REPRESENTACIÓN LÓGICA DE PREDICADOS (5a SEMANA)

Represente las siguientes sentencias en lógica de primer orden, utilizando un vocabulario consistente (que usted debe definir):

Algunos estudiantes estudian francés en la primavera de 2001.

∃x Estudiante(x) ^ Estudia(x, francés, primavera, 2001)

Cada estudiante que estudia francés lo aprueba.

∀x [Estudiante(x) ^ Estudia(x, francés)] → Aprueba(x)

Sólo un estudiante estudia griego en la primavera de 2001.

∃x [Estudiante(x) ^ Estudia(x, griego, primavera, 2001)] ^ ¬∃y [Estudiante(y) ^ Estudia(y, griego, primavera, 2001)]

La mejor puntuación en griego siempre es mayor que la mejor puntuación en francés.

∀x ∀y NotaMáxima(x, griego) ^ NotaMáxima(y, francés) → Mayor(x, y)

Todas las personas que compran una póliza son inteligentes.

∀x Persona(x) ^ Compra(x, póliza) → Inteligente(x)

Nadie compra una póliza cara.

∀x [Póliza(x) ^ Cara(x)] → ¬∃y [Persona(y) ^ Compra(y, x)]

Hay un agente que vende pólizas sólo a la gente que no está asegurada.

∀x [Gente(x) ^ ¬Asegurada(x)] → ∃y [Agente(y) ^ Vende(y, póliza, x)]

Hay un barbero que afeita a todos los hombres de la ciudad que no se afeitan ellos mismos.

∀x [Hombre(x) v ¬Afeita(x, x)] → ∃y [Barbero(y) ^ Afeita(y, x)]

Una persona nacida en Reino Unido, cuyos padres sean ciudadanos de Reino Unido o residentes en Reino Unido, es un ciudadano de Reino Unido.

∀x ∀y [Persona(x, y) ^ [Ciudadano(x, y, ReinoUnido) v Residente(x, y, ReinoUnido)]] → ∀z [Persona(z) ^ Hijo(z, x, y) ^ Nacida(z, ReinoUnido) ⟷ Ciudadano(z, ReinoUnido)]

Una persona nacida fuera de Reino Unido, que tenga uno de los padres ciudadano de Reino Unido o residente en Reino Unido, es ciudadano de Reino Unido por ascendencia.

∀x [Persona(y) ^ ¬Nacida(x, ReinoUnido) ^ Ciudadano(x, ReinoUnido)] → ∃y [Ciudadano(y, ReinoUnido) v Residente(y, ReinoUnido)] ^ Padre(x, y)

Los políticos pueden mentir a algunos todo el tiempo, y pueden mentir a todos algún tiempo, pero no pueden mentir a todos todo el tiempo.

∀x [Político(x) ^ [∃y ∀z Persona(y) ^ Tiempo(z) ^ Mentir(x, y, z)] ^ [∀y ∃z Persona(y) ^ Tiempo(z) ^ Mentir(x, y, z)] ^ [∀y ∀z Persona(y) ^ Tiempo(z) ^ Mentir(x, y, z)]]

Represente la sentencia «Todos los alemanes hablan los mismos idiomas» en cálculo de predicados. Utilice Habla(x, l) para indicar que una persona x habla el idioma l.
$\forall x\ \forall y\ \forall z\ [\text{Alemán}(x) \wedge \text{Alemán}(y) \wedge \text{Habla}(x, z)] \rightarrow \text{Habla}(y, z)$

¿Qué axioma se necesita para inferir el hecho Femenino(Laura) dados los hechos Masculino(Jim) y Esposo(Jim, Laura)?
$\forall x\ \forall y\ \text{Esposo}(x, y) \wedge \text{Masculino}(x) \rightarrow \text{Femenino}(y)$

Escriba un conjunto general de hechos y axiomas para representar la aserción «Wellington oyó que Napoleón había muerto» y responda correctamente a la pregunta ¿Napoleón oyó que Wellington había muerto?
$\forall x\ \text{Wellington}(x) \wedge [\forall y\ \text{Napoleón}(y) \wedge \text{Muerto}(y)] \rightarrow$

Napoleón no pudo oír que Wellington había muerto ya que Napoleón solo puede oir si está muerto.

Transforme los hechos del mundo de wumpus en lógica proposicional de la Sección 7.5 a lógica de primer orden. ¿Cuánto más compacta es esta versión?
Las casillas adyacentes al hoyo tendrán brisa, las adyacentes a Wumpus olerán a hedor y en las adyacentes al oro habrá un resplandor.

$\forall x\ \exists y\ \text{Agente}(x) \wedge \text{Casilla}(y) \wedge \text{Brisa}(y) \rightarrow \exists z\ \text{Hoyo}(z)$

$\forall x\ \exists y\ \text{Agente}(x) \wedge \text{Casilla}(y) \wedge \text{Hedor}(y) \rightarrow \exists z\ \text{Wumpus}(z)$

$\forall x\ \exists y\ \text{Agente}(x) \wedge \text{Casilla}(y) \wedge \text{Resplandor}(y) \rightarrow \exists z\ \text{Oro}(z)$

Escriba axiomas describiendo los predicados Nieto, Bisabuelo, Hermano, Hermana, Hija, Hijo, Tía, Tío, HermanoPolítico, HermanaPolítica y PrimoHermano. Averigüe la definición adecuada del primo n.o m, n veces extraído, y escriba la definición en lógica de primer orden.
Ahora anote los hechos básicos que están representados en el árbol familiar de la Figura 8.5. Mediante un sistema de razonamiento lógico apropiado, DILE todas las sentencias que ha anotado y PREGÚNTALE quién es el nieto de Elizabeth, los hermanos legales de Diana, y los bisabuelos de Zara.

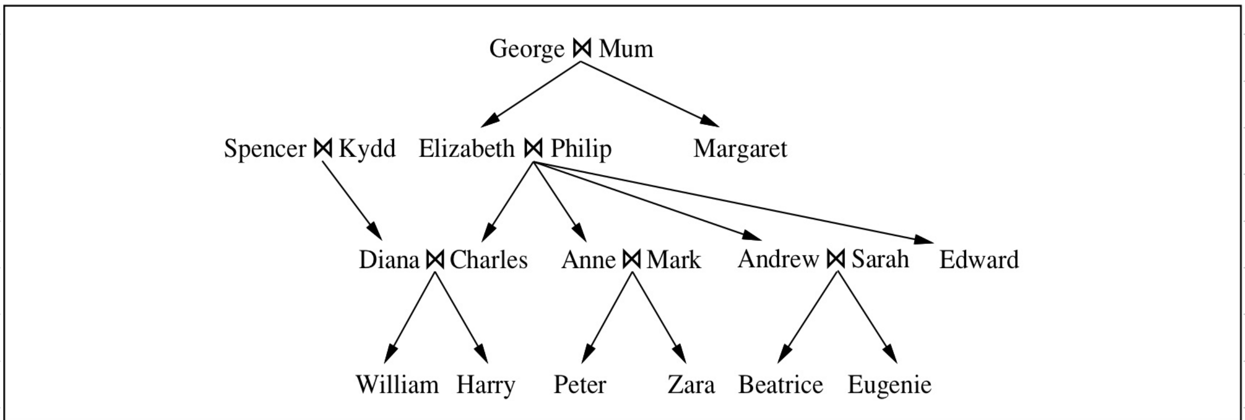

Figura 8.5 Un árbol familiar típico. El símbolo «=» conecta esposos y las flechas apuntan a los hijos.

Nieto: $\forall x\ \exists y\ [Nieto(x) \wedge Padre(y, x)] \rightarrow Padre(z, y)$

Bisabuelo: $\forall x\ \exists y\ [Abuelo(x) \wedge Padre(y, x)]$

Hermano: $\exists x\ \exists y\ \exists z\ [Masculino(y) \wedge Padre(x, y) \wedge Padre(x, z)]$

Hermana: $\exists x\ \exists y\ \exists z\ [Femenino(y) \wedge Padre(x, y) \wedge Padre(x, z)]$

Hijo: $\forall x\ \exists y\ \exists z\ [Masculino(x) \wedge Padre(x, y) \wedge Madre(z, x)]$

Hija: $\forall x\ \exists y\ \exists z\ [Femenino(x) \wedge Padre(x, y) \wedge Madre(z, x)]$

Tío: $\forall x\ \exists y\ [Padre(x) \vee Madre(x)] \wedge Hermano(x, y)$

Tía: $\forall x\ \exists y\ [Padre(x) \vee Madre(x)] \wedge Hermana(x, y)$

Hermano político: $\forall x\ \exists y\ [Hermana(x, y) \wedge [\exists z\ Casado(z, x)]$

Hermana político: $\forall x\ \exists y\ [Hermano(x, y) \wedge [\exists z\ Casado(z, x)]$

Primo hermano: $\forall x\ \exists y\ [Tio(x) \wedge Padre(x, y)]$

Anote una sentencia que aserte que la es una función conmutativa. ¿Su sentencia se sigue de los axiomas de Peano? Si es así, explique por qué; y si no, dé un modelo en el que los axiomas sean verdaderos y su sentencia falsa

$\forall x\ \forall y\ [x + y = y + x]$

No cumple los axiomas de Peano, necesitamos especificar el tipo de las variables y usar una sintaxis de lógica de predicados:

$\forall x\ \forall y\ [Numero(x) \wedge Numero(y) \rightarrow Suma(x, y) = Suma(y, x)]$

Representa los siguiente hechos con lógica de predicados:

a) Algunas plantas no tienen flores

$\exists x\ Planta(x) \wedge \neg Flores(x)$

b) Cualquier edificio es habitable

$\forall x\ Edificio(x) \rightarrow Habitable(x)$

c) No hay delito sin causa

$\neg\exists x\ Delito(x) \wedge \neg Causa(x)$

d) Algunas personas son insoportables

$\exists x\ Persona(x) \wedge \neg Soportable(x)$

e) Existen personas que no comen carne

$\exists x\ Persona(x) \wedge \neg Come(x, carne)$

f) No es oro todo lo que reluce

$\forall x\ \forall y\ Reduce(x) \rightarrow \neg Oro(y)$

g) Ningún asesino es bondadoso

$\forall x\ Asesino(x) \rightarrow \neg Bondadoso(x)$

h) El que estudia, aprueba

$\forall x$ Estudia(x) $\rightarrow$ Aprueba(x)

i) No todos los animales son racionales

$\forall x$ Animal(x) $\rightarrow$ $\exists y$ Animal(y) ^ $\neg$Racional(y)

j) Existen personas que aman a todo el mundo

$\forall x$ $\exists y$ Persona(x) ^ Persona(y) ^ Ama(x, y)

k) No es verdad que todas las personas no amen a todo el mundo

$\neg\forall x$ $\exists y$ Persona(x) ^ Persona(y) ^ Ama(x, y)

Evalúa las siguientes fórmulas cuando el dominio de x e y es {a,b}, f(a)=a, f(b)=a, y p(a,a)=V, p(a,b)=F, p(b,a)=F, y p(b,b) = V.

a) $\exists x$ $\exists y$ p(x, y)

Verdadero

b) $\forall x$ $\exists y$ p(x, y)

Verdadero

c) $\exists x$ $\forall y$ p(x, y)

Falso

d) $\forall x$ $\forall y$ p(x, y)

Falso

e) p(a, f(a)) $\wedge$ p(b, f(b))

Falso

f) $\forall x$ $\forall y$ (p(x,y) $\rightarrow$ p(f(x), f(y))

Verdadero

Expresa en sentencias de lógica de predicados las siguientes ideas y comprueba que los razonamientos son correctos utilizando la prueba por refutación y el principio de resolución.

a) Todas las personas no son altas. Todos los españoles son personas. Por tanto, todos los españoles no son altos.

$\forall x$ Persona(x) $\rightarrow$ $\neg$Alta(x)

$\forall x$ Español(x) $\rightarrow$ Persona(x)

$\forall x$ Español(x) $\rightarrow$ $\neg$Alta(x)

b) Todos los mamíferos tienen pulmones. Los árboles no tienen pulmones. Por tanto, los árboles no son mamíferos.

$\forall x$ Mamífero(x) → Pulmones(x)

$\forall x$ Árbol(x) → ¬Pulmones(x)

$\forall x$ Árbol(x) → ¬Mamífero(x)

c) Los planetas giran alrededor del Sol. La Tierra es un planeta. Por tanto, la Tierra gira alrededor del Sol.

$\forall x$ Planeta(x) → Girar(x, Sol)

$\forall x$ Tierra(x) → Planeta(x)

$\forall x$ Tierra(x) → Girar(x, Sol)

d) Todos los marineros aman el mar. Algunos cordobeses son marineros. Por tanto, algunos cordobeses aman el mar.

$\forall x$ Marinero(x) → Ama(x, mar)

$\exists x$ Cordobés(x) ^ Marinero(x)

$\exists x$ Cordobés(x) ^ Ama(x, Sol)

e) Los ingleses hablan inglés. Los españoles no son ingleses. Algunos españoles hablan inglés. Por tanto, algunos que hablan inglés no son ingleses.

$\forall x$ Inglés(x) → HablaInglés(x)

$\forall x$ Español(x) → ¬HablaInglés(x)

$\exists x$ Español(x) ^ HablaInglés(x)

$\exists x$ HablaInglés(x) ^ ¬Inglés(x)

f) Ningún mamífero tiene sangre fría. Los peces tienen sangre fría. Los peces viven en el agua y nadan. Algunos mamíferos viven en el agua y nadan. Las ballenas tienen sangre caliente. Por tanto, las ballenas son mamíferos.

$\forall x$ Mamífero(x) → ¬Tiene(x, SangreFría)

$\forall x$ Pez(x) → Tiene(x, SangreFría)

$\forall x$ Pez(x) → [Vive(x, agua) ^ Nada(x)]

$\exists x$ Mamífero(x) ^ Vive(x, agua) ^ Nada(x)

$\forall x$ Ballena(x) → Tiene(x, SangreCaliente)

$\forall x$ Ballena(x) → Mamífero(x)

g) Si el reloj estaba adelantado, Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés. Si Andrés dice la verdad entonces, Juan no vio partir el coche de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj estaba adelantado. Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

∀x [Reloj(x) ^ Adelantado(x)] → ∃y [Juan(y) ^ Llegar(y, antesDeLas10) ^ Ver(y, partirCocheAndrés)]

∀x [Andres(x) ^ Dice(x, verdad)] → ∃y [Juan(y) ^ Ver(y, partirCocheAndrés)]

∀x Andres(x) → [Dice(x, verdad) ^ Estar(x, edificio, momentoCrimen)]

∀x Reloj(x) → Adelantado(x)

∀x Andres(x) → Estar(x, edificio, momentoCrimen)

h) Pepito recibe regalos en su cumpleaños y en su santo. Pepito no recibió regalos ayer. Por tanto, ayer no fue su cumpleaños ni su santo.

∀x Pepito(x) → Recibe(x, regalos, cumple, santo)

∀x Pepito(x) → ¬Recibe(x, regalos, ayer)

∀x Ayer(x) → ¬[(Cumple(Pepito, x) ^ Santo(Pepito, x)]

i) Marta va al cine siempre que tiene dinero o alguien le invita, y sólo en esos casos. Marta fué ayer al cine y nadie le invitó. Por tanto, Marta tenía dinero ayer.

∀x [Marta(x) ^ [Tener(x, dinero) v ∃y Invitar(y, x)]] ⟷ Ir(x, cine)

∀x Marta(x) → Ir(x, cine) ^ ¬∃y Invitar(y, x)

∀x Marta(x) → Tener(x, dinero)

j) Uno es adorable si y sólo si todo el mundo lo ama. Pepito no es adorable. Por tanto, alguien no ama a Pepito.

∃x Adorable(x) ⟷ ∀y TodoElMundo(y) ^ Ama(y, x)

∀x Pepito(x) → ¬Adorable(x)

∃x ¬TodoElMundo(n) → Ama(x, Pepito)