

# Resolución Problema 1

a. Considera los siguientes dos puntos:

1. El problema nos da

$$P(X \geq 0) = P(X = 0)$$

$$\text{donde } X \rightarrow \text{Pois}(\lambda_{1m}) \text{ o } f(k; \lambda) = \frac{\lambda_{1m}^k}{k!}$$

2. El problema nos pide

$$P(Y > 1)$$

$$\text{donde } Y \text{ es el número de averías en 3 meses. } Y \rightarrow \text{Pois}(\lambda_{3m})$$

Necesitamos calcular  $\lambda_{3m}$ , que lo hacemos en tres pasos:

1. Primero usamos la ecuación  $P(X > 0) = P(X = 0)$  para determinar  $P(X = 0)$ . Esto es

$$1 - P(X = 0) = P(X = 0)$$

resolviendo para  $P(X = 0)$  tenemos

$$P(X = 0) = 0.5$$

2. Del valor para  $P(X = 0)$  calculamos  $\lambda_{1m}$  usando la función de probabilidad de Poisson:

$$P(X = 0) = f(0, \lambda_{1m}) = e^{-\lambda_{1m}} = 0.5$$

Así tenemos

$$\lambda_{1m} = -\log(0.5) = 0.693$$

3. Ahora reescalamos  $\lambda$  para tres meses

$$\lambda_{3m} = 3 * \lambda_{1m} = 2.079$$

Con el parámetro ya podemos resolver la probabilidad  $P(Y > 1)$ :

$$P(Y > 1) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - F(1; \lambda_{3m}) = 0.615$$

En R:

```
1 - ppois(1, 2.079)
```

b. Consideremos ahora

- La probabilidad de un trimestre sin averías es:  $P(Y = 0) = e^{-2.079} = 0.125$
- Un trimestre con averías es un evento de probabilidad  $p = 0.125$  lo llamamos  $k = 0$
- Un trimestre sin averías es un evento de probabilidad  $p = 0.875$  lo llamamos  $k = 1$
- $X$  es la variable aleatoria que cuenta el número de 0s hasta el primer 1.  $X$  cuenta el número de trimestres con averías hasta el primer trimestre sin averías.

Por lo tanto  $X \hookrightarrow \text{BinomNeg}(r = 1, p = 0.125)$

Como el problema nos pide  $P(X = 2)$

$$P(X = 2) = f(2) = 0.0957$$

o en R: `dnbinom(2,1,0.125)`

Nota: Cuando  $r = 1$  la binomial negativa se conoce como geométrica. Por lo tanto se consigue la misma solución con `geom(2,0.125)`