INDEX:

1) CORRENT CONTINU
2) CORRENT ALTERN
3) ELECTRÓNICA
4) ONES ELECTROMAGNÉTIQUES

PROFE: JORDI MARTI

AVALUACIÓ:

- EP_1 (exàmen parcial) → tema 1 i 2. (4 de novembre)
- EP_2 (exàmen parcial) → tema 3 i 4. (10 de gener)

$$NF = 0{,}1\,NL + 0'9\left(\frac{P_1+P_2}{2},\ EF\right)$$

* Laboratori. 5 pràctiques (5 sessions)

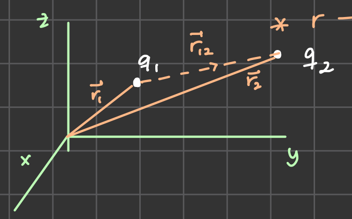
– TEMA 1 : CORRENT CONTINU –

1.1. CÀRREGA ELÈCTRICA , CAMP ELÈCTRIC

Q ⇒ propietat intrínseca de la matèria

- Franklin ⇒ 2 tipus de càrrega (+,-)
  + i + , - i - : es rebutjen
  + i - : s'atrauen

LLEI DE COULOMB (llei de la força elèctrica)

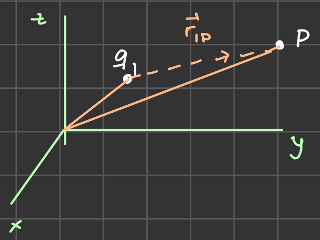


* r → posició de la càrrega respecte un punt

$\vec{F}_{12}$: força que q_1 exerceix sobre q_2.

$\vec{r}_{12} = (x_{12}, y_{12}, z_{12})$; $\vec{r}_{12} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

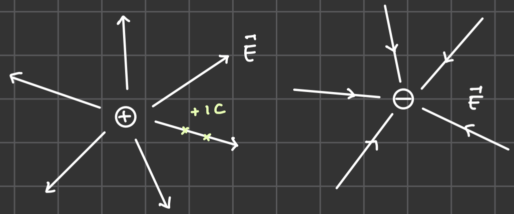
$$\vec{F}_{12} = k\,\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2}\cdot \hat{r}_{12} \text{ N} \qquad \left(k = 9\cdot 10^9\ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right)$$



$\vec{E}_{1P}$: camp elèctric de q_1 actua sobre P.

$$\vec{E}_{1P} = k\,\frac{q_1}{|\vec{r}_{1P}|^3}\cdot \vec{r}_{1P} \text{ N/C}$$

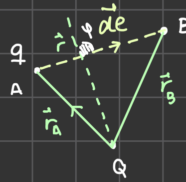
$\begin{cases} [F] \text{ en N} \\ [E] \text{ en N/C} \end{cases}$ Si $q_2 = +1\,C \Rightarrow \vec{F} = \vec{E}$, és a dir, el camp en un punt és la força que es farà sobre la +1C situada al punt



* Línies de camp → visualització de $\vec{E}$.
* Faraday → línies tangents a $\vec{E}$ en cada punt.

1.3. POTENCIAL I ENERGIA POTENCIAL

- PROBLEMA : Quanta energia necessito per moure q en presència d'una altra?
  v constant → E_c constant



fórmula del treball generalitzat

$$W_{E_Q} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B k\,\frac{Qq}{r^3}\,\vec{r}\cdot d\vec{l} = KQq\int_{r_B}^{r_A} \frac{1}{r^{\cancel{3}}}\cdot\cancel{r}\cdot dl\cdot\cos\varphi^{\star} =$$

★ $\cos\varphi = \dfrac{dr}{dl}$; $= kQq\displaystyle\int_{r_B}^{r_A}\frac{1}{r^2}\cdot \cancel{dl}\cdot\frac{dr}{\cancel{dl}} = kQq\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \Big[kQq\cdot(-1)\cdot r^{-1}\Big]_{r_A}^{r_B} = kQq\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$

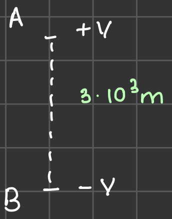
* $\vec{E}$ és conservativa ⇒ $W_E = -\Delta U = -(U_B - U_A)$

* Si no és un sistema conservatiu ⇒ $W_{extern} = -W_E$ on $\Delta U = U_B - U_A = -\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$ ‼ J;
ΔU = diferència d'Epotencial quan q és desplaça d'A a B.
$\Delta U = U_B - U_A$ ⇒ Definim potencial elèctric $V = \dfrac{U}{q}$; $\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$ J/C , diferència de potencial entre A i B
↳ Energía que hem de gastar contra $\vec{E}$ per moure +1C de A a B.

DEURES — DOSSIER CORRENT CONTINU

CORREGIT A CLASSE

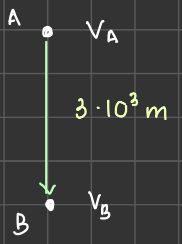
1. En una tempesta elèctrica típica els moviments convectius de masses d'aire transporten fins a la part superior d'un núvol de tempesta càrregues elèctriques positives que generen una diferència de potencial respecte a la base del núvol de 100 milions de volts. Si es produeix una descàrrega elèctrica (un llamp) en el que una quantitat de càrrega de 5 C és transportada verticalment d'un extrem a l'altre del núvol i la distància entre extrems és de 3 km,
a) Feu una estimació del camp elèctric que provoca el llamp.
b) Estimeu la quantitat d'energia que s'allibera.



$\Delta V = 1\cdot 10^8\ V$

$q = 5\ C$ és transporta de A a B.

a) $\vec{E}$ provocat pel llamp



$\vec{E} = k\,\dfrac{q}{(r_{AB})^3}\cdot\vec{r}_{AB}$; $E = \dfrac{\Delta V}{r_{AB}} = \dfrac{1\cdot 10^8}{3\cdot 10^3} = 3{,}333\cdot 10^4\ V/m$ ✓

b) Energia alliberada

$\Delta V = \dfrac{U}{q}$; $U = \Delta V\cdot q = 1\cdot 10^8\cdot 5 = 500\cdot 10^6\ J$ ✓

2. El camp elèctric en una regió de l'atmosfera terrestre en un dia de bon temps val aproximadament 150 N/C cap avall. Calculeu la diferència de potencial entre dos punts situats a 270 m i 420 m sobre la superfície terrestre. Raoneu quin punt estarà a un potencial més alt.

$\vec{E} = -150\,\vec{j}\ N/C$ * no et deixis la notació vectorial!

ΔV en dos punts $\begin{cases} P_A \text{ a } h = 270\,m \\ P_B \text{ a } h = 420\,m \end{cases}$

$r_{AB} = P_B - P_A = 420 - 270 = 150\ m$

$E = \dfrac{\Delta V}{r_{AB}}$, $\Delta V = E\cdot r_{AB} = -150\cdot 150 = -22500\ V$ ✓

$\Delta V = V_B - V_A = -22500$ ✓

★ $\vec{E}$ té el sentit en que V disminueix per tant $V_A > V_B$.

$* \ \Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{y_A}^{y_B} -150\cdot\vec{j}\cdot dy\cdot\vec{j} = 150\cdot(y_B - y_A)\cdot|\vec{j}|^2 = 150\cdot(270-420)\cdot 1 =$

$E_p =$ carrega * potencial

$\vec{F} = q\cdot\vec{E} \longleftrightarrow \Delta U = q\cdot\Delta V$; $U_B - U_A = q\cdot(V_B - V_A)$; $\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}}$

* És considera que $V_\infty = 0$.

Volem moure q de A a B, llavors suposem que $A\to\infty$ per tant $V_A = 0 \Rightarrow V_B =$ Energia necessària per moure +1C de ∞ a B.

CAS PARTICULAR ⇒ $\vec{E}$ CONSTANT

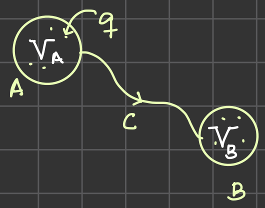
com que E és constant surt de l'int.

$V_A - V_B = -\int_A^B \vec{E}\,d\vec{l} = -\int_{x_A}^{x_B} E\cdot dx\cdot\cancel{\cos 0} = -E\int_{x_A}^{x_B} dx = \left[-Ex\right]_{x_A}^{x_B} =$

$= E\,(x_A - x_B) \rightarrow$ si $x_A - x_B < 0$ implica que $V_A > V_B$.

$\vec{E}$ és mou en la direcció en que el potencial disminueix.

1.2. INTENSITAT. RESISTÈNCIA. LLEI D'OHM



$V_A > V_B$; $\vec{F} = q\,\vec{E}$

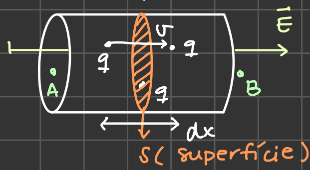
Com que $\vec{E}$ es mou $A \rightarrow B$ en teoria es produeix un flux / corrent de càrregues al que anomenem INTENSITAT

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad \text{A} \; (C/s)$$

* però aquesta definició no es gaire comú

EXPRESSIÓ MICROSCÓPICA D'I

cable



$V_A - V_B > 0$

* cal saber la densitat (volúmica) de càrrega

$\rightarrow n = \frac{n^o q}{\text{volum}}$

$\vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{v}$

$\vec{J} = \sum_{i=1}^{n} n_i q_i \vec{v_i}$

$$n \cdot q \cdot S \;\; dx = dq \Rightarrow I = \frac{dq}{dt} = \underbrace{n \cdot q}_{\text{densitat}} \cdot v \cdot S \rightarrow J = n \cdot q \cdot v$$

intensitat per unitat de superfície

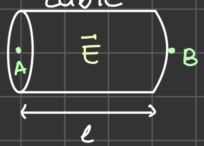
* Dintre del cable les q's pateixen "fregament" (xocs entre e^-). $\vec{E} \rightarrow \vec{J} \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

* $q \rightarrow e^- \Rightarrow$ als conductors el sentit de moviment de e^- es contrari a I.

LLEI D'OHM MICROSCÓPICA (experimental)

$$\vec{J} \propto \vec{E} \rightarrow \vec{J} = \underset{\text{conductivitat}}{\gamma} \cdot \vec{E}$$

cable



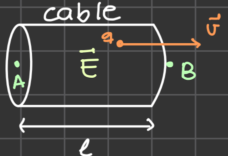
$$\left.\begin{array}{l} V_A - V_B = E \cdot \ell \\ I = J \cdot S \end{array}\right\} J = \gamma \cdot E \; ; \; \frac{I}{S} = \gamma \frac{(V_A - V_B)}{\ell} \; ; \; \Delta V = \frac{I \cdot \rho \ell}{S}$$

resistivitat: $\rho = \frac{1}{\gamma}$

$R = \frac{\rho \cdot \ell}{S}$ $\;\Omega \; \left(\frac{V}{A}\right)$

LLEI D'OHM $\rightarrow$ $V_A - V_B = I \cdot R$

cable



$du = q \underbrace{dV}_{dV < 0} < 0 \rightarrow$ dissipació d'energía en el fil en forma de calor $\Rightarrow$ EFECTE JOULE

Poténcia dissipada: $\left[P = \frac{du}{dt} = \frac{dq \cdot \Delta V}{dt} = I \cdot \Delta V = I^2 \cdot R \right]$ W

Δu dissipat: $\left[\Delta U_d = P \cdot \Delta t = I \cdot \Delta V \cdot \Delta t = I^2 \cdot R \cdot \Delta t \right]$ J

Calor dissipat: $\left[Q = I^2 \cdot R \cdot \Delta t \right]$ J * calories dissipades $1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$

PROBLEMES CLASSE

3.

3. En una descàrrega elèctrica de durada 100 μs, la intensitat de la descàrrega és de 30 kA. Si la descàrrega passa per un parallamps connectat a terra a través d'un cable que té una resistència de 10 Ω, estimeu quina potència haurà de suportar i l'energia que es dissiparà per efecte Joule.

$\Delta t = 100\ \mu s = 10^{-4}\ s$

$I = 30 \cdot 10^{3}\ A$

$R = 10\ \Omega$

$\Delta V = I \cdot R = 3 \cdot 10^{5}\ V$

P? $P = I \cdot \Delta V = 30 \cdot 10^{3} \cdot 3 \cdot 10^{5} = 9 \cdot 10^{9}\ W$

$\Delta U = P \cdot \Delta t = 9 \cdot 10^{9} \cdot 10^{-4} = 9 \cdot 10^{5}\ J$ ✓

4.

4. Una resistència de carboni de 10 kΩ que es fa servir en circuits electrònics s'ha dissenyat per dissipar una potència de 0.25 W.
a) Quin és el màxim corrent que pot transportar aquesta resistència?
b) Quin és el màxim voltatge que es pot establir als seus extrems?

$R = 10\ k\Omega = 10^{4}\ \Omega$

$P = 0{,}25\ W$

a) $P = I \cdot \Delta V = I^{2} \cdot R \; ; \; I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{0{,}25}{10^{4}}} = 5 \cdot 10^{-3}\ A$ ✓

b) $\Delta V = \frac{P}{I} = \frac{0{,}25}{5 \cdot 10^{-3}} = 50\ V$ ✓

5.

$* 1\ kWh = 3{,}6 \cdot 10^{6}\ J$

5. Una bateria de cotxe de 12 V i resistència interna negligible pot subministrar una càrrega total de 160 Ah.
a) Quina és l'energia total emmagatzemada a la bateria?
b) Durant quant de temps podria aquesta bateria subministrar 150 W a un parell de llums de cotxe?

Batería 

r → Resistència interna

ε → FEM

$r \approx 0$

$\varepsilon = 12V$

$Q = 160\ A \cdot \cancel{h} \cdot \frac{3600\ s}{1 \cancel{h}} = 576 \cdot 10^{3}\ C$

$* \; I = \frac{q}{t} \; ; \; I \cdot \Delta t = q$

a) $\Delta U = P \cdot \Delta t = I \cdot \Delta V \cdot \Delta t = I \cdot \varepsilon \cdot \Delta t = Q \cdot \varepsilon = 576 \cdot 10^{3} \cdot 12 = 6{,}912 \cdot 10^{6}\ J$ ✓

b) $\Delta t = \frac{\Delta U}{P_{llum}} = \frac{6{,}912 \cdot 10^{6}}{150} = 4{,}608 \cdot 10^{4}\ s$ ✓

6.

6. Un cotxe elèctric lleuger funciona amb 10 bateries de 12 V. A una velocitat de 80 km/h la força mitjana de fregament és de 1200 N.
a) Quina haurà de ser la potència del motor elèctric per tal que el cotxe circuli a 80 km/h?
b) Si cada bateria pot distribuir una càrrega total de 160 Ah abans de la seva recàrrega, quina és la càrrega total que poden subministrar les 10 bateries?
c) Quina és l'energia elèctrica total distribuïda per les 10 bateries abans de la recàrrega?

10 bateries de 12V.

A $v = 80\ km/h \quad f_r = 1200N$

a) P pq $v = 80\ km/h$? $\frac{80\ \cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{10^{3} m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1 \cancel{h}}{3600 s} = 22{,}22\ m/s$

$P = F \cdot v = 1200 \cdot 22{,}22 = 26{,}66 \cdot 10^{3}\ W$ ✓

c) E distribuïda per les 10 bat abans de la recàrrega?

$I = 160\ A\,h$

$V = 12\ V$

$1 kWh = 3{,}6 \cdot 10^{6}\ J$

$P = IV \; ; \; U_1 = IVt \; ; \; U_1 = 160 \cdot 12 = 1920\ W/h$

$U_1 = 1920\ W/h \cdot 3{,}6 \cdot 10^{3} = 6{,}912 \cdot 10^{6}\ J \rightarrow U_T = 10 U_1 = 69{,}12 \cdot 10^{6}\ J$ ✓

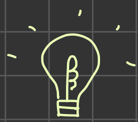
b) 10 baterias ; 1 → 160 A·h càrrega total subministrada?

$160\ A \cdot h \cdot \frac{3600 s}{1 h} = 576 \cdot 10^{3}\ C \longrightarrow q = 576 \cdot 10^{3}\ C$

Càrrega total : $n^{o}bat \cdot q = 10 \cdot 5{,}76 \cdot 10^{5} = 5{,}76 \cdot 10^{6}\ C$ ✓

7.

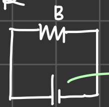
7. La bombeta del llum de fre d'una moto és de 5 W a 12 V.
a) Quina és la seva resistència? Quin corrent hi circula quan s'il·lumina?
b) Quina potència dissiparia si es connectés a una pila de 4.5 V?



$P_{bom} = 5W$
$V = 12V$

a) $P = I \cdot \Delta V = \frac{V}{R} \cdot V = \frac{V^2}{R}$; $P = \frac{V^2}{R}$; $R = \frac{V^2}{P} = \frac{12^2}{5} = 28,8\,\Omega$ ✓

b) P dissipada
pila = 4,5V



$\varepsilon = 4,5V$ $r \approx 0 \Rightarrow$ pila "ideal"

$P_{dis} = I \cdot \Delta V = \frac{V^2}{R} = \frac{(4,5)^2}{28,8} = 0,7\,W$ ✓

1.3. FONTS DE TENSIÓ

GENERADORS → aparell que fa que $V_A > V_B$
considerem que la seva potència és manté constant

→

* tenen una r interna!

Els generadors tenen asociada una energía $\Delta U = q \cdot (V_A - V_B)$ J i una poténcia subministrada $P = I \cdot (V_A - V_B) = \frac{\Delta U}{\Delta t}$ W.

→ Però apart de la $P_{sub.}$ hem de tenir en compte que arrel del EFECTE JOUL tenim una altre poténcia dissipada $P_{dis} = r \cdot I^2$ W

Per tant amb P_{sub} i P_{dis} hem de fer un balanç energétic:

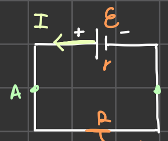
$$\boxed{P_{sub} + P_{dis} = P_{consumida}}$$

⇓

$I(V_A - V_B) + rI^2 \propto I$; $\cancel{I}(V_A - V_B) + rI^{\cancel{2}} = \varepsilon \cdot \cancel{I}$; $V_A - V_B = \varepsilon - Ir$

ε i r o
me les donen
o em diuen
com calcularles

ex :



circuit ELEMENTAL

el cable té una mica de r.

$$\left.\begin{aligned} V_A - V_B &= \varepsilon - Ir \\ V_A - V_B &= I \cdot R \end{aligned}\right\} \quad \varepsilon - Ir = IR \; ; \quad I = \frac{\varepsilon}{R+r} \text{ A}$$

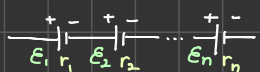
LLEI D'ASSOCIACIÓ

A) EN SÈRIE

I és igual

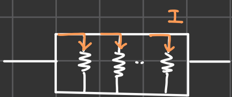
$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$ $\quad V_i = R_i \cdot I$

¿Que passaria si tinguessim generadors?
* si conectem els generadors del revés ⇒ $\varepsilon \to -\varepsilon$



$$\left\{\begin{aligned} r_{eq} &= \sum_{i=1}^{n} r_i \\ \varepsilon_{eq} &= \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \; * \end{aligned}\right.$$

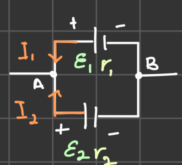
B) PARAL·LEL



$I_T = \sum_{i=1}^{n} I_i$ $\quad R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1/R_i}$

* Voltatge comú en totes

¿Que passaria si tinguessim generadors?

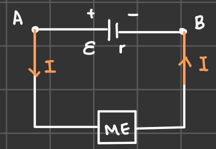


$$\left\{\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} &= \sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i}{r_i} \\ r_{eq} &= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1/r_i} \end{aligned}\right.$$

PROBLEMES CLASSE

8

8. Una bateria amb una força electromotriu de 12 V té una diferència de potencial entre borns de 11.4 V quan proporciona un corrent de 20 A al motor d'engegada d'un cotxe.
a) Quina és la resistència interna de la bateria?
b) Si el conjunt de llums del cotxe equival a una resistència de 2 Ω, quina és la diferència de potencial entre borns de la bateria si encenem els llums sense utilitzar el motor d'engegada?



$\mathcal{E} = 12V$

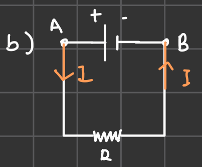
$I = 20\,A$

$V_A - V_B = 11,4V$

a) r? $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{V}{I}+r}$; $\frac{V}{I} + r = \frac{\mathcal{E}}{I}$; $r = \frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{V}{I}$; $r = \frac{12-11,4}{20}$

$r = 0,03\ \Omega$

b)

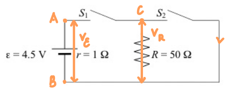


$R = 2\Omega$; $V_A - V_B$?

$$\begin{cases} V_A - V_B = \mathcal{E} - Ir \\ V_A - V_B = I \cdot R \end{cases}$$

9.

9. Considereu el circuit de la figura. Quina és la intensitat I, i la tensió entre borns de la bateria, V, i la intensitat I_R i la tensió V_R a R, quan
a) els interruptors S_1 i S_2 són oberts?
b) l'interruptor S_1 és tancat i S_2 és obert?
c) els interruptors S_1 i S_2 són tancats?



a) S_1 i S_2 oberts

$V_A - V_B = \mathcal{E} - Ir = 4,5\,V$

$I_R = I' = 0$

$V_R = R\,I_r = 0$

b) S_1 tancat, S_2 obert

$R = \rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow R_{fil} \simeq 0$

$V_A - V_C = I \cdot R_{fil}$; $V_A = V_C$

$I_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = I_r = 8,82 \cdot 10^{-2} A$

$V_{\mathcal{E}} = \mathcal{E} - I_{\mathcal{E}} r = 4,412\,V$

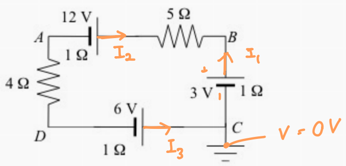
c) S_1 i S_2 tancats

$R_p = 0$; $I_R = 0$; $I_{\mathcal{E}} = I'$

$V_R = 0$; $V_A - V_B = 0 = \mathcal{E} - I_{\mathcal{E}} r$; $I_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = 4,5\,A$

10.

10. Quina intensitat circula, i en quin sentit, en el circuit de la figura?
Quan un punt d'un circuit està connectat al sòl (a la Terra), es diu que està connectat a terra, i aquest punt s'acostuma a considerar com a zero del potencial. En el circuit de la figura el punt C està connectat a terra. Quin és el potencial en els altres punts?



$\mathcal{E}_{eq} = 12 - 3 - 6 = 3V$

$R_{eq} = 4 + 5 = 9\Omega$

$r_{eq} = 1 + 1 + 1 = 3V$

$I_T = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{3}{9+3} = 0,25\,A$

* En sentit horari

$V_C = 0$

$V_C - 6 - (0,25 \cdot 1) - V_D = 0$; $V_D - V_C = -6 - (0,25 \cdot 1) = -6,25\,V$; $V_D = -6,25\,V$

$V_C + 3 + (0,26 \cdot 1) - V_B = 0$; $V_B = 3,25\,V$

$V_B - 12 + (0,25 \cdot 6) - V_A = 0$; $V_A = -12 + (0,25 \cdot 6) + 3,25 = -7,25\,V$

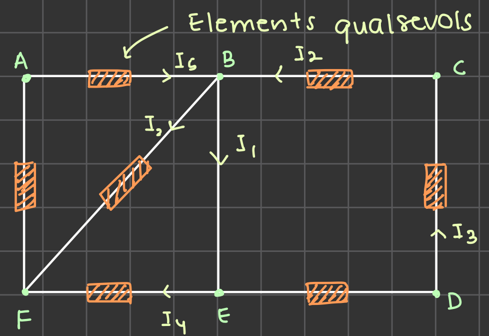
1.4. LLEIS DE KIRCHHOFF

PRIMERA LLEI

SEGONA LLEI → Conservació de l'energia

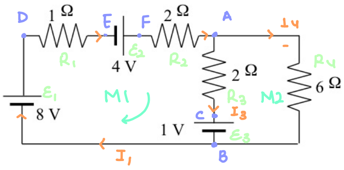
$\left[\sum_{j=1}^{m} \Delta V_j = 0 \right]$, s'aplica a les malles.

$(V_F - V_A) + (V_A - V_B) + (V_B - V_F) = 0$



11.

11. Sigui el circuit indicat a la figura. Trobeu:
a) El corrent que circula per cada resistència.
b) La potència subministrada per cada fem.
c) La potència dissipada a cada resistència.



NUS A. $I_1 = I_3 + I_4$

NUS B. $I_3 + I_4 = I_1$

MALLA 1:

$V_D - V_E + V_E - V_F + V_F - V_A + V_A - V_C + V_C - V_B + V_B - V_D = 0$

$(R_1 \cdot I_1) - \mathcal{E}_2 + (R_2 \cdot I_1) + (R_3 \cdot I_3) + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = 0$

MALLA 2:

$(R_4 \cdot I_4) - \mathcal{E}_3 - (R_3 \cdot I_3) =$

$$\begin{cases} I_3 + I_4 = I_1 \\ 3I_1 + 2I_3 = 11 \\ 6I_4 - 2I_3 = 1 \end{cases} \rightarrow 3(I_3 + I_4) + 2I_3 = 11, \quad 5I_3 + 3I_4 = 11$$

$$\begin{cases} 5I_3 + 3I_4 = 11 \quad (-2) \\ -2I_3 + 6I_4 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} -10I_3 - 6I_4 = -22 \\ -2I_3 + 6I_4 = 1 \\ \hline -12I_3 \quad 0 \quad = -21 \end{array}$$

$I_3 = 1{,}75\text{ A}$

$6I_4 - 2I_3 = 1; \quad I_4 = \dfrac{1 + \frac{7}{2}}{6} = 0{,}75\text{ A}$

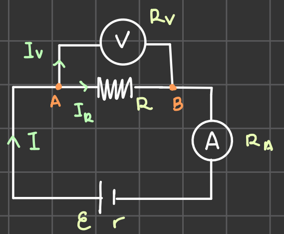
$I_1 = I_3 + I_4 = 1{,}75 + 0{,}75; \quad I_1 = 2{,}5\text{ A}$

1.5. APARELLS DE MESURA

A) AMPERÍMETRE → mesura I, $R_A \approx 0$, Inserta en serie a branca

B) VOLTÍMETRE → mesura ΔV, $R_V \approx \infty$, Punxa en paral·lel a l'element

C) OHMÍMETRE → mesura R, amperímetre en escala Ω



$I = I_R + I_V; \quad I_V = I - I_R$

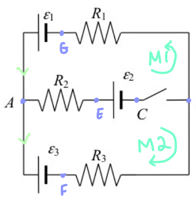
$-R I_R + R_V \cdot I_V = 0$

$\dfrac{R_V \cdot (I - I_R)}{R_V} - \dfrac{R \cdot I_R}{R_V} = 0; \quad I - \left(1 + \dfrac{R}{R_V}\right) \cdot I_R = 0$

$I_R = \dfrac{I}{1 + \dfrac{R}{R_V}}$ A

12.

12. Sigui el circuit indicat a la figura. Determineu:
a) La ddp $V_C - V_B$ si l'interruptor està obert.
b) La intensitat que circula per ε_2 quan tanquem l'interruptor.



Dades:

$\varepsilon_1 = 20$ V	$R_1 = 5\ \Omega$
$\varepsilon_2 = 15$ V	$R_2 = 10\ \Omega$
$\varepsilon_3 = 10$ V	$R_3 = 3\ \Omega$

a) $V_C - V_B$ int obert

$V_C - V_B = V_C - V_E + \cancel{V_E - V_A}^{\,0} + V_A - V_F + V_F - V_B$

$V_C - V_B = -15 + 0 + 10 + 3I$

Calcul I → $10 + 3I + 5I - 20 = 0; \quad I = \dfrac{10}{8} = 1{,}25\text{ A}$

$V_C - V_B = -15 + 10 + 3 \cdot (1{,}25) = -1{,}25\text{ V}$

b) NUS A. $I_3 = I_1 + I_2$

MALLA 1. $R_2 I_2 + \mathcal{E}_2 + R_1 I_1 - \mathcal{E}_1 = 0$

MALLA 2. $R_3 I_3 - \mathcal{E}_3 + R_2 I_2 + \mathcal{E}_2 = 0; \quad R_3(I_1 + I_2) - \mathcal{E}_3 + R_2 I_2 + \mathcal{E}_2 = 0$

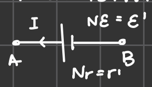
$$\begin{cases} 10I_2 + 15 + 5I_1 - 20 = 0; \quad 10I_2 + 5I_1 = 5 \\ 3I_1 + 3I_2 - 10 + 10I_2 + 15 = 0; \quad 13I_2 + 3I_1 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 10I_2 + 5I_1 = 5; \quad I_1 = 2I_2 + 1 \\ 13I_2 + 3I_1 = 5 \end{cases}$$

$13I_2 + 3(2I_2 + 1) = 5; \quad 13I_2 + 6I_2 + 3 = 5; \quad 19I_2 = 2; \quad I_2 = 0{,}1\text{ A}$

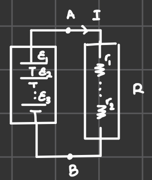
1.5. TEOREMA DE THÈVENIN

- Conceptes previs

(1) FONT DE TENSIÓ



→



$V_A - V_B = N\mathcal{E} - Nr$

(2) PRINCIPI DE SUPERPOSICIÓ

L'acció de cada font no depén de la presència de les altres.

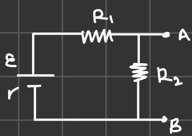
La I de cada element = suma de I's de les fonts.

TEOREMA Tot circuit format per fonts de tensió i resistències, es pot substituir per un circuit equivalent (eq. Thévenim) format per una sola font (ideal) i una resistència, conectades entre els mateixos terminals A i B del circuit original.

$\mathcal{E}_{eq.Th} = V_A - V_B$ en circuit obert

$R_{eq.Th} = R_{eq.}$ entre A i B un cop s'han circuitat totes les fonts.

exemple:



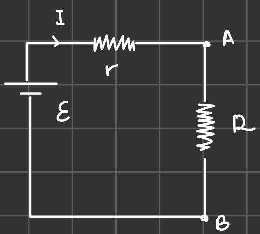
$$\mathcal{E} - (R_1 + r + R_2) I = 0$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r}$$

$$* \quad \mathcal{E}_{Th} = V_A - V_B = I \cdot R_2 = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2 + r}$$

$$* \quad \frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{R_1 + r} + \frac{1}{R_2} \; ; \; R_{Th} = \frac{(R_1 + r) R_2}{R_1 + R_2 + r}$$

MÀXIMA TRANSFERÈNCIA DE POTÈNCIA



¿Quan ha de valer R per tal que dissipi la màxima potència?

$$P(R) = I \cdot \Delta V = I^2 \cdot R$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

$$P(R) = \frac{R \cdot \mathcal{E}^2}{(R + r)^2}$$

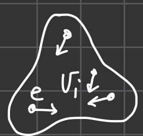
$$\frac{dP(R)}{dR} = 0 \quad ; \quad \frac{\mathcal{E}^2 (R + r)^{\cancel{2}} - \mathcal{E}^2 R \cdot 2 \cancel{(R + r)}}{(R + r)^{\cancel{4}}} = 0 \Rightarrow \mathcal{E}^2 (R + r) - \mathcal{E}^2 R \cdot 2 = 0$$

$r - R = 0$; $R = r$ → quan això es cumpleix $P_{dis} = max.$

$$P(R = r) = \frac{r \mathcal{E}^2}{(r + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \text{ W}$$

1.6. PROPIETATS DEL CONDUCTOR EN EQUILIBRI

*



Conté e^- (càrrega lliure)

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \vec{v}_i \approx 0$$

↳ velocitat mitjana

* PROPIETATS

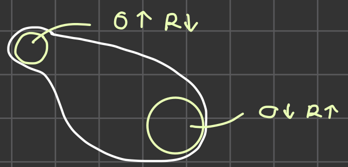
$\vec{E} = 0$ a l'interior del conductor

Tota la càrrega lliure del conductor està distribuida per la superfície

E potencial constant en tot el conductor $\quad V = const.$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \, d\vec{l} = 0$$

Als punts on la corbatura del conductor és menor, la densitat de càrrega és més gran

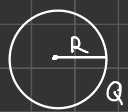


$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$

Conductivitat amb cavitat → $\vec{E} = 0$ a la cavitat

* Capacitat d'un conductor en eq. C

Observem que encara que Q i V poden variar el quocient $\frac{Q}{V}$ és constant

$\Rightarrow C = \frac{|Q|}{|\Delta V|} \Rightarrow$  $V = \frac{KQ}{R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

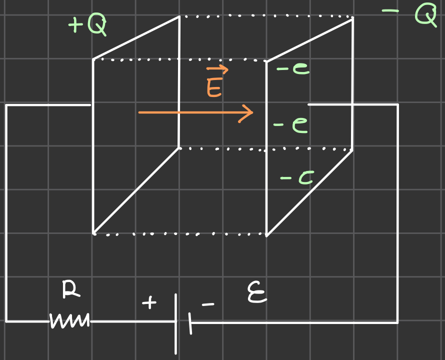
$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\cdot\hat{r}$ → $\times E \longleftrightarrow \times V$

$\left[C_{esf.} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}}{4\pi\varepsilon_0 R}} = 4\pi\varepsilon_0 R \;\; F \right]$

$C = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$ = Faraday (F) ; El faraday expressa la capacitat que te un conductor quan es conecta a 1V es carrega amb 1 C.

INFLUÈNCIA TOTAL DE 2 CONDUCTORS (els que les seves superfícies estan totalment enfrontades)

☆ CONDENSADOR : sistema de dos conductors en influència total tals que quan es conecten a un diferencial de potencial qualsevol tal que assoleixen q's iguals de signe contrari.



$\Delta V = \mathcal{E}$ pila

$C = \frac{Q}{\Delta V}$; $|\vec{E}| = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$ superfície placa

capacitat

$\Delta V = V_+ - V_- = \int_+^- \vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\cdot d \;\; V$

$C = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}d}{\varepsilon_0 S}}$; $\left[C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \;\; F \right]$ * la capacitat depen de la geometria, serveix per acumular Q

Energia emmagatzemada pel condensador (W necessari per carregar-lo)

$$\left.\begin{aligned} U &= W = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} \\ dU &= d(q\cdot V) = dq\cdot V \end{aligned}\right\} \; U = \int_0^Q V\,dq = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\left[U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 \;\; J \right]$$

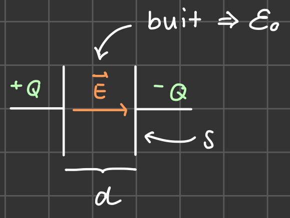
Densitat d'Energia

$$u_E = \frac{U}{\text{Volum}} = \frac{\frac{1}{2}Q\Delta V}{S\cdot d} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 \cancel{S} E E \cancel{d}}{\cancel{S}\cdot\cancel{d}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

CONDENSADOR + DIELÈCTRIC (AILLANT)

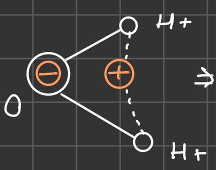
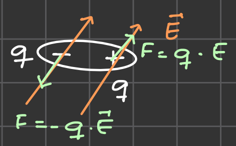
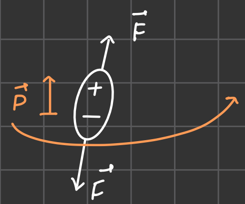
condensador en el buit → $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ F

$u = \frac{1}{2} Q \Delta V$ J



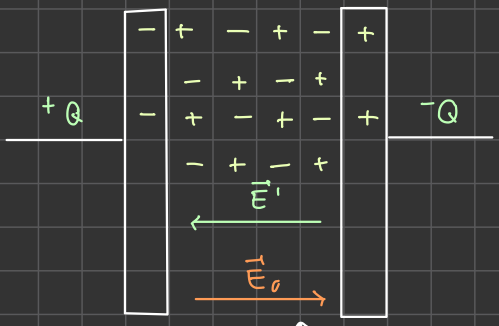
molècules en un dieléctic $\begin{cases} \text{Polars} \\ \text{No polars} \end{cases}$

* MOL POLAR : té els centres de càrrega positiva i negativa situats en punts diferents. (ex. aigua)

H_2O =  ⇒  ⇒ 

moment dipolar ⇒ $\vec{P} \uparrow \vec{E} \uparrow$

$\vec{p} = q \cdot \vec{r}$



→ Polarització del dielectric

$\vec{E}'$ contrari a $\vec{E}_0$

$\vec{E}_{Total} = \vec{E}_0 - \vec{E}' < \vec{E}_0$

Electricament neutre

Experimentalment se sap que : $C > C_0$

amb diel. $C = \frac{\varepsilon + \varepsilon_0 \cdot S}{d}$

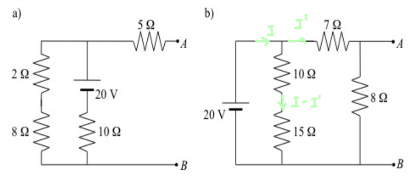
C_0 al buit

$C = \varepsilon_r \cdot C_0$ → PERMITIVITAT RELATIVA DEL DIELÈCTRIC $\varepsilon_r \geq 1$

---

ex. 26

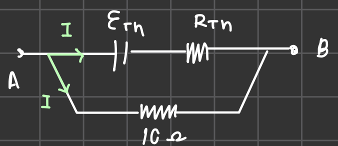
26. Considereu els circuits de la figura i trobeu els seus equivalents Thévenin entre les terminals *A* i *B*. Quina seria la potència elèctrica dissipada en una resistència *R* = 10 Ω col·locada entre aquests dos terminals.



a) $R_{Th} = \frac{1}{1/10 + 1/10} + 5 = 10\,\Omega$

$(10 + 10) I - 20 = 0$; $20 I - 20 = 0$; $I = 1$ A.

$\varepsilon_{Th} = V_A - V_B = (20 - 10) I = 10$ V



$P = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2{,}5$ W

b) $\varepsilon_{Th} = V_A - V_B$

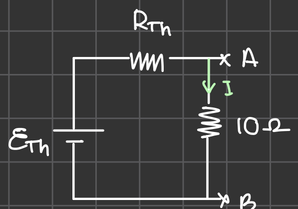
$\begin{cases} 20 = 25 (I - I') \\ 0 = 15 I' - 25 (I - I') \end{cases}$

$I' = \frac{20}{15} = 1{,}33$ A

$I = \frac{20}{25} + I' = 2{,}13$ A

$\varepsilon_{Th} = 8 I' = 10{,}67$ V

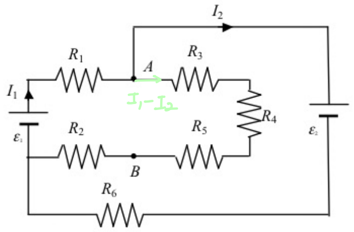
$R_{Th} = \frac{7 \cdot 8}{7 + 8} = \frac{56}{15} = 3{,}73\,\Omega$



$P = I^2 R = 0{,}78^2 \cdot 10 = 6{,}07$ W

27.

27. En el circuit de la figura $I_1 = 0.75$ A i $V_A - V_B = 15$ V. Calculeu:
a) El valor de la força electromotriu ε_1.
b) La potència dissipada a R_3.
c) El valor de la intensitat I_2 i de la força electromotriu ε_2.
d) El circuit equivalent Thévenin entre A i B.
(Dades: $R_1 = R_2 = 8\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, $R_5 = 15\ \Omega$, $R_6 = 12\ \Omega$).



$I_1 = 0,75$ A

$V_A - V_B = 15$ V

$I_1 = I_2 + I_3$

$I_2 = I_1 - I_3$

$\varepsilon_1 = R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_2) + R_4 (I_1 - I_2) + R_5 (I_1 - I_2) + R_2 (I_1 - I_2)$

$\varepsilon_1 = (10 + 5 + 15)(I_1 - I_2)$; $I_3 = \frac{15}{30} = 0,5$ A

$V_A - V_B = -8 I_1 + \varepsilon_1 - 8 I_3$

$\varepsilon_1 = 15 + 8 \cdot 0.75 + 8 \cdot 0,5 = 25$ V

$I_2 = I_1 - I_3 = 0,25$ A

$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = (0,5)^2 \cdot 10 = 2{,}5$ W

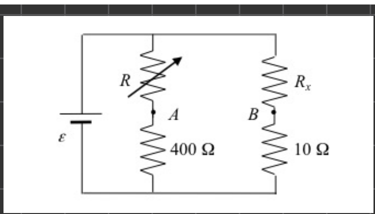
$V_A - V_B = 15$; $\varepsilon_2 + 12 I_2 - 8 I_3 = 15$; $\varepsilon_2 = 16$ V

$\varepsilon_{Th} = 15$ V

$R_{Th} = 8,97\ \Omega$

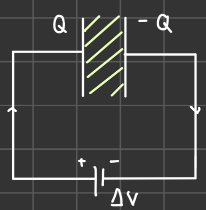
28.

28. Al circuit de la figura tenim un generador ideal (sense resistència interna) de força electromotriu ε, una resistència variable R i una resistència desconeguda R_x.
a) Quin és el valor de R_x si, quan $R = 200\ \Omega$, la diferència de potencial entre A i B és nul·la.
b) Si $R = 400\ \Omega$, i R_x és la de l'apartat anterior, $V_A - V_B = -2$ V. Quin és el circuit equivalent de Thévenin entre A i B. Feu-ne l'esquema.
c) Quin és el valor de ε.
d) Suposant que $R = 400\ \Omega$, trobeu el valor de la resistència que, connectada entre A i B, consumiria una potència màxima.



CASOS RELLEVANTS

(1) ΔV constant



$Q = C_0 \Delta V$

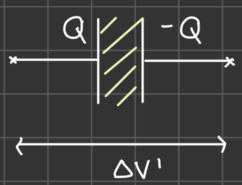
$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$; $C = \frac{Q}{\Delta V}$

ΔV constant si mantenim la pila

$\Delta V = \varepsilon - I \cdot r$

$C = C_0 \cdot \varepsilon_r \Rightarrow \begin{cases} \Delta V' = \Delta V \\ Q' = C \Delta V' = C_0 \varepsilon_r \Delta V = \varepsilon_r Q > Q \end{cases}$; $U_0 = \frac{1}{2} Q \Delta V$; $U' = \frac{1}{2} Q' \Delta V > U$

(2) Q constant



$\Rightarrow$ $C = C_0 \cdot \varepsilon_r$

$\Delta V' = \frac{Q'}{C} = \frac{Q}{C_0 \cdot \varepsilon_r} = \frac{\Delta V}{\varepsilon_r} < \Delta V$

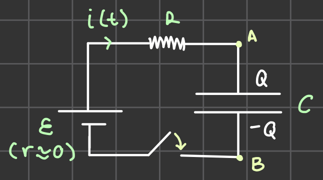
$U' = \frac{1}{2} Q' \Delta V' = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{\Delta V}{\varepsilon_r} < U_0$

- TEMA 2 : CORRENT ALTERN -

2.1. CIRCUITS RC i RL TRANSITORIS (a curt termini)

RC → 2 processos $\begin{cases} \text{càrrega del C} \\ \text{Descàrrega del C} \end{cases}$

* CÀRREGA DEL C



$i(t)$ passa de 0 a $I \to 0$

$q(t) \begin{cases} q(0) = 0 \\ q(\infty) = Q \end{cases}$ ⇒ Condicions de contorn

$$V_A - V_B = \varepsilon - iR = \frac{q}{C} \Rightarrow \varepsilon - R \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}^{*} \quad \text{Eq. diferencial circuit RC}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

* Separació de variables $\varepsilon C - RC \dfrac{dq}{dt} = q$; $\varepsilon C - q = RC \dfrac{dq}{dt}$;

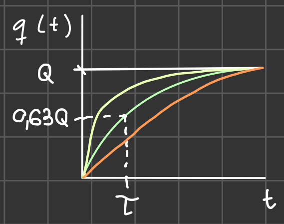
$$\frac{dt}{RC} = \frac{dq}{\varepsilon C - q} \;;\; \int \frac{dt}{RC} = \int \frac{dq}{\varepsilon C - q} \;;\; -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' = -\int_0^q \frac{dq'}{\varepsilon - q'} \;;$$

$$-\frac{1}{RC}[t']_0^t = [\ln|\varepsilon c - q'|]_0^q \;;\; -\frac{t}{RC} = \ln(\varepsilon c - q) - \ln \varepsilon C \;;\; -\frac{t}{RC} = \ln \frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} \;;$$

$$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} \;;\; e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{q}{\varepsilon C} \;;\; \frac{q}{\varepsilon C} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \;;\; q(t) = \varepsilon C \cdot (1 - e^{-t/RC})$$

OBSERVACIONS :

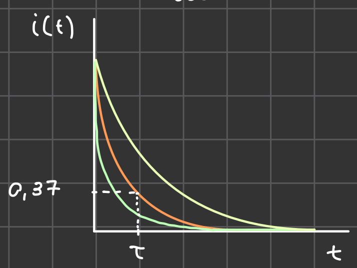
- $q(0) = 0$
- $q(\infty) = \varepsilon C = Q_{final}$



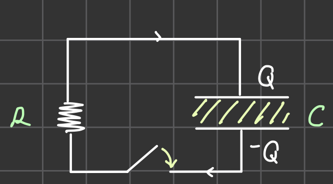
RC = constant de temps

$\Omega \cdot F = \frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V} = \frac{C}{\frac{C}{S}} = S$; $RC \equiv \tau$ → temps per tenir el C al 63% de Q_f

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \varepsilon C \left[e^{-t/\tau} \left(\frac{1}{\tau}\right)\right] = \frac{\varepsilon C}{RC} e^{-t/\tau} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau} = i(t)$$



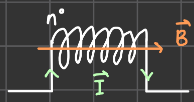
* DESCÀRREGA DEL CONDENSADOR (treure la pila)



$$\left.\begin{aligned} V_A - V_B &= \frac{q}{C} = i \cdot R \\ i &= -\frac{dq}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} i(t) &= \frac{Q}{RC} \cdot e^{-t/\tau} \\ q(t) &= Q e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

(L) → COEFICIENT D'AUTOINDUCCIÓ

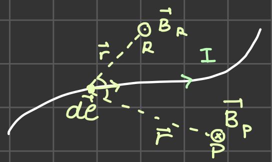
L'associarem a una bobina



★ Repàs senzill de magnetisme

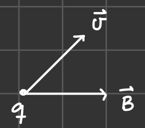
$\vec{B}$ té a veure amb q's en moviment

↳ conseqüència de l'efecte del moviment relatiu sobre els $\vec{E}$ ⇒ $\vec{E}$ + Relativitat Espacial = B



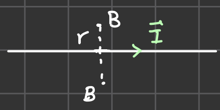
permeabilitat magnètica = $4\pi \cdot 10^{-7}$ $\frac{T \cdot m}{A}$

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{fil} \frac{I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \; T$$ LLEI DE BROD-SAVAT



FORÇA DE LORENTZ

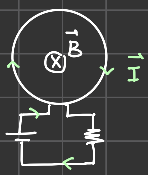
$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \quad N$$



B d'un fil conductor

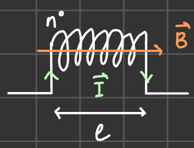
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \; T$$

B d'una bobina



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \; T$$

N espires

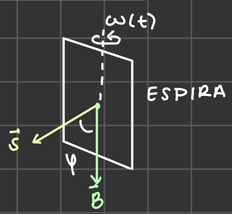


$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \; T$$

INDUCCIÓ ELECTROMAGNÈTICA

$\vec{B} \perp$ superfície

$|\vec{S}|$ = Àrea



$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos\varphi = BS \cos 90 = 0$

* Si $\vec{B}$ travessa $\vec{S}$ $\Phi = 0$.

$\Phi = BS \cdot \cos\varphi$ Wb

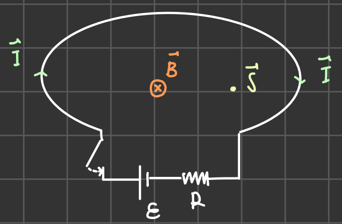
LLEI DE FARADAY (inducció) : Quan Φ varia en el temps apareix una força electromotriu distribuïda en el circuit.

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$ V ⇒ produeix una I induïda

LENZ

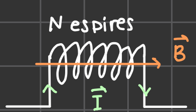
PROPORCIONALS

$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \propto I$; $\Phi = L \cdot I$ → coeficient d'autoinducció



$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \; ; \; \Phi = 0 \\ t \neq 0 \; ; \; \Phi \neq 0 \end{array}\right\} \mathcal{E}_{ind} = I_{ind} \cdot R$$

★ CAS DE LA BOBINA

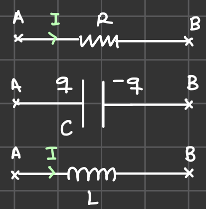


$$\Phi = N \cdot \Phi_{1esp} = NBS = N \frac{\mu_0 I N}{\ell} \cdot S = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \cdot I \; ; \; L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \cdot I \quad H$$

→ Henry

* R, L, C ⇒ Depenen de la geometria del dispositiu

$R = \rho \frac{\ell}{S}$; $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}$, $C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d}$



$V_A - V_B = I \cdot R$ V

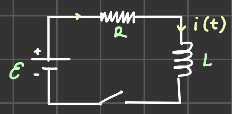
$V_A - V_B = \frac{q}{C}$ V

$V_A - V_B = L \cdot \frac{dI}{dt}$ V

$$u = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \Rightarrow \frac{u}{\text{Volum}} = u_B \quad \text{Densitat d'energia}$$

$$u_B = \frac{\frac{1}{2} L I^2}{S\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

* Resum circuit RL(E)



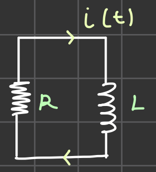
$\varepsilon R \{ ^C_L \Rightarrow$ càrrega de C o L

$R \{ ^C_L \Rightarrow$ Descàrrega de C o L

$C \rightarrow$ carrega Q i $u = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V$

$L \rightarrow$ carrega $u = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow$ intensitat estacionària

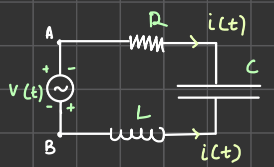
$$\varepsilon = iR + L\frac{di}{dt} \longrightarrow i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \text{ on } \tau = \frac{L}{R} \quad \text{(constant de temps)} \qquad * \; i(t=\tau) = 0{,}63 \cdot I$$



"RL descàrrega"

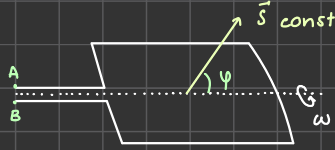
$$-L\frac{di}{dt} - iR = 0 \longrightarrow i(t) = I e^{-t/\tau} \text{ on } \tau = \frac{L}{R}$$

2.2. CIRCUIT RCL

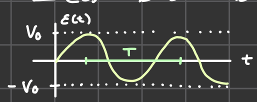


On ε és un generador de corrent altern (C.A)

→ canvia la polaritat i varia en el temps



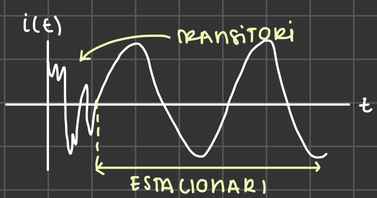
$$\Phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos\varphi = BS \cdot \cos \omega t \quad \text{(F angular } \omega = 2\pi f)$$



$$V(t) = V_0 \sin \omega t = V_A - V_B$$

$$V_A - V_B = R \cdot i(t) + \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = V_0 \sin \omega t \quad \text{Eq. diferencial del circuit RCL}$$

$$R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} = V_0 \omega \cos \omega t \quad \text{Eq. diferencial oscil·lador harmònic amortit i reforçat}$$



$i(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$

$\mathcal{V}(t) = V_0 \sin \omega t$

$\varphi = \frac{X}{R}$; $X \rightarrow$ reactància

Desfasatge

Reactància inductiva $X_L = L\omega \; \Omega$

Reactància capacitativa $X = \frac{1}{C\omega} \; \Omega$

$\Rightarrow X = X_L - X_C \; \Omega$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}, \quad \sin\varphi = \frac{X}{Z}$$

Règim estacionari $I_0 = \frac{V_0}{Z}$ → impedància

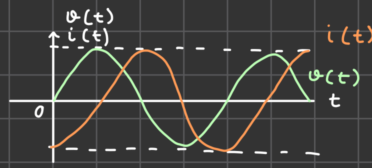
$$\left[Z = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 + R^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \; \Omega; \; Z^2 = R^2 + X^2 \; \Omega \right]$$

$Z > 0$ SEMPRE

Pero X pot ser $X > 0$ o $X < 0$

} Per tant 2 casos

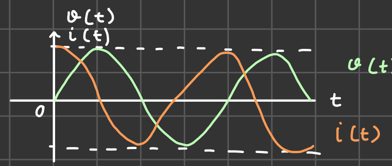
cas 1) $X > 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0 \Rightarrow \varphi > 0$



$v(t)$ assoleix el valor màxim abans que $i(t)$

$X_L > X_C \Rightarrow$ circuit inductiu.

cas 2) $X < 0 \Rightarrow \varphi < 0$



$i(t)$ assoleix el màxim abans que $v(t)$

$X_C > X_L \Rightarrow$ circuit capacitatiu.

2.3. NUMEROS COMPLEJOS

$\sqrt{-1} = j \quad , \quad j^2 = -1$

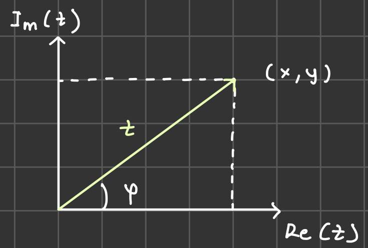
V_0 i I_0 són els valors maxims

$V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ $v(t)$, $i(t)$ valors instantanis

$[\, z = x + jy \,]$ forma cartesiana

DIAGRAMA DE ARGAND



$|\bar{z}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$tg\,\varphi = \frac{y}{z}$

$[\, \bar{z} = |\bar{z}| \,(\cos\varphi + j\sin\varphi) \,]$ Fórmula trigonomètrica / polar

$[\, \cos\varphi + \sin\varphi = e^{j\varphi} \,]$ Fórmula d'Euler

$\bar{z} = |\bar{z}|\, e^{j\varphi}$ → fórmula exponencial

↳ NOMENCLATURA : $\bar{z} = z \underline{|\varphi}$

$\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = |z_1| \cdot |z_2|\, e^{(\varphi_1+\varphi_2)}$

Dades curioses

$\bar{z}^* =$ complexe conjugat de z

$\bar{z}^* = x - jy \; ; \quad \bar{z}\cdot\bar{z}^* = |z|^2$

$\frac{\bar{z}}{\bar{z}^*} = \frac{|z|\, e^{j\varphi}}{|z^*|\, \bar{e}^{j\varphi}} = e^{(2j\varphi)}$

→ S'utilitza per l'impedància

2.4. CIRCUIT RCL SERIE (AMB COMPLEXOS) → "Benchmark"

Definicions previes

$\bar{v} = V_0\, e^{j\omega t} \longrightarrow v(t) = Im\,(\bar{v})$

$\bar{z} = R + jX = z e^{j\varphi}$

$\begin{cases} R^2 + X^2 = z^2 \\ tg\,\varphi = \frac{X}{R} \end{cases}$

↓ fasor impedancia

fasor intensitat

$\underbrace{\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{z}}}_{\text{LLEI D'OHM}} = \frac{V_0\, e^{j\omega t}}{z\, e^{j\varphi}} = I_0\, e^{j(\omega t - \varphi)}$

I_0

$\bar{V} = V_0\, e^{j\omega t} = V_0\,(\underbrace{\cos\omega t}_{Re(\bar{v})} + \underbrace{j\sin\omega t}_{Im(\bar{v})})$

fasor resisténcia

$\bar{Z}_R = R e^{j \cdot 0} = 0$ ★ La resisténcia no introdueix desfase ($\varphi_R = 0$)

$\bar{Z}_R = R I_0 e^{j(\omega t - \varphi)}$

BOBINA

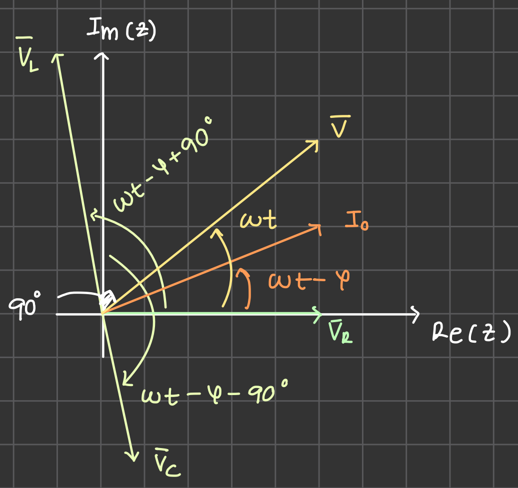
$\bar{V}_L = \bar{I} \cdot \bar{Z}_L$

$\rightarrow \bar{Z}_L = j \bar{X}_L = j L\omega = L\omega e^{j\varphi_L} = L\omega e^{j90}$

$\hookrightarrow tg\, \varphi_L = \frac{L\omega}{0} = \infty \Rightarrow \varphi_L = 90 = \frac{\pi}{2}$

$\frac{\sin \varphi_L}{\cos \varphi_L} = \infty$; $\cos \varphi_L = 0$; $\varphi_L = 90°$

$\bar{V}_L = L\omega I_0 e^{j(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})}$



$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C$

CONDENSADOR

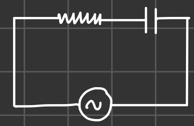
$\bar{V}_C = \bar{I} \cdot \bar{Z}_C = I_0 e^{j(\omega t - \varphi)}$

$\bar{Z}_C = j \bar{X}_C = -\frac{j}{C\omega} = \frac{1}{C\omega} e^{-j90°}$

$tg\, \varphi_C = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{0} = \infty$

$\varphi_C = -90 = -\frac{\pi}{2}$

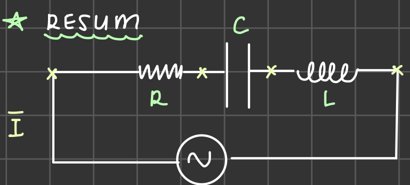
5.



$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}$

$v(t) = \underset{V_0}{500} \cdot \cos\left(\underset{\omega}{2500t} - \underset{\varphi_0}{\frac{\pi}{9}}\right) V$

★ RESUM



$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C$

Tensió instantànea $\rightarrow v(t) = V_0 \sin(\omega t + \alpha)$ $\omega = 2\pi f$

∗ on $\bar{V} = V_0 \angle 0$

$\bar{V}_R = R \angle{-\varphi + 0}$ $\longrightarrow$ Aquest 0 ; $\alpha = 0$; α inicial

$\bar{V}_L = \bar{X}_L \angle{90° - \varphi} = L\omega \angle{\pi/2 - \varphi}$

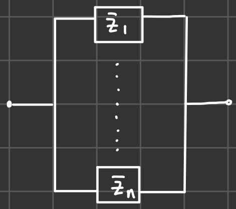
$\bar{V}_C = \bar{X}_C \angle{-\varphi - 90°} = \frac{1}{C\omega} \angle{-\pi/2 - \varphi}$

LLEI D'OHM

$[\bar{V} = \bar{I} \cdot \bar{Z}]$

$\bar{I} = I_0 \angle{-\varphi}$

2.5. CIRCUITS CORRENT ALTERN PARAL·LEL (AMB COMPLEXOS)



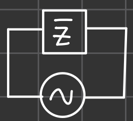
$\bar{V}$ comuna

$\bar{I} = \sum_{i=1}^{n} \bar{I}_i \quad ; \quad \bar{I}_i = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}$

$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\bar{Z}_i}$

Observació: el TEOREMA de THÈVENIM és vàlid

2.6. POTÈNCIA EN C. ALTERN (AMB COMPLEXOS)



Potència instantània $P(t)$

$P(t) = v(t) \cdot i(t) = (V_0 \sin \omega t) \cdot (I_0 \sin \omega t - \varphi)$

$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$

Mitjana temporal $\langle P \rangle$

$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T dt\ P(t) = \frac{V_0 I_0}{T} \int_0^T dt \sin \omega t \cdot \sin(\underset{A}{\omega t} - \underset{B}{\varphi}) = \frac{V_0 I_0}{T}\int_0^T dt \sin\omega t \cdot [\sin \omega t \cos\varphi - \sin\varphi \cos \omega t]$

$= \frac{V_0 I_0}{\cancel{T}} \left[\underbrace{\int_0^T dt\ \sin^2 \omega t}_{\cancel{T}/2} \cdot \cos\varphi - \int_0^T dt\ \sin\varphi\ \underbrace{\sin \omega t \cos \omega t}_{0} \right] = \left[\frac{V_0 I_0}{2} \cos\varphi = \langle P \rangle \right]$

★ $\cos\varphi \Rightarrow$ FACTOR DE POTÈNCIA

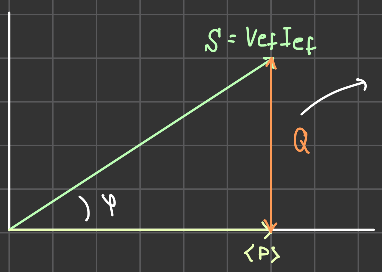
si $\varphi = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1 \Rightarrow \langle P \rangle$ és màxima!

sabem que $V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$, $I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ Potència real o activa $\left[\langle P \rangle = V_{ef} I_{ef} \cdot \cos\varphi = I_{ef}^2 R \right]$ W

Potència Aparent $\Rightarrow S = V_{ef} I_{ef}$ W (VA)

$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

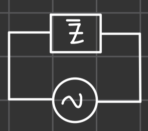
$S^2 = Q^2 + \langle P \rangle^2$



Potència reactiva

$Q = V_{ef} I_{ef} \sin\varphi$ VAR

CORRECCIÓ DEL FACTOR DE POTÈNCIA $\cos\varphi$



$\cos\varphi \neq 1$

$\bar{Z} = R + jX$

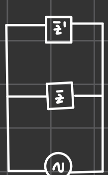
$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}}$

1) correcció en sèrie $\rightarrow \bar{Z} + \bar{Z}'$ on $\bar{Z}' = -jX$; $\left[\bar{Z}_{eq} = R \Rightarrow \cos\varphi = 1 \right]$

L o C

Agafem $\bar{Z}' = jX'$

2) correcció en paral·lel $\rightarrow$



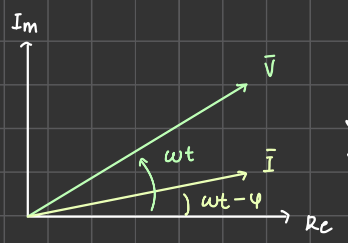
$\rightarrow \frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}'} = \frac{1}{R+jX} + \frac{1}{jX'} = \frac{(R-jX)}{(R+jX)(R-jX)} + \frac{j}{j^2 X'} =$

$= \frac{R-jX}{R^2+X^2} - \frac{j}{X'} = \frac{(R-jX)X' - j(R^2+X^2)}{(R^2+X^2)\cdot X'} =$

condició a cumplir: $Im\left(\frac{1}{\bar{Z}_{eq}}\right) = 0$

$-jXX' - j(R^2+X^2) = 0$

$X' = -\frac{R^2+X^2}{X}$; $\left[X' = -\frac{Z^2}{X} \right]$ Peça necessària per corregir $\cos\varphi$.



$\varphi < 0 \Rightarrow$ I avançada respecte de V
$\varphi > 0 \Rightarrow$ I endarrerida respecte de V

26 $\varphi = -63.5°$

$\omega = 400$ rad/s

$\bar{V} = 120\sqrt{2}\,\underline{|0°}$ V ; $V_{ef} = 120$ V ; $V_0 = 120\sqrt{2}$ V

$C = 50\,\mu F$

$L = 25$ mH

$$tg\,\varphi = \frac{X}{R} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$R = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{tg\,\varphi} = \frac{25\cdot10^{-3}\cdot400 - 50\cdot10^{-6}\cdot400}{tg(-63{,}5°)} = 19{,}94\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2+X^2} = 44{,}69\,\Omega$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \;;\; \bar{Z} = R + jX = 19{,}94 - j\,40\,\Omega = 44{,}69\,\Omega\,\underline{|-63{,}5°}\;\Omega$$

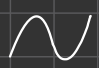
$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{120\sqrt{2}\,\underline{|0°}}{44{,}69\,\underline{|-63{,}5°}} = 3{,}79\,\underline{|63{,}5°}\text{ A}$$

$$\bar{V}_R = \bar{I}\cdot\bar{Z}_R = \bar{I}\cdot R\underline{|0} = 19{,}94\cdot3{,}79\,\underline{|63{,}5°} = 75{,}7\,\underline{|63{,}5°}\text{ V}$$

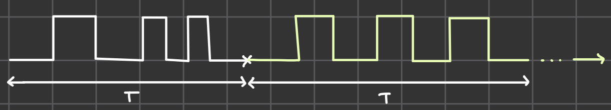
2.7. SUPERPOSICIÓ DE SENYALS

AMPLE DE BANDA

* Senyal altern sinusoïdal → 1 única ω.

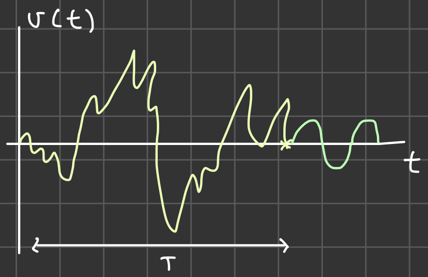


Senyals sinusoïdals periòdics



TEOREMA DE FOURIER

"Qualsevol senyal si és periòdic, SEMPRE es pot escriure com una combinació de sinus i cosinus"



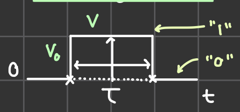
t	v(t)
0	0
0.1	0.05

$\omega_i = i\cdot\omega_0$ on $\omega_0 = 2\pi f$

$$v'(t) = \frac{V_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

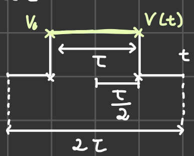
$A_i, B_i \rightarrow \int v(t)\,dt$

★ Cos + general : senyals no-sinus i no-periòdics



↳ AMPLITUD → Dada

Esglaó (escalón, step) →



$$v(t) = \frac{V_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos n\omega_0 t \;,\; \text{on} \quad V_n = V_0\,\frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)}$$

$T = 2\tau$; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 1$

$$v(t) = \frac{V_0}{2} + \frac{2V_0}{\pi}\cos\frac{2\pi t}{T} - \frac{2V_0}{3\pi}\cos\frac{6\pi t}{T}\ldots \quad \text{(infinits nombres)}$$

$+1 = e^{j\cdot0}$
$-1 = e^{j\cdot180}$

Es pot demostrar que l'espectre de freqüències és $S(\omega)$:

ω de BANDWITH : ω_{BW}

$\Downarrow$

AMPLE DE BANDA

$$\omega_{BW} = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$f_{BW} = \frac{\omega_{BW}}{2\pi} = \frac{1}{\tau}$$

* si volem enviar senyals "prims"/ estrets $\Longrightarrow$ moltes freqüències i més ω's.

<u>velocitat de transmissió</u>

$$BAUD = \frac{\text{nombre de bits}}{\text{segon}} \quad ; \quad v = \frac{1}{2\tau}$$

2.8. RESSONÀNCIA

* cas especial : en que un circuit $v(t)$ i $i(t)$ estàn en fase

$$\begin{cases} v(t) = V_0 \sin \omega t \\ i(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi) \end{cases}$$

on $V_0 = I_0 \cdot Z = I_0 \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$; $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$

☆ Si estem en fase $\varphi = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = 0 \Rightarrow X = 0$

$X = 0 \Rightarrow$ apareix una ω característica : ω_0 de ressonància

$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{R} \Rightarrow$ I_0 és màxima perquè el denominador és el mínim possible

$$\langle P \rangle = I_{ef} V_{ef} \cdot \overset{1}{\cos\varphi} = \underbrace{I_{ef}^2 \cdot Z}_{\text{LLEI D'OHM!}} = I_{ef}^2 \cdot R = P_{màx} \text{ que dona el circuit}$$

* cas particular $\rightarrow$ RCL sèrie

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad ; \quad L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \quad ; \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

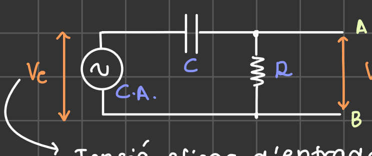
$\hookrightarrow$ En ressonància $\omega = \omega_0$

2.9. FILTRES

Circuits que s'insereixen a l'entrada d'un circuit de C.A. i serveixen per seleccionar (o eliminar) freqüències.

* <u>casos més senzills</u>:

A) Filtre PASSA - ALTES



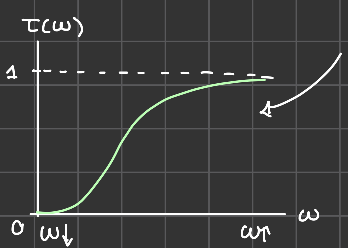
• CIRCUIT DE consum

$V_s \rightarrow$ Tensió a la sortida

Tensió eficaç d'entrada

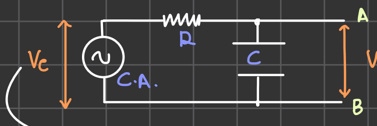
Definim la funció de transferència $\tau(\omega)$

$$\left[\tau(\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{I_{ef} \cdot R}{I_{ef} \cdot Z_{RC}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}\right] \Rightarrow 1$$



"només deixa passar ω altes"

B) Filtre PASSA - BAIXES



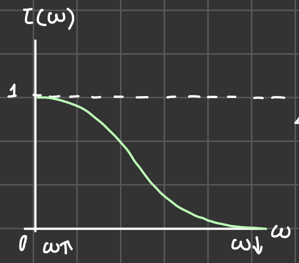
• CIRCUIT DE CONSUM

Vs → Tensió a la sortida

Tensió eficaç d'entrada

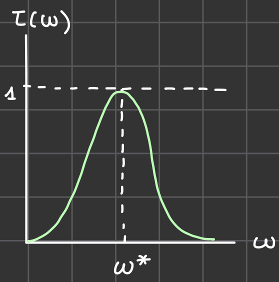
Entrem $c\omega$ dins l'arrel $c\omega = \sqrt{c^2\omega^2}$

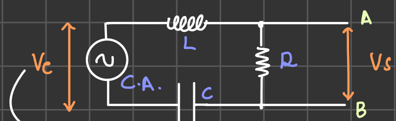
$$T(\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{\cancel{I_{ef}}\,\frac{1}{c\omega}}{\cancel{I_{ef}}\sqrt{R^2+\frac{1}{c^2\omega^2}}} = \frac{1}{\sqrt{R^2c^2\omega^2+1}} \longrightarrow \begin{array}{l} T(0)=1 \\ T(\infty)=0 \end{array}$$



"només deixa passar ω baixes"

C) Filtre PASSA - BANDA



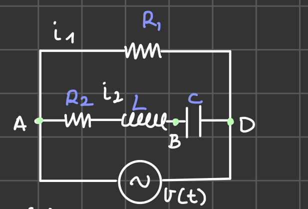


Vs → Tensió a la sortida

Tensió eficaç d'entrada

EXERCICIS:

2.17.



$v(t) = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ V

$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 20\,\Omega$

$L = 0{,}02$ H

a) C per tal que i_2 sigui màx. $i_1(t)$, $i_2(t)$

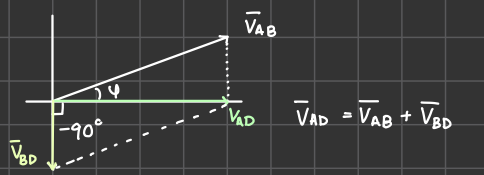
Branca de R_1 no té φ_1, $i_1(t)$ en fase amb $v(t)$

$$i(t)_1 = \frac{v(t)}{R_1} = 22\sqrt{2}\sin(100\pi t)\text{ A}$$

$$i(t)_2 = \frac{v(t)}{\sqrt{R_2^2+(L\omega-\frac{1}{c\omega})^2}}$$ → serà màx. quan $L\omega - \frac{1}{c\omega} = 0$; $i(t)_2 = \frac{v(t)}{R_2} = 11\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ A

b) $V_{AB\,ef} = I_{ef_2}\cdot \underbrace{Z_{ab}}_{\sqrt{R_2^2+L^2\omega^2}} = 230{,}6$ V

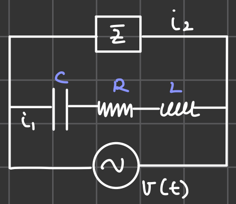
$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{L\omega}{R_2}$; $\varphi_2 = \operatorname{arctg}\varphi_2 = 17{,}44°$



$\bar{V}_{AD} = \bar{V}_{AB} + \bar{V}_{BD}$

c) $\langle P\rangle_{AD} = V_{ef}\cdot I_{ef}\cdot \cancel{\cos\varphi}^{\,0} = 220\cdot 11 = 2420$ W

2.18



$i(t)_1$ i $i(t)_2$ en fase

$v(t) = 220\sqrt{2}\cos(1000\pi t)$

a) $\bar{V} = 220\sqrt{2}\ \angle 0^\circ$ V

$$\bar{Z}_{RCL} = 500 + j\left(0{,}2 \cdot 1000\pi - \frac{1}{10^{-6}\cdot 1000\pi}\right) = 500 + j\cdot 310 = \underbrace{588{,}31}_{\sqrt{500^2+310^2}}\ \angle 31.8^\circ\ \Omega$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{RCL}} = \frac{220\sqrt{2}\ \angle 0^\circ}{588.31\ \angle 31.8^\circ} = 0{,}529\ \angle -31.8^\circ\ \text{A}$$

$\rightarrow i(t)_1 = 0{,}529\cos(1000\pi - 31.8^\circ) = 0{,}374\sqrt{2}\cos(1000\pi t - 0{,}56)$ A

NO DESFASSATGE!

$\bar{V}_R = \bar{I}_1 \cdot R = (0{,}529\ \angle -31.8^\circ)(500\ \angle 0^\circ) = 187\sqrt{2}\ \angle -0.56$ V

$\bar{V}_L = \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_L = \bar{I}_1 \cdot (628{,}32\ \angle \pi/2) = 235\sqrt{2}\ \angle 1.016$ V

$\bar{V}_C = \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_C = \bar{I}_1 \cdot \left(\frac{1}{C\omega} \cdot \angle -\pi/2\right) = 119\sqrt{2}\ \angle -2.126$ V

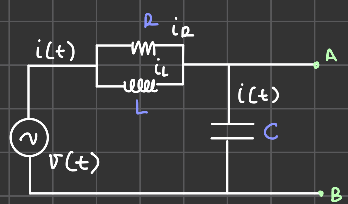
b) $i(t)_2$ mateixa φ que $i(t)_1$

$$P_{\bar{Z}} = 100\,\text{W} = \underbrace{V_{ef}}_{220} \cdot I_{2ef} \cdot \cos \underbrace{\varphi_2}_{\varphi_1} = \frac{100}{220 \cdot \cos\varphi_1} = 0.535\,\text{A}$$

$i(t)_2 = 0{,}535\sqrt{2}\cos(1000\pi t - 0{,}56)$ A

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}_2} = \frac{220\sqrt{2}\ \angle 0^\circ}{0{,}535\sqrt{2}\ \angle -0.56^\circ} = 411{,}215\ \angle 0.56^\circ\ \Omega = 348{,}4 + 218{,}5j\ \Omega$$

2.21



$R = 250\ \Omega$

$X_L = 250\ \Omega$

$X_C = 250\ \Omega$

$v(t) = 125\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ V $\rightarrow \bar{V} = 125\sqrt{2}\ \angle 0^\circ$ V

a) $\bar{Z}_{TOT} = \underbrace{\bar{Z}_P}_{\bar{Z}_{paral\cdot lel}} + \underbrace{\bar{Z}_C}_{\bar{Z}_{condensador}} = 125(1+j) - jX_C = 125 - 125j = 125(1-j)\ \Omega$

$$\bar{Z}_P = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} = \frac{250^2 j}{250(1+j)} \cdot \frac{(1-j)}{(1-j)} = \frac{250(1+j)}{2} = 125(1+j)\ \Omega = 125\sqrt{2}\ \angle +45^\circ\ \Omega$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{TOT}} = \frac{125\sqrt{2}\ \angle 0^\circ}{125(1-j)} =$$

DILE GRACIAS A JOAN PQ POR SU CULPA NO HE PODIDO COPIAR EL RESTO!

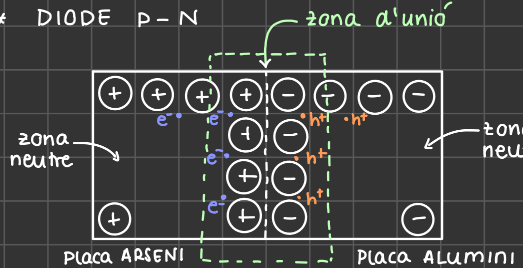
- TEMA 3: ELECTRÓNICA i PORTES LÒGIQUES -

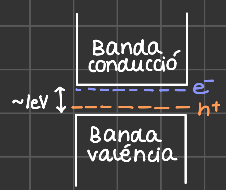
3.3. DIODE D'UNIÓ P-N

RECTIFICACIÓ DE SENYALS PORTES LÒGIQUES AND i OR

2 tipus de peces de semiconductor "dopat" $\begin{cases} N \rightarrow \text{amb excés de } e^- \text{ (ex: Arseni)} \\ P \rightarrow \text{amb excés de } h^+ \text{ (ex: Alumini)} \end{cases}$

* DIODE P-N





* A la zona d'unió es crea un camp elèctric de contacte entre les dues plaques.

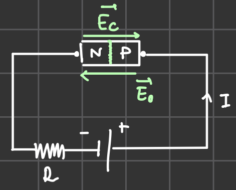
$\vec{E}$ de contacte $\approx 10^6 \frac{V}{m}$

$\boxed{\Delta V = E \cdot \Delta x \simeq 1V}$ → Potencial de contacte

$V_n - V_p > 0$

Per anular el camp necessitem 2 conexions:

1. POLARITZACIÓ DIRECTA



$\vec{E_c}$ = camp contacte

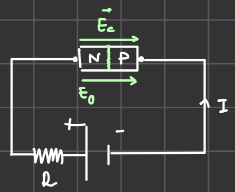
$\vec{E_0}$ = camp pila

$\vec{E}_{TOTAL} = \vec{E_c} - \vec{E_0}$

$V_{pn} = \mathcal{E} - V_c$

* El diode condueix corrent

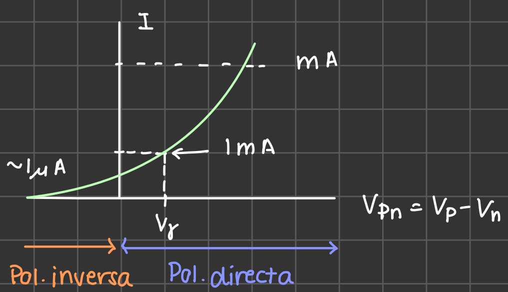
2. POLARITZACIÓ INVERSA



$\vec{E}_{TOTAL} = \vec{E_0} + \vec{E_c}$

I = 0 no passa corrent ja que els e^- i h^+ no es recombinen

* Corva característica del diode p-n:



V_r ⇒ punt a partir del qual comença a creixer exponencialment

$I(V) = I_0 \left(e^{\frac{\Delta V}{\Delta T}} - 1 \right)$ A

$V_T = k_B \frac{T}{q}$ V → tensió tèrmica

→ constant de Boltzman, $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}$ J/mol

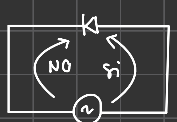
$E = k_B \cdot T \frac{V}{m}$; V_r = tensió llindar

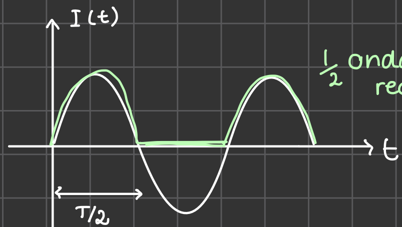
↳ indica quina tensió V_{pn} hi ha en $I \approx 1mA$

* Aplicacions

Protecció de circuits i correcció de voltatges

A) Rectificació de $\frac{1}{2}$ d'ona en C. Alterna

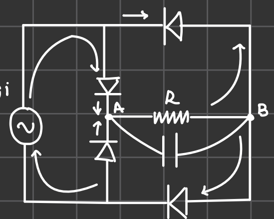




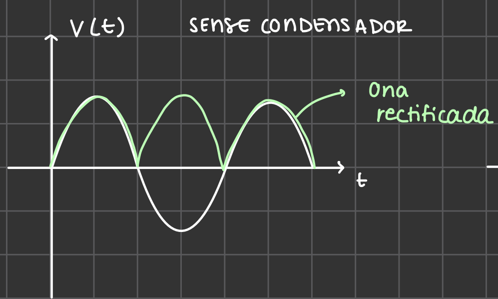
$\frac{1}{2}$ onda rectificada

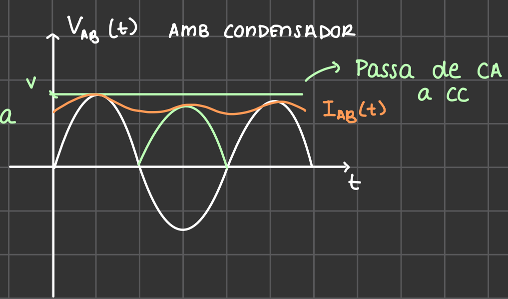
B) Rectificació de una onda completa

* El pont de ▷| fa que sempre hagi corrent per la R



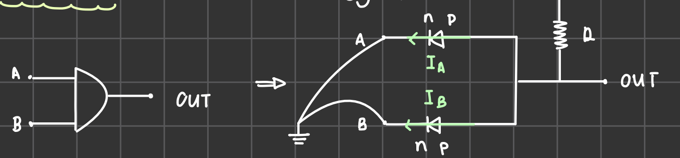
* CONDENSADOR ⇒ transforma C.A en CC





c) LÒGICA BINÀRIA → DL (Diode lògic)

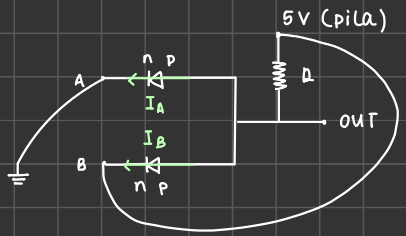
AND



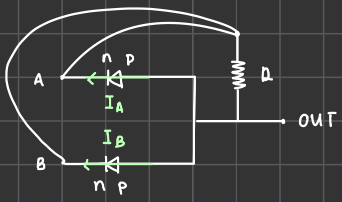
$V_p - V_n \simeq V_\gamma$

$I_A \neq 0,\ I_B \neq 0$

V_A	V_B	V_{OUT}
0	0	Diodes polaritzats directament → per corrent

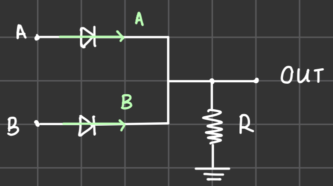


V_A	V_B	V_{OUT}
0	5V	Diode A condueix i diode B no ⇒ 0V

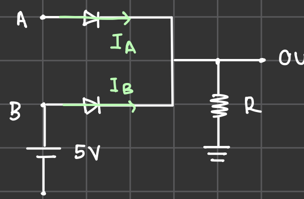


V_A	V_B	V_{OUT}
5V	5V	No condueix cap diode ⇒ 5V

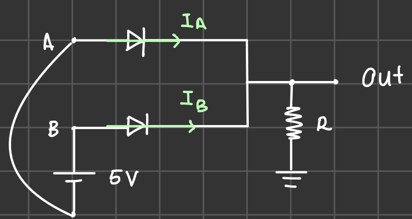
OR



V_A	V_B	V_{OUT}
0	0	A i B inactius, $V_{out} = 0$



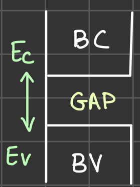
V_A	V_B	V_{out}
0	5	Diode A/B pol. directa $I_B \neq 0 / I_A \neq 0$
5	0	$\underset{5}{V_p} - \underset{0,5}{V_n} \approx V_\gamma$; $V_\gamma \approx 4,5V$; $V_{out} = 1V$



V_A	V_B	V_{out}
5	5	Igual que el cas anterior

3.4. DIODE EMISOR DE LLUM (LED)

Diode de p-n construït amb P Ga, As Ga tal que a les transicions BV → BC s'emet llum.



$$\boxed{E_{gap} = E_c - E_v \approx 1,5\,eV = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}}$$

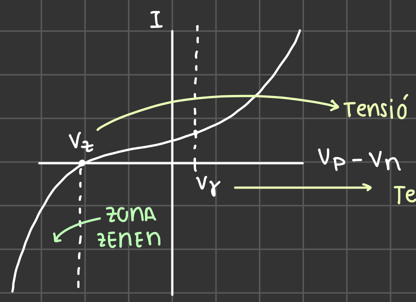
símbol:

Exemples:

	BASE	λ (µm)	Eg (eV)	Color
VISIBLE	Ga As P	0,65	1,9	vermell
VISIBLE	Ga As Al	0,57	2,2	groc
VISIBLE	CSi	0,48	2,6	blau
	Ga As	0,9	1,4	-
	InGaAsP	0,9-1,7	0,73-1,35	-

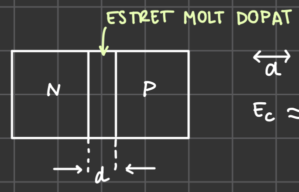
3.5. DIODE ZENER

Diode que condueix en els dos sentits ⇒ Pol. directa i Pol inversa



→ Tensió zenen = $V_z \approx 10\,V$

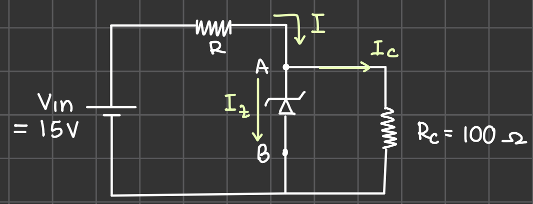
→ Tensió llindar : $V_\gamma \approx 0{,}5 - 1\,V$



$\overleftrightarrow{d} \approx$ distancia petita

$E_c \approx 3 \cdot 10^9\ V/m$ ⇒ Es poden arrencar e^- de capes interiors de sentit invers

* exemple de funcionalitat : PROTECCIÓ D'UN CIRCUIT DELICAT



Si $V_A - V_B < V_z \Rightarrow I_z = 0$

Tal que $V_A - V_B \leq 10\,V$

$V_A - V_B = V_z$

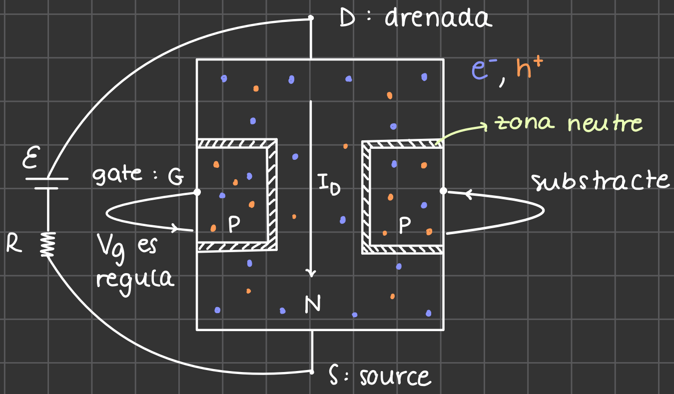
3.6. TRANSITORS

Implementan la lógica "NOT"

Tenen una funció bàsica → LIMITADORS DE TENSIÓ

* 2 tipus
  - BIPOLARS : transporten e^- i h^+ (per ordinadors grans)
  - UNIPOLARS : transporten e^- o h^+ (per PC's ...) → JFET, MOSFET

A) UNIPOLAR JFET



JOINT FIELD EFFECT TRANSITION

$V_D - V_S$: regulable

*gate i substracte conectats pel cable

I_D : creix de manera moderada degut als e^- del JFET.

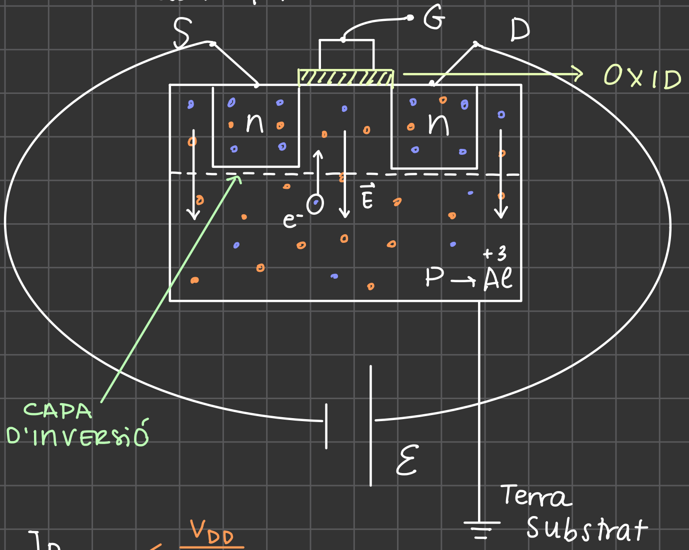
1) corrent principal I_D (augmenta)
2) Vg pot regular les zones neutres
3) Si Vg es suficientment gran ⇒ $I_D = 0$.

B) Unipolar MOSFET

NMOS

METAL OXIDE SEMICONDUCTOR FIELD EFFECT TRANSISTOR

Model npn



"Threshold"

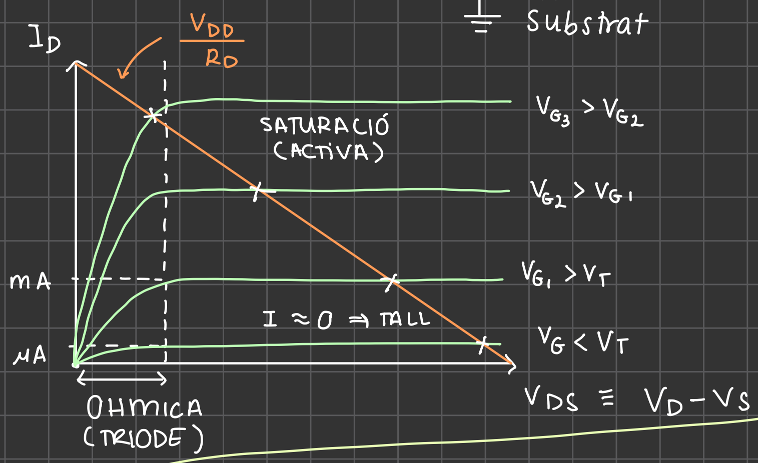
Funcionament: $V_{in} \Rightarrow$ Cal que $V_G > V_{min}$ $\equiv V_T$

(0) Passar una tensió $V_G > 0$ que ens crea un canal n ⇒ crea un $\vec{E}$ vertical (desplaça els electrons adalt)

(1) Un cop creat el canal n ⇒ passa $I_D \neq 0$

(2) A través de $V_G \equiv V_{in}$ podem regular I_D

(3) Arriva un valor V_G ⇒ I_D màxima (tots els e⁻ del transitor estan circulant)



★MODEL DE SHOCKLEY

★ $\beta = \frac{C_G \cdot \mu}{L^2}$

$V_{DS} = V_D - V_S$ $\quad I_D = \frac{Q}{\Delta t}$ $\quad \Delta t = \frac{L}{v}$

$V_{GS} = V_G - V_S$

Densitat corrent

$J \propto E \Rightarrow v \propto E \Rightarrow v = \mu \cdot E = \mu \frac{(V_D - V_S)}{L}$

$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{L^2}{\mu V_{DS}}$

$Q = C_G \cdot \Delta V = C_G \cdot [V_{GC} - V_T] = C_G \cdot \left[V_G - \left(\frac{V_D + V_S}{2}\right) - V_T\right] =$

$= C_G \left[V_G - V_S - V_T - \frac{V_{DS}}{2}\right]$

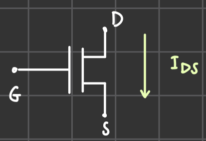
$$\boxed{I_D = \beta \left[(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]}$$

1) Quan $V_{GS} - V_T > V_{DS} > 0$ ⇒ ZONA ÒHMICA ⇒ $I_D = \beta \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$

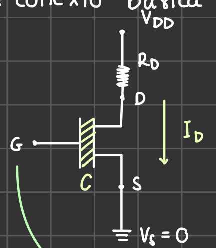
2) Quan $V_{GS} - V_T < 0$ ⇒ $V_{GS} < V_T$ ⇒ ZONA TALL ⇒ $I_D = 0$

3) Quan $V_{GS} - V_T \leq V_{DS}$ ⇒ ZONA SATURACIÓ ⇒ $I_D = \frac{\beta (V_{GS} - V_T) V_{DS}}{2} \overset{V_{GS} - V_T = V_{DS}}{=} \frac{\beta (V_{GS} - V_T)^2}{2}$

Representació:



* conexió bàsica

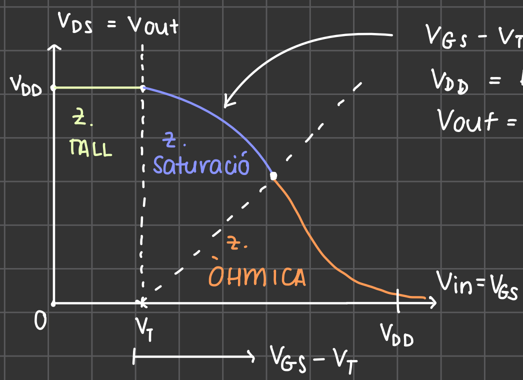


$V_{DD} - 0 = R_D I_D + \underbrace{(V_D - V_S)}_{V_{DS}}$

Eq. del circuit

$I_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R_D} = \frac{V_{DD}}{R_D} - \frac{1}{R_D} V_S$

★ No tenim I_G ⇒ porta aïllada del canal n.



$V_{GS} - V_T \leq V_{DS} \Rightarrow I_D = \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2$

$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{out} = R_D \cdot \frac{\beta}{2}(V_{in} - V_T)^2 + V_{out}$

$V_{out} = V_{DD} - \frac{R_D \beta}{2}(V_{in} - V_T)^2$

$V_{GS} - V_T > V_{DS}$ (Òhm) $\Rightarrow I_D = \beta\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$

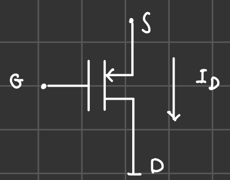
$V_{out} = V_{DD} - R_D\beta\left[(V_{in} - V_T)V_{out} - \frac{V_{out}^2}{2}\right]$

$\Rightarrow V_{out} + R_D\beta(V_{in} + V_T)V_{out} = V_{DD}$

$V_{DD} = V_{out}(1 + R_D\beta(V_{in} - V_T))$; $V_{out} = \frac{V_{DD}}{1 + R_D(V_{in} - V_T)}$

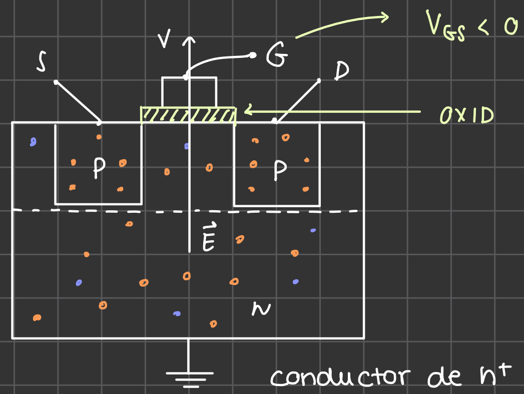
PMOS

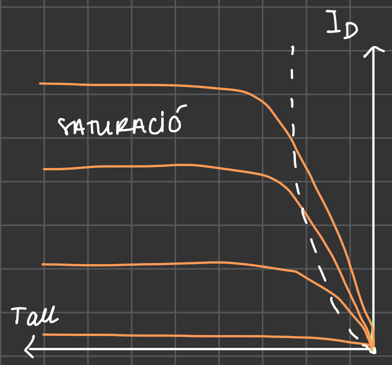
Representació:



* Si $V_{GS} < V_T$ no condueix → Tall
* Si $V_{GS} \geq V_T$ (1) ÒHMNICA → $I_D = \beta(V_{GT} \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}) \Leftrightarrow V_{GT} > V_{DS}$

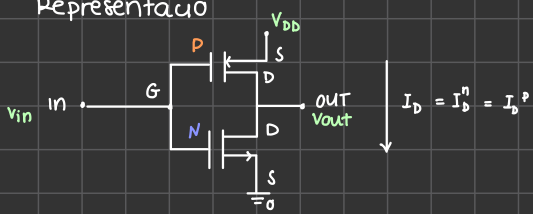
  (2) SATURACIÓ → $I_D = \frac{\beta}{2} V_{GT}^2 \Leftrightarrow V_{GT} \leq V_{DS}$





CMOS (NMOS + PMOS)

Representació



$V_{in} = V_{GS}$

$V_{out} = V_{DS}^n$

$V_{DD} - V_{out} = V_{SD}^p - V_{DS}^p$

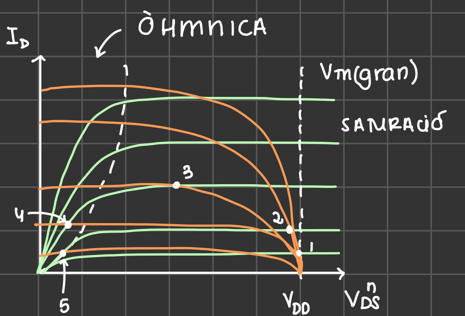
$V_{DD} - V_{DS}^n = -V_{DS}^p$

$\boxed{V_{DS}^n = V_{DS}^p + V_{DD}}$

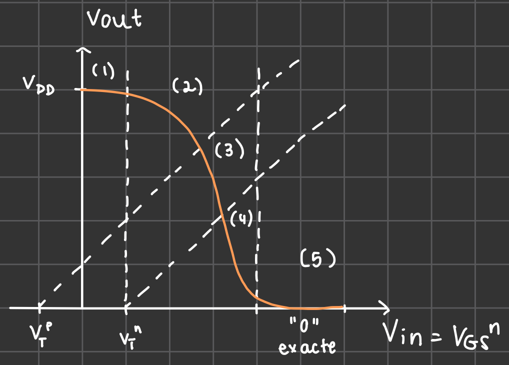
$V_{DD} - V_{in} = V_{SG}^p$

$V_{DD} - V_{GS}^n = V_{GS}^p$

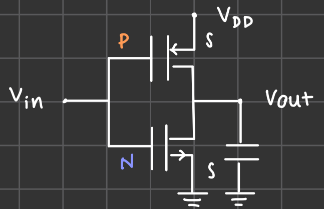
$\boxed{V_{GS}^p = V_{GS}^n - V_{DD}}$

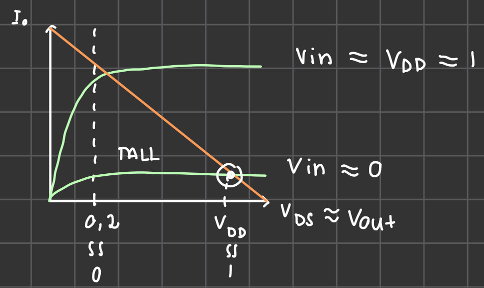


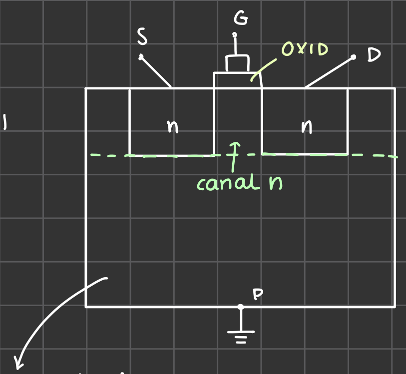
1) z. Tall del N i z. Òhmnica del P ($I_D = 0$)
2) z. Sat del N i z. Òhmnica del P (I fórmula de parabola)
3) z. Sat per tots 2
4) N en òhmnica per sat.
5) N en òhmnica per Tall.



2.8. Retard i potència dels CMOS







- canal n → C_G
- connexió — Drenador (subst. C_{DS})
  - Font (subst. C_{SS})

★ Existeix un efecte condensador ⇒ produeix un temps de retard degut a la càrrega

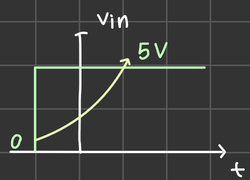
Despesa energètica ⇒ commutació ⇒ potència gastada

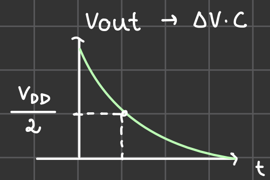
PROCESSOS

(1) LOW TO HIGH

N està actiu (ON)

P està inactiu (OFF)





Descàrrega condensador

El temps característic de descàrrega es defineix com:

PROPAGATION DELAY HIGH TO LOW → $C = 1\,fF \cdot 10^{-15}$; $t_{PHL}\left(\frac{V_{DD}}{2}\right) = \frac{1{,}7 \cdot C}{\beta_N \cdot V_{DD}}$

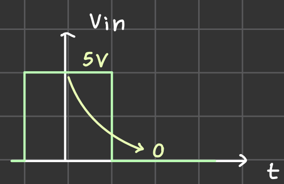
fento farady

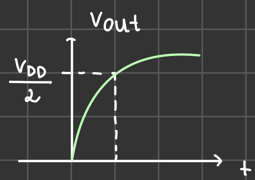
(2) HIGH TO LOW (Vin passa de V_{DD} a 0)

PROPAGATION DELAY L→H

N inactiu (OFF)
P actiu (ON)

$t_{PLH} = \frac{1{,}7C}{\beta \cdot V_{DD}}$





PROPAGATION DELAY

$$T = t_p = \frac{t_{PHL} + t_{PLH}}{2} = \frac{1{,}7C}{2V_{DD}} = \frac{1{,}7C}{2V_{DD}}\left(\frac{1}{\beta_N} + \frac{1}{\beta_P}\right)$$

Potència del CMOS ⇒ només es gasta durant la commutació

$$U = \frac{1}{2} C V_{DD}^2 \Rightarrow U_{\text{cicle complet}} = 2U = CV_{DD}^2 \Rightarrow P = \frac{U_{cc}}{\Delta t} = CV_{DD}^2 \cdot f$$

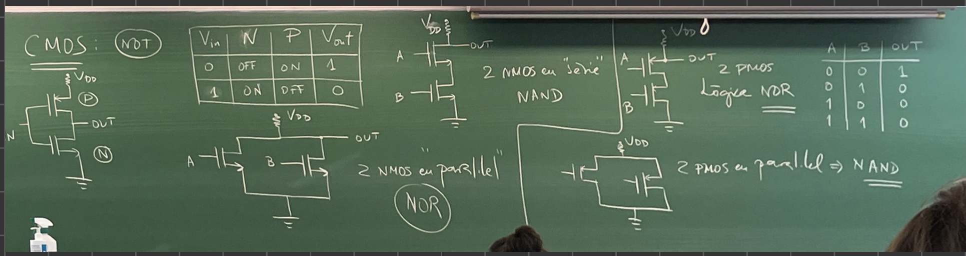
Δt = temps característic de commutació ⇓ $f = \frac{1}{\Delta t}$

* Es defineix com el DELAY-POWER product

$$DP = TP = \frac{1{,}7C^2 V_{DD} f}{2}\left(\frac{1}{\beta_N} + \frac{1}{\beta_P}\right)$$

3.9. LÒGICA DE TRANSISTORS

Element bàsic → $\boxed{\text{CMOS}}$ ⇒ "NOT"



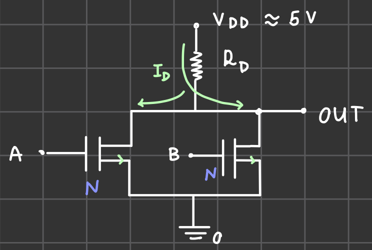
"PULL-DOWN"

in	Vin	N	P	Vout	OUT
0	0	OFF	ON	V_{DD}	1
1	V_{DD}	ON	OFF	0	0

"PULL-UP"

★ Observació: quan un dels transistors està actiu, l'altre està inactiu

* Considerem 2 NMOS en paral·lel ⇒ "NOR"



V_A	V_B	Vout
0	0	V_{DD}
0	V_{DD}	≈ 0
V_{DD}	0	≈ 0
V_{DD}	V_{DD}	0

- TEMA 4: ONES ELECTROMAGNÈTIQUES -

REPÀS D'ONES EN GENERAL

* ONA: propagació d'energia en l'espai-temps (no hi ha propagació de matèria!). Un exemple base seria el so, la ona en una corda.

CLASSIFICACIONS

A) Segons el medi
- → mecàniques: medi material (so, corda, aigua)
- → electromagnètiques: e-m (buit)

B) Tipus de propagació
- → Longitudinals: direcció de propagació de l'ona = Direcció medi
- → Transversals: direcció de propagació de l'ona ⊥ Direcció medi

C) Segons dimensions
- → 2D
- → 3D (esfèriques → soroll)

EQUACIÓ D'ONA EN UNA DIMENSIÓ

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,y)}{\partial t^2}$$

velocitat de propagació

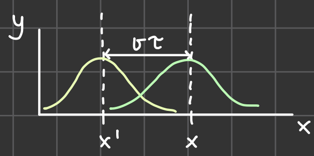
- Les funcions d'ones de "categoria":

$y(x,t) = f(x \pm vt)$ → "pols" d'ona

¿Quin signe?

$$\underbrace{y(x, t+\tau)}_{t'} = f(x - v(t+\tau)) = f(\underbrace{x - vt}_{x'} - v\tau) = f(x', t) = y(x', vt)$$

$\tau > 0$



★ $y(x,t) = f(x - vt)$ ⇒ D'esquerra a dreta

★ $y(x,t) = f(x + vt)$ ⇒ De dreta a esquerra

ONA HARMÒNICA

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{y(x,t) = y_0 \sin(kx - \omega t)}$$

$k^2 = \dfrac{\omega^2}{v^2} \Rightarrow v = \dfrac{\omega}{k}$ (velocitat propagació; ω ← freqüència angular; k ← nombre d'ona)

on $\omega = 2\pi f$ i $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ ⟶ pertant $v = \dfrac{\lambda}{T}$ (→ longitud d'ona)

* JC. maxwell (1871) → combina les 4 equacions bàsiques de l'e-m.

1. $\oint_S \vec{E}\,d\vec{s} = \frac{q \text{ interior a } S}{\varepsilon_0}$ (T. Gauss)

2. $\oint_S \vec{B}\,d\vec{s} = 0$ (T. Gauss magnetisme)

3. $\oint_{C \text{ tancat}} \vec{E}\,d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_C \vec{B}\,d\vec{s}$ (llei de Faraday - Lenz)

4. $\oint_C \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int \vec{E}\,d\vec{s}$ (llei d'Ampere - maxwell)

Apartir d'aqui treiem les seguents equacions:

$$\left.\begin{array}{l} * \ \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \\ * \ \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial B_z}{\partial x} = \underbrace{\mu_0\varepsilon_0}_{\frac{1}{c^2}} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

¡velocitat llum!

$$\frac{1}{c^2} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,84\cdot10^{-12}\cdot 4\pi\cdot10^{-3}}} = 3\cdot10^8 \text{ m/s}$$

$\vec{E}(x,t)$, $\vec{B}(x,t)$ i es propaguen a la velocitat llum c al hora

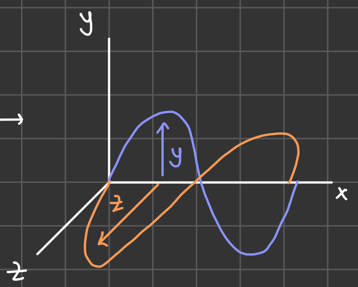
Producte vectorial

$$\bar{A}\times\bar{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

x → direcció propagació ⟶

$\vec{E}$ → direcció y.

$\vec{B}$ → direcció z.



$E_y(x,t) = E_0 \sin(kx-\omega t)$

$B_z(x,t) = B_0 \sin(kx-\omega t)$

⇓

$\vec{E}(x,t) = (0, E_y, 0)$

$\vec{B}(x,t) = (0, 0, B_z)$

Propietats

1. $\frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial t^2}$

2. $\frac{\partial^2 \vec{B}(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 \vec{B}(x,t)}{\partial t^2}$

Pertant:

ESTAN EN FASE

$$-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial B_z}{\partial x} \longrightarrow B_0 k \cos(\cancel{kx}-\omega t) = -\mu_0\varepsilon_0(-\omega E_0)\cos(\cancel{kx}-\omega t) \longrightarrow B_0 = \frac{\mu_0\varepsilon_0}{k}\omega_0 E_0$$

$$\longrightarrow E_0 = c\cdot B_0 \longrightarrow \boxed{E = cB}$$

$$\hat{u} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\underbrace{|\vec{E}\times\vec{B}|}} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{cB^2}$$

$\to |\vec{E}\times\vec{B}| = E\cdot B = c\cdot B^2$

$$\boxed{\vec{E} = c(\vec{B}\times\hat{u}) \ ; \ \vec{B} = \frac{1}{c}(\hat{u}\times\vec{E})}$$

Ona E-m $\quad c = v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$

* $\vec{E}$ i $\vec{B}$ satisfan eq. d'ones

$\frac{d^2\vec{E}(x,t)}{dx^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{d^2\vec{E}(x,t)}{dt} \to [\vec{E}(x,t) = E_0 \sin(kx-\omega t)\cdot\vec{j}]$

$\frac{d^2\vec{B}(x,t)}{dx^2} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{B}(x,t)}{dt^2} \to [\vec{B}(x,t) = B_0 \sin(kx-\omega t)\cdot\vec{k}]$

* $|\vec{E}| = c\cdot|\vec{B}| \to E_0 = cB_0 \to E = cB$, $\hat{u} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{|\vec{E}\times\vec{B}|}$

4.4. ENERGIA i POTÈNCIA DE LES ONES EM

Densitat d'Energia (η) : $\eta = \frac{U \text{ (energia)}}{\text{Volum}}$

$$\eta_{\text{ona E-m}} = \eta_E + \eta_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu_0} \quad \text{on } \varepsilon_0 = 8{,}84\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}, \quad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{Tm}{A}$$

$$\left[\eta = \varepsilon_0 c E B = \frac{EB}{c\mu_0} = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}\right]$$

$\eta_E = \eta_B$ per la llum al buit

Calculem la intensitat $I = \frac{P}{S} = \frac{U}{t\cdot S} = \frac{\eta\cdot V}{t\cdot S} = \frac{\eta\cdot \cancel{S}\cdot x}{t\cdot \cancel{S}} = \eta\cdot c$

$$I(t) = c\cdot\eta(t) = c\cdot\varepsilon_0\cdot E^2(x,t) = c\cdot\varepsilon_0\cdot E_0^2\cdot \sin^2(kx-\omega t)$$

↳ ens interessa un valor mitg $\bar{I} = \langle I\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T dt\, I(t) = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0}$

$$\left.\begin{array}{l} \langle I\rangle = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_{ef}\cdot B_{ef}}{\mu_0} \\ \langle \eta\rangle = \frac{\langle I\rangle}{c} = \frac{E_0 B_0}{2c\mu_0} = \frac{E_{ef} B_{ef}}{c\mu_0} \end{array}\right\} \text{ on } E_{ef} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}, \quad B_{ef} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

4.5. ESPECTRE ELECTROMAGNÈTIC

Ona em → $v = c = \frac{\omega}{k}$; $c = \lambda\cdot f$

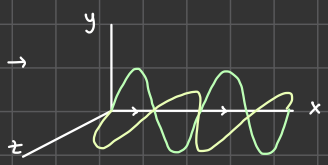
Planck $E_{\text{fotó}} = h\cdot f$

$f = \frac{c}{\lambda}$; $\lambda = \frac{c}{f}$

4.6 POLARITZACIÓ DE LA LLUM

Un feix de llum (on e-m) està polaritzat si el seu $\vec{E}$ es comporta d'una manera determinada ⇒ té una direcció ben definida.

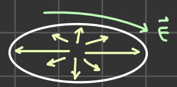
1) Ona e-m direcció $\bar{x}$ →



$\vec{E}$ direcció "y" → POLARITZACIÓ LINEAL

2) POLARITZACIÓ CIRCULAR → El vector $\vec{E}$ descriu una circumferència.

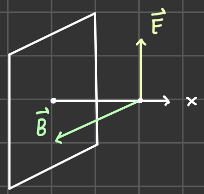
3) POLARITZACIÓ EL·LÍPTICA → $\vec{E}$ descriu una elipse

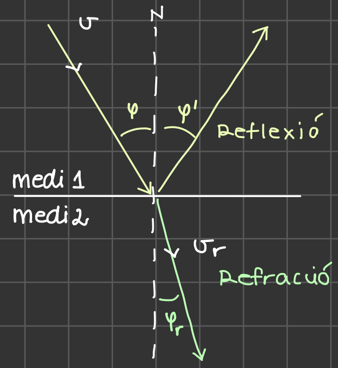


4) NO POLARITZADA (Raig solar) → $\vec{E}$ en totes les direccions

4.6. REFLEXIÓ – REFRACCIÓ

* Front d'ona → lloc geomètric de tots els punts de l'ona que estarian en fase
* Raig → Direcció ⊥ al front d'ona. (normalment, direcció de propagació).

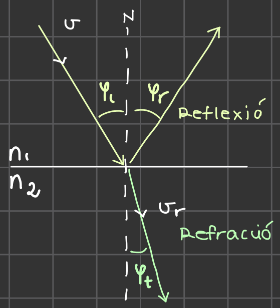




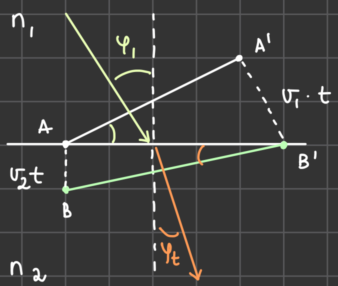
LLEI DE REFLEXIÓ ⇒ φ (incident) = φ' (reflexió)

* Transmissió → Definim index de refracció en el medi, $\boxed{n = \frac{c}{v}}$ on $n \geq 1$.

velocitat llum al buit



⇒

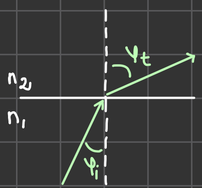


$$\overline{AB} = \overline{AB'}$$

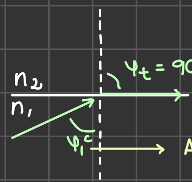
$$\left.\begin{aligned} \frac{v_1 t}{\sin\varphi_i} &= \frac{v_2 t}{\sin\varphi_t} \\ \frac{c/n_1}{\sin\varphi_i} &= \frac{c/n_2}{\sin\varphi_t} \end{aligned}\right\} n_1 \sin\varphi_i = n_2 \sin\varphi_t$$

REFLEXIÓ TOTAL INTERNA

$n_1 > n_2 \Rightarrow \varphi_i < \varphi_t$ ⇒



⇒



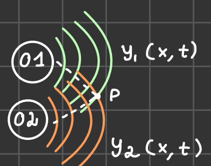
→ Angle crític

⇒ $\boxed{\varphi_i^c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$

4.7. INTERFERÈNCIA

En un punt de l'espai 2 ones que es troben es superposen (≡ sumen) resultant en una interferència.

2 tipus: 1) CONSTRUCTIVA: la amplitud resultant és major que la de les components
2) DESTRUCTIVA: la amplitud resultant és menor que la de les components



$\Delta x = x_2 - x_1$

$$\left.\begin{aligned} y_1(x_1,t) &= y_0 \cdot \sin(kx_1 - \omega t) \\ y_2(x_2,t) &= y_0 \sin(kx_2 - \omega t) \end{aligned}\right\} \boxed{y\,(\text{total}) = 2y_0 \cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k(x_1+x_2)}{2} - \omega t\right)}$$

NOVA AMPLITUD $y_0' = 2y_0 \cdot \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)$

$$\begin{cases} \text{si } x_1 = x_2 \Rightarrow \Delta x = 0 \Rightarrow y_0' = 2y_0 \\ \text{si } k\Delta x = \pi \Rightarrow y_0' = 0 \Rightarrow \text{interferència destructiva total} \end{cases}$$