Universidad del Valle de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ciencias de la Computación
Sistemas Operativos

Mini-Proyecto #1

Link del repositorio: https://github.com/diego59x/Modelacion_MiniProyecto_1

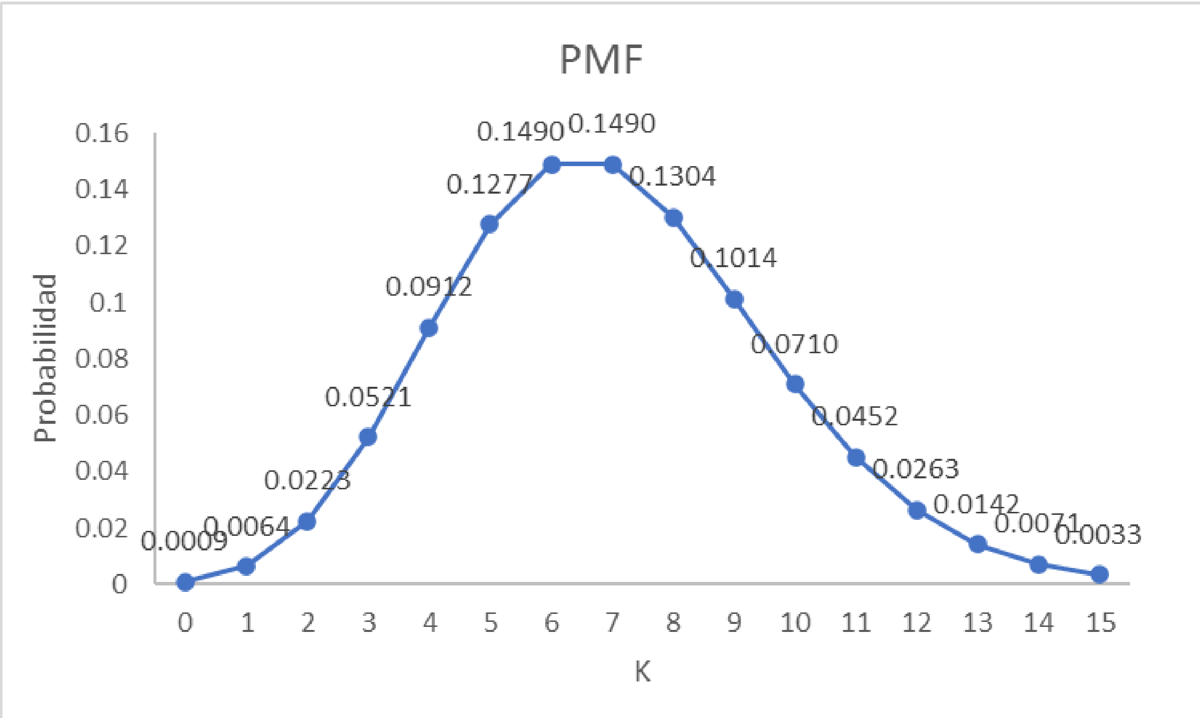
Alejandra Gudiel 19232
Diego Álvarez 19498

Ejercicio 1

Suponga que usted está trabajando en la industria relacionada con meteorología, por lo cual le interesa saber la probabilidad de que haya N huracanes este año. Se sabe que la frecuencia histórica de huracanes es 7 por año, en otras palabras, el número promedio de huracanes por año es de 7.

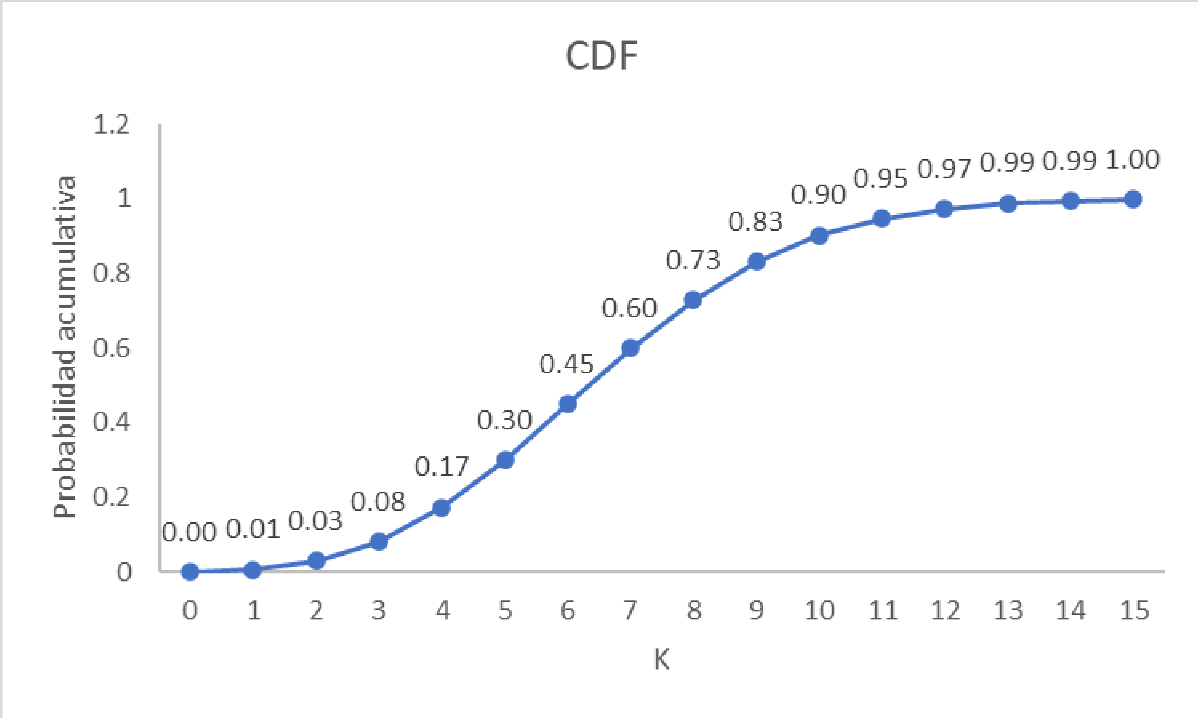
Tasks:

1. ¿Es este un escenario que se pueda modelar como una variable aleatoria de Poisson? ¿Por qué?
    a. Si, debido a que Poisson modela el número de éxitos en un intervalo dado. En este caso los éxitos son que ocurran huracanes y el intervalo es el tiempo.
2. Considere que usted analizará hasta un máximo de 16 huracanes este año. Grafique PMF (probability mass function) de estos eventos.



Gráfica #1: probabilidad de un huracán usando PMF

3. Considere que usted analizará hasta un máximo de 16 huracanes este año. Grafique CDF (cumulative distribution function) de estos eventos



Gráfica #2: probabilidad de un huracán usando CDF

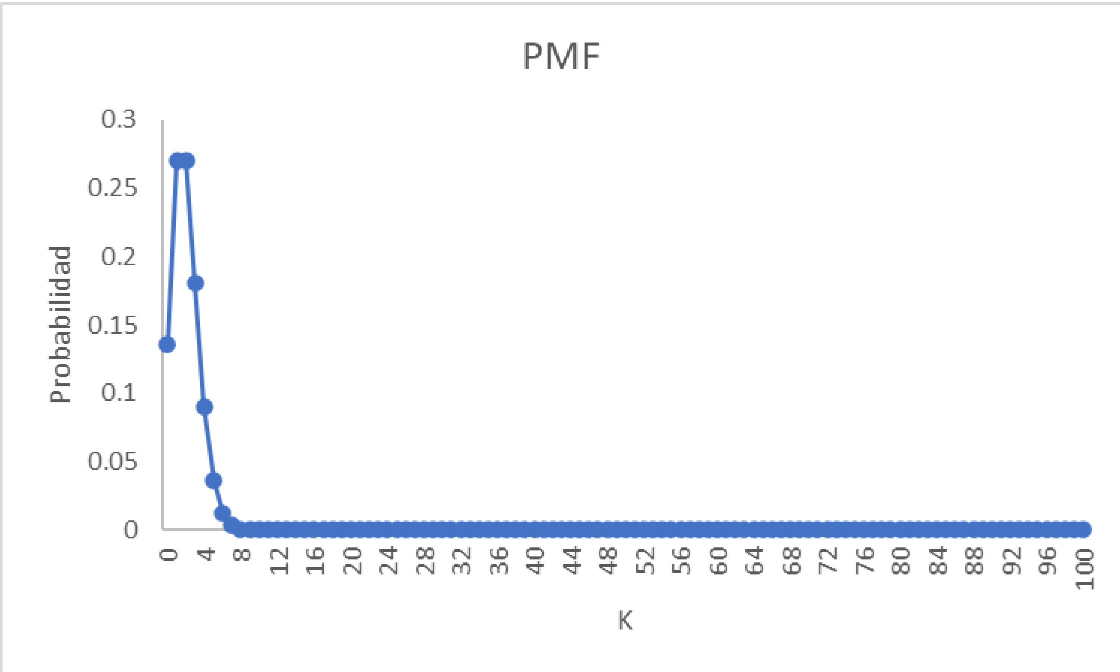
4. ¿Qué conclusiones puede sacar al observar las gráficas de los ejercicios anteriores?
    a. Sabemos que Poisson modela el número de eventos con éxito dada una probabilidad; gracias a esto podemos comprobar que con la gráfica de PMF es más probable que ocurran de 6 a 7 huracanes por año.
    b. Con la gráfica CDF podemos observar la relación que tienen la cantidad de huracanes con la probabilidad de que sucedan. Es decir, a mayor número de huracanes, mayor será la probabilidad de que estos sigan ocurriendo.

Ejercicio 2

Suponga que la cantidad promedio de buses que llegan a una parada de bus dada es de 2 cada 30 minutos. Considere X como la cantidad de buses que llegan a la mencionada parada de bus.

Tasks:

1. ¿Puede ser este evento modelado por una distribución de Poisson? ¿Por qué?
    a. Si, debido a que Poisson modela el número de éxitos en un intervalo dado. En este caso los éxitos son la cantidad de buses que llegan y el intervalo es el tiempo.
2. Calcule y grafique la probabilidad para diferentes números de buses, yendo desde 0 hasta 100. ¿Cuál es la cantidad de buses más probable?



Gráfica #3: probabilidad de la cantidad de buses en una parada de bus usando PMF

    a. La cantidad de buses más probable a pasar es entre 1 y 2 porque tienen la probabilidad más alta, 27% en cambio tenemos una probabilidad de 18% que pasen 3 buses y de 13% que no pasen buses.

Ejercicio 3

Un aspecto importante de los procesos de Poisson es que los intervalos de tiempo entre eventos consecutivos puede ser modelado usando una distribución exponencial, a pesar de que esta última sea contínua. Considerando esto para generar tiempos intermedios en un proceso de Poisson, usamos la técnica de invertir la CDF, en la cual literalmente se construye la inversa de la CDF, y se le da como input diferentes valores de una distribución uniforme. Esto da como resultado los correspondientes tiempos intermedios con sus respectivas probabilidades.
La CDF inversa para tiempos intermedios es:

$$F_X^{-1}(t) = -\frac{ln(1-t)}{\lambda}$$

Siendo esta la inversa de la CDF de una variable aleatoria exponencial.

$$1 - e^{-\lambda t}$$

Asuma que usted trabaja en una industria relacionada con la veterinaria, con lo que sabe que una clínica determinada el promedio de llegada de pacientes es de 5 por hora.

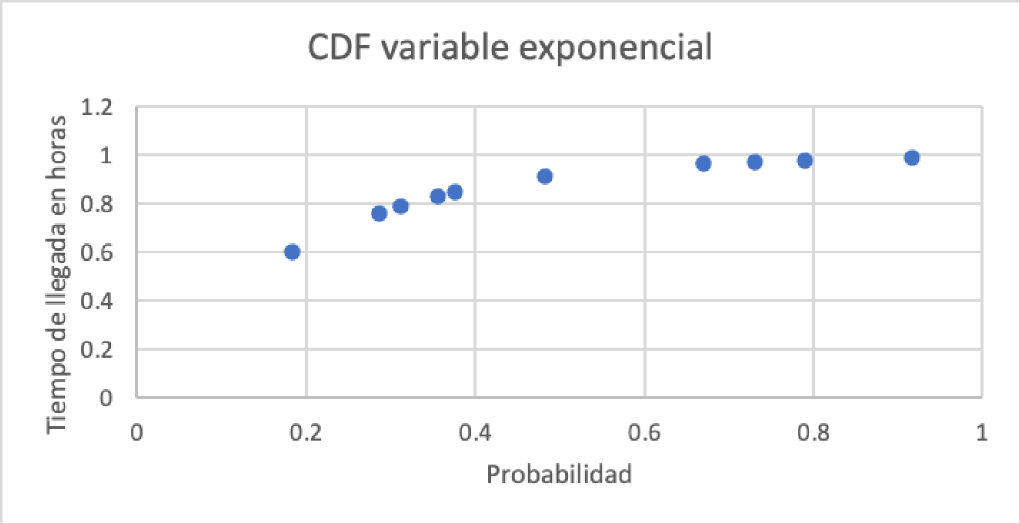
Tasks:

1. Genere una tabla que muestre los tiempos intermedios en horas para los 10 primeros pacientes

Pacientes	Uniform(0,1)	Tiempo
1	0.595280787	0.18091235
2	0.200250765	0.04469141
3	0.954862866	0.61961
4	0.964450274	0.66736457
5	0.623978682	0.19562189
6	0.236903852	0.05407425
7	0.284068553	0.06683417
8	0.032614912	0.00663173
9	0.344972222	0.08461553
10	0.544856077	0.15742832

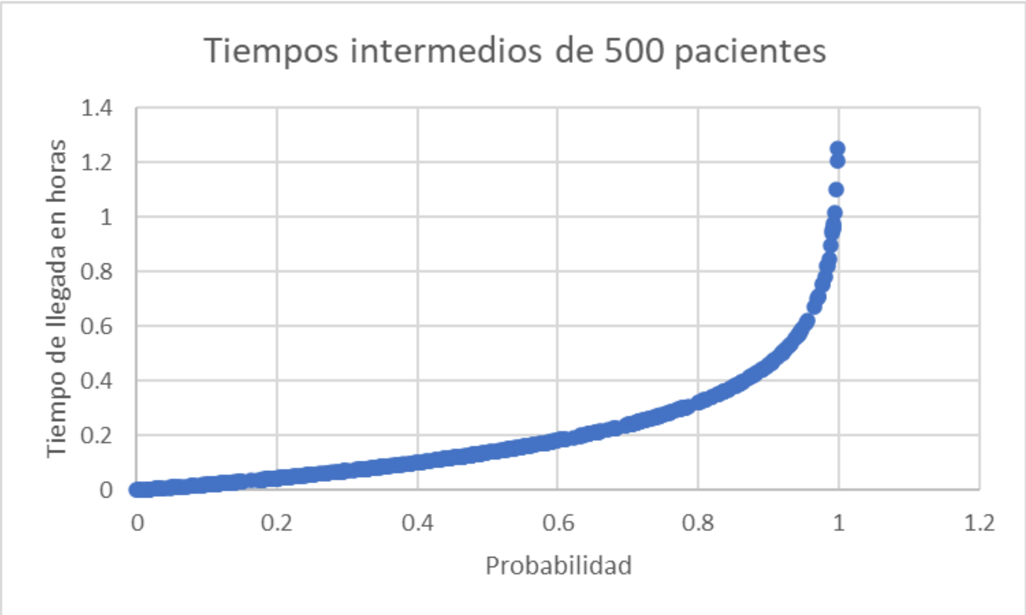
Tabla #1: probabilidad de pacientes en una veterinaria

2. Grafique usando el mismo lambda la CDF para la variable exponencial.



Gráfica #4: probabilidad de pacientes en una veterinaria usando CDF

3. Haga una gráfica de los tiempos intermedios para los primeros 500 pacientes. ¿Qué forma tiene la gráfica? ¿Cuál es la relación que se observa entre esta y la gráfica del punto anterior?



Gráfica #5: probabilidad de 500 pacientes en una veterinaria

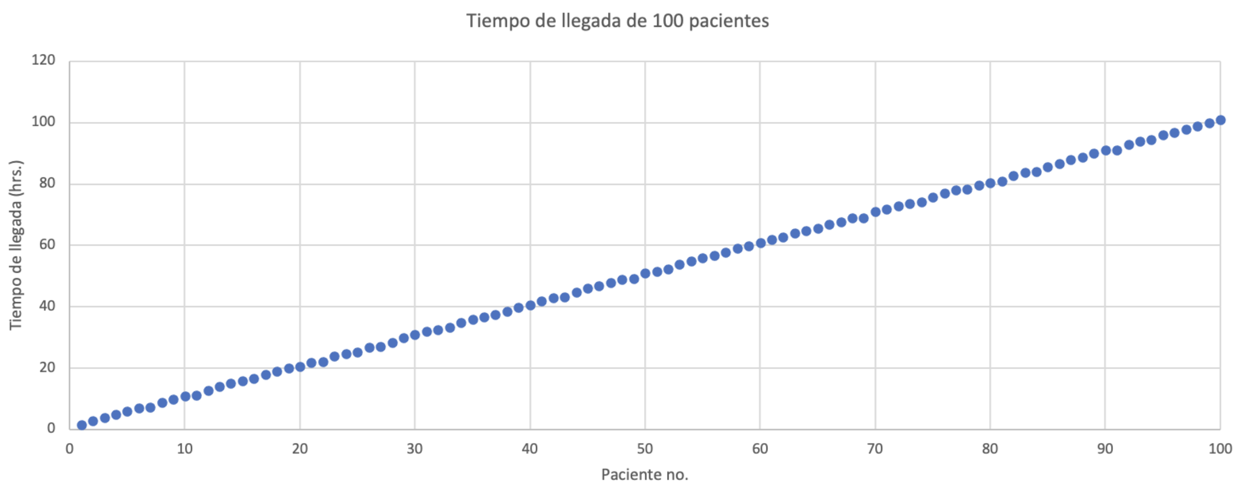
La gráfica 5 tiene una forma exponencial. La relación principal que se observa es que ambas gráficas tienden a 1 con una asíntota vertical. Esto lo podemos traducir a que en el primer gráfico vemos que a partir de 2 pacientes los otros 3 llegarán al terminar la hora, en el segundo gráfico vemos que a medida que la probabilidad de llegada aumenta el tiempo de llegada se ajusta a 1 hora.

Ejercicio 4

Con la información que hemos recabado del ejercicio anterior, es fácil generar las llegadas de los pacientes a la clínica veterinaria. Pues, si consideramos x1 = tiempo de llegada del primer paciente = tiempo intermedio para el primer paciente, y x2 = tiempo de llegada del segundo paciente = x1 + tiempo intermedio para el segundo paciente = x1 + x2, para x3 = tiempo de llegada del tercer paciente = x1 + x2 + tiempo intermedio para el tercer paciente = x1 + x2 + x3. Considerando que X1, X2, ... Xk son los tiempos intermedios, si definimos T1, T2, ... Tk como las variables que representarán las llegadas de los pacientes a la clínica veterinaria, vemos que T1 = X1; T2 = X1 + X2; Tk = X1 + X2 + ... + Xk

Tasks:

1. ¿Son las variables T1, T2 hasta Tk variables aleatorias? ¿Por qué?
    a. Sí son variables aleatorias debido a que T1 genera valores para T2, T3...Tk usando una distribución de probabilidad dentro de un espacio muestral. Es decir, se necesita que ocurra T1, para que ocurra T2 y así sucesivamente dentro de un tiempo dado.
2. Simule y grafique el proceso de Poisson completo usando el mismo gamma e información recabada del ejercicio 3. Haga una simulación para 100 pacientes.
    a. De acuerdo con la información del ejercicio anterior, sabemos que: T1 = 0.1809, T2 = 0.0446 + x1; T3 = 0.6191 + T2... etc.
    b. Usaremos el promedio de llegada anterior = 5 y el CDF inverso.



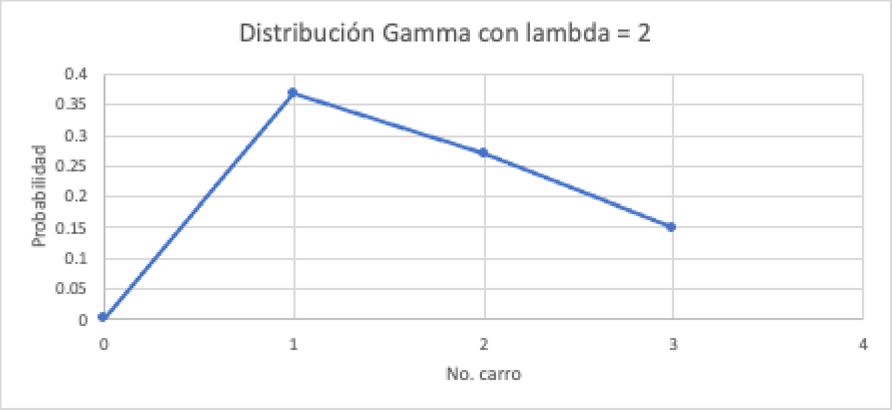
Gráfica #6: probabilidad de 100 pacientes en una veterinaria usando CDF inverso

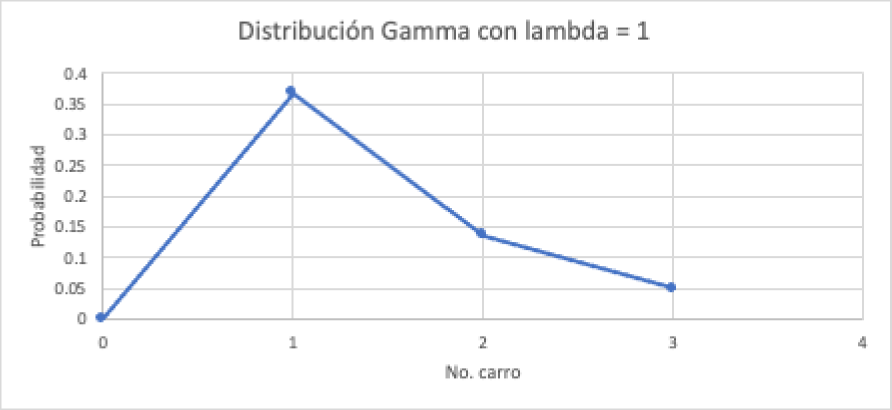
Ejercicio 5

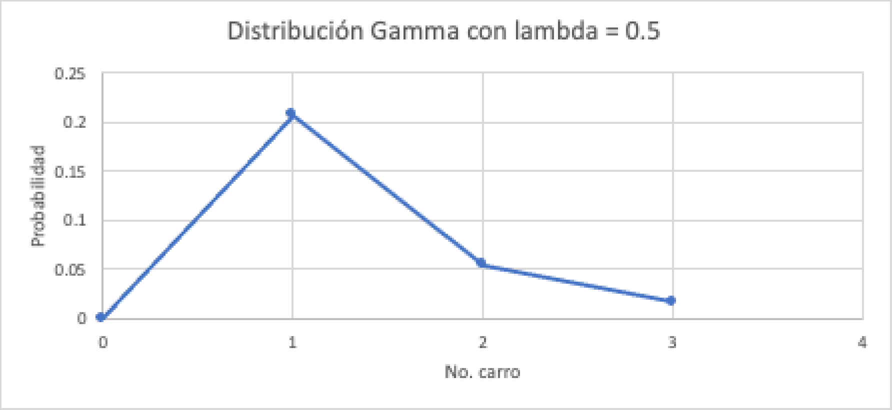
Considere un experimento en el cual se cuentan cuántos carros pasan por una calle determinada dentro de un rango de tiempo dado. Sabemos que el tiempo de espera para el n-ésimo evento puede ser modelando a través de una variable gamma. Considere el caso en el que usted está esperando que pase el 3er carro en la calle dada.

Tasks:

1. Para diferentes lambdas en [2, 1, 0.5], grafique las distribuciones gamma para cada uno de los casos.







2. ¿Qué conclusiones puede obtener de las gráficas obtenidas en términos de los tiempos de espera y el número de ocurrencias del evento? ¿Qué relación existe entre el tiempo de espera y el número de ocurrencias de un evento?
    a. Podemos observar en las gráficas que mientras el lambda sea más grande, encontraremos una mayor probabilidad de observar el tercer carro en dicha calle.
    b. Así mismo, en las tres gráficas podemos observar que a partir de 20 minutos, se podrá avistar por lo menos un carro. Luego de dicho tiempo, disminuye el tiempo de espera para que transite algún carro por el área. Por ende, concluimos que el tiempo de espera para el primer evento será mayor a los demás tiempos de espera.
    c. La relación que se establece entre el tiempo de espera y el número de eventos es que a medida que incrementa el tiempo de espera, se podrán observar más carros en un tiempo menor al carro previamente observado.