UNIVERSIDAD DE MURCIA

# FÍSICA COMPUTACIONAL

Alejandro Pujante Pérez
49248019 M

# Ejercicio 3-29-app

Breve descripción:

En este ejercicio estudiaremos la difracción de la luz producida por un borde rectilíneo a través de las integrales de Fresnel.

# Índice

# 1. Ecuación e integrales de Fresnel.

La difracción de Fresnel se produce cuando la fuente puntual de ondas incidentes o el punto de observación desde el cual se las ve están a una distancia finita de la abertura o del obstáculo.

Al estudiar este fenómeno se obtiene que la intensidad de la luz en una pantalla producida por una abertura rectilínea varía conforme nos alejamos de ella según la ecuación:

$$I = \frac{I_0}{2}\{[\mathrm{C(v)+0{,}5}]^2 + [\mathrm{S(v)+0{,}5}]^2\}$$

Donde $I_0$ es la intensidad de la luz incidente, $v$ es una variable adimensional proporcional a la distancia en la pantalla medida desde la proyección del borde de la zona de sombra geométrica, y $C(v)$ y $S(v)$ son las integrales de Fresnel.

$$C(v) = \int_0^v dtcos(\pi t^2/2) \qquad S(v) = \int_0^v dtsin(\pi t^2/2)$$

Queremos representar $\frac{I}{I_0}$ en función de $v$, para ello he realizado un programa donde se calculan las integrales de Fresnel mediante la regla de Simpson, la cual nos da el resultado de una integral definida mediante un método numérico según:

$$\int_{x_0}^{x_N} dxf(x) = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + ... + 2f_{N-2} + 4f_{N-1} + f_N) + \mathcal{O}(h^4)$$

$$\int_{x_0}^{x_N} dxf(x) = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_{impar} + 2f_{par} + f_N) + \mathcal{O}(h^4)$$

La regla de Simpson es muy útil para este caso por su sencillez y el error que presenta, que es del orden de $h^4$.

Utilizo la subrutina *'simpson-app.f'* para resolver cada una de las integrales y haciendo un bucle para $v$ con $-5 < v < 5$, (nótese que damos valores negativos a $v$, es decir, la región dentro de la sombra geométrica) y sustituyendo en la ecuación inicial despejada nos queda:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}\{[\mathrm{C(v)+0{,}5}]^2 + [\mathrm{S(v)+0{,}5}]^2\}$$

## 2. Representación $\dfrac{I}{I_0}$ y $v$.

Si hacemos una representación de los valores de $\dfrac{I}{I_0}$ (adimensional) frente a $v$ se obtiene lo siguiente:

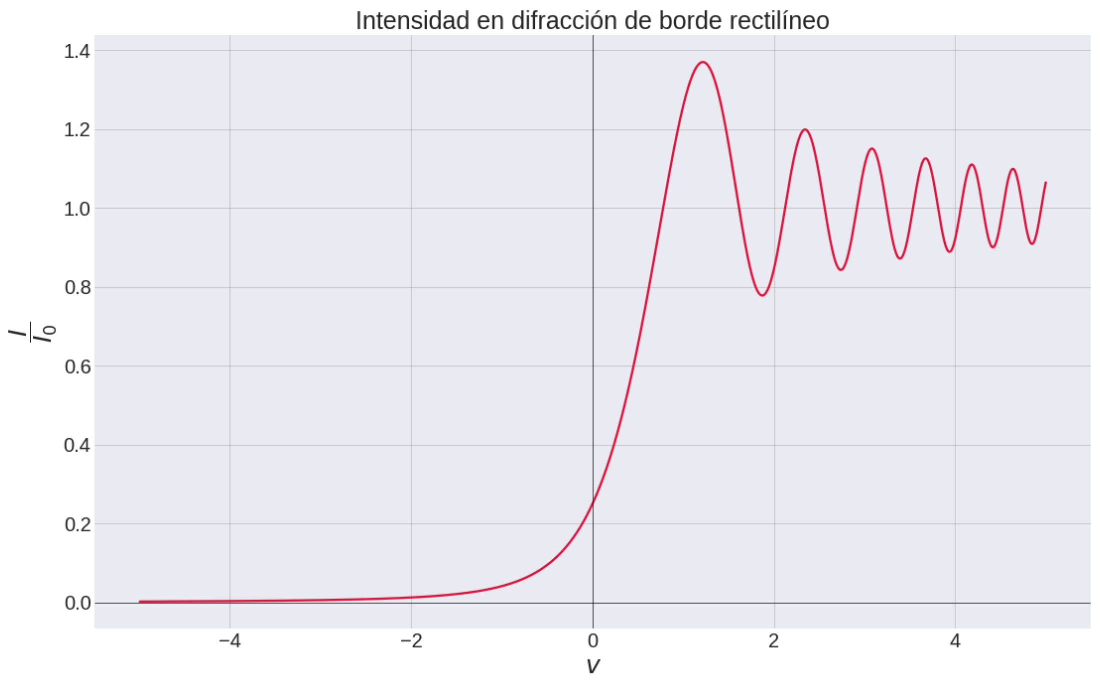


Figura 1: Representación de $\dfrac{I}{I_0}$ vs $v$.

En la representación se observa que para valores de $v$ negativos (dentro de la sombra), $\dfrac{I}{I_0}$ crece muy lentamente hasta llegar a los valores de v positivos, donde empieza a oscilar continuamente.

# 3. Representación paramétrica $C(v)$ , $S(v)$.

Si representamos los valores que resultan de resolver numéricamente las integrales de Fresnel

$$C(v) = \int_0^v dtcos(\pi t^2/2) \qquad S(v) = \int_0^v dtsin(\pi t^2/2)$$

De nuevo para valores de $v$, $-5 < v < 5$ hacemos una representación paramétrica, esto es, los valores de $C(v)$ en el eje de abscisas y los valores de $S(v)$ en el de ordenadas, obtenemos lo siguiente:

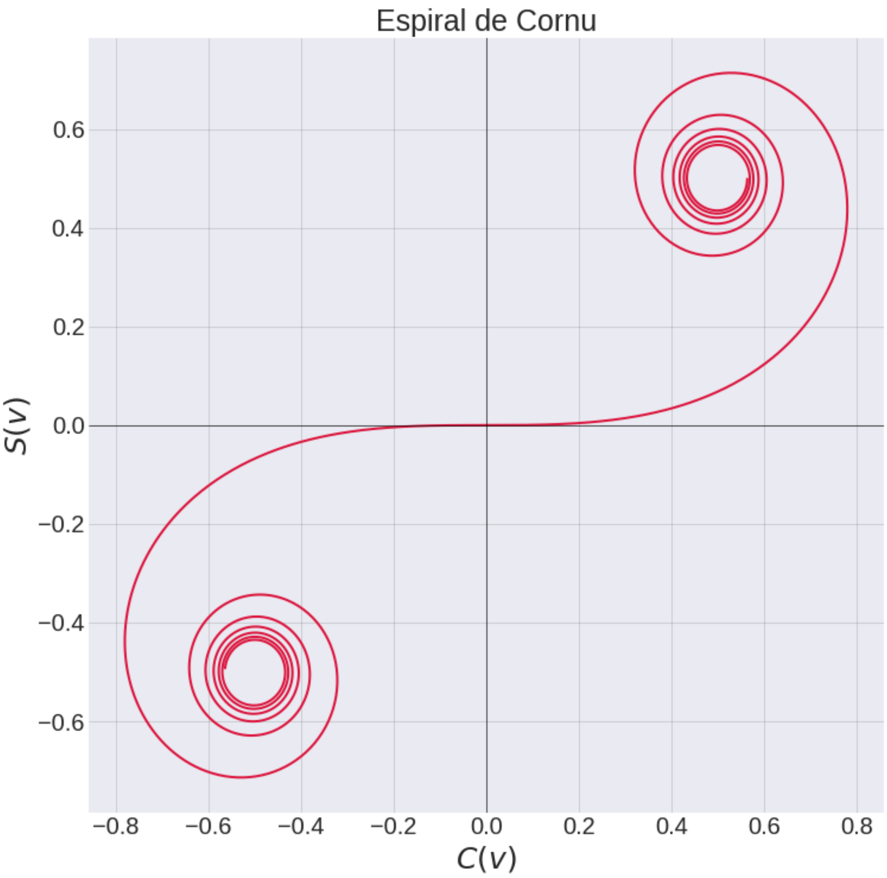


Figura 2: Espiral de Cornu obtenida de la representación de $C(v)$ y $S(v)$.

Esta curva se denomina *espiral de Cornu*, aunque también es conocida como *clotoide*.

Si estudiamos el valor de $C(v)$ y $S(v)$ en función de $v$ , podemos ver las respectivas funciones:

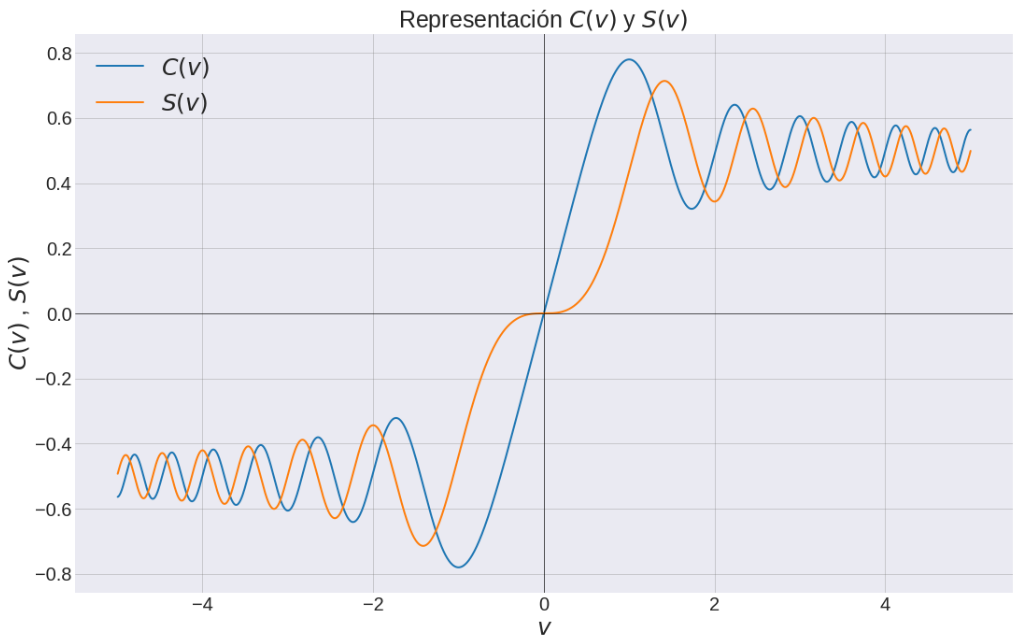


Figura 3: Representación de $C(v)$ y $S(v)$ en función de $v$.

Las dos funciones son similares, $C(0) = 0$ y $S(0) = 0$ (las dos pasan por 0 cuando $v = 0$). En el resto del dominio las dos oscilan entorno a un punto aunque con un pequeño desfase, lo que hace que tome la forma de circulo de la espiral de *Cornu*

## 4. Conclusiones.

La solución a este problema me ha parecido de entidad y de gran interés, el comportamiento de la difracción de Fresnel no suele ser un problema fácil y con ayuda de la resolución de integrales numéricas se convierte en un problema mucho más sencillo y fácil de obtener los resultados.

Personalmente he investigado un poco más acerca de las integrales de Fresnel, su convergencia, la solución analítica mediante integrales en el plano complejo...