# Introducción a la Inferencia Estadística





#### Nociones previas

Población o colectivo: es un conjunto de elementos que pueden ser agrupados dentro de una determinada clase, ya sean existentes como posibles, es decir el conjunto de elementos o individuos que se trata de analizar.

Individuo o unidad estadística: cada uno de los elementos que forman la población.

Censo: recuento de todos los elementos que conforman toda la población.

Dificultad en realización de censos: tiempo, costos, destrucción del ente, entes relativos, etc.

Su uso más habitual está asociado al censo poblacional o censo de población, donde se contabilizan los habitantes de un pueblo o de un país y se recogen diversos datos con fines estadísticos.

Muestra: es el subconjunto de la población que se observa, y que se usa para inducir o extrapolar información sobre toda la población.

### Nociones previas

Muestra genérica:  $\vec{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$  v.a. n-dimensional.

Para cada valor de  $\vec{X} \Rightarrow$  muestra distinta: realización de la muestra.

Conjunto de todas las posibles realizaciones: espacio muestral de  $ec{\mathcal{X}}$  .

$$x_1$$
  $x'_1$   $x''_1$  ...  $X_1$ 
 $x_2$   $x'_2$   $x''_2$  ...  $X_2$ 
 $x_3$   $x'_3$   $x''_3$  ...  $X_3$ 
... ...  $X_3$ 
...  $X_n$   $X_n'$   $X_n''$  ...  $X_n$ 
 $\overline{x}$   $\overline{x}'$   $\overline{x}''$  ...  $\overline{x}''$  ...  $\overline{x}$ 
 $S_x$   $S_{x'}$   $S_{x''}$  ...  $S_x$ 

## ٧

#### Tipos de muestreo

#### Según el diseño:

Muestreo aleatorio simple: las distintas observaciones se obtienen con igual probabilidad y de forma independiente unas de otras.

Muestreo estratificado: la población se divide en varios subconjuntos o estratos y en cada uno de éstos se toma una muestra; los estratos se seleccionan de forma que sean lo más homogéneos posibles internamente y heterogéneos entre sí.

Muestreo por conglomerados: la población se divide en varios subconjuntos o conglomerados donde se toman las correspondientes muestras; los conglomerados deben tomarse homogéneos entre sí para que cada uno de ellos sea representativo de toda la población.

Muestreo sistemático: se basa en tomar muestras de una manera directa y ordenada a partir de una regla determinística, también llamada sistemática.

Muestreo polimetálico: los datos se seleccionan en varios instantes de tiempo o etapas.

## ٧

#### Tipos de muestreo

Según la forma en que se toman las observaciones:

Muestreo independiente o aleatorio simple: consiste en elegir al azar las unidades experimentales de tal forma que cualquier elemento de la población tenga la misma probabilidad de ser elegido y que las elecciones sucesivas sean independientes entre sí.

Muestreo dependiente: se realiza una observación, después una intervención y posteriormente una nueva observación.

#### Según el tamaño de la muestra:

Muestreo en poblaciones finitas

Con reemplazamiento: seleccionada una observación para la muestra, puede volver a ser seleccionada.

Sin reemplazamiento: al tomar una observación, esa unidad queda excluida al tomar la observación siguiente.

Muestreo en poblaciones infinitas.

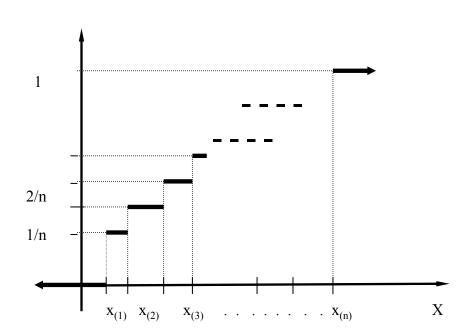
### Función de densidad de $\vec{X}$ (supuesto el muestreo aleatorio simple):

También llamada función de verosimilitud.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = f(x_1)f(x_2) \cdot \cdot \cdot f(x_n)$$

Función de distribución empírica de la muestra concreta:

$$F^{*}(x) = \begin{cases} 0 & si & x < x_{(1)} \\ \frac{1}{n} & si & x_{(1)} \le x < x_{(2)} \\ \frac{2}{n} & si & x_{(2)} \le x < x_{(3)} \\ \dots & \dots & \dots \\ (n-1)/n & si & x_{(n-1)} \le x < x_{(n)} \\ 1 & si & x_{(n)} \ge x \end{cases}$$



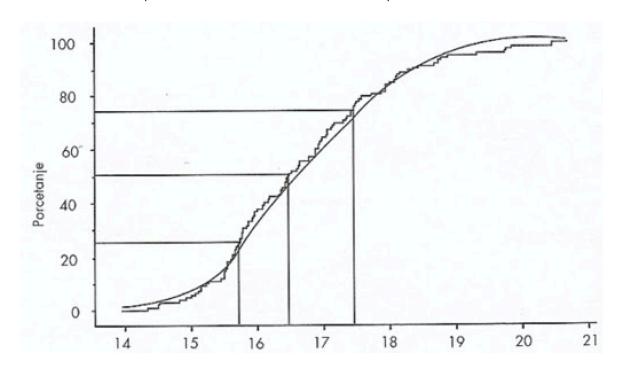
### ĸ.

#### Teorema Central de la Estadística o de Glivenko-Cantelli.

"La distribución empírica de la muestra converge en probabilidad a la distribución de la población cuando el tamaño muestral tiende a ser grande".

Es decir que: 
$$F^*(x) \xrightarrow{P} F(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}, n \to \infty$$

$$P\left(\sup \left|F^*(x) - F(x)\right| \to 0\right) \to 1$$



#### Estadístico

Función de la v.a. 
$$\vec{X}$$
 
$$t:(X_1,X_2,...,X_n)\to\mathcal{R}$$
 
$$(x_1,x_2,...,x_n)\to t(x_1,x_2,...,x_n)$$

Para cada muestra concreta, el estadístico toma un valor real concreto.

Es una variable aleatoria cuya distribución (distribución muestral) depende de la distribución de la población.

Un Estimador es un estadístico que se usa para estimar parámetros poblacionales desconocidos.





#### Tipos de Inferencia

Paramétrica: usadas principalmente para estimar parámetros poblacionales desconocidos. Asumen distribuciones estadísticas subyacentes a los datos.

Estimación: Por punto y por intervalo.

Contrastes de hipótesis.

No paramétrica: los datos no deben ajustarse a ninguna distribución. También pueden ser usadas para estimar parámetros poblacionales o incluso la forma de la distribución.

La ventaja de usar una prueba paramétrica en lugar de una no paramétrica consiste en que la primera tiene más **potencia** estadística que la segunda.

Además, las técnicas no paramétricas son mas complejas y exigen un volumen de cálculo mucho mayor.

# Introducción a la Inferencia Estadística

