Relación de ejercicios

Tema 3: Álgebra de Conmutación

Ejercicio 1

Obtener la expresión algebraica para la función XNOR de dos entradas a partir de la expresión de la función XOR de dos entradas. $XNOR(x, y) = x \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$.

Ejercicio 2

Utilizando las leyes de De Morgan reiteradamente obtener una expresión en forma de suma de productos para las siguientes funciones:

a) $F = \overline{(x + y) \cdot \overline{(x \cdot \overline{y} + z)}}$

b) $G = \overline{\overline{(\overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot z)} \cdot \overline{(\overline{x} + \overline{y} \cdot z)}}$

Ejercicio 3

Verificar las siguientes igualdades utilizando los postulados y teoremas del Álgebra de Boole. Indíquese en cada paso qué postulado o teorema se ha utilizado:

a) $(x + \overline{y} + x \cdot y) \cdot (x + \overline{y}) \cdot \overline{x} \cdot y = 0$

b) $(x + \overline{y} + x \cdot \overline{y}) \cdot (x \cdot y + \overline{x} \cdot z + y \cdot z) = x \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z$

c) $(a \cdot b \cdot c + d) \cdot (c + d) \cdot (c + d + e) = a \cdot b \cdot c + d$

Ejercicio 4

Suponiendo que $x = \overline{y} \cdot z + y \cdot \overline{z}$, comprobar las siguientes igualdades:

a) $\overline{x} = y \cdot z + \overline{y} \cdot \overline{z}$

b) $y = \overline{x} \cdot z + x \cdot \overline{z}$

c) $z = \overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y}$

Ejercicio 5

Comprobar que la función XOR es asociativa y conmutativa. Comprobar también que $x \cdot (y \oplus z) = x \cdot y \oplus x \cdot z$

Relación de ejercicios

Tema 3: Álgebra de Conmutación

Ejercicio 6

Comprobar las siguientes relaciones relativas a la función XOR:

a) $x \oplus x = 0 \quad ; \quad x \oplus \overline{x} = 1$

b) $x \oplus 0 = x \quad ; \quad x \oplus 1 = \overline{x}$

c) $x \oplus y = z \Rightarrow x \oplus z = y$

d) $x \oplus y = z \Rightarrow x \oplus y \oplus z = 0$

Ejercicio 7

Obtener la tabla de verdad que corresponde a las siguientes funciones de conmutación expresadas algebraicamente:

a) $F = x \cdot y + \overline{x} \cdot z + y \cdot \overline{z}$

b) $G = (\overline{x} + \overline{z}) \cdot (y + z)$

Ejercicio 8

Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR y NOT que las sintetice:

a) $F = \overline{x} \cdot y \cdot z + \overline{y} \cdot (x \cdot \overline{z} + z)$

b) $G = (x + \overline{y} + \overline{z}) \cdot (\overline{x} + y \cdot z)$

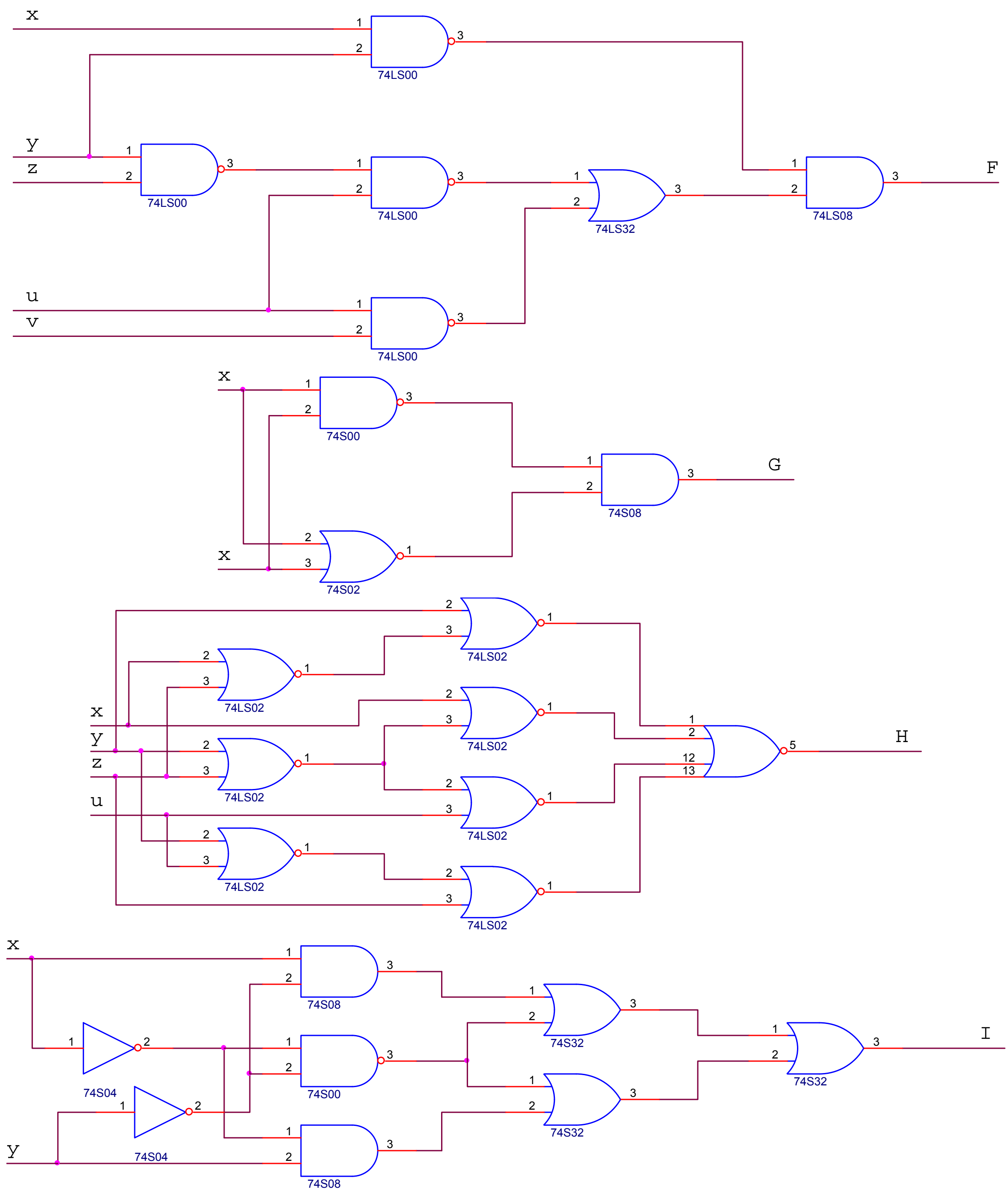
c) $H = (\overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot z) \cdot (\overline{x} + \overline{y} \cdot z)$

Relación de ejercicios

Tema 3: Álgebra de Conmutación

Ejercicio 9

Obtener la función de conmutación para los circuitos siguientes:



Ejercicio 1

Obtener la expresión algebraica para la función XNOR de dos entradas a partir de la expresión de la función XOR de dos entradas. $XNOR(x, y) = x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y}$.

$$XOR = \bar{x} \cdot y + x \cdot \bar{y}$$

$$XNOR = \overline{\bar{x} \cdot y} + \overline{x\bar{y}} = (\bar{x}+y) \cdot (x+\bar{y}) = \cancel{\bar{x}x} + \bar{x}\bar{y} + xy + \cancel{y\bar{y}}$$

$$= xy + \bar{x}\bar{y}$$

Ejercicio 2

Utilizando las leyes de De Morgan reiteradamente obtener una expresión en forma de suma de productos para las siguientes funciones:

a) $F = \overline{(x+y)\cdot\overline{(x\cdot\overline{y}+z)}}$

b) $G = \overline{\overline{(\overline{x}\cdot\overline{y}+x\cdot z)}\cdot\overline{(\overline{x}+\overline{y}\cdot z)}}$

a) $F = \overline{(x+y)\cdot\overline{(x\cdot\overline{y}+z)}} = \overline{(x+y)} + (x\cdot\overline{y}+z) = (\overline{x}\cdot\overline{y}) + (x\cdot\overline{y}+z)$
$= \overline{x}\cdot\overline{y} + x\overline{y} + z = \overline{y} + z$

b) $G = \overline{\overline{(\overline{x}\,\overline{y}+xz)}\cdot\overline{(\overline{x}+\overline{y}\cdot z)}} = (\overline{x}\,\overline{y}+xz) + (\overline{x}+\overline{y}\cdot z) = \overline{x}\,\overline{y} + xz + \overline{x} + \overline{y}z$
$= \overline{x} + xz + \overline{y}z$

Ejercicio 3

Verificar las siguientes igualdades utilizando los postulados y teoremas del Álgebra de Boole. Indíquese en cada paso qué postulado o teorema se ha utilizado:

a) $(x+\overline{y}+x\cdot y)\cdot(x+\overline{y})\cdot\overline{x}\cdot y=0$

b) $(x+\overline{y}+x\cdot\overline{y})\cdot(x\cdot y+\overline{x}\cdot z+y\cdot z)=x\cdot y+\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot z$

c) $(a\cdot b\cdot c+d)\cdot(c+d)\cdot(c+d+e)=a\cdot b\cdot c+d$

a) $(x+\overline{y}+xy)(x+\overline{y})\overline{x}\cdot y = (x+\overline{y})(x+\overline{y})\overline{x}y = (x+\overline{y})\overline{x}y$

$= x\overline{x}y + \overline{x}y\overline{y} = 0$

b) $(x+\overline{y}+x\overline{y})(xy+\overline{x}z+yz) = (x+\overline{y})(xy+\overline{x}z+yz)$

$= xy + x\overline{x}z + xyz + xy\overline{y} + \overline{x}\overline{y}z + y\overline{y}z = xy + xyz + \overline{x}\overline{y}z = xy + \overline{x}\overline{y}z$

c) $(abc+d)(c+d)(c+d+e) = (abc+d)(c+d) = abc + abcd + cd + d$

$= abc + d$

Ejercicio 4

Suponiendo que $x = \overline{y} \cdot z + y \cdot \overline{z}$, comprobar las siguientes igualdades:

a) $\overline{x} = y \cdot z + \overline{y} \cdot \overline{z}$

b) $y = \overline{x} \cdot z + x \cdot \overline{z}$

c) $z = \overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y}$

$x = y \oplus z$

a) $\overline{x} = \overline{\overline{y} z + y \overline{z}} = \overline{\overline{y} z} \cdot \overline{y \overline{z}} = (y + \overline{z})(\overline{y} + z) = y\overline{y} + yz + \overline{y}\overline{z} + z\overline{z}$
$= yz + \overline{y}\overline{z}$

b) $x = y \oplus z$; $y = x \oplus z = (y \oplus z) \oplus z = y \oplus 0 = y$

c) $z = \overline{x} y + x \overline{y}$; $z = x \oplus y = x \oplus (x \oplus z) = 0 \oplus z = z$

Ejercicio 5

Comprobar que la función XOR es asociativa y conmutativa. Comprobar también que $x \cdot (y \oplus z) = x \cdot y \oplus x \cdot z$

$$XOR = x \oplus y \oplus z = x(\overline{y \oplus z}) + \bar{x}(y \oplus z) = x(yz + \bar{y}\bar{z}) + \bar{x}(y\bar{z} + \bar{y}z)$$

$$xyz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$$

$$= (x \oplus y)\bar{z} + (\overline{x \oplus y})z = (x\bar{y} + \bar{x}y)\bar{z} + (xy + \bar{x}\bar{y})z = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + xyz + \bar{x}\bar{y}z$$

Asociativa

$$XOR = x \oplus y = x\bar{y} + \bar{x}y$$

$$y \oplus x = y\bar{x} + \bar{y}x = x\bar{y} + \bar{x}y$$

Conmutativa

$$x(y \oplus z) = x(y\bar{z} + \bar{y}z) = xy\bar{z} + x\bar{y}z$$

$$xy \oplus xz = (xy)(\overline{xz}) + (\overline{xy})(xz) = xy(\bar{x} + \bar{z}) + (\bar{x} + \bar{y})(xz) = \cancel{x\bar{x}}y + xy\bar{z} + \cancel{x\bar{x}}z + x\bar{y}z$$

$$= x\bar{y}z + xy\bar{z}$$

$$x(y \oplus z) = xy \oplus xz$$

Ejercicio 6

Comprobar las siguientes relaciones relativas a la función XOR:

a) $x \oplus x = 0 \quad ; \quad x \oplus \bar{x} = 1$

b) $x \oplus 0 = x \quad ; \quad x \oplus 1 = \bar{x}$

c) $x \oplus y = z \Rightarrow x \oplus z = y$

d) $x \oplus y = z \Rightarrow x \oplus y \oplus z = 0$

a) $x \oplus x = x\bar{x} + x\bar{x} = 0$

$x \oplus \bar{x} = x + \bar{x} = 1$

b) $x \oplus 0 = x\bar{0} + \bar{x}0 = x\bar{0} = x1 = x$

$x \oplus 1 = x\bar{1} + \bar{x}1 = \bar{x}1 = \bar{x}$

c) $x \oplus y = z$

$x \oplus z = x \oplus (x \oplus y) = 0 \oplus y = y$

d) $x \oplus y = z$

$x \oplus y \oplus z = x \oplus y \oplus (x \oplus y) = 0 \oplus 0 = 0$

Ejercicio 7

Obtener la tabla de verdad que corresponde a las siguientes funciones de conmutación expresadas algebraicamente:

a) $F = x \cdot y + \bar{x} \cdot z + y \cdot \bar{z}$

b) $G = (\bar{x} + \bar{z}) \cdot (y + z)$

a)

X	y	z	F
V	F	F	F
V	V	F	V
V	V	V	V
F	V	V	V
F	F	V	V
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	V	F

b) $G = (\bar{x} + \bar{z})(y + z) = \bar{x}y + \bar{x}z + y\bar{z}$

X	y	z	G
V	F	F	F
V	V	F	V
V	V	V	F
F	V	V	V
F	F	V	V
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	V	F

Ejercicio 8

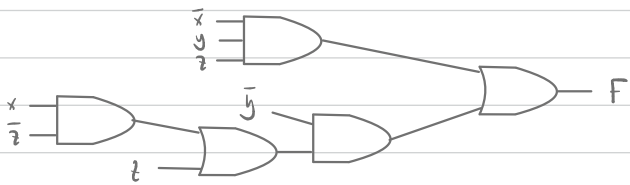
Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR y NOT que las sintetice:

a) $F = \overline{x} \cdot y \cdot z + \overline{y} \cdot (x \cdot \overline{z} + z)$

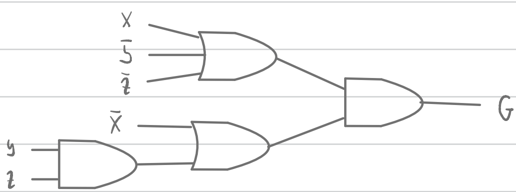
b) $G = (x + \overline{y} + \overline{z}) \cdot (\overline{x} + y \cdot z)$

c) $H = (\overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot z) \cdot (\overline{x} + \overline{y} \cdot z)$

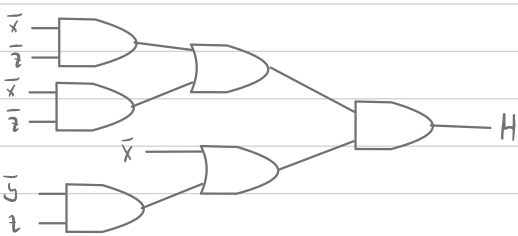
a)



b)

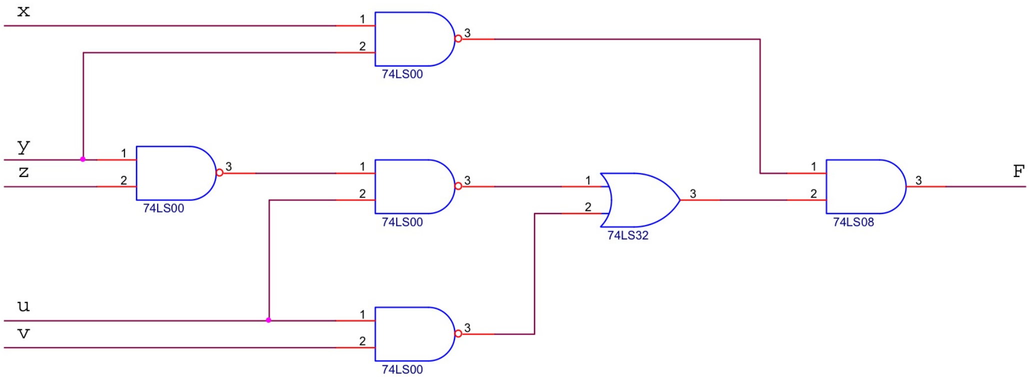


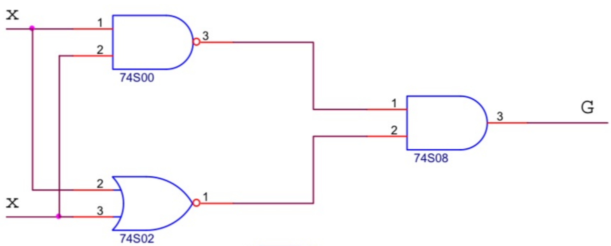
c)

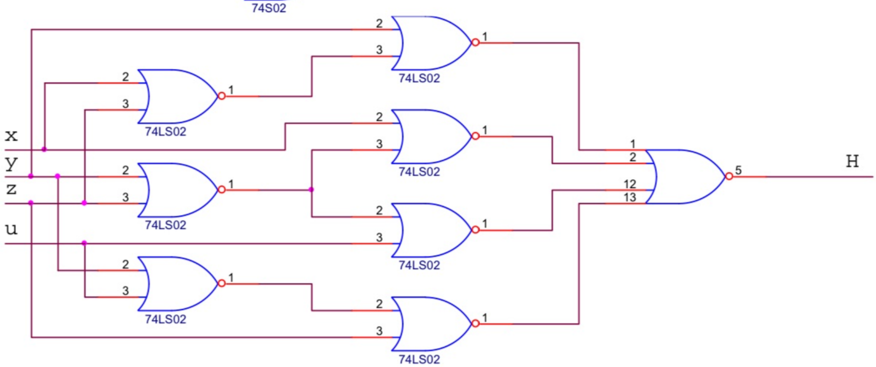


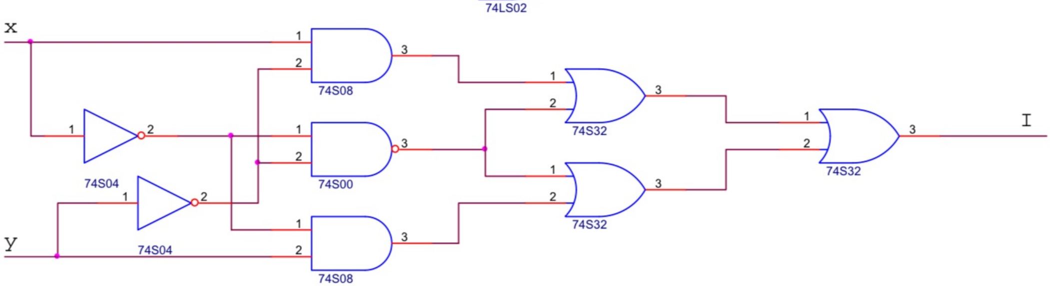
Ejercicio 9

Obtener la función de conmutación para los circuitos siguientes:









$$F=(\overline{xy})\cdot\left(\overline{(\overline{yz})\,u}+(\overline{uv})\right)=(\bar x+\bar y)\left((yz)+\bar u+(\bar u+\bar v)\right)=(\bar x+\bar y)\left((yz)+\bar u+\bar v\right)$$

$$=\bar x yz+\bar x\bar u+\bar x\bar v+\bar y\bar u+\bar y\bar v$$

$$G=(\overline{xx})(\overline{x+x})=(\bar x+\bar x)(\bar x)=\bar x$$

$$H=\overline{(\overline{y+(\overline{x+z})})+(\overline{x+(\overline{y+z})})+(\overline{(\overline{y+z})+u})+(\overline{(\overline{y+u})+z})}$$

$$=(y+(\overline{x+z}))(x+(\overline{y+z}))((\overline{y+z})+u)((\overline{y+u})+z)$$

$$=(y+(\bar x\bar z))(x+(\bar y\bar z))(u+(\bar y\bar z))(z+(\bar y\bar u))$$

$$=xy+yu+yz+\bar x\bar y\bar z+\bar x\bar z u+\bar x\bar y\bar z\bar u+xu+x\bar y\bar z+xz+x\bar y\bar u+\bar y\bar z u+\bar y\bar z+\bar y\bar z\bar u+zu$$

$$=xy+xz+xu+\bar x\bar y\bar z+x\bar y\bar u+yz+yu+\bar y\bar z+zu$$

$$I=(x\bar y+\overline{\bar x\bar y})+(\overline{\bar x\bar y}+\bar x y)=(x\bar y+x+y)+(x+y+\bar x y)=x+y$$