FÍSICA COMPUTACIONAL

Alejandro Pujante Pérez
49248019 M

Ejercicio 7-34-app

Breve descripción:

En este ejercicio simulará un *Random Walk*, un ejercicio muy típico en programación que está estrechamente relacionado con el movimiento browniano y con la difusión.

Índice

1. Ciudad con calles.

Para comenzar imaginemos una ciudad formada por calles completamente cuadriculadas y de la misma longitud $l = 1$ m (a mi elección), de manera que son indistinguibles unas de otras. A la salida del hotel, que está en una esquina, una persona desorientada elige al azar una calle, por la que camina con velocidad constante hasta que llega a un cruce, donde vuelve a elegir al azar otra calle, y así sucesivamente.

Estamos interesados en como cambia la distancia recorrida por la persona en función del número de calles que recorre, y puesto que sabemos que son caminos aleatorios, este experimento conviene estudiarlo de forma estadística, es decir, realizar una gran cantidad de pruebas y hacer una media del resultado.

El programa para calcular las posiciones x, y tras un número de N calles recorridas es el siguiente. Se genera un número aleatorio R entre 0 y 1

- Si R está entre 0 y 0.25 se le suma una cantidad l a la variable x (gira a la derecha).
- Si R está entre 0.25 y 0.5 se le suma una cantidad l a la variable y (se dirige hacia arriba).
- Si R está entre 0.5 y 0.75 se le resta una cantidad l a la variable x (gira a la izquierda).
- Si R está entre 0.75 y 1 se le resta una cantidad l a la variable y (se dirige hacia abajo).

Una vez se tienen las posiciones x, y se recorren $N = 1000$ calles, para cada número de calles recorridas, se realizan un total de $k = 300$ simulaciones, después de cada simulación guardaremos la distancia al hotel de la que se encuentra la persona y así cuando terminen las k simulaciones hacer un promedio que llamaremos d_{rms}.

Nos interesa comprobar que $d_{rms} \propto \sqrt{N}$, y para ello se ha representado en una gráfica.

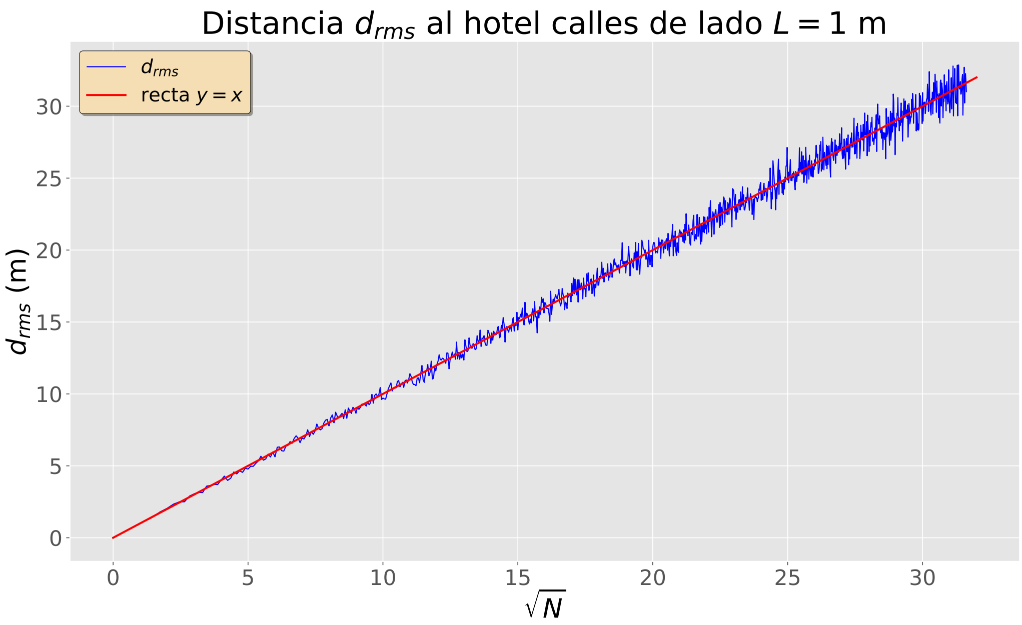

Figura 1: Representación d_{rms} frente a $\sqrt{N}$.

Se puede observar perfectamente como se cumple la relación $d_{rms} \propto \sqrt{N}$, además se ha superpuesto la recta $y = x$ en color rojo para corroborarlo.

La pendiente de la recta tiene que ver con la distancia media recorrida en cada paso, en este caso tenemos longitud constante $l = 1$ m, por tanto la ley que relaciona la distancia con el número de calles es

$$d_{rms} \approx l\sqrt{N}$$

Otro aspecto a comentar es la pequeña diferencia que se encuentra en la distancia d_{rms} con la recta $y = x$, esta crece cuando aumenta N. Esto es debido a que cuantas más calles recorra la persona, más probabilidad hay de que acabe en una distancia totalmente diferente a lo esperado, por tanto habría que hacer una mayor cantidad de k simulaciones para mejorar el resultado.

2. Ciudad sin calles distribución uniforme.

A continuación vamos a eliminar la restricción de que hay calles (y, por lo tanto, direcciones prefijadas) por las que poder deambular. Así pues, la persona parte de un lugar inicial y, cada vez que da un paso, puede escoger cualquier dirección. Pero ahora la longitud del paso que da la persona es una distribución uniforme entre $l_1 = 0{,}5$ m y $l_2 = 0{,}7$ m.

Para este apartado es necesario definir la longitud del paso de la persona r y el ángulo para saber la dirección en el que da dicho paso θ, siendo R un número aleatorio entre 0 y 1

$$r = l_1 + (l_2 - l_1)R \ \ m \qquad \theta = 2\pi R$$

De esta forma la persona dará pasos de longitud mínima l_1 y como añadido un número entre 0 m y 0.2 m (la diferencia hasta llegar a 0.7 m) con un ángulo entre 0 y 2π. A continuación se presenta el resultado obtenido.

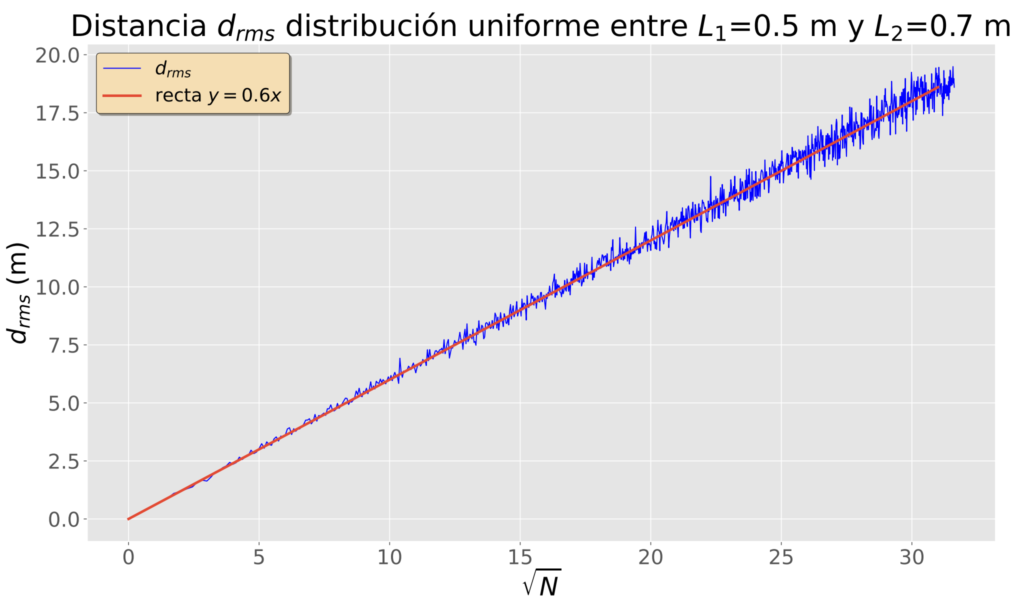

Figura 2: Representación d_{rms} frente a $\sqrt{N}$.

Procediendo de la misma forma que en el apartado anterior, para esta distribución también se cumple que $d_{rms} \propto \sqrt{N}$, aunque la pendiente ahora será la media de la distancia recorrida en cada paso, y puesto que tenemos una distribución uniforme entre dos longitudes, la ley que relaciona la distancia con el número de calles recorridas es

$$d_{rms} \approx \frac{l_1 + l_2}{2}\sqrt{N}$$

Que para nuestro caso la media de las longitudes entre l_1 y l_2 es 0.6 m, esto quiere decir, como ya se ha representado, que la pendiente de la gráfica será 0.6.

3. Ciudad sin calles distribución exponencial decreciente.

Este apartado consta de lo mismo que el anterior, seguimos sin tener direcciones prefijadas, excepto que ahora la longitud del paso de la persona viene dada por una distribución exponencial decreciente de valor medio $< l >= 0{,}6$ m, de manera que si R es un número aleatorio entre 0 y 1, entonces

$$r = \frac{-log(1-R)}{\gamma} \qquad \theta = 2\pi R \qquad \gamma = \frac{1}{< l >} = \frac{1}{0{,}6}$$

Para este apartado el resultado obtenido es el siguiente

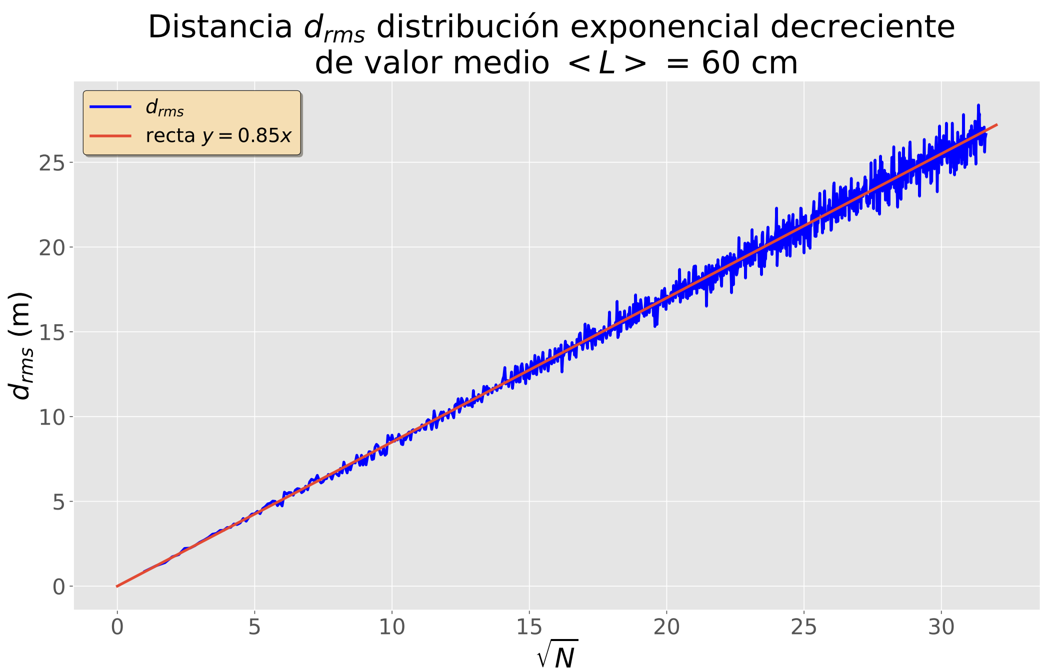

Figura 3: Representación d_{rms} frente a $\sqrt{N}$.

El resultado es parecido a los anteriores, ya que en este caso $d_{rms} \propto \sqrt{N}$. Ahora cabría esperar que el factor de proporcionalidad, es decir la constante que multiplica a $\sqrt{N}$ sea la media de la distribución exponencial $< l >$, aunque en este caso no ocurre esto, sino que la pendiente es 0.85, por lo tanto la ley que relaciona d_{rms} con el número de calles es

$$d_{rms} \approx 0{,}85\sqrt{N}$$

4. Trayectorias.

En este apartado haremos 5 simulaciones para cada una de las distribuciones estudiadas recorriendo $N = 500$ calles y representaremos las trayectorias, es decir, el recorrido que ha ido haciendo la persona marcando el punto final e inicial (común a todas).

4.1. Calles de lado $l = 1$ m.

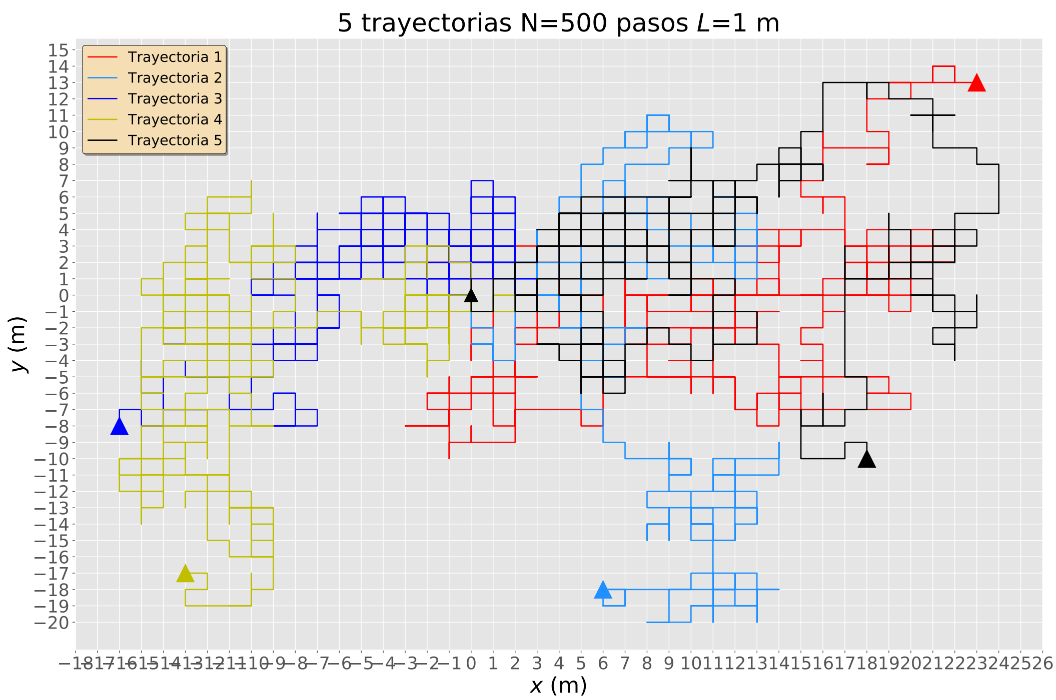

Figura 4: Trayectorias 5 simulaciones N=500.

La representación es muy ilustrativa y se puede ver perfectamente el paseo que van haciendo cada una de las personas aleatoriamente.

Ahora se ha representado la distancia recorrida para cada una de las trayectorias conforme aumenta N indicando el punto final de cada una de ellas.

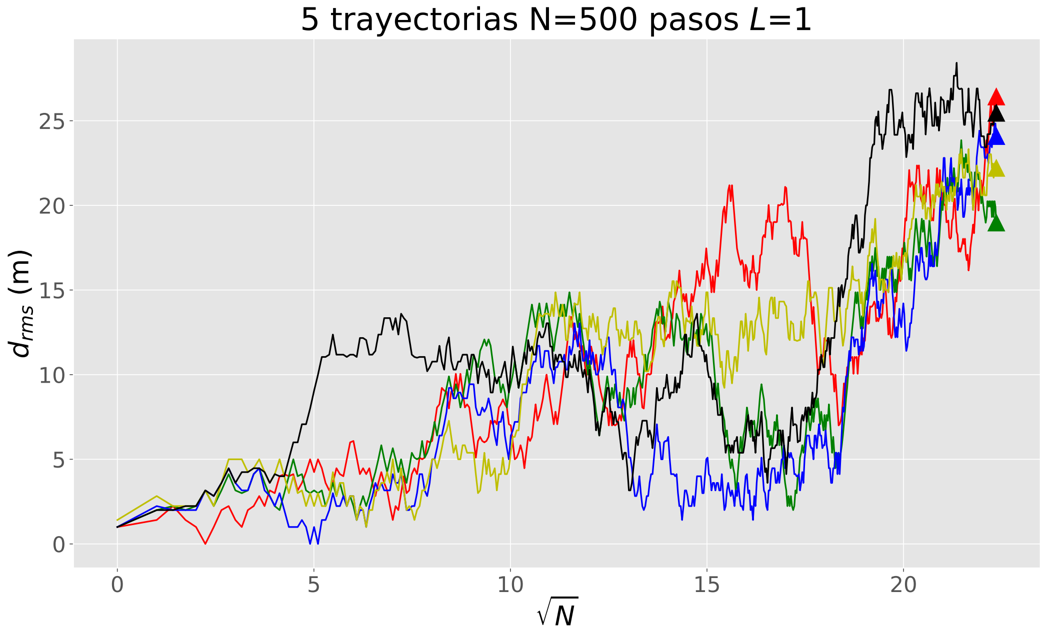

Figura 5: Distancias d_{rms} frente a N 5 simulaciones N=500.

4.2. Distribución uniforme.

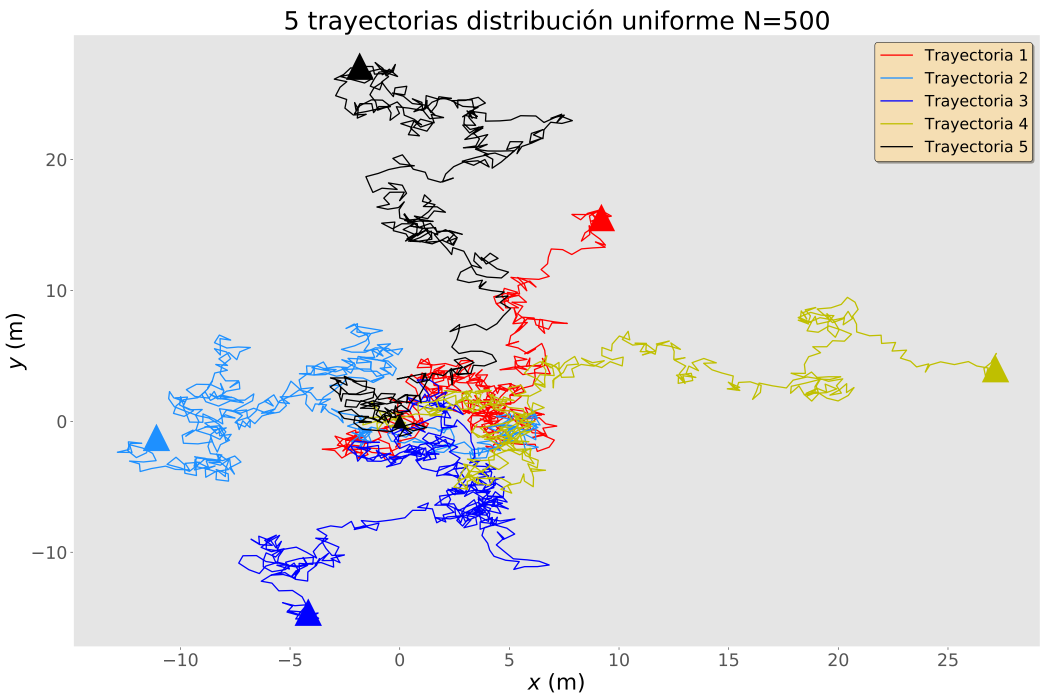

Figura 6: Trayectorias 5 simulaciones distribución uniforme N=500.

Se puede comprobar como ahora las direcciones son aleatorias y la distancia recorrida en cada paso está entre dos valores l_1 y l_2.

4.3. Distribución exponencial decreciente.

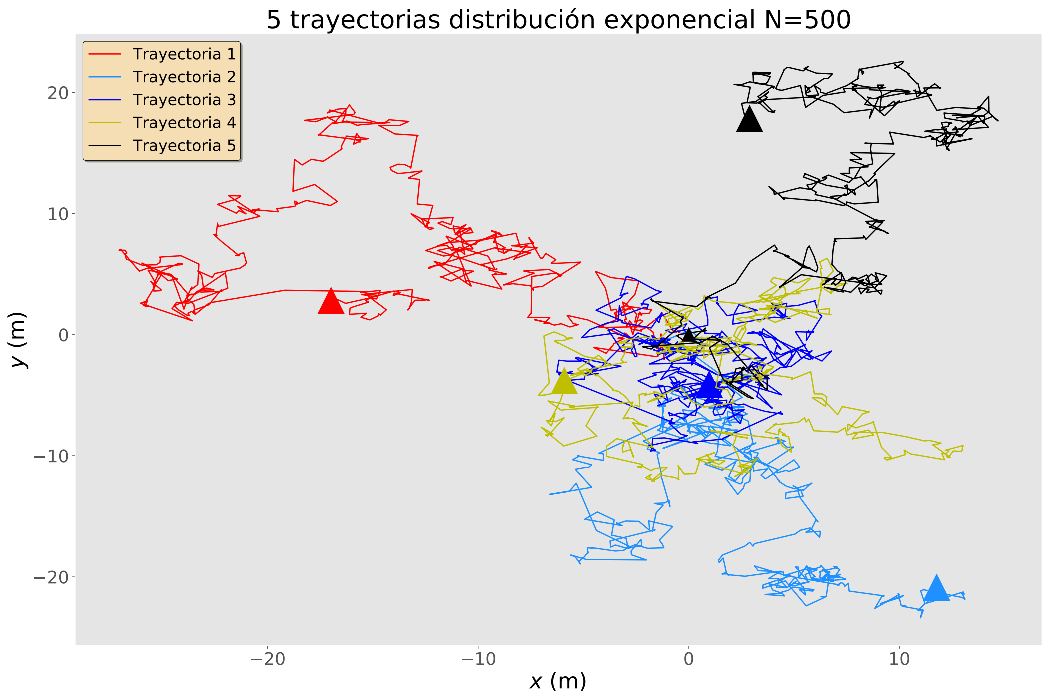

Figura 7: Trayectorias 5 simulaciones distribución exponencial decreciente N=500.

En este caso se puede ver la diferencia entre la distancia que recorre la persona, que son más aleatorias.