Resolución Simulacro 2

Problema 1

a. Considera los siguientes dos puntos:

1. El problema nos da

$$P(X \geq 0) = P(X = 0)$$

donde $X \to Pois(\lambda_{1m})$ o $f(k; \lambda) = \frac{\lambda_{1m}^k}{k!}$

2. El problema nos pide

$$P(Y > 1)$$

donde Y es el número de averías en 3 meses. $Y \to Pois(\lambda_{3m})$

Necesitamos calcular λ_{3m}, que lo hacemos en tres pasos:

1. Primero usamos la ecuación $P(X > 0) = P(X = 0)$ para determinar $P(X = 0)$. Esto es

$$1 - P(X = 0) = P(X = 0)$$

resolviendo para $P(X = 0)$ tenemos

$$P(X = 0) = 0.5$$

2. Del valor para $P(X = 0)$ calculamos λ_{1m} usando la función de probabilidad de Poisson:

$P(X = 0) = f(0, \lambda_{1m}) = e^{-\lambda_{1m}} = 0.5$

Así tenemos

$$\lambda_{1m} = -\log(0.5) = 0.693$$

3. Ahora reescalamos λ para tres meses

$$\lambda_{3m} = 3 * \lambda_{1m} = 2.079$$

Con el parámetro ya podemos resolver la probabilidad $P(Y > 1)$:

$P(Y > 1) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - F(1; \lambda_{3m}) = 0.615$

En R:

```
1 - ppois(1,2.079)
```

b. Consideremos ahora

- La probabilidad de un trimestre sin averías es: $P(Y = 0) = e^{-2.079} = 0.125$
- Un timestre con averías es un evento de probabilidad $p = 0.125$ lo llamamos $k = 0$
- Un timestre sin averías es un evento de probabilidad $p = 0.875$ lo llamamos $k = 1$
- X es la varible aleatoria que cuenta el número de 0s hasta el primer 1. X cuenta el número de trimestres con averías hasta el primer trimestre sin averías.

Por lo tanto

$$X \hookrightarrow BinN(r = 1, p = 0.125)$$

Como el problema nos pide $P(X = 2)$

$P(X = 2) = f(2) = 0.0957$

o en R: `dnbinom(2,1,0.125)`

Nota: Cuando $r = 1$ la binomial negativa se conoce como geométrica. Por lo tanto se consigue la misma solución con `geom(2,0.125)`

Problema 2

Considera

- $p = 0.3$ es la probabilidad de que un paciente tenga alergia
- $n = 20$ es el número observado de pacientes

Por lo tanto el número de pacientes con alergia de 20 sigue una binomial

$$X \rightarrow Bin(n, p)$$

$f(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$

a. compute $P(X \geq 3)$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F_{binom}(2; n, p)$
$= 1 - f(0; n, p) - f(1; n, p) - f(2; n, p)$
$= 1 - \binom{20}{0}(1 - p)^{20} - \binom{20}{1}p(1 - p)^{19} - \binom{20}{2}p^2(1 - p)^{18} = 0.964$

in R: `1-pbinom(2,size=20,p=0.3)`

b. Ahora considera

- $K = 5 = 20 * 0.25$ tienen alergia
- $N = 20$ es el número total de
- $n = 7$ son seleccionados de los 20
- El número de pacientes con alergia de los 7 seleccionados es una variable Hipergeométrica

$$X \hookrightarrow Hyper(N, n, K)$$

$f(X; N, n, K) = \frac{\binom{K}{k}}{\binom{N}{n}} \binom{N-K}{n-k}$

Queremos calcular $P(x \geq 4)$

$P(x \geq 4) = 1 - P(x < 4) = 1 - P(x \leq 3)$

$= 1 - F_{hyper}(3; N, n, k)$

$= 1 - f(0; N, n, K) - f(1; N, n, K) - f(2; N, n, K) - f(3; N, n, K)$

$= 1 - \frac{\binom{5}{0}}{\binom{20}{7}}\binom{20-5}{7-0} - \frac{\binom{5}{1}}{\binom{20}{7}}\binom{20-5}{7-1} - \frac{\binom{5}{2}}{\binom{20}{7}}\binom{20-5}{7-2} - \frac{\binom{5}{3}}{\binom{20}{7}}\binom{20-5}{7-3}$

$= 0.03069$

```
1-phyper(3,5,15,7)
```