

Matemáticas II

Grado en Ingeniería Informática

Universidad de Córdoba

Curso 2023-2024

Problema de evaluación continua

Aclaraciones:

- Esta actividad forma parte de la evaluación continua de la asignatura, que se corresponde con el 5% de la calificación final.
- Todas las respuestas deben estar razonadas. En caso de no existir explicación del proceso seguido, no se tendrán en cuenta las operaciones realizadas.
- Podéis utilizar una calculadora para efectuar operaciones básicas entre números, pero las operaciones entre matrices deben estar desarrolladas (operaciones elementales, determinantes, matrices inversas etc).
- Ante el mínimo indicio de plagio de trabajos (entre compañeros o de otros recursos), la calificación de la actividad será de 0 puntos.
- La fecha límite de entrega del trabajo será el **7 de junio de 2024**, se entregará a través de la tarea correspondiente habilitada en la plataforma Moodle, escaneando los trabajos y entregándolos en formato PDF.

1. En el espacio vectorial real de dimensión cuatro, se dan las bases $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4\}$ y $B' = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4\}$, que se relacionan mediante las siguientes ecuaciones:

$$\vec{u}_1 = 2\vec{v}_1 + \vec{v}_3 + 2\vec{v}_4$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{v}_3$$

$$\vec{u}_3 = 2\vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{v}_3$$

$$\vec{u}_4 = -\vec{v}_1 + 2\vec{v}_3 + 3\vec{v}_4$$

- (a) Determinar las coordenadas respecto a la base B del vector \vec{x} cuyas coordenadas en la base B' son $(1, 2, 0, 0)$
- (b) Determinar las coordenadas respecto a la base B' del vector \vec{y} cuyas coordenadas en la base B son $(-1, 2, 0, 1)$

2. Sea $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y dadas las bases

$$B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\}$$

$$B' = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$$

de \mathbb{R}^4 y \mathbb{R}^3 respectivamente, de manera que:

$$f(\vec{e}_1) = \vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 + 2\vec{u}_3$$

$$f(\vec{e}_2) = a\vec{u}_2 + \vec{u}_3$$

$$f(\vec{e}_3) = \vec{u}_1 + 3b\vec{u}_2 + 2\vec{u}_3$$

$$f(\vec{e}_4) = a\vec{u}_1 + 4\vec{u}_3$$

Siendo a y b números reales.

- (a) Discute la dimensión de la imagen y el núcleo de la aplicación dada para los diferentes valores de a y b .
- (b) Obtén las ecuaciones implícitas del núcleo y de la imagen para los valores de a y b para los que la aplicación es biyectiva.
- (c) Para $a=0$ y $b=0$, obtén las bases y las ecuaciones implícitas del núcleo y de la imagen.