RC, es decir, -20 log (wt) con T = R C ser cero cuando w_c T = 1, w_c=1 / T = 1 / RC.
En la práctica obsérvese que para frecuencias < w_2 la curva se mantiene cte. debido a la saturación del A.O.

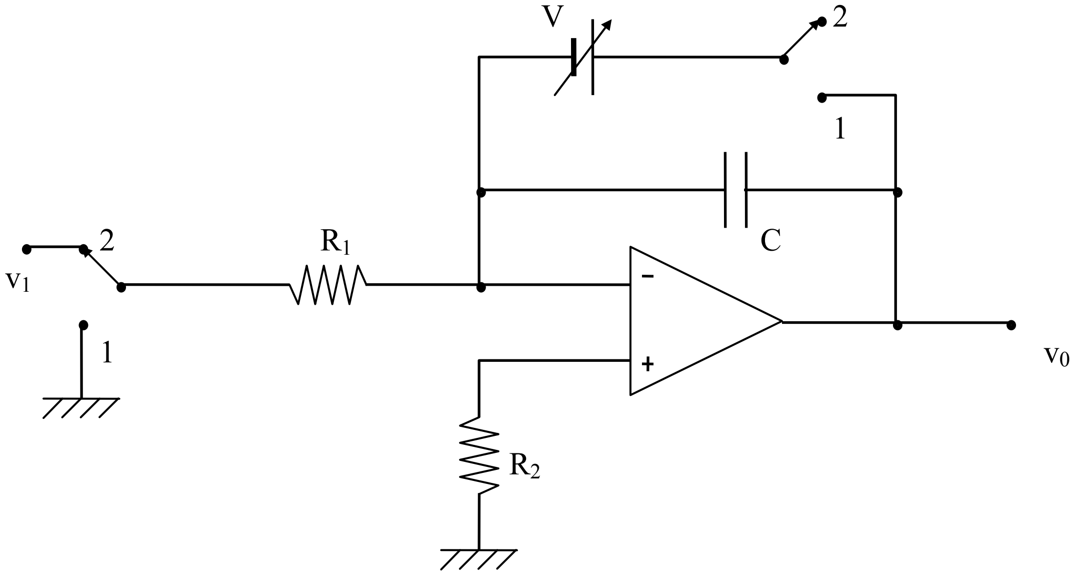




Debido a la asimetría, corrientes de polarización tensión de offset, sucede que el condensador se va cargando paulatinamente aún en ausencia de señal de entrada v_1 con lo que se alcanza la saturación.

En la práctica el circuito debe tener componentes externos que aseguren las condiciones iniciales.

Un circuito práctico es el mostrado:



Cuando el conmutador se pone en la posición 1 (ambos) la ent. es $v_1 = 0$ y C se carga a la tensión V, fijando la condición inicial $v_o = V$

Cuando el conmutador pasa a la posición 2, el integrador funciona sumándose a V el efecto integrador.

R_2 debe ser igual a R_1 para minimizar el efecto de las corrientes de polarización.

Integrador real

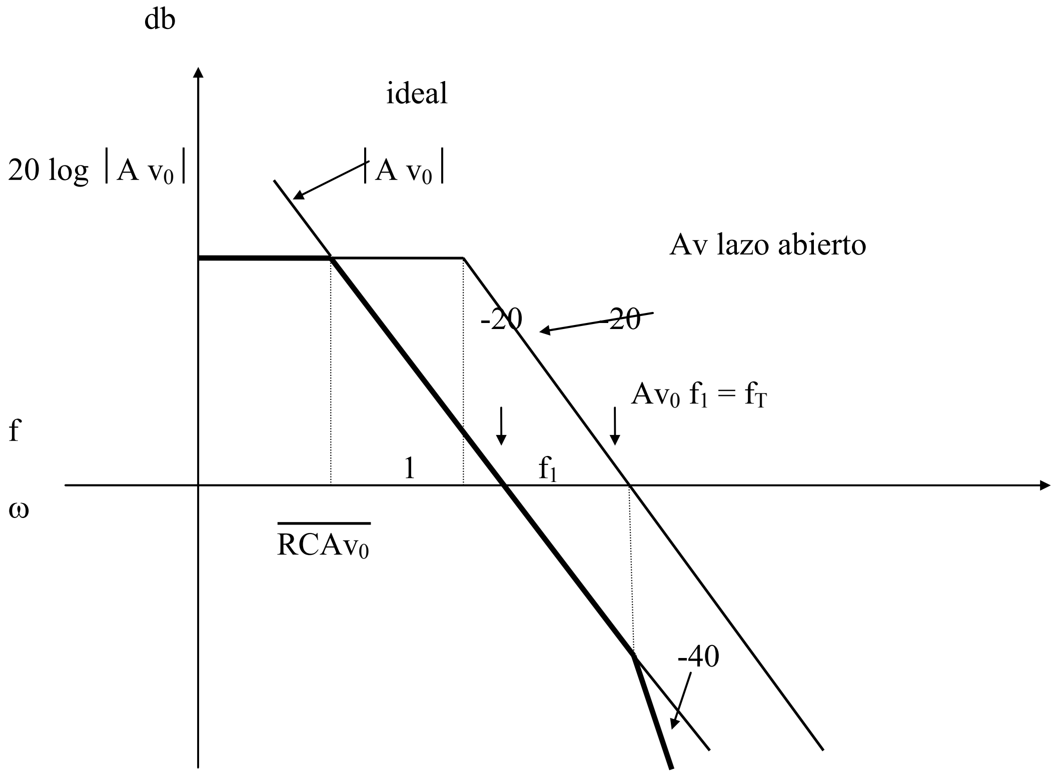
En ausencia de C, suponemos que el A.O. tiene un polo dominante:

$$A_v = \frac{A_{vo}}{1 + j\dfrac{w}{w_1}} \qquad \text{(lazo abierto)}$$

La f. de T. del integrador (realimentación) viene dada si se cumple:

$R_i \to \infty$, $R_o \to 0$, $A_{vo} >> 1$ y $A_{vo} RC >> 1 / |S_1|$

$$\left[A_{vf} = \frac{-A_{vo}}{\left(1 + \dfrac{s}{A_{vo}|s_1|}\right)\left(1 + RCA_{vo}s\right)} \right]$$



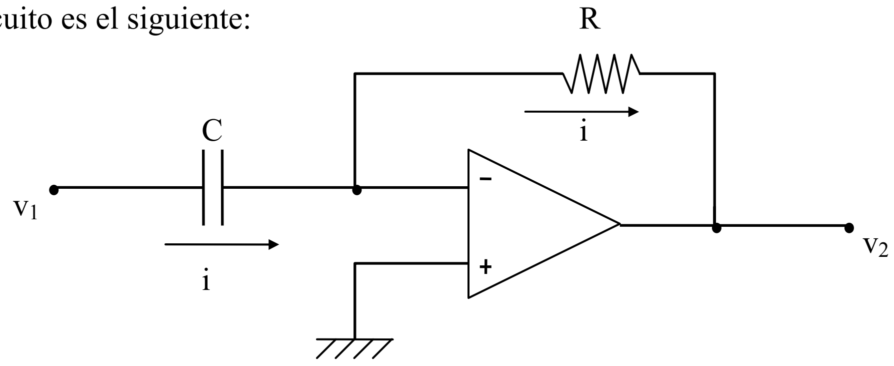
Del diagrama de Bode de la f. de T. observamos que el integrador real difiere del ideal. El real tiene dos polos simples mientras que el ideal tiene un polo en el origen.

A altas frecuencias el comportamiento del integrador real está limitado por el ancho de banda finito del A.O. $f_{corte} = A_{vo} |s_1|$

A bajas frecuencias la integración está limitada por la ganancia finita A_{vo}.

4.12.- Derivador.-

El circuito es el siguiente:



Sin dificultad se deduce:

$$v_1 = \frac{1}{C}\int i dt \qquad i = C\frac{dv_1}{dt} \qquad v_2 = -iR = -CR\frac{dv_1}{dt}$$

Como se ve, proporciona a la salida una tensión proporcional a la deriva de la tensión de entrada. La f . de T. será :

$G(s) = (v_2 / v_1)(s) = -R / (1 / Cs) = -RCs$

El diagrama de Bode es un cero en el origen, por lo que la ganancia crece indefinidamente con la frecuencia. Esto trae como consecuencia la amplificación de las componentes de alta frecuencia del ruido del amplificador, lo que puede enmascarar completamente la señal diferenciada.

4.13.- Resolución de ec. Diferenciales con A.O'S. .-

Como ejemplo vamos a resolver alguna ec. Diferencial utilizando los circuitos vistos.

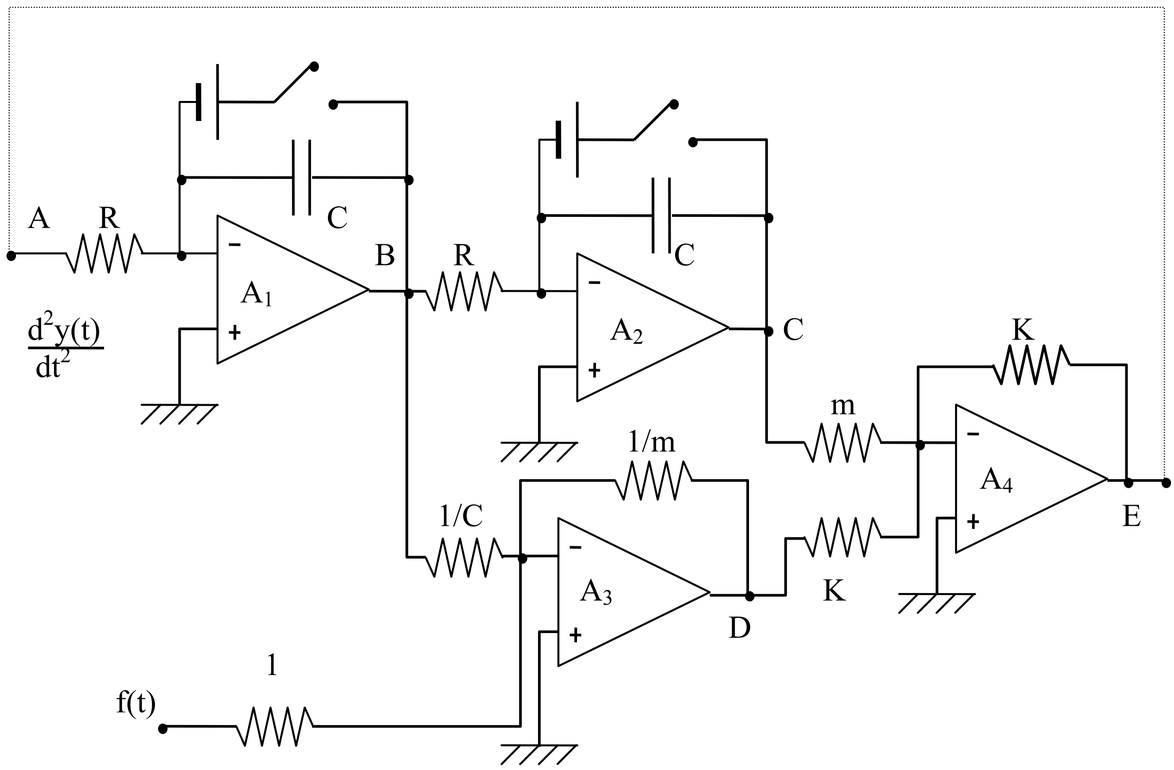
Deseamos diseñar un circuito capaz de resolver la ec. Diferencial

$m (d^2y / dt^2) + C (dy / dt) + ky = f(t)$

dividiendo por m la escribimos en la forma :

$(d^2y / dt^2) = (1 / m) f(t) - (C/m) (dy / dt) - (k / m)y$

El circuito que resuelve el problema y que pasamos a analizar es el siguiente:



Supongamos que en el punto A se introduce una tensión V_A que varía con el tiempo en la forma

$v_A = d^2y(t) / dt^2$

El integrador A_1 integra V_A y obtiene a la salida :

$$-\frac{1}{RC}\int v_A dt = -\frac{1}{RC}\frac{dy(t)}{dt}$$

Si hacemos que su cte, RC valga 1 quedará a la salida $-dy(t) / dt = v_b$ a la salida de A_2 se obtiene la integral de v_b con RC también igual a 1, luego $v_c = y(t)$

A_3 es un sumador donde se suma la señal V_b que es la 1ª derivada dy(t) /dt con la señal externa f(t). Si se toman para las resistencia los valores indicados la señal de salida v_D de A_3 es :

$v_D = -(1/m)\, f(t) + (C/m)\, (dy / dt)$

y en A4 se suman v_E y v_C de modo que tendremos:

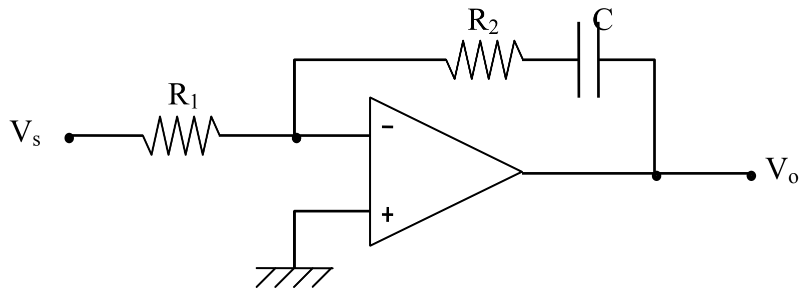
$v_E = (1/m)\, f(t) - (C/m)\, (dy / dt) - (k / m)$

Vemos que esta tensión es el 2º miembro de la ecuación diferencial, es decir:

$v_E = d^2y / dt^2$

Los puntos E y A deben unirse para resolver el problema.
La señal f(t) es una señal de excitación según se quiera (sinusoide, escalón, etc).
Las condiciones iniciales se fijan mediante las baterías que aparecen en los integradores.

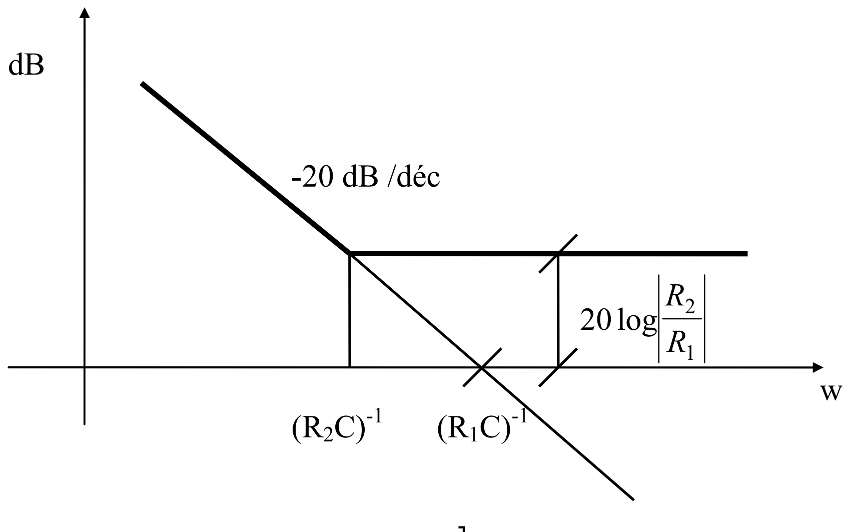
4.14.- Proporcional integrador.-



La función de Transferencia es:

$$\frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2 + \frac{1}{CS}}{R_1} = -\frac{R_2CS + 1}{R_1CS} = -\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{R_1CS}$$

La tensión de salida es suma de dos magnitudes, una proporcional a la tensión de entrada y otra proporcional a la integral de la señal de entrada.

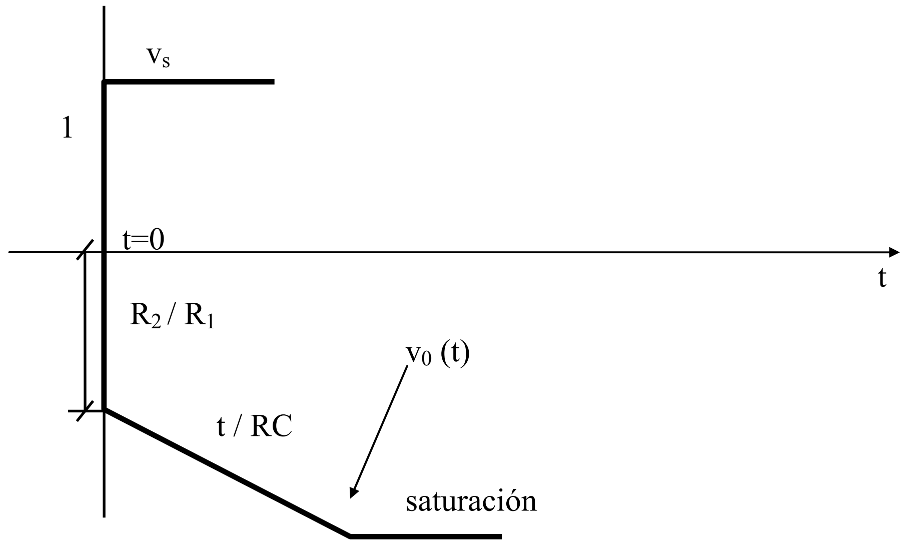


Si $R_2 > R_1$; $-20 \log R_1C\, w \,\Big]_{w=1/R2C} = -20 \log (R_1 / R_2) = 20 \log (R_2 / R_1)$

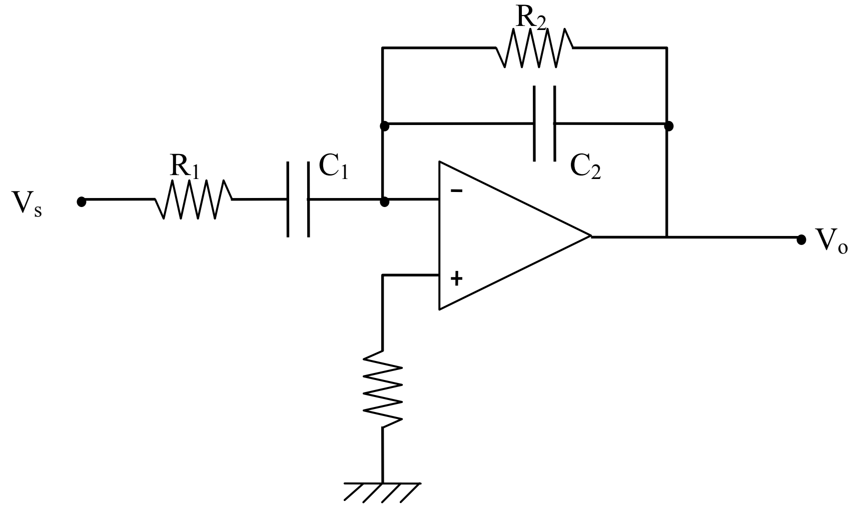
4.14.1.- Respuesta al escalón.-

$$V_o = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 CS}\right) V_s \;; \quad V_o = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 CS}\right)\frac{1}{S}$$

$$v_o(t) = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C} t\right) = -\frac{R_2}{R_1} - \frac{t}{R_1 C}$$

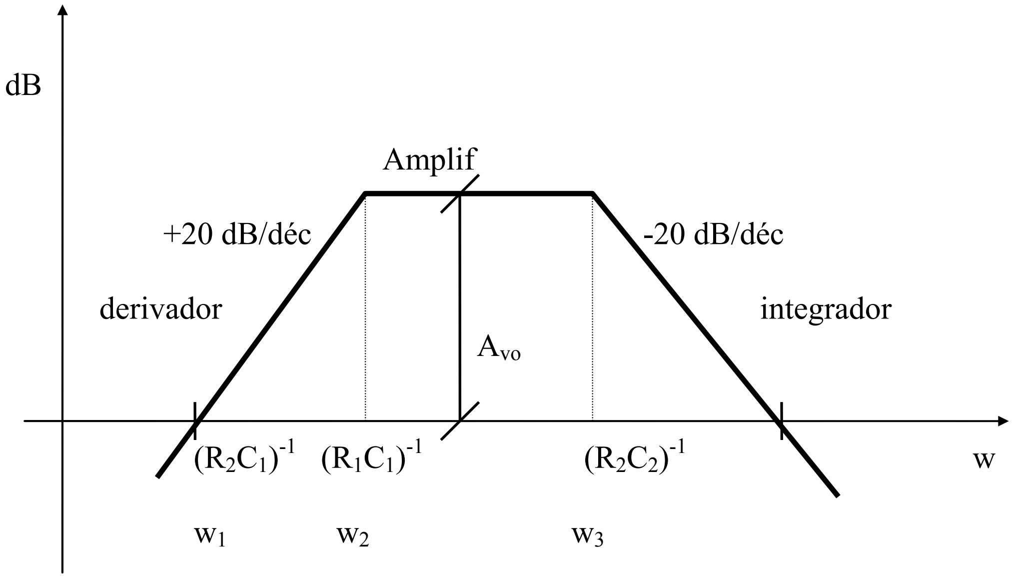


4.15.- Derivador práctico.-



$$\frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2 // \frac{1}{C_2 s}}{R1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{\frac{\frac{R_2}{C_2 s}}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}}{R1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{\frac{R_2}{R_2 C_2 s + 1}}{\frac{R_1 C_1 s + 1}{C_1 s}} = -\frac{R_2 C_1 s}{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}$$

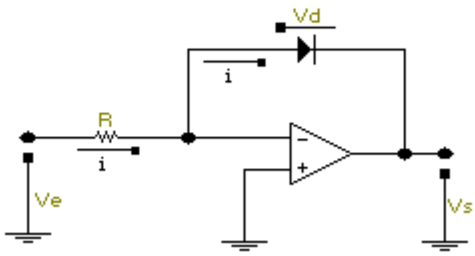
Se suele tomar $R_2C_1 > R_1C_1 > R_2C_2$ en cuyo caso el diagrama de Bode es :



$20 \log R_2 C_1 j w \,\big]_{W=1/(R1C1)} = 20 \log (R_2/R_1) = A_{vo}$dB.
Zona de derivador hasta $w_2 = 1/(R_1C_1)$ 0

4.15 Convertidor logarítmico

La señal de salida es el logaritmo neperiano de la señal de entrada.



$$i = I_s\left(e^{\frac{qv_D}{KT}} - 1\right) = I_s e^{\frac{qv_D}{KT}}$$

$$V_D = \frac{KT}{q} \, Ln \, \frac{i}{I_s} = - v_s$$

como :

$$i = v_e / R$$

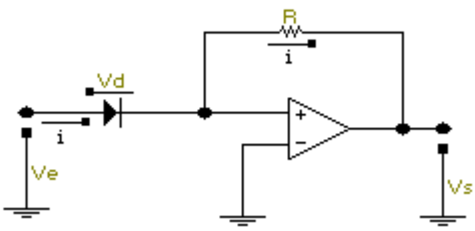
resulta :

$$v_s = - \frac{KT}{q} \, Ln \, \frac{V_e}{RI_s} = - \frac{KT}{q} \, Ln \, v_e + \frac{KT}{q} \, Ln \, RI_s$$

La tensión de salida contiene un término adicional constante, que puede hacerse prácticamente despreciable si $R \cdot I_s = 1$, o bien puede eliminarse por medio de un sumador.

4.16 Convertidor antilogarítmico

La función inversa del logaritmo es la exponencial. Esta función puede obtenerse con el circuito de la figura:



$$V_s = -\ i\ R = -\ I_s R\ e^{\frac{qv_D}{KT}}$$

como $v_e = v_D$:

$$V_s = -\ I_s R\ e^{\frac{qv_e}{KT}}$$

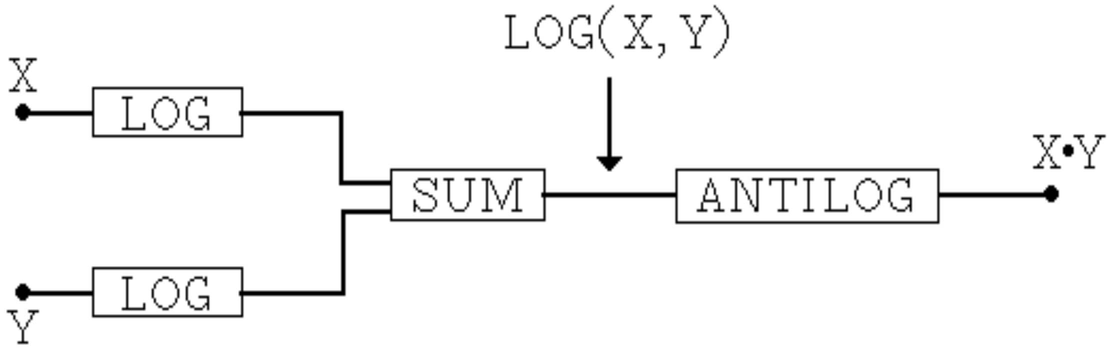
Donde se observa que la señal de salida es la exponencial de la señal de entrada, afectada por una constante.

4.17 Módulos aritméticos analógicos

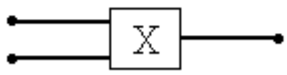
Como ya se ha comentado, con los amplificadores operacionales es posible realizar operaciones aritméticas mediante circuitos electrónicos.

a) Multiplicador

El esquema de bloques de un posible circuito multiplicador sería:

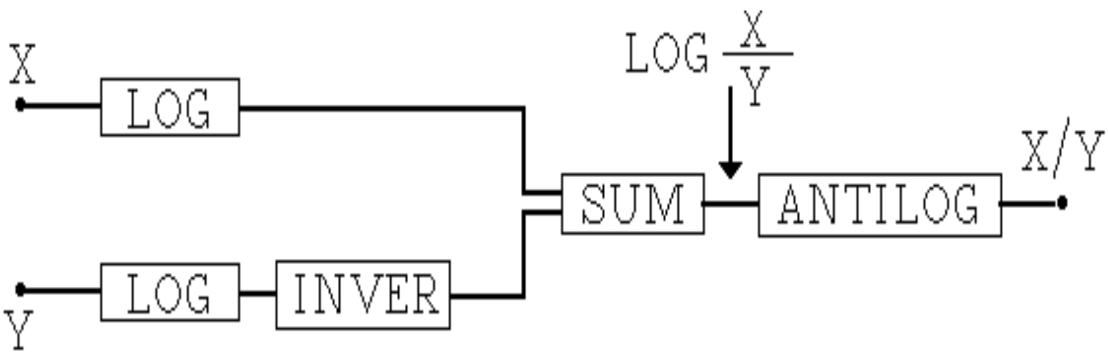


Se representa por:

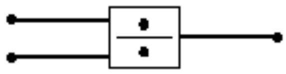


b) Divisor

Su diagrama es análogo al del multiplicador:

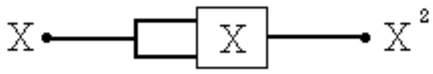


Se representa por:



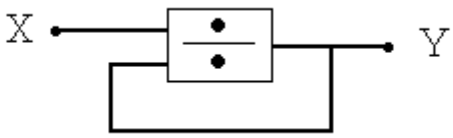
c) <u>Elevación al cuadrado</u>

Es un multiplicador cuyas entradas son iguales :



d) <u>Raíz cuadrada</u>

Se construye con un divisor como se indica en la figura:



Se tendrá que cumplir que :

$$x / y = y$$

luego $y^2 = x$, y por tanto :

$$y = \sqrt{x}$$

Por el hecho de resolver estas operaciones, ecuaciones diferenciales, etc..., es por lo que recibe el nombre de amplificador operacional.