

**I) Найти неопределенные интегралы:**

А)  $\int \frac{\sqrt[3]{\arctg x + 1}}{1 + x^2} dx;$

б)  $\int (4x - 7)e^{x+1} dx;$

в)  $\int \frac{(x+3)dx}{(x-3)^2(x+2)}.$

**II)**

а) В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и

расставить пределы интегрирования по новым переменным, если:

$D = \{ x^2 + y^2 \leq 4x \}$ . Сделать чертёж области интегрирования.

б) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если

он сходится:  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^2}.$

в) Вычислить определенный интеграл:  $\int_{-3}^0 \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}}.$

**III)**

а) Криволинейный интеграл 2-го рода: определение, свойства. Теорема Грина.

б) Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода по замкнутому контуру по формуле Грина:

$\oint_L y^2 dx + (y - x) dy,$  если  $L$  - контур треугольника с вершинами

$O(0;0), A(2;0), B(0;2).$

в) Проверить результат непосредственным вычислением.

**IV)**

а) Пространственный контур  $\Gamma$  задан системой  $\{x^2 + y^2 = 4; z = y\}$ . Сделать чертеж. Вычислить  $\operatorname{rot} \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$ .

б) Теорема Стокса. Найти циркуляцию векторного поля  $\mathbf{a}$  по контуру  $\Gamma$ , применяя эту теорему, если  $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$ ,  $\Gamma = \{x^2 + y^2 = 4, z = y\}$

в) Проверить результат непосредственным вычислением линейного интеграла векторного поля по замкнутому контуру  $\Gamma$ .